GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – (GEPEM)

Índice

APRESENTAÇÃO

Na procura constante de aperfeiçoamento do ensino da matemática, e com as mesmas intenções já manifestadas no Boletim 1, de congregar e interessar colegas de matemática ou de outras disciplinas em torno desse objetivo, prosseguimos publicando, no Boletim 2:

- Um artigo sobre "Aprendizagem por meio de módulos instrucionais", das Professoras Anna Averbuch (do Instituto de Educação e da Universidade Stª Úrsula) e Franca Cohen Gottlieb (da Universidade Stª Úrsula e Colégio Estadual Souza Aguiar).
- Um resumo de palestras realizadas no GEPEM pelo Professor Claude Gaulin, da Universidade de Quebec e Presidente da Comissão Internacional para melhoria do ensino de matemática.
- Notícias do Seminário sobre o Ensino de Matemática realizado no Rio de Janeiro, 12-14 de abril de 1976, em prosseguimento das publicadas no Boletim 1, conforme compromisso assumido com os participantes do Seminário.

Dessa maneira, completamos as notícias sobre o referido Seminário, publicando textos motivadores, conclusão dos debates e relatórios apresentados.

Os relatórios sobre a situação do ensino na Bahia e no Distrito Federal já dão por si só uma idéia sobre o panorama da situação geral no Brasil.

As tentativas isoladas que já estão sendo feitas para melhorar esse quadro também aparecem nos Boletins 1 e 2, através dos relatos de Amélia Maria Pessoa de Queiroz, ou do GEEMPA, ou do S.A.P.O.

APRENDIZAGEM POR MEIO DE MÓDULOS INSTRUCIONAIS EM CURSO DE MATEMÁTICA

Relato de uma experiência.
Anna Averbuch
Franca Cohen Gottlieb

Em dezembro de 1976 a professora Diva Noronha levou à Diretoria do GEPEM um convite da Petrobrás para ministrar um curso de nivelamento em Matemática para formação de Técnicos de Transporte Marítimo (Tetrama). Previamente a Petrobrás selecionara, através de concurso, entre 2.000 candidatos (advogados, economistas e administradores), 20 pessoas para seguirem durante seis meses o curso Tetrama, do qual consta, entre 30 disciplinas, a de nivelamento em Matemática.

A diretoria do GEPEM, através dos professores Maria Laura M. Leite Lopes, Anna Averbuch e José Carlos de Mello e Souza, depois de vários encontros com os responsáveis pelo setor de ensino da Petrobrás, assinou um contrato de 120 horas-aula a serem ministradas entre fevereiro e maio de 1977. Durante estes encontros foi elaborado o programa do curso e por sugestão da professora Anna Averbuch foi decidido que a estratégia a ser usada seria a de ensino modular. A idéia foi muito bem recebida, a ponto de resolver-se adotar esta mesma estratégia em todas as disciplinas do TETRAMA.

O programa de matemática elaborado foi o que se segue:

1. ELEMENTOS DE LÓGICA MATEMÁTICA
   - 1.1 — Álgebra das proposições
   - 1.2 — Tabelas Verdades
   - 1.3 — Quantificadores
   - 1.4 — Implicações e Equivalências
   - 1.5 — Aplicações

2. CONJUNTOS, RELAÇÕES E FUNÇÕES
   - 2.1 — Notações de conjuntos
   - 2.2 — Relação de pertinência
   - 2.3 — Diagramas de Venn e Carroll
   - 2.4 — Intervalos
   - 2.5 — Relação de inclusão — Subconjuntos
   - 2.6 — Operações com conjuntos
   - 2.7 — Conjunto das partes de um conjunto
   - 2.8 — Álgebra de Boole dos conjuntos

O GEPEM entrou em contato com vários de seus sócios, sondando possibilidades e interesses. Tratando-se de um curso extenso (a disciplina em questão é a que mais número de horas-aula tem no curso todo) a ser ministrado em tempo relativamente curto, ficou o trabalho distribuído da seguinte maneira:

- Unidades 1 e 2 (20 horas-aula): Professoras Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb.
- Unidade 3 (20 horas-aula): Professor José Carlos de Mello e Souza.
- Unidade 4 (20 horas-aula): Professor Wilson Belmonte dos Santos.
- Unidade 5 (30 horas-aula): Professora Estela Kaufman Fainguelernt.
- Unidade 6 (30 horas-aula): Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes.

Para cobrir as Unidades 1 e 2 preparamos três módulos, como segue:

- Módulo Instrucional 1: Introdução à Lógica-Matemática — (6 horas-aula).
- Módulo Instrucional 2: Conjuntos (6 horas-aula).
- Módulo Instrucional 3: Relações e Funções (8 horas-aula).

Baseando-nos nas normas gerais da confecção de Módulos, fizemos constar de cada módulo 7 itens, a saber:

- 1. Introdução.
- 2. Pré-requisitos.
- 3. Visão geral do Módulo.
- 4. Fluxograma de cada atividade do módulo.
- 5. Textos ou fichas de trabalho.
- 6. Exercícios.
- 7. Gabaritos dos exercícios.

Além disso incluimos no primeiro módulo uma explicação de "Por que Módulos Instrucionais" com os seguintes dizeres:

1 — Por que Módulos Instrucionais

Este é um Módulo Instrucional da Disciplina Nivelamento em Matemática do Curso de Técnicos de Transporte Marítimos.
Tendo os alunos diferentes bagagens culturais, o processo ensino-aprendizagem se desenvolverá de maneira diferente e com velocidade diferente para cada aluno.
O Módulo Instrucional é uma moderna estratégia pedagógica que faz com que sejam alcançados os objetivos do curso através da participação ativa de cada aluno, dentro de suas características individuais.

Podemos dizer que o módulo é uma unidade de ensino que propõe ao aluno, em termos comportamentais, os objetivos a serem atingidos e variadas atividades para alcançar estes objetivos.
Além disto, ao assumir a função discente, repugna ao participante do curso ser submetido a técnicas de ensino que enfatizam a habilidade verbal do professor, tecnicas que ele criticara durante seu tempo de estudante.
Por meio dos módulos Instrucionais pode ele **fazer** mais que **observar**. Lembramos o milenar provérbio chinês, sempre tão atual:

Ouço e esqueço
Vejo e lembro
Faço e compreendo

(Confucio)

Da "Introdução" constam os objetivos gerais do Módulo. Por exemplo a Introdução do módulo 2 reza:

INTRODUÇÃO

A noção de conjunto é tão antiga quanto a noção de número. Apesar disto a formalização do seu estudo só foi iniciada no século passado quando o matemático alemão Cantor (1845 - 1918) sentiu sua necessidade ao estudar questões ligadas à idéia do infinito.

