OBSERVAÇÕES

i) Para determinarmos um vértice qualquer do CONJUNTO DAS SOLUÇÕES VIÁVEIS (POLITOPO), basta resolvermos o sistema formado pelas equações que determinam esse vértice. A solução do sistema é o ponto procurado. No exemplo 8, Fig. 6.1, as coordenadas do vértice ótimo (75/19,12/19), por exemplo, foram determinadas resolvendo o sistema:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 &= 15 \\ 2x_1 - 3x_2 &= 6 \end{aligned}$$

ii) Deixaremos, como exercício, para o leitor mostrar graficamente que um PPL pode ter uma única solução ótima, ter uma infinidade de soluções ótimas, não ter solução ótima (conjunto viável $= \phi$) e ter MAX. $Q(x) \to \infty$ (ou MIN. $Q(x) \to -\infty$). Nesse caso, portanto, também não tem solução ótima (o conjunto viável é ilimitado).

7. UM EXEMPLO COMPLETO DE APLICAÇÃO A NIVEL DE 2.º GRAU

Um agricultor deseja otimizar as plantações de arroz e feijão nas suas terras. Ele quer saber as áreas que devem ser plantadas de arroz e feijão para que o seu lucro nas plantações seja máximo. O seu lucro por unidade de área plantada de arroz é de 2.000,00, e por unidade de área plantada de feijão é 5.000,00.

Devido à demanda dessas plantações o mercado tem condições de absorver, no máximo, a produção de 3 e 5 unidades de área plantadas, respectivamente, de arroz e feijão.

O agricultor, devido a falta de mão-de-obra especializada, dispõe, no máximo, de 10 homens por hora para trabalhar nas duas plantações. Cada unidade de área plantada de arroz consome 2 homens-hora. Cada unidade de área plantada de feijão consome 1 homem-hora.

Determinar quanto o agricultor deve plantar de arroz e feijão para que o seu lucro seja máximo.

7.1 DETERMINAÇÃO DO MODELO (EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA)

Sejam x_1 o número de unidades de área de arroz e x_2 o número de unidades de área de feijão.

A função que representa o lucro, **Função Objetivo**, pode ser expressa por:

$$\text{MAX. } \mathbf{Q}(x) = 2\,000x_1 + 5\,000x_2$$

A limitação do mercado, devido a demanda, é representada pelas restrições:

$$x_1 \leqq 3 \text{ e } x_2 \leqq 5$$

A restrição da mão-de-obra é representada pela desigualdade:

$$2x_1 + x_2 \leqq 10$$

Como o agricultor não pode plantar um número de unidades de área negativa devemos ter:

$$x_1 \geqslant 0 \text{ e } x_2 \geqslant 0$$

Nosso problema consiste, então, em determinar o ponto $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ (PONTO ÓTIMO) que pertence ao conjunto $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;/\; x_1 \leqq 3 \;,\; x_2 \leqq 5 \;,\; 2x_1 + x_2 \leqq 10,\; x_1 \geqslant 0 \;,\; x_2 \geqslant 0\}$ e fornece o maior valor possível para a função $\mathbf{Q}(x) = 2000x_1 + 5000x_2$.

Isso pode ser indicado, também da seguinte forma:

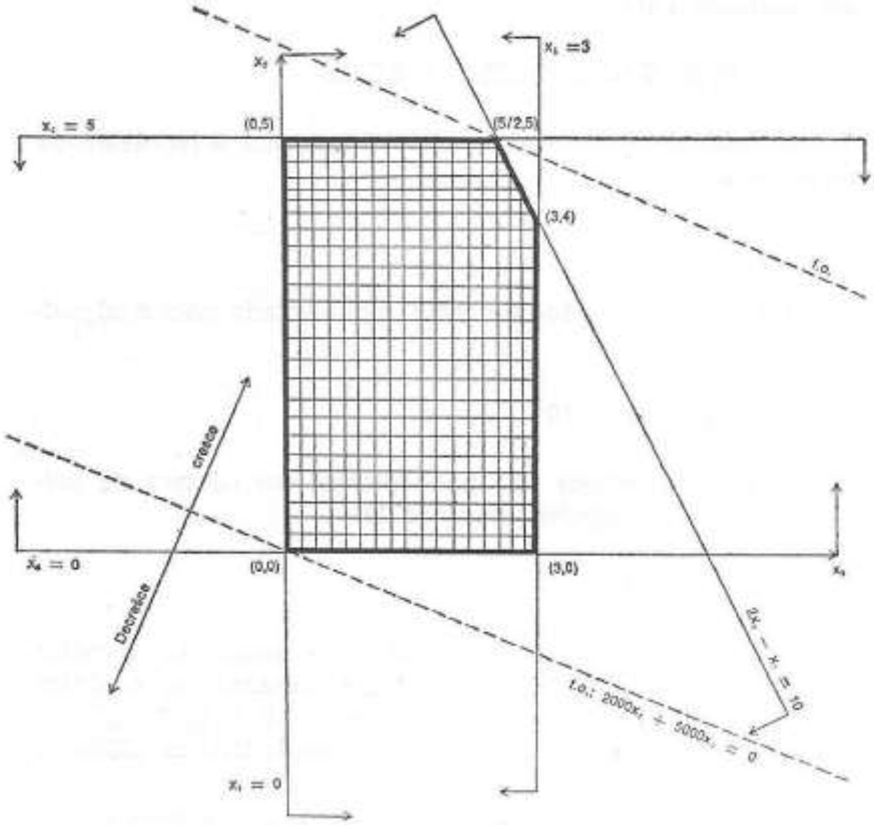
$$\text{MAX. } \mathbf{Q}(x) = 2000x_1 + 5000x_2$$

