

as são iguais. Projetando-se ortogonalmente sobre  $OX'$  e  $OY'$ , sucessivamente, obtemos as duas equações: ( $u = ct$ );

$$x' = x \cos \gamma + u \sin \gamma; \quad (x = x' + vt)$$

$$y' = x \sin \gamma + u \cos \gamma$$

Quando  $x' = 0$ ,  $x = vt$ , temos para  $t'$  um valor diferente de zero que vamos posteriormente calcular.

$$\text{Então: } 0 = vt \cos \gamma = ict \sin \gamma$$

$$\text{Logo: } \operatorname{tg} \gamma = - \frac{v}{ic} = \frac{iv}{c} = i \beta, \text{ com } \beta = \frac{v}{c}$$

$$\text{Resultado: } \cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \text{ e } \sin \gamma = \frac{\gamma iv}{c}$$

$$\text{Em consequência: } x' = \gamma x + ict \frac{\gamma iv}{c} = \gamma (x - vt);$$

$$y' = - \frac{\gamma iv}{c} x + ict \gamma, \text{ donde } t' = \gamma \left( - \frac{vx}{c^2} + t \right)$$

Essas são as equações de Lorentz:

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - vt) \\ t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right) \end{cases}$$

Baseadas no princípio da constância da velocidade da luz, estas equações instituem um "grupo de Lorentz" cujo inverso sob forma finita vem a ser:

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

O notável inventor do espaço-tempo Hermann Minkowski, vivamente impressionado com a sua fórmula quadridimensional lançou frase que se tornou célebre: "O espaço puro e o tempo puro são doravante condenados a descer ao sepulcro do silêncio". Só uma espécie de união dos dois preserva uma realidade independente".

Hoje, essa união chama-se "o espaço-tempo".

O espaço é diferente para diversos observadores. O tempo é diferente para diversos observadores. O espaço-tempo é o mesmo para todo o mundo. O espaço-tempo é o cenário onde se movem galáxias longínquas, gravitam as estrelas, os átomos e os homens. Ao movimento de uma partícula no espaço e no tempo corresponde uma linha no espaço tetradimensional, (linha do Universo). Se  $(x_1, y_1, z_1, u_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2, u_2)$  correspondem a dois acontecimentos no espaço tetradimensional a grandeza:

$$s_{1,2} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

denomina-se "intervalo" entre os dois acontecimentos. Se os acontecimentos são infinitamente vizinhos, o intervalo toma a forma:

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}$$

É o invariante do espaço Universo. O intervalo entre dois acontecimentos é o mesmo em todos os sistemas inerciais de referência. A invariância do intervalo exprime ma

invariância a constância da velocidade da

luz  $\frac{d\ell}{dt} = c = \text{constante}$ , princípio da Teoria da Relativid

ade espacial, chave da explicação do Universo, preservado  
em todas as experiências até o dia de hoje realizadas, pa  
ra todo fenômeno que gerou uma realidade física. O concei  
to de "intervalo" permite estudar as relações espacio-tem  
porais entre os acontecimentos e estabelecer as relações  
causais-consecutivas entre eles.

#### MECÂNICA CLÁSSICA

As coordenadas espaciais e o tempo  $t$  em dois sistemas  
inerciais  $R$  e  $R'$  relacionam-se vetorialmente pelas trans  
formações de Galileu:

$$r' = r - (r_0 + v_e t), \quad v_e = \text{constante}; \quad t' = t$$

onde  $r$  e  $r'$  são os raios vetores respectivos do ponto  
material nos respectivos sistemas e  $v_e = \text{constante}$  é a veloci  
dade de movimento retilíneo e uniforme do segundo, em re  
lação ao primeiro, e  $r_0$  é o raio vetor traçado da origem  
do primeiro sistema à origem do segundo, no instante  $t = 0$ .  
A segunda equação  $t' = t$ , exprime o caráter absoluto do  
tempo na Mecânica clássica, isto é, a propriedade de trans  
correr igualmente em todos os sistemas inerciais de refe  
rência.