Hoje o seu estudo se constitui em um embasamento subjacente não só a todos os tópicos matemáticos mas também a outros ramos do conhecimento humano, a saber, a lingüística, a biologia, a sociologia etc. . .

O módulo 2 contém um estudo informal deste assunto, uma vez que a exiguidade do tempo não nos permite um tratamento axiomático mais profundo, sem dúvida interessante e estimulante, porém mais adequado a especialistas no ramo.

Outrossim incluimos no módulo 2 uma atividade optativa (Atividade 3). Os conhecimentos adquiridos ao efetuar esta atividade não serão avaliados no pós-teste, que será efetuado quando o aluno tiver certeza de ter assimilado os conhecimentos contidos nas atividades 1 e 2, sendo que o tempo necessário para este estudo não poderá exceder 5 horas/aula. A atividade 3 constituirá um trabalho que levará ao domínio 100% do conteúdo e será efetuado se o aluno completar as demais atividades em menos de 5 horas/aula.

Os "Pré-requisitos" indicam quais os conhecimentos mínimos que o aluno deve possuir para que os objetivos sejam atingidos.

Na "Visão geral do Módulo" apresentamos, os objetivos específicos a serem atingidos, as atividades a serem efetuadas e as avaliações para verificar se o aluno atingiu os objetivos a que se propos.

Por exemplo, a "Visão Geral do Módulo 2" é como segue:

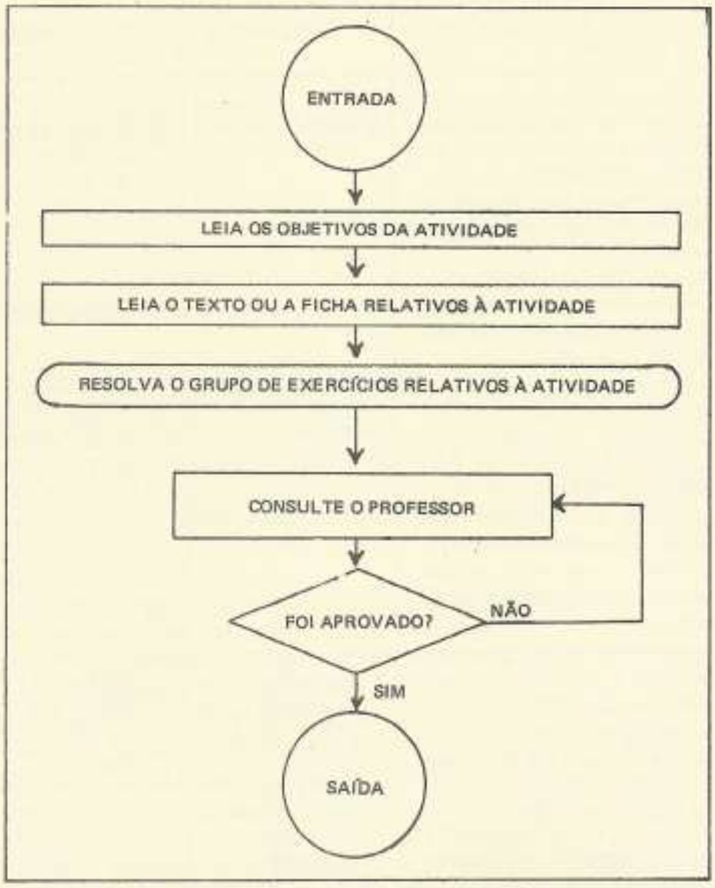
3 – VISÃO GERAL DO MÓDULO 2

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	ATIVIDADES	AVALIAÇÃO
1. Representar conjuntos por listagem, por uma propriedade e por diagramas. Reconhecer a pertinência ou não de um elemento a um conjunto. Representar intervalos. Reconhecer a inclusão ou não de um conjunto em outro.	1. Leia o Texto I (pg. 5)	1. Efetue os exercícios do Grupo I (pg. 26)
2. Construir o conjunto união, o conjunto interseção e o conjunto diferença de dois conjuntos dados. Construir o conjunto das partes de um conjunto dado. Calcular o número de elementos de um conjunto finito.	2. Leia o Texto II (pg. 15)	2. Efetue os exercícios do Grupo II (pg. 27)
3. Verificar a validade de propriedades da união, interseção e diferença de conjuntos assim como do complemento de um conjunto em relação a um que o contém. Aplicar as propriedades à simplificação de expressões envolvendo conjuntos.	3. (optativo para aquisição de 100% do conteúdo). Trabalha na ficha relativa à atividade (pag. 24)	3. Efetue os exercícios do Grupo III (pg. 30)

Pelo "Fluxograma" o aluno visualiza os caminhos a serem por ele seguidos. Nele o aluno toma conhecimento do fato de que se ele não foi aprovado em certa unidade, ou seja, não acertou um número mínimo de exercícios de avaliação, deve procurar o professor que lhe fornecerá novas ordens. Para isto elaboramos para cada unidade de cada módulo uma recomendação de textos adicionais a serem consultados e uma bateria de exercícios suplementares, que não incluimos no módulo, inicialmente apresentado ao aluno, mas que seriam entregues individualmente a cada aluno quando, e se, ele necessitar.

Por exemplo, o fluxograma do módulo 2 é:

4 – FLUXOGRAMA DE CADA ATIVIDADE DO MÓDULO 2



OBSERVAÇÃO: Após a saída da atividade 2 procure o professor para efetuar o pós-teste.

Na parte de "Textos" selecionamos textos de vários autores, de acordo com o assunto e com o nível da clientela que nos era apresentada. Queremos ainda frisar que fizemos constar em cada módulo uma última atividade, chamada optativa, a ser efetuada por aqueles alunos que atingissem os objetivos do módulo em tempo inferior ao previsto.