Sujeito A:

$$\begin{cases} x_1 \leqq 3 \\ x_2 \leqq 5 \\ 2x_1 + x_2 \leqq 10 \\ x_1 \geqslant 0 \\ x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

7.2 SOLUÇÃO GRÁFICA DO MODELO

Marcando a interseção dos 5 semi-planos, que constituem as restrições do problema, e a reta $2000x_1 + 5000x_2 = 0$, por exemplo, que é uma da família da função objetivo, temos:



Deslocando a reta da função objetivo no sentido do crescimento da função, verificamos que o ponto do conjunto viável que dá o maior valor para **Q** $(x) = 2000x_1 + 5000x_2$ é o vértice (5/2,5).

Logo, a solução ótima é $x_1 = 5/2$ e $x_2 = 5$.

Portanto, a política que o agricultor deve seguir é plantar 2,5 unidades de área de arroz e 5 unidades de área de feijão, para obter o lucro máximo, que é MAX. **Q** $(x) = 2000 \cdot \frac{5}{2} + 5000 \cdot 5 = 30.000{,}00$

8. CONCLUSÃO

É bastante comum os alunos nos perguntarem para que serve um determinado tópico da matemática que eles estão estudando. Essa pergunta é feita movida pela curiosidade e por um sentido prático. Apesar de parte da matemática ter sido criada sem a preocupação de aplicabilidade, é importante que saibamos onde e porque pode ser aplicada.

A aula pode ser bastante incentivada se tivermos exemplos práticos que se encaixem na teoria que está sendo vista. Este fato pode tirar do aluno a sensação de inutilidade que às vezes sente ao estudar algumas partes da matemática.

Cremos que é fundamental, e óbvio que o aluno deve ser incentivado a racioccinar o tempo todo, mas é igualmente importante que ele saiba para que serve além de desenvolver o raciocínio, o que está estudando. Com isso o nosso trabalho também será bastante facilitado.

Em todos os conteúdos do 1.º e 2.º graus existem aplicações reais e situações problemas que se adaptam adequadamente. Então, por que não usá-las? Acreditamos ser bastante valioso introduzir uma unidade didática através de uma situação problema.

Se o leitor entendeu que a finalidade principal desse artigo é a de contribuir com algum subsídio que facilite o seu trabalho como Professor, então, nos comunicamos e será essa a nossa recompensa.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Se o leitor desejar se aprofundar na matéria abordada nesse artigo poderá fazê-lo consultando alguns dos seguintes trabalhos:

1. "Introdução a programação linear"; Borstein, Cláudio Thomas e Carmo, Paulo Fábio Bregalda; COPPE/UFRJ (1978);
2. "Programation linéaire"; Simonnard, M.; Dunod (1972);
3. "Pesquisa Operacional"; Ackoff e Sasieni; livros técnicos e científicos S.A. (1976);
4. "Linear Programming and Extensions"; Dantzig, G.B; Princeton univ. Press (1968);
5. "Linear Programming"; Hadley, G.; Addison Wesley (1965);
6. "Tópicos da Pesquisa Operacional"; Serra Costa, J.J.; livros técnicos e científicos S.A. (1973);
7. "Introdução à Programação Linear"; Puccini, Abelardo de Lima; ao livro técnico S.A. (1972).

APROXIMAÇÃO LINEARIDADE E PROBABILIDADE

TRÊS IDÉIAS BÁSICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Transcrição do Jornal do Brasil (Jornal do Professor Jan. 1978)

Maria Laura Mouzinho Leite Lopes

Realmente, o que é fundamental q. ɔ professor introduza no ensino da Matemática? Quais os princípios essenciais que os alunos devem estar imbuídos para poderem **pensar** matematicamente?

Não se pode afirmar que uma descoberta matemática venha modificar, de imediato, a feitura do livro didático, como aconteceria com certos fatos em outras disciplinas.

As descobertas matemáticas não repercutem na opinião pública e, tardiamente, influenciam o ensino. Isto porque a ciência matemática é um lento caminhar em determinadas teorias, onde os resultados se acumulam permitindo a confirmação de certas conjecturas previamente formuladas. Tais conjecturas são criadas pelo homem para satisfação de seu espírito ou para dar resposta a um problema concreto, muitas vezes, de um outro ramo do conhecimento.

