

BOLETIM

7 abril/79

GPEM

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

GPEM

E R R A T A

=====

- Na página 3, onde lê-se professores, leia-se predecessores.
- Na página 23, onde lê-se independência, leia-se dependência.
- Na página 25, onde lê-se vez, leia-se ver.
- Na página 27, onde lê-se impotante, leia-se importante.
- Na página 29, acrescente-se A PROPÓSITO: e onde lê-se "bon conselho deve ser generalizado", leia-se "bons conselhos devem ser generalizados"
- Na página 33, antes do 1º parágrafo, acrescente-se: APRESENTAÇÃO DO TRABALHO FEITA PELOS AUTORES.
- Na página 35, antes do 3º parágrafo, acrescente-se: SINOPSE.

**GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA — (GEPEM)**

DIRETORIA

Presidente: Maria Laura Mouzinho Leite Lopes
Vice-Presidente: José Carlos de Mello e Souza
Diretor Cultural: Anna Averbuch
Secretário Geral: Franca Cohen Gottlieb
Secretário: Celena Maria Ferreira Cesar
Primeiro Tesoureiro: Wilson Belmonte dos Santos
Segundo Tesoureiro: Maria Helena Carvalho

ASSESSORES

ESTUDOS E PESQUISAS:

Maria da Conceição Gomes
Maria José Montes

TÉCNICO-PEDAGÓGICO:

Estela Kaufman Fainguelernt
Amelia Maria N. Pessoa de Queiroz

PUBLICAÇÕES:

Moema L. Mariani de Sá Carvalho
Vera Maria Rodrigues

INTERCÂMBIO INTERNACIONAL:

Franca Cohen Gottlieb

ÍNDICE

1 — Apresentação	1
2 — Homenagem a Albert Einstein no centenário do seu nascimento	3
3 — A Matemática no Egito — Prof. José Eduardo Martins	11
4 — Observações sobre o Desenvolvimento do Cubo I.R.E.M. — Montpellier	15
5 — A Propósito das Calculadoras em Educação Matemática .	23
6 — Uma Estratégia Integradora de Atividades Inter-disciplinares — Prof. Sergio Lorenzato	30
7 — Notícias	31
8 — Resenha Bibliográfica	33

APRESENTAÇÃO

Abrimos esse número com uma palestra de Albert Einstein sobre Educação, e com o capítulo "A Física e as Leis da Geometria", traduzidos, respectivamente, dos seus livros: "OUT OF MY LATER YEARS" e "La Théorie de la Relativité Restreinte et Généralisée (mise à la portée de tout le monde)" — Ed. Gauthiers — Villars — Paris — 1921.

A seguir publicamos:

- "A Matemática no Egito", artigo do Prof. José Eduardo Martins do Colégio Pio XII de Campinas (S.P.);
- "Observações sobre o desenvolvimento do Cubo", tradução do relato sobre uma experiência em Educação Matemática. Essa experiência foi realizada na França, pelo I.R.E.M. de Montpellier, nas séries que correspondem às nossas de 5.^a à 8.^a do 1.^o grau, e foi relatada pelo grupo que a realizou. Em palestras informais, os professores Roumieu e Brousseau enriqueceram essa exposição com comentários esclarecedores.
- "A Propósito das Calculadoras em Educação Matemática", sobre algumas idéias e comunicações na 5.^a C.I.A.M., realizada em Campinas (S.P.), em fevereiro de 1979.
- "Uma Estratégia Integradora de Atividades Inter-disciplinares", transcrita da comunicação apresentada na 5.^a C.I.A.M. pelo Professor Sergio Lorenzato (Faculdade de Educação — Unicamp), registrado no primeiro documentário da referida Conferência.

Na seção de Notícias, reproduzimos as palavras encorajadoras, pela fé e esperança que traduzem, dirigidas pela Prof.^a Estela Fainguelernt a seus afilhados, os licenciados em Matemática de 1978, por ocasião de sua colação de grau na U.S.U.