Após aplicarmos os dois primeiros módulos dentro destas normas, resolvemos modificar a maneira de trabalho, pois julgamos que os alunos já dominavam a linguagem específica da matéria e estavam preparados para estudar em equipe através de fichas de trabalho. Por exemplo no Módulo 3, sobre Relações e Funções, consta, para iniciar o trabalho do aluno, a seguinte ficha:

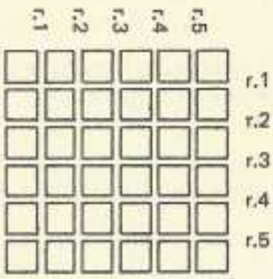
5 – FICHAS DE TRABALHO

5.1 – Ficha I

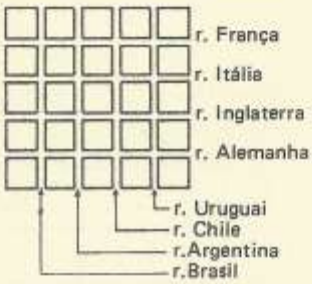
Produto Cartesiano de Dois Conjuntos

A. Par Ordenado

A.1 – Preliminares



A.1.1 – Suponha ter a planta do loteamento ao lado, onde as ruas não têm nome e ainda estão somente numeradas.
Ao nos referirmos ao cruzamento das ruas 2 e 3, a localização do cruzamento está clara? . . .
O que se deve introduzir na informação para que o cruzamento seja bem definido? . . .



A.1.2 – Seja o loteamento ao lado.
Ao nos referir ao cruzamento da rua Brasil com a rua Itália, a localização do cruzamento está clara? . . .
Ao dizer que o cruzamento é o da rua Itália com a rua Brasil, mencionamos outro cruzamento? . . .

A.1.3 – Um indivíduo que se encontra no Rio, compra uma passagem para ir a Belém. Como estará indicado, no bilhete, o percurso a ser feito? . . .
Se ele quizesse ir de Belém ao Rio, a indicação seria a mesma? . . .

A.2 – Conclusões

A.2.1 – Um par de elementos em que a ordem na qual eles se apresentam é fundamental para a identificação do par, se chama **"par ordenado"**, e se indica (a, b), se os elementos que o formam forem respectivamente **a** e **b**.

A.2.2 – Você observa que $(a,b) = (b,a)$ sempre que $a = b$ e que $(a,b) = (c,d)$ se, e somente se, $a = c$ e $b = d$.

A.2.3 – Quais dos pares, apresentados nos itens A.1.1, A.1.2 ou A.1.3, são pares ordenados? . . .

A.2.4 – Como você representaria o par, formado pelos elementos **a** e **b**, que não é um par ordenado? . . .

B. Produto Cartesiano de Dois Conjuntos

B.1 – Preliminares

Um estudante paulista, em férias, decidiu visitar Manaus. Antes, irá de São Paulo ao Rio, podendo escolher entre viajar de trem, de ônibus ou de motocicleta. Em seguida vai viajar de navio ou de avião. Os meios de transporte que ele pode usar para ir de São Paulo ao Rio formam o conjunto:

$$A = \{t, o, m\}$$

Os meios de transporte que ele pode usar para ir do Rio a Manaus foram o conjunto:

$$B = \{n, a\}$$

Para indicar que ele viaja, por exemplo, de São Paulo ao Rio de trem e do Rio a Manaus de navio, escrevemos:

(t,n)

B.1.1 – Complete a tábua indicando todas as possibilidades que o estudante tem de efetuar a viagem planejada.

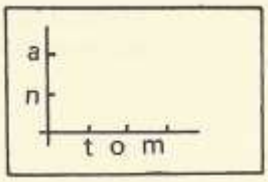
↗	n	a
t	(t,n)	
o		
m		

B segundo conjunto

A
primeiro
conjunto

B.1.2

Marque no gráfico
os pontos que representam
os pares obtidos.



B.1.3

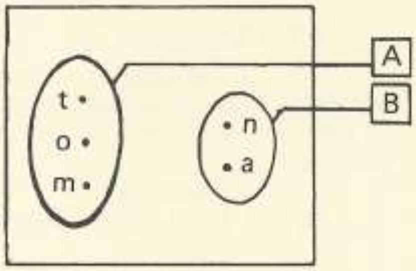
Escreva o conjunto C
dos pares obtidos: C = ______________________________

____

C é chamado de produto cartesiano de A por B $C = A \times B$

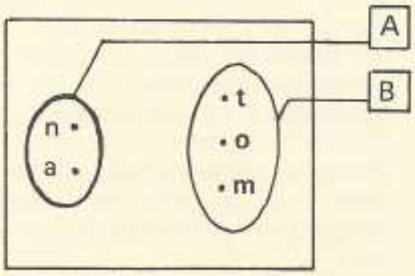
B.1.4

Nos diagramas abaixo
represente com flechas todos
os meios de transporte
indicado nas viagens.



B.1.5.

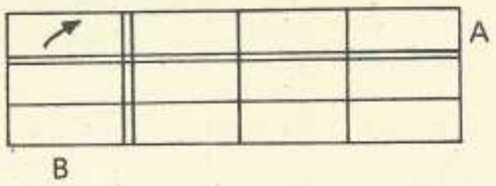
Suponha que, para voltar de
Manaus a São Paulo, o
estudante percorre em sentido
inverso o mesmo itinerário,
usando os mesmos meios de
transporte que na ida.



Represente no diagrama com
flechas todos os meios de
transporte indicados na
viagem Manaus — Rio de
Janeiro — São Paulo.

B.1.6

Marque na tábua
os pares obtidos.