Há conceitos com os quais o educando deve familiarizar-se muito cedo, de maneira gradual e dosada segundo suas estruturas mentais, a fim de dominar a **linguagem matemática**, que usará nas mais diferentes atividades, e ter os instrumentos de operacionalidade na vida cotidiana. Os alicerces dessa linguagem são as noções de conjunto e de relação levando os autores de livros didáticos a um exagero no enfoque dessas noções. Isso acarretou uma falsa dicotomia entre o que se passou a chamar "matemática moderna" em oposição à "matemática tradicional". Da rigidez dos longos cálculos sem motivo e sem motivação, mergulhou-se no excesso de supostas teorias axiomáticas e de propriedades formais desligadas de sentido prático, ou ainda mais, numa simbologia e nomeclatura, além de inúteis, precocemente introduzidas.

Cabe aos pesquisadores em Matemática apontar os assuntos **quentes**, aqueles que devem ser tratados na escola, não só com vistas à preparação de futuros cientistas nas várias especialidades, como à formação do indivíduo dentro da realidade na qual viverá.

O que é essencial — Na **IV Conferência Interamericana sobre Educação Matemática,** realizada em Caracas de 1 a 6 de dezembro de 1975, o eminente matemático francês Jean Dieudonné fez uma exposição a respeito do ensino de Matemática nas últimas séries do curso secundário e seu relacionamento com o ensino universitário, da qual destacamos o seguinte trecho:

..."Que deve, então, ser o cerne do ensino das Matemáticas para os estudantes desses dois anos tão importantes para a formação de futuros cientistas? A meu ver, resume-se a três temas fundamentais; a idéia de **Aproximação,** a idéia de **Linearidade** e a de **Probabilidade".**

Concordamos com a escolha dessas idéias que, entretanto, acreditamos devem ser apresentadas aos alunos antes do 2.º grau.

Aproximação — Sempre que num problema experimental queremos fazer uma análise quantitativa, somos levados a um cálculo numérico cujo resultado é expresso com uma "certa aproximação". Seria então conveniente preparar o estudante para avaliar os seus resultados com um maior ou menor erro por acréscimo ou por falta desde a escola primária, mediante situações lúdicas.

Os livros didáticos facilitariam a missão do professor se propusessem situações-problema onde fossem manejadas **desigualdades,** cujo objetivo seria **majorar, minorar** ou **aproximar.** Infelizmente, o desiderato é sempre a **igualdade,** o que ocorre com freqüência pequena na vida prática.

Linearidade — Os conceitos lineares deviam ser introduzidos cedo, uma vez que estão presentes na teoria dos números e na Geometria ensinadas na escola de 1.º grau. Entretanto, a importância da idéia de **linearidade,** reconhecida há mais de um século pelos matemáticos, permanece ignorada quase sempre pelos professores, que só enxergam nesse domínio a enfadonha resolução de sistemas lineares. Suas aplicações são múltiplas; é suficiente lembrar a **programação linear,** desenvolvida nos anos 40, por Von Neumanne Dantzig, pela sua grande utilidade em Economia. Constitui-se num dos assuntos da Pesquisa Operacional que devido ao uso do computador teve uma expansão surpreendente, ultimamente.

Probabilidade — É do consenso geral que a idéia de probabilidade é imprescindível em todas as ciências modernas mas é também opinião generalizada (mesmo entre professores de Matemática) que probabilidade só pode ser estudada na Universidade devido à sua complexidade. As dificuldades surgem como resultado de uma escolha não apropriada de situações a explorar. Se em vez de uma simples aquisição de conteúdo, visa-se a exercitar e a desenvolver esquemas de pensamento, dando-se organicidade às experiências já vivenciadas, então com situações adequadas e no momento oportuno, a probabilidade torna-se acessível a crianças a partir de 6 e 7 anos.

Devemos imbuir no estudante a idéia de que a **certeza** é apenas um caso particular dos **eventos possíveis.**

QUEIXAS DE ONTEM

Achamos oportuno publicar, à guisa de consolo ou alerta, uma tradução da carta que Evariste Galois* dirigiu ao redator da "Gazette des Ecoles", em 2.1.1831, em decorrência de desentendimentos sérios que tivera durante a sua permanência na "Ecole Normale".

Esta carta foi atualmente transcrita no "Bulletin de L'Association des Professeurs de Mathematiques" (de L'Enseignement Public), em dezembro de 1977, Paris, França.

Sobre o Ensino das Ciências,
Professores, Compendios, Examinadores

Senhor Redator:

Muito agradeceria a sua acolhida às seguintes ponderações referentes ao ensino da Matemática nos colégios de Paris.

Pouco importa às Ciências a maneira de pensar de cada um; os postos não devem ser uma recompensa de opiniões políticas ou religiosas.

Eu, particularmente, procuro saber se um professor é bom ou ruim, pouco me interessando as suas idéias sobre assuntos alheios a seus estudos científicos. Foi com mágoa e indignação que se viu, durante o governo da restauração, transformaram-se os empregos em objeto de conquista dos que partilhavam das idéias monárquicas e religiosas. Esse estado de coisas não mudou; a mediocridade continua sendo privilegiada, mesmo tendo demonstrado sua repugnância pela nova ordem das coisas. Entretanto, as opiniões não deveriam ser levadas em consideração quando se trata de avaliar o mérito científico das pessoas.