Entre as velocidades e acelerações do ponto material  
em todos os sistemas de referência existem as relações se

guintes:

$$v' = \frac{dr'}{dt'} = \frac{dr}{dt} - v_e = v - v_e ; w' = \frac{dv'}{dt'} = \frac{dv}{dt} = w$$

A aceleração de qualquer ponto material é igual em todos os sistemas inerciais. Na forma mais geral, as forças que sobre um ponto material exercem outros corpos ou os campos criados por elas dependem da distância entre tal ponto e estes corpos, da diferença entre a velocidade do ponto e a dos corpos, e do tempo.

Das fórmulas de transformações de Galileo se deduz que todas essas grandezas são iguais em todos os sistemas inerciais, isto é:  $r'_2 - r'_1 = r_2 - r_1$ ,  $v'_2 - v'_1 = v_2 - v_1$ .

Por isto, também são iguais as forças que atuam sobre o ponto material móvel:  $F' = F$ ; por conseguinte:  $\frac{F'}{W'} = \frac{F}{W} = m$ , isto é, as equações do movimento de um ponto material ou de um sistema de pontos são iguais em todos os sistemas inerciais de referência, quer dizer, são invariantes em relação às transformações de Galileo.

Este resultado pode enunciar-se como princípio mecânico da relatividade: o movimento retilíneo e uniforme de um sistema fechado (no interior de um sistema) em relação a um sistema inercial de referência, não influi na marcha das transformações mecânicas que se desenrolam nele. Em outras palavras: em Mecânica todos os sistemas inerciais são equivalentes.

Por esta razão, dentro dos limites da Mecânica clássica não existem motivos para eleger-se um sistema determinado como sistema principal de referência em relação ao qual se possa considerar absoluto o estado de repouso ou o movimento dos corpos.

A generalização do princípio da relatividade se faz posteriormente na Teoria da Relatividade. Conforme a advertência de Landau e R. Lifshitz, (Livro I) é muito importante ter idéias claras sobre a velocidade de propagação das interações. A interação das partículas materiais se define na Mecânica clássica por meio da energia potencial, que é função das coordenadas das partículas que interacionam. Evidente que esta definição parte da hipótese da propagação instantânea das interações. E efetivamente, as forças que sobre cada uma das partículas exercem as demais partículas, segundo esta definição, dependem exclusivamente em cada instante da posição que ocupam as partículas em tal instante.

Toda variação na posição de qualquer uma das partículas que interacionam se reflete imediatamente nas demais partículas.

Entretanto, a experiência demonstra que na natureza não existem interações instantâneas.

Por esta razão, a Mecânica baseada na idéia da propagação instantânea das interações incorre inevitavelmente em certa incoerência. Em realidade, se dois corpos que interacionam entre si, um deles experimenta qualquer varia

ção, esta começa a refletir-se no outro, ao cabo de certo tempo. Dividindo a distância que há entre corpos pelo intervalo de tempo transcorrido, achamos a velocidade de propagação das interações. Esta velocidade poderá chamar-se, com mais precisão, velocidade máxima de propagação das interações, pois que determina unicamente o tempo mínimo necessário para que chegue até o segundo corpo, o primeiro sinal anunciador da variação ocorrida no primeiro. É evidente que ao afirmar a existência de uma velocidade máxima de propagação das interações há admitir, ao mesmo tempo que na natureza é impossível que os corpos se movam com velocidades maiores do que esta.

De acordo com a Teoria da Relatividade, a velocidade de propagação das interações, como uma das leis da natureza, é igual, em todos os sistemas inerciais de referência, isto é, é uma constante universal.