B.1.7

Escreva o conjunto D
dos pares obtidos: D = ______________________

____

Observe que:

D é o produto cartesiano de B x A D = B x A

B.2 — **Conclusão**

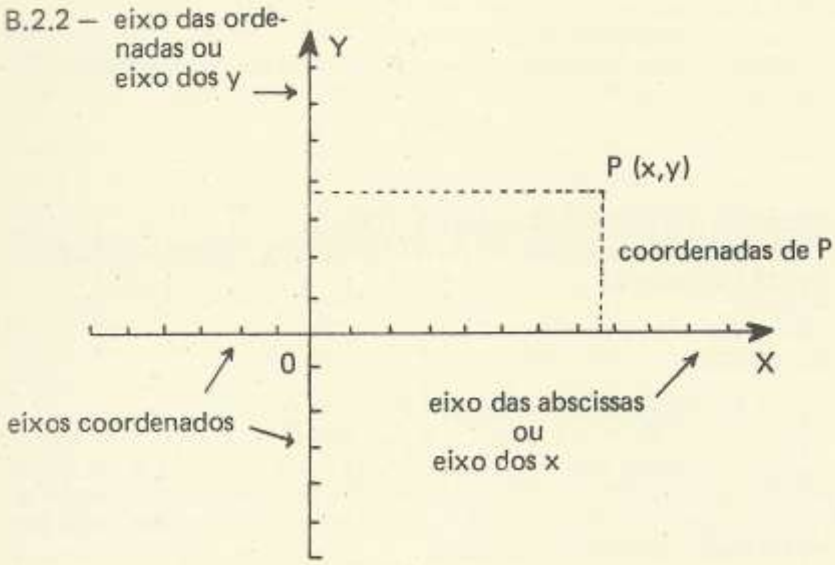
Chamamos produto cartesiano do conjunto X pelo conjunto Y ao conjunto formado por todos os pares ordenados cujo primeiro elemento pertence a X e cujo segundo elemento pertence a Y.

Observe que:

Se $X \neq Y$ e X ou $Y \neq \emptyset$, então $X \times Y \neq Y \times X$

B.2.1. — Dadas duas retas graduadas r e s de um plano, a cada par ordenado de números reais podemos fazer corresponder um ponto do plano e, reciprocamente, a cada ponto do plano podemos corresponder um par ordenado de números reais. As retas graduadas r e s utilizadas para a representação do produto cartesiano X x Y chamam-se eixos coordenados. A representação de X x Y chama-se plano cartesiano. Se o ponto P corresponde ao par ordenado (x,y), x chama-se abscissa do ponto P, y chama-se ordenada do ponto P. Ao ponto de coordenadas (0, 0) damos o nome de origem.

B.2.2 —



B.3 — **Gráfico Cartesiano**

B.3.1 — Sejam dois subconjuntos dos reais:

$A = \{1, -3, -2\}$

$B = \{-2, 0, 2, 4\}$

a) assinale (com vermelho) os elementos de A, na reta graduada **r** do plano a (alfa).

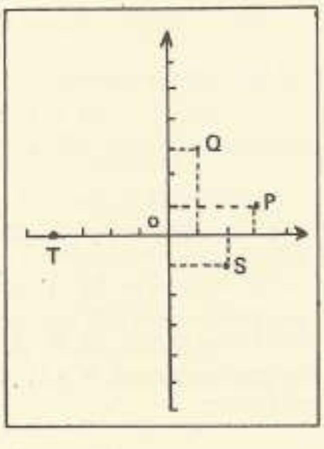
b) assinale (com azul) os elementos de B, na reta graduada s do plano a.

c) escreva por enumeração o produto cartesiano A x B.

A x B = {

d) represente (com verde) os elementos de A x B, no plano a.

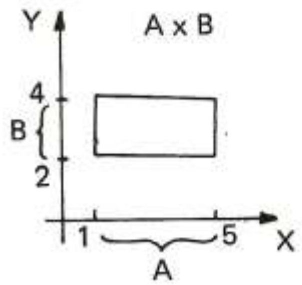
e) O par ordenado (2,3) pertence a A x B?
Represente-o em laranja no plano a.

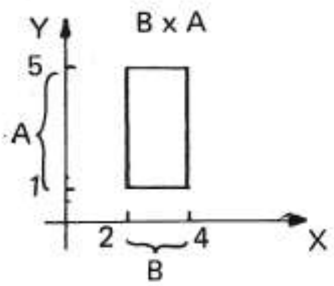


f) No plano α estão representados os pontos P,Q,S e T.
Complete com os pares ordenados de números reais associados a esses pontos P (____ , ____)
Q (____ , ____)
S (____ , ____)
T (____ , ____)

g) Assinale um ponto M qualquer no plano α.
Você pode dizer a que par de números reais corresponde o ponto M no plano α?

B.4 – Se $A = \{ x \in \mathbb{R} | 1 < x < 5 \}$ ou $A =]1,5[$
$B = \{ y \in \mathbb{R} | 2 < y < 4 \}$ ou $B =]2,4[$
temos que $A \times B = (x, y) | x \in A$ e $y \in B\}$ é representado graficamente pelo conjunto dos pontos de um retângulo. Notemos que $B \times A = (y, x) | y \in B$ e $x \in A\}$ é representado por um retângulo distinto do anterior.





B.5 – **Observações:**

B.5.1 – Se $A \neq B$ então $A \times B \neq B \times A$, isto é, o produto cartesiano de dois conjuntos não goza da propriedade comutativa.

B.5.2 – Se A e B são conjuntos finitos com **m** e **n** elementos, respectivamente, então $A \times B$ é um conjunto finito com m.n elementos.

B.5.3 – Se A ou B for infinito e nenhum deles for vazio, então $A \times B$ é um conjunto infinito.

B.5.4 – Se A ou B forem intervalos abertos, representamos graficamente $A \times B$ como um retângulo hachurado mas sem os contornos.

Os pós-testes dos Módulos 1 e 2 constituiram-se em uma listagem de vinte exercícios a serem efetuados individualmente e por meio deles procuramos verificar se os objetivos de cada módulo tinham sido atingidos. Os resultados foram satisfatórios e evidenciaram como, desde que lhes sejam dados textos a sua altura, tempo adequado para assimilá-los e atenção constante de um professor, pessoas tão afastadas do estudo da matemática como os advogados que participavam do curso, podem ser tão bem sucedidos nesta atividade quanto os economistas e administradores que têm uma relativa formação matemática.

Quanto ao pós-teste relativo ao Módulo 3, ele foi apresentado de maneira diferente. Pedimos que cada aluno efetuasse individualmente uma súmula dos conhecimentos adquiridos pelo estudo do módulo e apresentasse exemplos por ele inventados. Este tipo de pós-teste, além de evidenciar se os objetivos do módulo tinham sido alcançados, fizeram também com que os alunos dessem mostra de sua capacidade criativa. Lembrando que o módulo 3 tinha como título "Relações e funções", vamos a seguir dar alguns exemplos apresentados pelos alunos que nos pareceram interessantes, por serem de caráter criativo.