Comecemos pelos colégios, onde os alunos de Matemática, na sua maioria, se destinam à Escola Politécnica. O que se faz para prepará-los para esse fim?

Procura-se fazê-los compreender o verdadeiro espírito da ciência pela exposição dos métodos mais simples?

Faz-se de tal maneira que seu raciocínio se torne uma segunda memória?

Não haverá, ao contrário, alguma semelhança entre a maneira pela qual aprendem Matemática, e a maneira por que aprendem as lições de Francês e Latim?

Antigamente os alunos aprendiam com um único professor tudo aquilo de que precisavam; hoje em dia há necessidade de se suplementar com mais um ou dois repetidores para se preparar um candidato à Escola Politécnica.

Até quando serão os pobres jovens obrigados a escutar e repetir durante o dia inteiro?

Quando lhes será dado tempo para meditar sobre esse amontoado de informações, para coordenar essa quantidade de teoremas sem concatenação, de cálculos sem conexão?

Não seria mais vantajoso exigir-se dos alunos métodos, cálculos, formas de raciocínio, que fossem ao mesmo tempo, os mais simples e os mais fecundos?

Mas não; ensinam-se minuciosamente teorias truncadas e cheias de reflexões inúteis, enquanto se omitem as proposições mais simples e brilhantes da Álgebra; em vez disso, demonstram-se, à custa de muitos cálculos e raciocínios sempre longos, às vezes falsos, corolários cuja demonstração se faz por si mesma.

De onde vem o mal? Certamente não é dos professores dos colégios. Todos eles demonstram um zelo bem louvável; são eles os primeiros a sofrer por se ter feito do ensino da Matemática um verdadeiro comércio. A causa do mal deve ser procurada entre as editoras dos senhores examinadores. Essas editoras querem livros volumosos: quanto mais coisas contiverem os livros dos examinadores, mais certas estarão elas de vendas lucrativas; aí está porque vemos aparecer todos os anos essas volumosas compilações, onde os trabalhos desfigurados dos grandes mestres aparecem ao lado de ensaios de nível escolar.

Por outro lado, porque os examinadores só formulam questões enroladas? Parece que temem ser compreendidos pelos examinandos; de onde vem esse infeliz hábito de complicar artificialmente as questões? Julga-se por acaso ser a Ciência fácil demais? A que leva isso?

A que o aluno se preocupe menos com se instruir do que com o passar no exame. Sendo necessário uma repetição de cada teoria para cada um dos quatro examinadores, torna-se preciso aprender o método preferido de cada um deles e saber, antecipadamente, para cada questão e cada examinador, quais devem ser suas respostas, e mesmo sua atitude. Chega-se a conclusão de que se funda assim uma ciência nova, que cresce dia a dia, e que consiste no conhecimento das idiosincrasias e das preferências científicas, das manias e do humor dos senhores examinadores.

A conquista da vitória em um tal exame lhe traz muita felicidade? Foi, enfim, designado como um dos duzentos geômetras a quem se prestam homenagens em Paris?

Acredita ter alcançado os seus fins? Engana-se:

É o que pretendo lhe mostrar em minha próxima carta.

*

* Evariste Galois (1811-1832). Dados extraídos da Encyclopaedia Britannica — 1962 (U.S.A.). Vol. 9, p. 989

Matemático francês, famoso por sua contribuição a Álgebra.

Apesar de sua genial aptidão para Matemática, Galois, que se revelou um estudante difícil, foi reprovado duas vezes no exame para a Escola Politécnica. Entrou em 1830 para a Escola Normal, e foi dela expulso em 1831, por sérias desavenças com o seu Diretor, das quais advem a carta acima transcrita.

Durante seus 20 anos de vida, Galois publicou poucos trabalhos. O conhecimento que temos de suas conquistas matemáticas provem de manuscritos postuamente publicados e, principalmente, da carta que escreveu ao amigo, Augusto Chevalier, na véspera do duelo que lhe foi fatal — a que foi possivelmente levado por um agente provocador da polícia.

Nessa carta ao amigo, publicada na Revue Encyclopedique, em setembro de 1832, Galois descreve o contexto de três tratados matemáticos:

Um sobre integrais elíticas e integrais de funções algébricas, e os outros dois sobre teoria das equações, onde introduz os conceitos de grupo e de corpo, e expressa a condição geral de solubilidade das equações por meio de radicais.

Bibliografia:

E. Picard: Oeuvres Mathematiques d'Evariste Galois (1897 — nova edição: 1951)

J. Tannery: Manuscrites d'Evariste Galois (1908)

L. Infeld: Whom the Gods Love (1948)

NOTICIAS

A Fundação Centro de Desenvolvimento de Recursos Humanos da Educação, e Cultura — CDRH — da Secretaria de Estado de Educação e Cultura do Rio de Janeiro organizou REUNIÕES TÉCNICAS DE MATEMÁTICA com as seguintes especificações.