Na seção Resenha de Livros, transcrevemos a Apresentação e a sinopse feita pelos autores da coleção "Guias de Estudo", para professores do 1.^o grau (5.^a à 8.^a série) editada pela Secretaria de Educação do Município do Rio de Janeiro, em convênio com o GEPEM.

Agradecemos aos colegas as sugestões e colaborações.

HOMENAGEM A ALBERT EINSTEIN NO CENTENÁRIO DO SEU NASCIMENTO

Albert Einstein não pertencia ao grupo de cientistas que se isolam em uma torre de marfim. Suas atitudes sociais, políticas ou filosóficas, revelam sua mente profundamente humana, merecedora de toda nossa admiração e respeito.

Ao ensejo do centenário do seu nascimento, nada melhor do que os seus próprios pensamentos reenfatizados, para exemplo, satisfação e orgulho da espécie humana que, só com esses sentimentos, poderá homenageá-lo à altura:

- Palestra sobre Educação, pronunciada em 1935, traduzida do livro "Out of my Later Years" como ilustração de suas várias intervenções no que diz respeito à causa da humanidade.
- "A Física e as Leis da Geometria" tradução do Capítulo I do Livro "La Théorie de la Relativité Restreinte et Généralisée (mise à la portée de tout le monde)" — Paris 1921 que interessa de perto aos professores de Matemática, ao revelar a sua visão crítica da Geometria na descrição do Universo.

1 — PALESTRA SOBRE EDUCAÇÃO

Um dia de comemoração em uma comunidade é, em geral, dedicado à recordação, especialmente, à memória dos personagens que tenham se distinguido no desenvolvimento da sua vida cultural.

Essa afetuosa atenção a nossos professores não deve ser negligenciada, particularmente porque a memória dos fatos significativos do passado estimula os bem-intencionados, e os encoraja em seus esforços. Isso porém deveria ser feito por alguém que, desde a sua juventude, tenha estado ligado à região e esteja familiarizado com o seu passado; não por quem, como um cigano, tenha errado pelo mundo, e adquirido suas experiências em toda sorte de países.

Assim, nada me resta senão falar sobre questões que sempre foram relacionadas com assuntos educacionais e que assim continuaram, independente de espaço e tempo.

Não posso me declarar uma autoridade no assunto, especialmente porque, em todos os tempos, homens inteligentes e bem-intencionados têm lidado com problemas educacionais, tendo expressado, com toda clareza, seus pontos de vista sobre esses assuntos.

De que fonte poderia eu, então, como um leigo no reinado da pedagogia, adquirir coragem para expor opiniões, sem fundamentos que não sejam os da experiência e convicções pessoais? Se se tratasse de um assunto realmente científico, provavelmente eu seria tentado a me calar, diante de tais considerações. No entanto, no que concerne às atividades humanas, o conhecimento apenas da verdade não basta; ao contrário, esse conhecimento precisa ser continuamente renovado por esforços incessantes, para que não se perca. Assemelha-se a uma estátua de mármore no deserto, que esteja permanentemente ameaçada de ser soterrada pela areia; mãos ativas devem estar sempre trabalhando para que o mármore continue eternamente a brilhar ao sol. Junto a essas mãos as minhas estarão sempre.

A escola tem sido o meio mais importante de transferir a riqueza da tradição, de uma geração para a seguinte. Isso se verifica hoje em dia, cada vez mais do que antigamente, porque a família tem se enfraquecido como suporte de tradição e educação, pelas condições novas da vida econômica. A continuidade e a saúde da sociedade humana tornam-se portanto cada vez mais dependentes da escola.

Às vezes a vemos, simplesmente como o instrumento para transferir uma certa quantidade ótima de conhecimentos à geração em crescimento. No entanto, essa é uma visão errônea. Conhecimento é algo morto, sem vida, e a escola serve aos vivos. Deve desenvolver nos jovens aquelas qualidades e capacidades que sejam de valor para o bem-estar da comunidade. Não querendo dizer, com isso, que a individualidade deva ser destruída e o indivíduo transformado em mero instrumento da coletividade, como uma abelha, ou uma formiga. Porque a sociedade com indivíduos padronizados, sem personalidade original e objetivos pessoais, seria uma pobre comunidade, sem possibilidades de desenvolvimento. Ao contrário, o objetivo da escola deve ser treinar para a independência de ação e de pensamento os indivíduos que tenham, como sua mais alta aspiração, o serviço à comunidade.