Exemplos de par ordenado:

— (Jair, Chico) é um par ordenado pois a ordem é fundamental para anunciarmos com exatidão a constituição das "alas" atacantes no antigo esquema fundamental 1-2-3-5 (a do exemplo é a ala esquerda atacante da Seleção Brasileira vice-campeã mundial em 1950).

(Wilson Santos Pinto — advogado)

— Um menino, na Zona Norte, quer ir à praia. Para isto obteve a informação que deveria ir à Zona Sul, e lhe indicaram o ônibus "Triagem-Leme". O letreiro do ônibus representa um par ordenado pois se o letreiro indicasse "Leme-Triagem" o ônibus não serviria, pois estaria voltando da Zona Sul e não indo para lá.

(Leila Maria Passos Costa — advogada)

Exemplos de Produtos Cartesiano.

— Um estudante do Curso TETRAMA, chegando ao prédio da Petrobrás tem 6 portas de entrada e, para dirigir-se ao 18º andar (onde se localiza sua sala), dispõe de 5 elevadores. Consideraremos A o conjunto das portas que indicaremos por: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e B o conjunto dos elevadores que representaremos por: $B = \{a, b, c, d, e\}$. Podemos indicar todas as possibilidades do estudante chegar ao 18º andar através da Tabela:

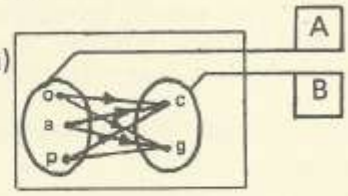
	a	b	c	d	e
1	(1,a)	(1,b)	(1,c)	(1,d)	(1,e)
2	(2,a)	(2,b)	(2,c)	(2,d)	(2,e)
3	(3,a)	(3,b)	(3,c)	(3,d)	3,e)
4	(4,a)	(4,b)	(4,c)	(4,d)	(4,e)
5	(5,a)	(5,b)	(5,c)	(5,d)	(5,e)
6	(6,a)	(6,b)	(6,c)	(6,d)	(6,e)

(Fátima Duarte Silvestre da Cruz — economista)

— Roberto Carlos deverá gravar um certo número de compactos simples, devendo incluir, no lado 1, uma das três músicas de sua autoria, em parceria com Erasmo Carlos, que relacionamos abaixo e que designamos como pertencentes ao conjunto A = {o, a, p} para o: "O Portão"
a: "Além do Horizonte"
p: "O Progresso".

No lado 2 apresentará uma de duas músicas de compositores italianos, as quais representamos como pertencentes ao conjunto: B = {c, g} para c: "Canzone per te"
g: "Un gatto nel Blu"

As combinações possíveis para a planejada gravação são (representadas de diversas maneiras):

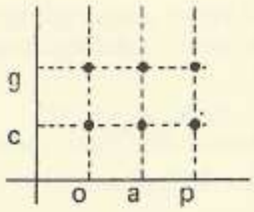
a) 

(representação sagital em um diagrama de Venn)

b)

	c	g
o	(o,c)	(o,g)
a	(a,c)	(a,g)
p	(p,c)	(p,g)

(representação em Tabela de dupla entrada)

c) 

(representação por pontos em gráfico cartesiano)

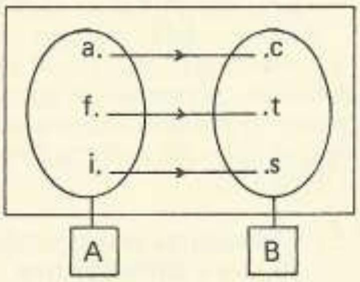
d) $C = \{(o, c), (o, g), (a, c), (a, g), (p, c), (p, g)\}$

(representação pela enumeração dos pares obtidos)
(Wilson Santos Pinto — advogado)

Exemplos de Relações

– Suponhamos que se ofereça uma recepção aos Embaixadores: alemão, francês e inglês; deverão ter companhia, pela ordem, a escritora Clarice Lispector, a senhora da sociedade Tereza Souza Campos e a atriz Sandra Bréa.

Representam-se assim:



O conjunto dos pares ordenados é a relação
$R = \{(a, c), (f, t), (i, s)\}$. O conjunto cujos elementos são os Embaixadores é o domínio da Relação;
O conjunto cujos elementos são as senhoras é o conjunto Imagem da Relação.

– Seja A um conjunto de compositores clássicos:
A = {**T**chaikovsky, **V**erdi, **W**agner} e B um conjunto de músicas:
B = {**R**ienzi, A **B**ela Adormecida, **A**ída, O **L**ago dos Cisnes, **C**armem} que podemos representar simplesmente por uma das letras que o identifica.

$A = \{t, v, w\}$ $\cdot B = \{r, b, a, l, c\}$

Se retirarmos do conjunto A x B um subconjunto R, formado por pares ordenados que indiquem "x é compositor de y" teremos:

$$R = \{(t, b), (t, l), (v, a), (w, r)\}$$

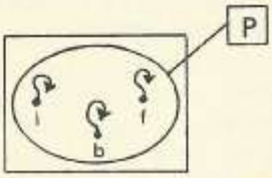
(Fátima Duarte Silvestre da Cruz – economista)

Exemplos de propriedades das Relações em um único conjunto.

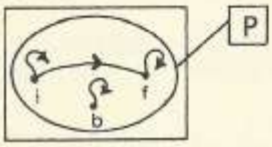
– Imaginemos três cidadãos de nacionalidades diferentes, e que falam apenas o seu idioma pátrio, presos num elevador. Vejamos graficamente a relação F definida por "x fala o idioma de y" sobre o conjunto

$P = \{f, i, b\}$ para f = francês
i = italiano
b = brasileiro

e observamos como seriam os "diálogos"



Deduz-se que não haveria qualquer conversa entre os membros do grupo, os quais só poderiam falar consigo mesmos, resmungar, etc. . . . A essa propriedade chamamos de **reflexiva**. Suponhamos agora que o italiano falasse francês. Assim o italiano exporia suas opiniões, o francês as entenderia mas não poderia responder, pois ele não fala italiano. No gráfico:



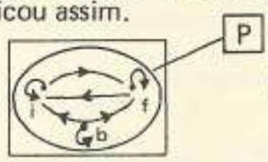
observamos as propriedades **reflexiva** e **anti-simétrica**

Mas se o francês falasse italiano, o italiano poderia perguntar em francês e o francês poderia responder em italiano.