Período de realização: 14 a 17 de fevereiro de 1978
Local: Colégio de Aplicação Fernando Rodrigues da Silva
Carga horária: 16 horas/aula

Objetivos:

Geral: Proporcionar aos professores do Colégio de Aplicação Fernando Rodrigues da Silva, atualização metodológica no ensino da Matemática, visando a um efetivo processo ensino/aprendizagem.

Específicos:

Capacitar o professor cursista a:

- Identificar, a partir de uma exposição oral do professor, as características de um Módulo Instrucional em Matemática.
- Analisar, individualmente, vários exemplos de Módulos, a fim de familiarizar-se com a técnica.
- Confeccionar, em grupo, um Módulo sobre um tópico do Programa de Matemática.

Clientela: Professores de Matemática do Colégio de Aplicação Fernando Rodrigues da Silva.

Docente: Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes.

Conteúdo Programático:

- Introdução à Técnica do Ensino por Módulos.
- Exame de Módulos com conteúdo matemático.
- Planejamento e produção de um Módulo.

Estratégias: Aproximadamente 1/3 da carga horária do curso será destinada à fundamentação teórica. O restante do projeto desenvolver-se-á com a participação ativa dos cursistas:

- Na elaboração de um Módulo;
- Na análise crítica de alguns Módulos que serão distribuídos em classe.

Avaliação do cursista: Será feita através de:

- controle de freqüência
- auto-avaliação
- hetero-avaliação: apresentação da tarefa específica.

Bibliografia:

1. Boletim n.º 2 do GEPEM...
2. "Los modulos en la enseñanza y el aprendizage de la Matemática en la escuela secundária". Unesco, Montevideu 1977.
3. Zélia D. Mediano "Módulos Instrucionais para medidas e avaliação em Educação" Rio, 1976.
4. Maria Helena Braga Resende Silva, "Uma nova estratégia Didática", Rio 1976.
5. Vera Joullié, e Wanda Mafra "Didática de Ciências através de Módulos instrucionais, Petrópolis, 1977.

No Boletim n.º 2 — abril 1977 — já publicamos uma experiência de ensino por Módulos, realizada com adultos de nível universitário do curso Tetrama da Petrobrás.

Queremos, agora, mostrar aos nossos colegas que a elaboração de Módulos é tarefa accessível aos professores do 2.º segmento do 1.º grau e aos do 2.º grau. Ainda não temos uma avaliação da sua aplicabilidade mas acreditamos ser de grande utilidade, sobretudo, quando se pretende fazer um ensino mais individualizado.

A publicação dos Módulos elaborados pelos três grupos de professores/cursistas das **Reuniões Técnicas de Matemática**, que agora começamos, transcrevendo um deles, tem por finalidade incentivar os colegas a tomar conhecimento e desejar aplicar essa nova estratégia de ensino/aprendizagem.

As professoras Maria Helena Carvalho, Cecy Branca de Andrade Maciel e Maria Amélia Correia Cherém, autoras do Módulo 2, **Z** (Conjunto dos números inteiros relativos), partiram da premissa de que os alunos já tivessem trabalhado e sido aprovados no pós-teste do Módulo 1 — Conjuntos.

Nota: Foi usada a denominação "números inteiros relativos" para atender ao livro-texto adotado no Colégio de Aplicação.

MÓDULO 2 — Z
(CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS*)

I — Introdução

Você sabe que adicionando dois números naturais, o resultado será sempre um número natural (propriedade do fechamento da Adição em IN)

Exemplo:

$$3 + 7 = 10$$
$$3 \in \mathrm{IN}$$
$$7 \in \mathrm{IN}$$
$$10 \in \mathrm{IN}$$

Na subtração, isto sempre acontece? Qual seria a diferença entre 3 e 7. Seria um número natural?

$$3 - 7 = ?$$
$$3 \in \mathrm{IN}$$
$$7 \in \mathrm{IN}$$
$$(3 - 7) \notin \mathrm{IN}$$

Esta situação ocorre no dia a dia e nos obriga a ampliar nosso campo numérico, com a criação de um novo conjunto, Conjunto dos Inteiros ou Conjunto dos Inteiros Relativos, que será representado por **Z**.

Vários são os exemplos:

1.º A tabela final num campeonato de futebol é:

	gols a favor	gols contra	saldo
Fluminense	8	5	+ 3
Vasco	6	6	0
Botafogo	4	6	— 2
Flamengo	3	10	— 7

Como vemos o Fluminense marcou mais gols do que sofreu, ficando com saldo positivo de gols.

O Vasco marcou e sofreu o mesmo número de gols, ficando com saldo nulo.

O Botafogo e o Flamengo sofreram mais gols do que marcaram, ficando com saldo negativo de gols.

2.º Se dissermos que um acontecimento se verificou no ano 500, ficamos na dúvida se ocorreu antes ou depois do nascimento de Cristo.