Ao que me parece, o sistema educacional inglês é o que mais se aproxima da realização desse ideal.

Mas como se poderá atingi-lo? Pregando moral? Certamente não. Palavras são e permanecem um som vazio, e ideais que não vão além das palavras sempre acompanharam a estrada da perdição. Personalidades não se formam pelo que é ouvido ou dito, mas pelo próprio trabalho e suas atividades.

Nesse sentido, o método mais eficiente de educação sempre foi aquele em que o aluno é conduzido à ação. Isso se aplica tanto às primeiras tentativas de escrever, entre as crianças do primário, como às teses de doutoramento na Universidade, ou à mera memorização de um poema, a uma redação, à interpretação e tradução de um texto, à resolução de um problema matemático ou à prática de esportes.

Por detrás de cada conquista existe a motivação básica, que é o seu fundamento e que, por sua vez, é reforçado e realimentado pela execução do empreendimento.

Residem aí as maiores divergências no que há de mais importante entre os valores educacionais da escola: a mesma tarefa pode dever a sua origem ao medo e coerção, à ambição de comando e desejo de se distinguir, ou a um interesse envolvente no seu objetivo, no desejo de alcançar a verdade e a compreensão, que traduz essa divina curiosidade que toda criança possui, e que, no entanto, é tão freqüentemente abafada bem cedo.

As influências educacionais que são exercidas sobre o aluno, através de um mesmo trabalho, podem variar amplamente, na dependência do que está no fundo da sua proposta: se medo de punição, paixão egoística, ou desejo de prazer ou satisfação pessoal.

Ninguém poderá sustentar que a direção de uma escola e a atitude dos professores não tenham influência sobre a formação das bases psicológicas dos seus alunos.

Para mim, o que me parece pior numa escola, é que ela trabalhe principalmente na base do medo, da força, do autoritarismo. Tal tratamento, destrói os sentimentos autênticos, a sinceridade e a autoconfiança do aluno. Produz um indivíduo submisso. Não é surpresa que tais escolas sejam a regra na Alemanha e na Rússia. Eu sei que neste país as escolas estão livres desse mal; assim também o é na Suíça e provavelmente em todos os países com governos democráticos.

É relativamente simples manter a escola livre desse mal pior de todos. Deixe-se ao professor o menor número possível de medidas coercitivas, de modo que os únicos motivos de respeito dos alunos pelo seu mestre sejam as qualidades intelectuais do mesmo.

O segundo motivo mencionado, a ambição, ou, em termos mais amenos, a ânsia de reconhecimento e consideração, está firmemente arraigado à natureza humana. A cooperação humana seria inteiramente impossível, na ausência de estímulos mentais

dessa natureza; o desejo de aprovação de seus semelhantes é certamente um dos poderes mais importantes de coesão da sociedade. Nesse complexo de sentimentos, convivem bem vizinhas forças construtivas e destrutivas. O desejo de aprovação e reconhecimento é uma saudável aspiração; mas o desejo de ser considerado como o melhor, o mais forte, o mais inteligente, conduz facilmente a uma acomodação psicológica excessivamente egoísta, que pode se tornar prejudicial ao indivíduo e à comunidade. Portanto, a escola e o professor devem se resguardar do emprego do método fácil de despertar a ambição individual para conseguir que os alunos se apliquem na execução de um trabalho.

A teoria de Darwin da luta pela existência e a seletividade, trazida a esse terreno, tem sido citada por muitos, como uma autorização ao encorajamento do espírito competitivo. Dessa maneira, algumas pessoas têm tentado provar pseudo-cientificamente a necessidade da luta econômica destrutiva, de competição entre indivíduos. Isso, porém, não é correto; porque o homem deve a sua força na luta pela existência ao fato de ser um animal que vive socialmente.