Assim o gráfico

mostra que a relação F teria as propriedades **reflexiva** e **simétrica**

O brasileiro, coitado, não falava nenhuma lingua estrangeira, então dormia tranquilamente. De repente acorda e, patético, descobre que os sonhos que tivera lhe trouxeram energias mentais tão violentas que acordou falando italiano e francês! Bem, o "Elevador de Babel" já estava melhorando e ficou assim.

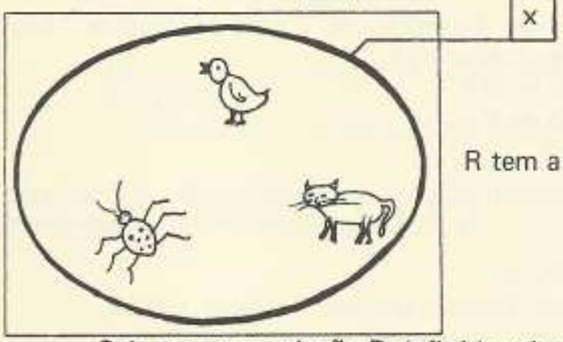


(propriedade **reflexiva** e **nem simétrica nem anti-simétrica**)

Deixamos a exemplificação da relação transitiva para o final porque pode dar margem a interpretações errôneas.
Não podemos concluir que a F, no último caso, é transitiva pois se b fala o idioma de f e f fala o idioma de i, nem por isto i fala o idioma de b.
Para ver a transitiva teremos que recorrer a um exemplo com um conjunto de pessoas e as relações definidas por: "x é irmão ou irmã de y."

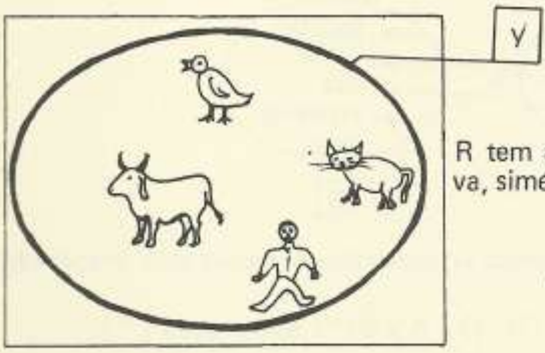
(Inácio Marques da Silveira, F♀ — administrador)

— Seja a Relação R sobre X definida por "x tem o mesmo número de pernas que y".



R tem a propriedade reflexiva.

Seja a mesma relação R definida sobre Y.

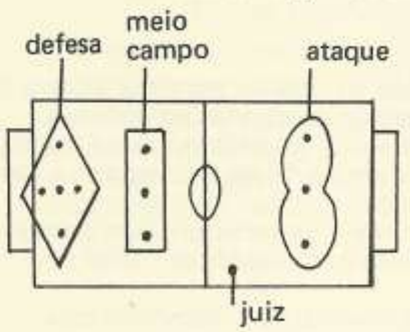


R tem as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva.

(Sonia Regina Alves da Cunha Costa — advogada)

Exemplo de partição.

– Em um campo de futebol temos o conjunto
T = time de futebol.
Analisemos os seguintes aspectos:



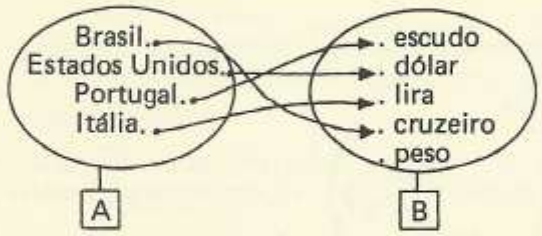
A = conjunto dos jogadores de ataque
M = conjunto dos jogadores de meio-campo
D = conjunto dos jogadores de defesa
Z = conjunto do juiz

$F = \{A, M, D, Z\}$

Vemos que F não é partição de T pois o elemento "juiz" não pertence ao conjunto T.
Agora $J = \{A, M, D\}$
é uma partição de T pois:
$D \cup M \cup A = T$
(neste caso nenhum jogador tem duas funções diferentes).
(Luiz Carlos Alves Delfim – advogado)

Exemplos de Funções

– Seja A = {Brasil, Estados Unidos, Portugal, Itália}
B = {escudo, dólar, libra, cruzeiro, peso}
e R a relação de A em B definida por "x tem por moeda y"

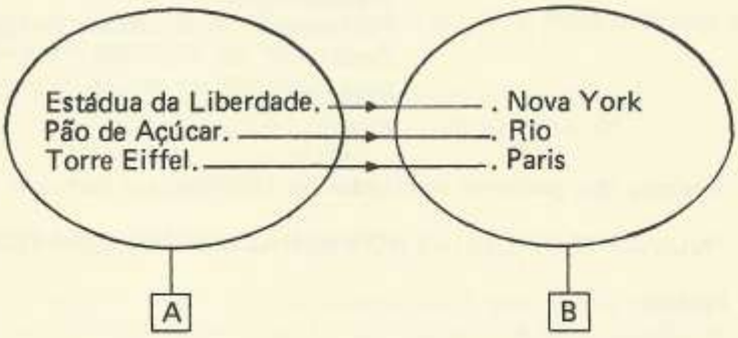


A cada elemento de A corresponde apenas uma imagem em B, logo:

$$R = \{(x, y) \in A \times B \mid \text{"x tem moeda y"}\}$$

é uma função.
(Fátima Duarte Silvestre da Cruz – economista)

— Seja A = { Estátua da Liberdade, Pão de Açúcar, Torre Elffel }
B = { Nova York, Rio, Paris }



No gráfico sagital está representada a relação:

"x está na cidade y"

Esta relação é uma função cujo domínio é A e o conjunto imagem é B.

(Maria de Lourdes Lagreca de Sales Cabral — advogada)

"Novas Tendências no Ensino da Matemática".
"Criatividade no Ensino da Matemática".