Como demonstram os autores citados, esta velocidade constante é, ao mesmo tempo, a velocidade da luz. Designa-se geralmente por  $c$  e seu valor numérico é:

$$c = 2,998 \times 10^{10} \text{ cm/s}$$

O fato de esta velocidade ser tão grande explica porque, na prática, na maioria dos casos a Mecânica clássica resulta suficientemente exata. Porque a maioria das velocidades ordinárias são tão pequenas em comparação com a da luz, supor-se esta velocidade infinita não influi particularmente na exatidão dos resultados.

A unificação do princípio da Relatividade com a velo

velocidade finita de propagação das interações recebe o nome de "Princípio da Relatividade de Einstein" para diferenciá-lo do "Princípio da relatividade de Galileo", que supunha infinita a velocidade de propagação das interações.

Na Mecânica relativista se passa à clássica, baseada na propagação instantânea das interações. A passagem do Princípio da Mecânica relativista à clássica pode fazer-se formalmente como a passagem ao limite  $c = \infty$ , nas fórmulas da Mecânica relativista. Na Mecânica clássica, o espaço é relativo, isto é, as relações espaciais entre os diferentes acontecimentos dependem do sistema de referência em que estes se definem. A afirmação de que dois acontecimentos são simultâneos ocorrem em um mesmo ponto do espaço ou, no geral, a uma distância determinada um do outro, continua sendo unicamente quando se menciona o sistema de referência em relação ao qual se faz a afirmação.

O tempo, ao contrário, é absoluto na Mecânica clássica. Não é fácil convencer-se de que o conceito do tempo absoluto contradiz radicalmente o princípio da Relatividade de Einstein.

Para isto basta recordar que em Mecânica clássica, baseada na hipótese do tempo absoluto, tinha lugar a lei geralmente conhecida da soma das velocidades, de acordo com a qual a velocidade de um movimento complexo é igual à soma (vectorial) das velocidades que se compõem.

Se esta lei fosse universal poderia aplicar-se à propagação das interações. Disto se deduziria que a velocida

de desta propagação deveria ser diferente em distintos sistemas inerciais de referência, coisa que contradiz o princípio da Relatividade. As medições realizadas por Michelson em 1881, puseram em manifesto que a velocidade da luz é totalmente independente da direção em que se propaga; enquanto que de acordo com a Mecânica clássica a velocidade da luz na direção do movimento da Terra deveria ser diferente de sua velocidade em sentido contrário. Desta forma, o princípio da Relatividade leva à conclusão de que o tempo não é absoluto. O transcurso do tempo não é igual em sistemas distintos de referência.

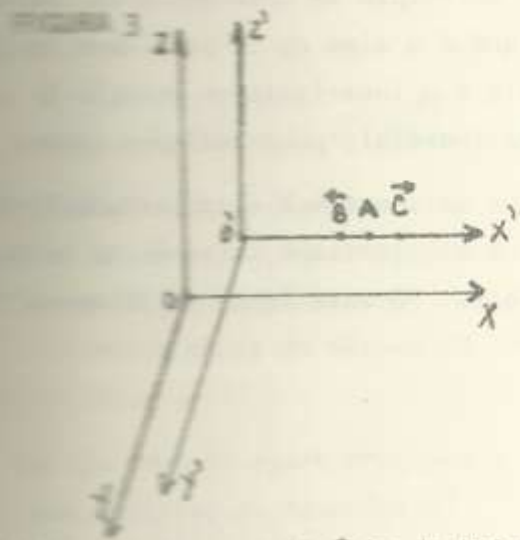
Por conseguinte, a afirmação de que entre dois acontecimentos dados transcorreu um tempo determinado tem sentido unicamente se se indica em relação a que sistema de referência se faz tal afirmação. Em particular, acontecimentos que são simultâneos em um sistema de referência não o serão em outro.

Consideremos dois sistemas inerciais  $S$  e  $S'$  cujos eixos de coordenadas sejam respectivamente  $(x, y, z)$  e  $(x', y', z')$  e suponhamos que  $S'$  deslize para a direita, ao longo dos eixos  $x$  e  $x'$ .