Em termos de sobrevivência, tão insignificante para o formigueiro é a batalha de duas formigas, como o é para uma comunidade a disputa individual entre seus membros.

Portanto, é preciso que a escola se abstenha de pregar aos jovens o sucesso individual no sentido usual, como objetivo de vida; isto é, considerando como bem sucedido o homem que receba muito dos seus companheiros, incomparavelmente mais do que os serviços que lhes tenha prestado, de uma maneira geral. O valor de um homem, ao contrário, deve residir no que ele der, e não no que ele fôr capaz de receber.

O motivo mais importante para se trabalhar na escola é o prazer no próprio trabalho, no seu resultado, e a confirmação do valor desse resultado para a comunidade.

Vejo como a tarefa mais importante da escola o despertar e o fortalecer dessas forças psicológicas no jovem. Somente tal fundamentação psicológica conduz às mais altas aquisições do homem; o conhecimento e a habilidade artística.

Despertar esses dotes psicológicos produtivos certamente não é tão fácil como usar a coerção, ou estímulos à ambição individual; mas é mais valioso.

O importante é reconhecer e aproveitar a inclinação lúdica da criança e o seu desejo de consideração ou reconhecimento, e

encaminhá-la aos setores importantes para a sociedade. Essa é a educação que se fundamenta principalmente no desejo de atividades bem-sucedidas e merecedoras de reconhecimento.

Se a escola se desempenhar com sucesso segundo essa orientação, esse fato será altamente reconhecido pela geração ascendente, e os objetivos que tenha proposto passarão a ser reconhecidos como uma espécie de dádiva.

Conheço crianças que preferem o período escolar ao período de férias.

Um tal tipo de escola exige que o professor seja uma espécie de artista em seu setor.

O que poderá ser feito para que tal espírito vença na escola?

Não existe para isso fórmula, tipo panacéia universal.

Há no entanto certas condições necessárias que precisam ser cumpridas.

Primeiro, os professores deveriam ser educados em escolas desse tipo.

Segundo, ao professor deveria ser dada inteira liberdade na seleção do material e dos métodos de ensino empregados por ele. Já que é verdade também para o professor que o prazer em moldar o seu trabalho é aniquilado pela força e pressão exteriores.

Quem acompanhou atentamente as minhas ponderações até agora, provavelmente, estará se interrogando sobre um fato. Falei amplamente sobre o espírito que deve orientar a educação da juventude, de acordo com o seu modo de pensar; mas nada disse ainda sobre a escolha dos objetivos da educação ou sobre métodos de ensino.

Deveria predominar o estudo da linguagem ou de uma educação técnico-científica?

A que respondo: Na minha opinião tudo isso é de importância secundária. Se um jovem treina os seus músculos e sua resistência física pela ginástica ou pela marcha, mais tarde ele estará apto para qualquer trabalho físico. O treinamento da mente e o exercício de habilidades mentais ou manuais apresentam resultados análogos. Nesse sentido, é válida a definição espirituosa dada a educação: "Educação é o que permanece quando se esqueceu tudo o que se aprendeu na escola".

Por essa razão é que não anseio tomar partido entre seguidores da educação filológica-histórica e os da educação mais vol-

tada para as ciências naturais.

Por outro lado, quero me opor à idéia de que a escola tenha que ensinar diretamente o conhecimento especializado e as habilitações específicas que cada um tenha que usar mais tarde diretamente na vida. As solicitações da vida são mais multifacetadas para permitirem que se torne possível à escola fornecer treinamentos especializados.

Sobretudo, parece-me questionável tratar o indivíduo como uma ferramenta sem vida. A escola deveria ter sempre como propósito formar jovens com personalidade harmoniosa, e não especialistas. Em minha opinião isto se aplica, em um certo sentido, até em escolas técnicas, cujos estudantes já se destinaram a uma profissão bem definida.