Claude Gaulin
Professor da Universidade de Quebec
Presidente da Comissão Internacional para melhoria do ensino de matemática

Resumo das palestras realizadas no GEPEM, em outubro de 1976

"NOVAS TENDÊNCIAS NO ENSINO DAS MATEMÁTICAS"

Plano:

0: **Após um breve histórico** a propósito da reforma feita durante os anos sessenta, sob a instigação de matemáticos, Prof. Gaulin apresentou consideração sobre:

1: **Algumas lições tiradas da experiência dos últimos quinze anos. Observou então que:**
  . A reforma esteve muito baseada sobre um **conteúdo** matemático.
  . O sucesso de uma reforma depende mais **da maneira de implantá-la** do que dos que a querem implantá-la.
  . Existe uma necessidade dupla: estar-se "aberto" e "informado" sôbre as **experiências e fatos** realizados **alhures,** mas ao mesmo tempo chegar-se progressivamente a definir objetivos, métodos e maneiras de implantar, **adaptados a seu próprio contexto.**

2: **Algumas tendências que se colocam no nível internacional são:**
  . Conservar os programas e a organização do ensino visando primeiramente a educação da **massa** de alunos.
  . Alargar os fins do ensino da matemática. Adaptar os programas e a procura de processos de avaliação em função destes fins.
  . Precisar a **cultura matemática** (e científica) **mínima** que deve possuir um cidadão de hoje. Assegurar-se que os programas e os objetivos específicos escolhidos estejam **coerentes** com esta cultura mínima. Procurar realizar efetivamente uma maior integração **(interdisciplinarização).**
  . **Esclarecer e diversificar os objetivos específicos** correspondentes à aprendizagem de cada conceito ou habilidade.
  . Organizar o ensino em função de **atividades de aprendizagem**
    a. suficientemente variadas quanto à forma
    b. permitindo um **desenvolvimento progressivo** e de **aproximações multilaterais** de conceitos e habilidades visadas.

. Colocar em relevo as vantagens do uso da matemática como instrumento útil a resolução de problemas (físico, social, cultural, técnico,. . .) da humanidade.
. **Variar os modos de organizar a classe**
. Variar e utilizar de modo complementar diferentes métodos e diferentes meios de ensino.

Referências: Monografia em francês redigida por C. Gaulin
Trabalho para o Congresso Internacional de Karlsruhe (agosto/76)

"Criatividade no ensino da matemática"

"O termo "criatividade" traz muita confusão e gera muito mistério. Muito frequentemente se associa "criatividade" a uma **criação artística** a um **produto** (mais que um processo). A primeira vista, se vê pouca relação entre criatividade e Matemática. No entanto, muitas pesquisas se fazem hoje sôbre o pensamento criativo como um processo"

1: **Modelo de Guilford**
. Após breve resumo do modelo de inteligência do psicólogo Guilford, e a **Distinção entre algumas formas de pensamento diferentes, Prof. Gaulin discorreu sobre:**

2: **Pensamento produtivo convergente versus pensamento produtivo divergente, dando**
. Descrição dos dois tipos de pensamento (Trabalhos de Bono)
. Ligações possíveis entre os dois tipos de pensamento
. Ligação com a "criatividade"

3. **Implicações pedagógicas.Observou que**
. É perfeitamente normal falar de criatividade no ensino da matemática. Mas que tradicionalmente se negligencia e mesmo se desgasta este tipo de pensamento.
. Falou sobre a utilização de "problemas abertos", mal definidos, etc, e das ocasiões proporcionadas aos alunos para formularem seus próprios problemas.

4. **Exemplos de "problemas abertos"**
Citou vários exemplos de "problemas abertos" que têm sido utilizados com êxito, e que podem servir como idéias inspiradoras para professores interessados.
Entre êles:

A) Construir tabelas de adição (ou Multiplicação), e descobrir simetrias, igualdades em somas (ou produtos) de diagonais, etc.

+	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10

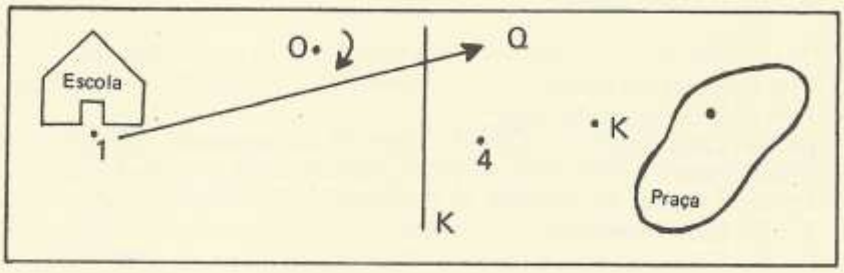
x	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

B) O mesmo para tabelas como, procurando também congruência, etc.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35

C) Trabalhar com as transformações geométricas, na busca do tesouro; obedecendo às ordens dadas no mapa.

Mapa do Tesouro



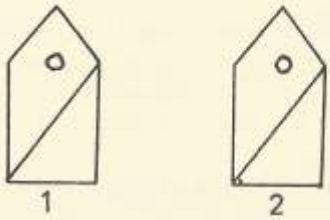
1. translação

2. simetria de eixo k

3. rotação de 45^{o} de OQ em torno de O no sentido indicado pela flecha

4. simetria de centro K

D. Descobrir quais as simetrias necessárias para se passar de 1 para 2



The Packet Calculator Game Book
E. Schlossberg & J. Brockman
W. Morrow & Co. N. York 1975
$ 3.95 (Pocket book)

The Calculating Book
Fun and Games with your
pocket calculator
J.T. Rogers
Rondon House, N.Y. 1975
$ 3.50 (pocket book)

Games Calculators play
W. Judd
Warner Books, N.Y. 1975
$ 1.50 (pocket book)

J.P. Guilford
"Intelligence Creatirity and
their Educational Implications"
R.R. Knopp Publishes
San Diego California 1968

Edward de Bone
Lateral Thinking: A textbook
of creatirity
Ward Lock Educational
London, 1970

A. Beaudot
La Créativité a l'école
Presses Universitaires de France 1969

B1 – UMA ANÁLISE CRÍTICA DO DESENVOLVIMENTO DOS CURRÍCULOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Texto desencadeador dos debates