De um ponto  $A$ , qualquer, situado sobre  $OX'$  se emitem sinais em duas direções opostas entre si. Com a velocidade de propagação do sinal no sistema  $S'$ , (o mesmo que em qualquer sistema inercial) é igual, (em ambas direções) a  $c$ , os sinais chegarão aos pontos  $B$  e  $C$ , equidistantes de  $A$ , e correspondentes ao sistema  $S'$ , em um mesmo instante.



Compreende-se porém, facilmente, que esses dois mesmos a acontecimentos, (a chegada do sinal aos pontos B e C) não são simultâneos para o observador situado no sistema S. De fato, a velocidade dos sinais em relação a S, de acordo com o princípio da Relatividade também será c, porém como o ponto B se move em relação a S ao encontro do sinal emitido, enquanto o ponto C se move afastando-se do dito sinal, emitido de A para C no sistema S, o sinal chegará antes ao ponto B do que a C.



Nesta forma, o princípio da Relatividade de Einstein introduz modificações básicas nos conceitos fundamentais da física. As idéias que temos do espaço e do tempo, adquiridas em nossa prática diária, resultam ser somente aproximações e se deve ao fato de que em nossa vida cotidiana encontramos-nos unicamente com velocidades pequenas em

comparação com a da luz.

A Geometria tetradimensional que resumidamente expusemos foi como dissemos proposta por Hermann Minkowski como motivo da Teoria da Relatividade.

A forma da expressão:  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$  permite considerar o intervalo, do ponto de vista matemático, formal como a distância entre dois pontos em um espaço tetradimensional imaginário, sobre cujos eixos se tomam  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e o produto  $ct$ . Esta Geometria definida pelo invariante acima chama-se Geometria pseudo-euclidiana. Expressão matemática do princípio de constância da velocidade da luz, princípio que é a alma da criatividade do gênio de Albert Einstein, ela é o invariante em relação à transformação de um sistema inercial, para qualquer outro.

O "intervalo" foi a mais notável descoberta de Einstein. É algo que permanece no espaço-tempo, através de todas as transformações inerciais. "O invariante do Universo".

## EVOLUÇÃO DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Palestra do Professor Georges Glaeser, da Universidade Louis Pasteur, Estrasburgo, França, realizada no GEPEM, em 18 de outubro de 1978.

Resumo baseado nos apontamentos de Elizete Maria A. Pereira, Marilaine Gomes Ferreira, alunas do Curso de Matemática da USU.

A motivação inicial foi dada pelas afirmações:

- . A História da Matemática tem 3.000 anos  $\pm \epsilon$
- . O Ensino da Matemática tem 150 anos  $\pm \epsilon$
- . A Didática da Matemática começou, apenas, na terceira parte do Século XX como disciplina científica.

Por que somente agora chegamos a ter possibilidade de fazer uma Didática da Matemática?

A resposta a esta questão foi o objetivo da palestra, dada através de pinceladas sobre a história do ensino, com ênfase no ensino da Matemática.

Até 1800 não existia ensino escolar universal. Para citar um exemplo, a cidade de Londres, em 1446, tinha cerca de 50.000 habitantes e, apenas, 5 escolas. Pelos levan

tamentos feitos nos registros de casamento, chegou-se à conclusão de que na França, uma porcentagem de 60% a 80% da população não sabia assinar o nome na época da Revolução Francesa.

O que se ensinava, na antiguidade, à ínfima parcela de alunos que iam à escola era educação física, um pouco de leitura e escrita, música e moral.

Entretanto, a prática profissional exigia mais conhecimentos tais como: rudimentos de aritmética a fim de poder contar, pagar e medir para comprar e vender, aprendidos pelos adultos, na prática, e não no meio escolar.

Um famoso papiro egípcio de III Século a.C. informa que era preciso saber para se ter cultura: "Recitar os números de 1 a 25, conhecer a raiz quadrada de alguns quadrados perfeitos e reconhecer os símbolos de numeração escritos" o que praticamente permaneceu até a Idade Média.