3.º Se dizemos que em determinado lugar faz 8ºC, a temperatura não fica bem especificada, será necessário dizer acima ou abaixo de Zero.

Verificamos a existência de grandezas que variam em dois sentidos. Esses sentidos opostos são representados por números inteiros relativos.

Em nossos exemplos, teríamos:

2.º) 500 anos antes de Cristo .... — 500
500 anos após Cristo .... + 500

3.º) 8ºC acima de zero .... + 8º
8ºC abaixo de zero .... — 8º

Histórico: "As primeiras noções de números relativos surgiram com Diofanto, que viveu em Alexandria por volta do ano 270 depois de Cristo. Ele chamava **absurdo** todo problema que recaia em número negativo.

Na Índia, no século VII, os matemáticos trabalhavam com os números relativos dando aos números negativos a idéia de dívida. Na verdade, os números negativos só foram totalmente aceitos, pelos matemáticos, no século XVII, quando passaram a ser usado pelos matemáticos René Descartes e Isaac Newton." (Cad. MEC — Álgebra)

II Pré-Requisitos

1) Identificar diferentes tipos de conjuntos.

2) Representar conjuntos por extensão, por compreensão e por gráfico.

3) Usar corretamente nas sentenças matemáticas os símbolos de pertinência.

4) Identificar conjuntos iguais.

5) Formar sub-conjuntos de um conjunto dado.

6) Usar corretamente os símbolos de inclusão.

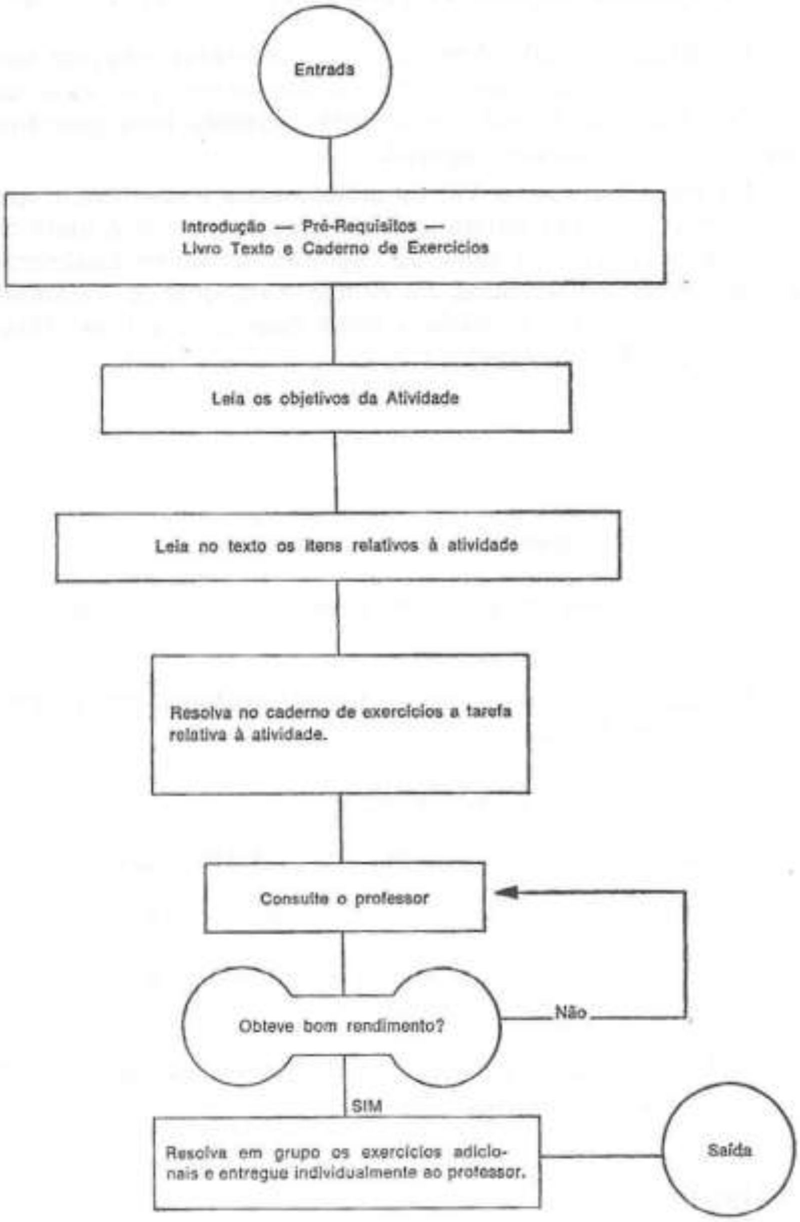
7) Formar e representar o produto cartesiano por extensão, e graficamente no plano cartesiano.

8) Executar operações e identificar propriedades com os elementos do conjunto IN.

Bibliografia

III) Livro-Texto e Caderno de Exercícios: Matemática 6 — Wilson Lisboa Marques; Léo de Abreu; Hélio Barros de Aguiar.