Seguem algumas das características de vários modelos, propostas como temas de discussão:

1 – **School Mathematics Project – (SMP)**
- dá enfoque de conteúdo didático para dois tipos de alunos diferentes: alunos brilhantes e os normais
- não tem preocupação em formalizar a linguagem
- preconiza o ensino de probabilidade e estatística a partir dos 7 anos
- os temas são abordados e reabordados cada vez mais profundamente
- preocupação primordial: **aplicação de conhecimentos**
- adoção do método indutivo como método natural de aprendizagem

2 – **School Mathematics Study Group – (SMSG)**
- ênfase na experiência cotidiana da criança, com vistas a redescoberta orientada dos conceitos
- seleção do conteúdo coerente com a colocação segundo a qual o conhecimento matemático deve ser instrumento accessível a todos os cidadãos
- adoção de uma metodologia dinâmica na linha de uma matemática viva (vale dizer aberta a novas contribuições)
- reconhecimento da validade de posicionamentos diferentes em conteúdo e em metodologia no que respeita à educação matemática

3 – **Center for Educational Development Overseas – (CEDO)**
- a seleção dos conteúdos, isto é do "que ensinar" é feita em função do "como se aprende"
- a dinâmica de trabalho em sala de aula é a descoberta individual
- a caminhada para a abstração se inicia no plano concreto. Mas não é a experiência perceptual que "empurra" para formas superiores de raciocínio, e sim, a "Ação". Um sistema operatório, portanto, é o alicerce do edifício matemático
- situações "não-matemáticas" podem e devem ser usadas para desenvolver o sentido da matemática

- os conteúdos programáticos não se devem suceder em sequência linear
- os progressos no desenvolvimento da construção dos conceitos matemáticos devem ser testados periodicamente
- não se pode preconizar uma maneira de ensinar matemática, que seja, a "única correta"
- o ambiente real de vida da criança é a fonte das situações de aula.

Relatório sobre as conclusões do grupo

Em termos nacionais, concluiu-se a necessidade de uma proposta de conteúdo programático básico que pudesse servir de orientação ao desenvolvimento dos currículos.

Para isto, é necessário um intercâmbio de experiências dos diversos grupos de pesquisa nos diferentes Estados para um controle e avaliação do que já se vem fazendo no país, pois o grande problema do ensino da Matemática está na metodologia empregada e não na essência dos conteúdos.

Analisando alguns programas do Estado do Rio de Janeiro, de Pernambuco, do Mato Grosso e de São Paulo viu-se que há neles um conteúdo comum. Encontra-se uma grande diversificação no que se refere à geometria. Em alguns programas ela ainda é vista sob um enfoque desvinculado da visão estrutural da matemática e do desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

A formação de professores se faz necessária, quando ele está despreparado para qualquer método.

O professor não pode transmitir conhecimentos nem ativar estruturas que ainda não domine.

Quanto a necessidade da adoção de uma metodologia dinâmica, baseada no desenvolvimento das estruturas, o que, inclusive, dá o caráter de integração das diversas atividades, não se tem a menor dúvida.

O professor está ansioso por uma orientação a fim de escolher uma metodologia funcional, adequada à sua realidade. Ele precisa ser orientado na utilização de mecanismos e instrumentos para estabelecer seus planos de trabalho de acordo com seu meio e aprender a retirar deste as situações motivadoras para a dinamização do processo ensino-aprendizagem.

O ensino não só da Matemática, como de todas as outras disciplinas precisa é de maior número e melhor qualidade de pessoal, pois os planos, programas e projetos curriculares são muitos, há bons, há estrangeiros e nacionais, à espera de pessoas que os coloquem em prática de maneira conveniente.

O grupo de estudos dos Temas B_1 e B_3 foi integrado pelos professores cujos nomes constam na lista aposta ao Tema B_3.

B3 – OBJETIVOS DO ENSINO DA MATEMÁTICA: POR QUE ENSINAMOS MATEMÁTICA

Considerações desencadeadoras dos debates

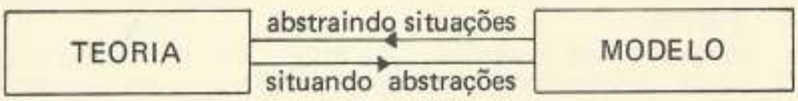
Tem sido consenso nos congressos recentes que a educação matemática deve transmitir ao educando o trinônio conhecimento-habilidade-atitude, com ênfase na formação de atitude. Isto implica, em particular, que prioritário é o desenvolvimento de uma visão crítica no aluno, a qual lhe possibilite, por exemplo, julgar sobre uma solução proposta para uma dada situação é ou não é cientificamente razoável, e por quê. Este objetivo pressupõe uma pedagogia mais ativa, mais dinâmica, voltada mais para o **processo** pelo qual os resultados matemáticos são obtidos, e não apenas para o **produto final**, como no passado. E a experiência docente mostra que o rendimento é uma função crescente da interação entre educador e educando.

Uma proposta de estratégias, em face desses objetivos:

1. COMUNICAÇÃO através da própria atual linguagem matemática, que é despojada, sintética, neutra e rigorosa, sem que isto signifique que se deva sobrecarregá-la de códigos (símbolos).

2. INTEGRAÇÃO do processo de aprendizagem da Matemática com os de outras áreas. Por exemplo, o aluno deve ser solicitado a coligir dados, tabelá-los, representá-los graficamente, analisá-los, calcular com eles e daí inferir conclusões e tomar decisões, em contextos progressivamente sofisticados. Também, a evolução histórica dos conceitos principais não pode ser subestimada.

3. CONSTRUÇÃO de modelos matemáticos, nos dois sentidos inversos: para "abstrair situações" e para "situar abstrações".



O primeiro sentido ocorre ao tirarmos partido de uma situação concreta para introduzir um novo conceito ou uma teoria nova: é a chamada matematização de situações, passo importante para a Matemática Aplicada. No segundo sentido, exibe-se uma situação concreta cujos componentes se relacionem entre si como os conceitos de uma dada axiomática, isto é, tal que situação e axiomática tenham o mesmo grafo: a técnica dos modelos na aprendizagem da Matemática baseia-se nisso.

Os melhores modelos são os interdisciplinares.