Uma revolução cultural foi feita na França no reinado de Carlos Magno (Século IX) quando Alcuin criou uma escola na qual se "aprendia" a ler; mas, o que lá se ensinava era a repetir orações de cor.

Na Universidade Medieval, no fim do curso de Astronomia, os alunos aprendiam as qualidades guerreiras do planeta Marte e as amorosas do planeta Vênus, assim como certas propriedades místicas dos números eram ensinadas no curso de Matemática.

O ensino da leitura começou nas escolas, durante a Renascença, para algumas crianças privilegiadas. O apren

dizado era feito em textos escritos em latim. Sô no Sêculo XVII iniciou-se o ensino de leitura no vernáculo, como nas "Petites Ecoles de Port-Royal" onde se aprendia a ler diretamente em francês. Mas, o ensino do cálculo era ainda o parente pobre; a população sô sabia contar usando os dedos ou fichas. Nesse sêculo, as escolas existentes nas províncias da França eram todas de jesuitas; numa delas estudou Descartes. Uma aula de cálculo era dada nos dias de festa, como recreio.

Pesquisas recentes mostraram que na província de Paris havia, em 1627, inscritos nas escolas dos jesuitas 12.565 alunos. Contudo, destes, somente 64 alunos estudavam Matemática ou Física, mesmo assim na classe de retórica com 17 ou 18 anos. Os outros tinham, no final do curso, na cadeira de Retórica, uma hora de aula de Matemática, dada pelo professor de Teologia.

O livro do Padre Torné "Leçons élémentaires de calcul et de géométrie à l'usage des collèges" (1754) orientava no sentido de que se ministrassem 6 aulas de cálculo e 9 de geometria, no período de 4 a 5 meses. Começava-se com 4 aulas de cálculo sobre as 4 operações; na 5.<sup>a</sup> abordava-se proporções e progressões e na 6.<sup>a</sup> equações do 1.<sup>o</sup> grau. Na segunda parte, consagrada à geometria desde a sua introdução, chegava-se à trigonometria na 8.<sup>a</sup> aula e na 9.<sup>a</sup> aula às seções cônicas. Era uma obra-prima da "pedagogia de exposição" ou a própria negação da pedagogia. O aluno que não conseguisse aprender toda essa Matemática em 5 meses era encaminhado para Latim ou Filosofia no próprio colé

gio ou em qualquer outro lugar.

Podia-se esperar resultados melhores nas Petites Ecoles de Port-Royal pois os seus professores eram competentes, em matéria de Ciências. Os tratados elementares lá redigidos com a colaboração de Pascal eram de alto nível pedagógico; entretanto, não se destinavam ao ensino interno. Com efeito, havia uns trinta alunos, de várias idades, nas Petites Ecoles e nos seus programas não constavam cálculo, geometria e lógica.

Até 1850, aproximadamente, o cálculo aritmético só era sabido por pessoas maiores de 18 anos, quase sempre por iniciativa própria ou passando de pai a filho. A motivação era a necessidade profissional quase sempre a de negociar e, algumas vezes, um ofício artesanal.

Às vésperas da Revolução Francesa, o livro de Bézout "Curso de Matemática para os Guardas-Marinha" tratava, nas 100 primeiras páginas, do cálculo com decimais.

#### EDUCAÇÃO DOS SÁBIOS

A transmissão do conhecimento matemático não era sistemática; matemáticos e sábios nunca deixaram de existir, desde a antiguidade até o Século XIX, apesar da ausência de formação acadêmica regular.

Pelos documentos e testemunhos que se possui sobre a infância dos grandes sábios é possível, a grosso modo, distinguir dois casos:

- . iniciação familiar
- . felizes encontros

Para citar um caso pouco trivial, veja-se o exemplo de Sophie Germain que aos 13 anos, na biblioteca paterna, descobriu "A História das Matemáticas" de Montucla. Entusiasmou-se por Arquimedes e procurou estudar a sua obra. Sob um pseudônimo masculino enviou, aos 18 anos, um trabalho a Lagrange. Querendo conhecer pessoalmente o autor da memória, Lagrange descobriu tratar-se de uma moça a qual, mais tarde, apresentou a Gauss. Desta forma, Sophie Germain foi definitivamente recebida no mundo dos sábios.