IV — Fluxograma



Observação: O Pré-Teste do Módulo 2 foi o Pós-Teste do Módulo 1 — Conjuntos, unidade anterior.

MÓDULO 2 — INDIVIDUAL
Pós-Teste

1) Complete, representando os conjuntos por extensão:

a
- Fa) $\mathbf{Z} = \{$
- Fb) $\mathbf{Z}_+ = \{$

b
- Fc) $\{ x \in \mathbf{Z} \mid x \geqslant -2 \} = \{$
- Dd) $\{ x \in \mathbf{Z} \mid -3 < x < +1 \} = \{$
- De) $\{ x \in \mathbf{Z} \mid -1 < x \leqslant +4 \}$
- Mf) $\mathbf{Z}_+^* \cap \mathbf{Z}_-^* =$
- Mg) Dados dois números negativos, o maior é o que tem ....

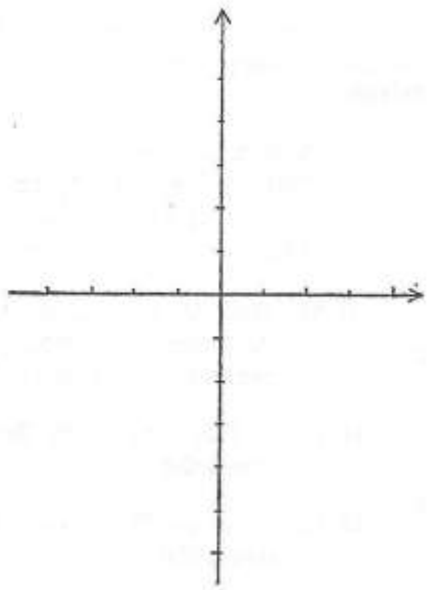
c {D 2) Sendo **a** e **b** dois números inteiros relativos, tais que: $a + (-5) = b + (-5)$, pode-se concluir que $a = b$? Por quê?

3) Identifique as propriedades estruturais:

c
- Fa) $(+5) + (-5) = 0$
- Fb) $(-3) \times [(+2) + (-5)] = (-3) \times (+2) + (-3) \times (-5)$
- Fc) $(+2) + (-5) = (-5) + (+2)$

4) Marque os pontos associados aos pares ordenados no Plano Cartesiano:

b
- Ma) M $(-3, +2)$
- Mb) S $(+1, +3)$
- Mc) R $(0, -2)$
- Md) T $(-4, -3)$
- Me) N $(+3, 0)$



5) Calcule:

a
- Fa) $(+8) + (-5) =$
- Fb) $(-3) - (-4) =$
- Fc) $(-2) \times (-3) =$
- Fd) $(-18) \div (+2) =$
- Fe) $(-2)^3 =$
- Ff) $-\sqrt{+36} =$

b
- M 6) Qual o maior, $+7$ ou -10?
- D 7) O oposto do resultado da expressão $(-2+3-5) . 8$ é

c
- D 8) Calcule por quanto devemos dividir $(-2)^3$ para obtermos $+4$.

9) Efetue:

b
- Ma) $(-3+4\times 2) - (-5+6:3) =$
- Mb) $(-3-5+2) \times (-7+1-2) \div (-2) =$
- Mc) $(-3^2) + (-5)^0 =$
- Md) $\sqrt{64} - (-2+5) =$
- De) $[2-3\times(-5)] \times [(-2-5)-(-4)] =$
- Mf) $[(-2)^3 \div \sqrt{4}] \div [(-3)^2 - 5\times 2)] =$

10) Substitua a letra em cada uma das igualdades abaixo, por um número inteiro relativo, de maneira a torná-las verdadeiras:

c
- Ma) $a+5 = -8$
- Db) $(3+b) . (-2) = -16$
- Mc) $3 . (-2) . c = 36$
- Md) $-2-(-7)-d = 0$

c
- D 11) Seja M_5 o conjunto dos múltiplos de 5 e M_{-5} o conjunto dos múltiplos de -5. O que se pode dizer a respeito de M_5 e M_{-5}?

b
- M 12) $-7+5 = -2$. **Represente na reta numérica a operação.**
- M 13) $5+(-7) = -2$ **Represente na reta número a operação.**

c
M 14) Uma senhora perdeu 4kg durante sua primeira se-semana de dieta, na segunda semana perdeu mais 2 kg; na terceira aumentou 3 kg e na quarta perdeu 2 kg. Qual foi o resultado da dieta no fim das quatro semanas?

D 5) O grande matemático grego, Thales, nasceu no ano 640 a.C. e morreu com 93 anos de idade. Em que ano morreu?

Avaliação das questões:

Grau de Dificuldades

Fáceis	—	12	—	F
Médias	—	18	—	M
Difíceis	—	10	—	D

Níveis no Domínio Cognitivo

a	—	conhecimento	—	11
b	—	compreensão	—	20
c	—	aplicação	—	9

C.A.P. da U.E.R.J.