O desenvolvimento da habilidade genérica de raciocínio e pensamento deveria estar sempre colocado acima da aquisição de conhecimentos especializados. Aqueles que dominarem os fundamentos básicos dos seus conhecimentos, e que aprenderam a pensar e trabalhar com independência, seguramente irão encontrar o seu caminho, e saberão adaptar-se ao progresso e às mudanças, com maior facilidade do que os outros, cujo treinamento tenha consistido principalmente na aquisição de conhecimentos específicos.

Finalmente, gostaria de observar, uma vez mais, que tudo o que foi aqui dito, de uma forma mais ou menos categórica, não tem a pretensão de ser mais do que a opinião pessoal de um homem, fundamentada apenas na sua própria experiência acumulada, como estudante e como professor.

— A FÍSICA E AS LEIS DA GEOMETRIA

Sem dúvida todos vocês já tomaram conhecimento, na juventude, do monumento que é a Geometria Euclídiana; e a lembrança desta ciência elevada, laboriosamente edificada em longas preleções de professores conscienciosos, traz-lhes ao espírito, provavelmente, mais respeito que prazer. Por outro lado, olharão com o maior desprezo alguém que ouse duvidar da mais insignificante proposição desta ciência. Entretanto, este sentimento de certeza absoluta não resistirá se lhes for dirigida a seguinte pergunta: "Que você quer dizer quando afirma que estas proposições são "VERDADEIRAS"? Guardemos esta pergunta.

A Geometria decorre de certas noções fundamentais que possuímos mais ou menos claramente, como o PLANO, o PONTO, a

RETA; decorre também de certas proposições simples (axiomas) que nos parecem "VERDADEIRAS", de acordo com a representação que fazemos destas noções. Demonstramos, em seguida, todas as outras proposições a partir destes axiomas, usando um método lógico do qual conhecemos o valor. Uma proposição é, então, exata, isto é, "VERDADEIRA", quando é deduzida destes axiomas pelo método admitido de um modo geral. Examinar a "VERDADE" dos diversos teoremas da Geometria leva, portanto, a examinar a "VERDADE" dos axiomas. Sabemos contudo, há muito tempo, que não somente esta última "VERDADE" não pode ser demonstrada pelos métodos da Geometria mas também que ela não tem sentido (por ela mesma). Assim não é possível perguntar se por dois pontos não passa mais que uma reta; podemos somente dizer que a Geometria Euclidiana trata de figuras denominadas retas, às quais ela atribui a propriedade de ser inteiramente determinada por dois de seus pontos. A idéia expressa pela palavra "VERDADEIRA" não é conveniente para as afirmações da Geometria pura porque temos o hábito de designar com a palavra "VERDADEIRA" o que corresponde aos objetos REAIS. Ora, a Geometria não se ocupa de relações entre estas noções e os elementos experimentais; ocupa-se unicamente do encaminhamento lógico destas noções entre elas.

É entretanto fácil explicar por que somos levados a considerar as proposições da Geometria como VERDADEIRAS. De fato, existem na natureza objetos que respondem mais ou menos com exatidão às noções da Geometria e que, só eles, sem nenhuma dúvida puderam dar-lhes origem. A Geometria procura afastar-se desta origem a fim de encerrar o seu edifício, o mais possível, no domínio da Lógica. O hábito, por exemplo, de definir uma reta por dois pontos marcados sobre um corpo praticamente rígido, está profundamente arraigado em nós. Fomos também habituados a considerar que três pontos estão alinhados quando podemos fazer passar um raio visual por estes três pontos desde que o ponto de mira seja bem escolhido.