#### PEDAGOGIA MUNDANA

Como consequência da falta de ensino científico nas escolas, algumas pessoas cultas procuravam elas mesmas transmitir aos filhos conhecimentos científicos, ou como tal finalidade contratavam preceptores ilustres.

Existe em dois volumes as "Cartas de Euler a uma Princesa Alemã" (1760-1762), que são obra prima de uma literatura de gênero muito especial. Tal literatura científica tinha por objetivo transmitir conhecimentos de física, de filosofia e excepcionalmente de matemática (lógica), procurando dar ao aluno o prazer da sensação de estar compreendendo. Essas famosas cartas foram escritas por Euler, cada dois dias durante dois anos, a uma prima do rei Frederico II. A princesa tinha entre 15 e 17 anos.

Grandes sábios ensinaram nas cortes aos príncipes,

aos nobres e seus familiares.

Esse tipo de ensino deu origem à "pedagogia mundana" - de salão - em que se desenvolveu no professor o interesse pelos alunos, pois dependiam deles financeiramente. Pela primeira vez, as pessoas que ensinavam se sentiram na obrigação de fazer com que seus alunos aprendessem ou que gostassem de suas aulas.

#### PEDAGOGIA UTÓPICA

Personalidades ilustres sentiam-se com autoridade para opinar sobre um sistema educacional perfeito. Há uma ampla antologia de escritos cujos autores poderíamos considerar como grandes pedagogos, de Platão, Comenius, J.J. Rousseau, até alguns contemporâneos que expõem idéias utópicas sobre educação. O aluno é um ser imaginário; um personagem integrado no contexto em que os escritores desvolvem a ação de sua história. Tome-se, como paradigma, "Emile" o personagem-título do livro de Rousseau.

O motivo da utopia era a falta de experiência educacional pois as pessoas não tinham exercido anteriormente a prática pedagógica.

Comenius (1592-1670), por exemplo, ensinava Teologia e Latim mas dava idéias de como se ensinar Matemática sem ter, contudo, uma vivência que as apoiasse. Escrevia, ao que parece, as coisas que lhe vinham à cabeça.



## INÍCIO DE UMA REFLEXÃO PEDAGÓGICA

Como já foi salientado, em 1800, apareceu um fenômeno social importante no mundo ocidental: a escolaridade para todos. As crianças começaram a ser retiradas do meio familiar para frequentar a escola. Entretanto, somente decorrido quase um século (1870) o ensino do cálculo elementar (fazer um pouco de contas) foi introduzido para crianças de 6 anos. Em 1843, dentre os jovens que iam para a Universidade ou para a Escola Politécnica é que se encontram os que aprendiam a fazer conta.

As primeiras escolas, nos moldes a que estamos acostumados, adotavam uma pedagogia equivalente à que vemos, hoje, funcionando nas auto-escolas, i.é., a de não se preocupar com o "como se deve ensinar". O modelo universal baseava-se, então, em dar uma regra, um exemplo, pedindo, depois, a execução da tarefa, por imitação ou repetição.

Após vultos como Pestalozzi (1746-1827) vamos encontrar, no final do Século XIX e início do Século XX, pedagogos como Maria Montessori (1870-1952), Celestin Freinet (1896 - ) ou John Dewey (1859-1952) preocupados com a introdução de uma metodologia de ensino.

É o começo do primeiro movimento de reflexão pedagógica.

Entretanto, até o início do Século XX, não se cogitava de estudar os mecanismos da compreensão ou da incompreensão dos conceitos matemáticos no âmbito da escola.