Grupo

— Maria Helena de Carvalho
— Cecy Branca de Andrade Maciel
— Maria Amelia Correia Cherém

RESENHA BIBLIOGRÁFICA

GEOMETRIA EXPERIMENTAL
FUNÇÕES
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

do Projeto Novos Materiais para o Ensino da Matemática
Projeto MEC — PREMEM — IMECC — UNICAMP
Campinas, S. Paulo. 1977

Numa feliz iniciativa, uma equipe de professores apresenta, em sua versão definitiva, o resultado de um trabalho meticuloso de pesquisa educacional, a que vem se dedicando desde 1974, e que representa uma contribuição real à educação matemática, a nível de 1.º grau.

Os textos podem ser adotados para se inserirem em cursos já estruturados, ou podem meramente servir de fontes inspiradoras de novas idéias para atividades e enfoques educacionais.

Sua principal característica é fazer preceder cada conceito, a ser adquirido, por atividades individuais propostas aos alunos.

Assim, nos volumes de Geometria Experimental, vão aparecendo conceitos naturalmente, através de atividades de manipulação, com água, areia, recortes, recobrimentos, classificações, medições, aproximações, construções, etc, sugeridas ao longo do curso.

Surgem daí, com total naturalidade, noções como de área, volume, densidade, aproximações de π etc...

Não são fornecidas fórmulas; são encaminhadas conclusões.

Um exemplo, já clássico, colhido no texto de Funções é bastante esclarecedor do enfoque adotado pelos autores, partindo de situações bem simples.

Trata-se de uma das atividades visando a formação do conceito de função. Leva o aluno a relacionar a variação do comprimento de uma mola à do peso que nela se pendure.

Material sugerido: uma tira de papel graduado colada a uma tabua; um gancho na tabua, onde se possa pendurar uma mola; a mola, escolhida flexível, com um gancho na extremidade livre, onde se possam pendurar os pesos; três pesos diferentes.

Atividade solicitada:

1 — Assinale na tábua a posição da extremidade inferior da mola.
2 — Coloque um peso no gancho. Marque a nova posição da extremidade inferior da mola.
3 — Meça a variação do comprimento da mola.
4 — Repita a experiência usando outros pesos.
5 — Preencha o quadro da Fig. 1.
6 — É possível estabelecer uma relação entre a variação do comprimento da mola e o peso que a provocou? Explique.

Fig. 1

PESO	VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO DA MOLA

Outras situações sugeridas procuram mostrar aplicações bem atuais da Álgebra nos diferentes campos de atividade, como a da programação linear em problemas de otimização, condicionados por inequações lineares (texto de Equações e Inequações Lineares).

Da orientação adotada nos textos, advem um processo que estimula a criatividade, a compreensão e a auto-confiança.

Evita-se assim o condicionamento à passividade, dependência e desinteresse, que o processo inverso — de fornecer conceitos e procurar depois suas aplicações — provavelmente provocaria.

Palavras dos autores especificam e justificam seus objetivos:

"Estimular a criatividade e iniciativa dos estudantes, em lugar de **boicotá-las** como geralmente acontece nas salas de aula (...) Uma adequada colocação de situações matemáticas pode levar o estudante à criação de soluções originais próprias cuja elaboração envolve criatividade e pensamento lógico.

"O intelecto deste estudante tende sempre a ganho, ainda que as soluções elaboradas não sejam corretas. Um erro deve ser visto apenas como um ponto de partida para busca de novos caminhos e o aprendizado nascido do erro é, muitas vezes, superior ao provindo do acerto.

"A Matemática tal como é apresentada tradicionalmente, entretanto, tende a configurar, na mente do aluno, a idéia de que tal ciência se resume numa seqüência de regras destinadas à codificação e resolução de problemas, desvinculada da realidade. O real significado dos fatos matemáticos escapa à esmagadora maioria dos nossos estudantes.

"Este texto constitui uma tentativa de mudança nesse estado de coisas, uma tentativa de levar o aluno à compreensão de um conceito matemático bem como de sua utilidade como instrumento de trabalho da Matemática e das ciências que dela se utilizam. (...) O desenvolvimento lógico-matemático decorrente da participação ativa do indivíduo proporciona uma mudança de atitude global frente a problemas de diversas naturezas.

(...) "A obra de vários psicólogos, como Piaget, Bruner e outros, causou um forte impacto na educação durante os últimos anos. Como conseqüência, tem-se insistido muito na importância da atividade e desempenho pessoal dos alunos na aprendizagem; tanto para a formação de conceitos e fixação dos mesmos, como para facilitar a transferência de uma situação a outra.

"Existe atualmente uma forte tendência a dar maior importância à aprendizagem (entendida como aquisição de conhecimento, num sentido ativo) que ao ensino (entendido como transmissão de conhecimentos, num sentido passivo)."

As pessoas interessadas em adquirir os textos podem solicitá-los à UNICAMP — Caixa Postal 1170 — 13.100 Campinas, São Paulo, ou ao Centro de Estudos de Ciências da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro (CECI), Avenida 28 de Setembro 109 - Fundos - Vila Isabel - Rio.