Por outro lado, segundo nossos hábitos de pensamento, acrescentamos às proposições da Geometria Euclidiana somente a seguinte proposição:

**A DOIS PONTOS DE UM CORPO PRATICAMENTE RÍGIDO
CORRESPONDE SEMPRE A MESMA DISTÂNCIA (medida em
linha reta) QUAISQUER QUE SEJAM AS POSIÇÕES OCUPADAS
POR ESTE CORPO.**

Transformamos, dessa maneira, as proposições da Geometria Euclidiana em proposições que dizem respeito às diversas

posições relativas que podem ocupar os corpos praticamente rígidos.⁽¹⁾

A Geometria completada dessa maneira pode ser considerada um dos ramos da Física. Temos agora o direito de perguntar se essas proposições geométricas assim interpretadas são "VERDADEIRAS" pois podemos questionar se são verificadas por objetos reais que fizemos corresponder às noções puramente geométricas.

De uma maneira aproximada, podemos então dizer que uma proposição geométrica é "VERDADEIRA" quando conduz a uma construção possível com régua e compasso.

A certeza da "VERDADE" das proposições geométricas, assim compreendidas não pode, naturalmente, apoiar-se sobre experiências tão imperfeitas. Vamos, contudo, de início admitir a VERDADE dessas proposições geométricas e, no último capítulo dessas poucas reflexões (estudando a teoria da relatividade geral) veremos que esta VERDADE não é absoluta mas os seus limites serão precisados.

⁽¹⁾ Damos apenas uma indicação incompleta, mas suficiente para compreender uma tal noção, fazendo corresponder à reta uma representação concreta: Três pontos A, B, C de um corpo sólido estão sobre uma mesma reta quando dados dois pontos A e C, o ponto B seja tal que a soma das distâncias AB e BC seja mínima.

A MATEMÁTICA NO EGITO

2.º Grau Ciências Humanas — 1978

Prof. José Eduardo Martins
COLÉGIO INTEGRADO DE APLICAÇÃO "PIO XII"
Campinas, SP

As informações sobre o grau cultural de um povo são obtidas através de documentos: monumentos, calendários, pedras tumulares, documentos civis, militares e religiosos.

Por meio desses documentos, sabemos que, já na primeira dinastia, encontra-se o sistema decimal, (como o nosso), porém não era posicional. Tinham símbolos especiais para alguns números (potências de 10). Não tinham um símbolo especial para o zero. Quando surgia a necessidade para sua utilização, o escriba deixava um espaço em branco.

A seguir temos alguns dos símbolos utilizados pelos egípcios.

$$\begin{array}{llll} 1 = | & 10 = \cap & 100 = P & 1000 = \text{☩} \\ 10000 = \text{☪} & 100000 = \bigcirc & 1000000 = \text{☚} \end{array}$$

Assim, por exemplo, o número 12454 era escrito da forma:

$$\text{☪} \text{☩} \text{☩} P P P P \overset{\wedge}{\cap} \overset{\wedge}{\cap} \text{||}$$

Sabemos que a pedra de Roseta foi decifrada em 1822, porém, na matemática a chave do segredo só foi descoberta em 1877, por Eisenlohr, ocidentalista de Heidelberg, Alemanha.

A matemática até o século 19 só existia como ferramenta de outras ciências (matemática aplicada), faceta que existe até hoje ao lado da matemática pura. Desta forma é de se esperar que a matemática dos egípcios tenha se desenvolvido por necessidades práticas.

Assim a matemática aparece, por exemplo, no calendário egípcio.

Os egípcios observaram que a inundação anual do Nilo se iniciava logo depois que Sirius, a estrela do cão, se levantava a leste logo antes do sol. Observavam que isto ocorria, regularmente, num ciclo de 365 dias. Utilizando esses dados eles fizeram seu calendário constituído de 12 meses de 30 dias e mais 5 dias de festas.

Sabemos que o ano não tem 365 dias, exatamente, então, a cada ano que passava, o calendário se afastava da realidade das estações do ano, mas tudo voltava ao normal após um ciclo de 1467 anos.

Há estudos sobre a origem do calendário egípcio e conjectura-se que tenha sido instituído em 4228 A.C. ou em 2773 A.C..

Como sabemos, graças às inundações anuais do Nilo, o seu vale é extremamente fértil, e graças a esse fato é que a civilização egípcia pode se desenvolver às suas margens, porém essas inundações traziam um problema: após a inundação as demarcações de terra eram apagadas, trazendo um problema de redistribuição de terras, o que tornou necessário a existência de numeradores. (segundo Heródoto: "Sasóstris... repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem... o rei mandava pessoa para examinar, e determinar por medida a extensão exata da perda... Por esse costume eu creio, que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou à Grécia").

Estes agrimensores, chamados "esticadores de cordas", utilizavam-se dos conhecimentos práticos do teorema de Pitágoras. Faziam, numa corda 13 nós, a intervalos iguais, amarravam as pontas, dobrando-a, convenientemente em 3 dos nós. Obtinham, assim, um triângulo retângulo. Isto lhe permitia, traçar perpendiculares e paralelas, necessárias às tarefas de agrimensura. Desta forma conseguiam, restabelecer os limites das terras dos diversos proprietários.

Os egípcios conheciam a relação entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento do seu diâmetro, e o consideravam igual a $\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3,16$, valor notavelmente calculado para a época, (a Bíblia por exemplo faz $\pi = 3$).

(Obs.: o símbolo π foi utilizado pela primeira vez por um matemático suíço de nome Leonhard Euler (1707-1783), porém a sugestão de que a razão do perímetro da base da "grande pirâmide" (de Khufu ou Quéops) para a altura foi conscientemente posta no valor de 2π , não tem comprovação documentada, estando, pois, em desacordo com o que sabemos da matemática dos egípcios).

Há um limite de informações matemáticas que se pode obter de monumentos, calendários e pedras tumulares. As informações matemáticas mais precisas e amplas se obtêm de papiros, escritos em couro ou madeira.

Os documentos mais importantes sobre a matemática dos egípcios que se conhecem são: o Papiro de Rhind, que é o do-

cumento n.º 1, no catálogo da literatura matemática mundial. O Papiro de Kahum; o Papiro de Berlim, duas pranchas de madeira de Akhnuim (Cairo) de cerca de 2000 A.C.; um rolo de couro, contendo listas de frações unitárias (numeradores sempre 1) e datando do fim do período dos hicsos e um importante papiro chamado Golonishev ou de Moscou, comprado no Egito em 1893 e divulgado ao mundo científico e cultural em 1931.

O Papiro de Moscou contém 25 problemas de matemática, dos quais 23 são muito semelhantes aos problemas constantes no Papiro de Rhind (que veremos adiante), e 2 que tratam de assuntos que não constam desse papiro. O primeiro trata do cálculo do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada e o segundo trata do cálculo da superfície e volume de um hemisfério.

O Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes, foi comprado em 1858 numa cidade à margem do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind; o escriba dessa papiro chamava-se Ahmes. Esse papiro contém 84 problemas de matemática, e tem as seguintes dimensões: 30 cm de altura e 5 m de comprimento.

A escriba utilizada por Ahmes foi a hierática, mais adequada para uso da pena e papel.

O Papiro de Rhind se encontra hoje no Museu Britânico, com excessão de alguns fragmentos que estão no Museu de Brooklin.

O escriba conta que o material, constante no papiro, provém de um protótipo do médio Império (2000 a 1800 A.C.).

O Papiro de Rhind não expõe regras gerais, mas sim casos particulares. Dá exemplos de problemas práticos, que envolvem conhecimentos de geometria, trigonometria, álgebra (equação do 1.º grau) e aritmética.

No papiro, Ahmes fornece uma grande tabela, com auxílio da qual se pode representar uma fração qualquer, como soma de frações de numeradores unitários (os egípcios, com excessão de $\frac{2}{3}$, representavam as frações sempre com numeradores unitários; por exemplo: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$; $\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$)

A operação fundamental no Egito era a adição; não conheciam a multiplicação (só a duplicação) uma multiplicação de, por exemplo, 69 por 19, seria efetuada adicionando 69 com ele mesmo, para obter 138, depois adicionando a si próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter 552 e mais uma vez dando 1104, que é naturalmente 16×69 , como $19 = 16 + 2 + 1$, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é: $1104 + 138 + 69$, isto é: 1311.

Isto que apresentamos é uma síntese do que sabemos da matemática dos egípcios, na antiguidade; convém ressaltar que era um grande conhecimento para a época e que lá foram buscar informações os gregos, com as quais desenvolveram o seu conhecimento.

Lamentamos que esse povo só tenha apresentado um grau altíssimo de cultura apenas em épocas tão remotas, pois sabemos que a partir dessa época até os nossos dias os egípcios não apresentaram uma civilização avançada.

BIBLIOGRAFIA

1. História da Matemática — Boyer, Carl B. — Edgar Blücher — USP.
2. The Historical Roots of Elementary Mathematics — Bunt, Lucon N.H. Jones, PHILLIPS. Bedient Jackd. Prentice Hall, INC.
3. Pequena História da Civilização Ocidental — Becker — Idal — Cia. Editora Nacional.

ALGUMAS OBSERVAÇÕES FEITAS EM CLASSE A PROPÓSITO DO DESENVOLVIMENTO DO CUBO

Groupe RECHERCHE GEOMETRIE
I.R.E.M. de Montpellier

As observações a seguir relatadas foram feitas em outubro de 1978 por uma equipe compreendendo dois estudantes universitários de Matemática, nove professores do segundo grau, dos quais oito eram encarregados de classes do primeiro ciclo e um professor estagiário venezuelano. Essas observações se efetuaram em duas classes da sexta série, duas da quinta, duas da quarta e duas da terceira. (*) Em cada classe, o professor de Matemática era um membro da equipe:

Descrição do material e do método.

As observações se desenvolveram em duas seções de 45 minutos, com uma semana de intervalo. Para cada seção, o professor da classe e dois ou três outros membros da equipe estavam presentes.

Primeira sessão:

O professor distribui aos alunos coleções de 9 desenhos (anexo 1) e explica:

“Alguns desses desenhos são desenvolvimentos de um

(*) Nota do Tradutor: correspondem, respectivamente às nossas 5.ª, 6.ª, 7.ª e 8.ª séries do 1.º grau.

cubo, outros não. Toda vez que você tiver certeza de que um desenho seja o desenvolvimento de um cubo, escreva "sim" embaixo. Quando você tiver certeza de que o desenho não é o desenvolvimento de um cubo, escreva "não". Se você não souber, não escreva nada".

Quando necessário, o professor explicava o que queria dizer "desenvolvimento do cubo".

Depois de 15 minutos de trabalho individual, as crianças eram convidadas a se reunir em grupos de quatro pessoas para comparar seus resultados e discutir. Em geral, e em todas classes, 15 a 20 minutos eram suficientes para que o grupo reconhecesse sem erro os desenvolvimentos do cubo.

O professor distribuía então aos alunos a folha com questões sobre as faces opostas, as arestas, os vértices. (anexo 2)

Durante toda a fase do trabalho em grupo, cada observador se sentava perto de um dos grupos, para observar em detalhes seu trabalho e sua discussão. Além de observar, propunha questões para acompanhar melhor o encaminhamento do pensamento dos alunos.

Segunda sessão:

As crianças se distribuem em grupos. O professor distribui as folhas quadriculadas (espaços de 1 cm) e lhes diz:

"Vocês hoje irão desenhar todos os desenvolvimentos de um cubo".

Depois da seção da semana anterior, a questão era quase sempre bem compreendida. Era explicada quando se fazia necessário. Cada observador acompanha um grupo e várias vezes é levado a se interessar pelo trabalho de uma criança em particular.

Resultados estatísticos.

As duas classes de cada nível não são representativas do conjunto de alunos desse nível. Por outro lado, as condições de trabalho dos alunos, tanto individual quanto em grupo, não eram homogêneas. Não podemos portanto, reter desses resultados senão aqueles que sejam os mais expressivos.

Quadro 1 (primeira sessão)
Porcentagem de resultados

																																																																																																																																																																																																																																																																				
--	---	---	---	---	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--