A influência de Piaget aparece como um marco na peda

gogia, através de sua teoria do conhecimento, elaborada e baseada em observações e experimentações a que se dedica desde 1923.

É um marco na teoria da Educação que pode ser comparado ao que se passou na Medicina após Claude Bernard (criador da Medicina Experimental) e de Pasteur.

Ainda se faz notar, contudo, o que pode ser chamado uma teorização desligada do contato direto com o aluno.

#### PEDAGOGIA SEM ALUNO

Em 1907, por iniciativa de Felix Klein, realizou-se o 1º Congresso Internacional do Ensino da Matemática. Este matemático dedicou algumas volumes de sua obra à Matemática Elementar, tratando-a, como afirmava, de um ponto de vista superior para enriquecimento dos professores secundários. Visava, conseqüentemente, o seu aperfeiçoamento pedagógico. Fundou, ainda, uma revista sobre o Ensino da Matemática em 1899.

Todavia, em nenhum número dessa revista são evocados exemplos práticos da vida real. Via de regra, nessa época, não se menciona o aluno nos textos para o ensino da Matemática. Quando, excepcionalmente, o aluno aparece é um aluno abstrato do qual se fala.

Além da pedagogia sem alunos também se faz notar a pedagogia dos ministérios ou dos burocratas a criarem regras, sem nunca verificarem se funcionam de verdade.

A seguir vem o "opinionismo". Pessoas de prestígio científico opinam. Por exemplo: Poincaré faz uma conferência para vários professores, dizendo como achava que devese ser ensinada a Matemática. Como todos o têm em alto conceito, concordam, naturalmente, que devem ensinar segundo a sua opinião, tão brilhantemente apresentada na sua exposição.

O que se conclui é que existia então uma pedagogia de opiniões, e não de experiências práticas.

Além disso, a pedagogia em geral, se fazia normalmente sem auxílio de psicólogos ou pedagogos; excepcionalmente, quando esses colaboravam, não tinham idéia da Matemática.

#### DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Chegamos enfim aos matemáticos atuais. Encontramos exemplos de pessoas que fizeram experiências didáticas, como Papy, Cuisinaire, Dienes, etc.

Esse é o início propriamente da Didática da Matemática, onde a didática de opinião é substituída pela experiência comprovada ou o início da precisão científica.

## CONCLUSÃO

- . É preciso que sintamos o desenvolvimento da Psicologia nesta terceira parte do Século XX;
- . É preciso que façamos uso de uma estatística segura para obtenção de resultados sérios.

Só então poderemos, com segurança, dizer que: Nasceu a Didática da Matemática.

RESENHA

## MATEMÁTICA APLICADA

TROTTA

IMENES

JAKUBOVIC

Editora Moderna - S. Paulo - 1979

Dedicado ao 2º grau, em dois volumes, o programa é abordado nesse livro de maneira, se não exaustiva, pelo menos atraente.

O importante no enfoque adotado é o fato de os autores apresentarem a Matemática como meio de solucionar problemas reais, ao contrário do comum dos livros didáticos que arquitetam os problemas como meio de se usar a Matemática.

Parece pouca essa mudança, mas na realidade é grande. Acarreta como consequência imediata uma mudança saudável de atitude por parte do professor, refletindo benéficamente nos alunos. Assim a Matemática poderá finalmente ser encarada pelo aluno como uma ferramenta que amplia a sua própria capacidade de enfrentar situações. Deixará de ser apenas uma disciplina a mais no seu currículo, como algo a ser cumprido por exigências regimentais e cujos fins se desconheçam.

Na preocupação dos autores de não esgotarem certos as

suntos, algumas propriedades aparecem por vezes, gratuitamente, sem maiores explicações. Acreditamos ser esse um detalhe sanável por parte do professor que adota o livro, ou mesmo pelos próprios autores em edições futuras, talvez com simples frases como, "já se demonstrou", ou "já se descobriu", ou "pode-se demonstrar como consequência de", etc. caso não queiram demonstrá-las ou deduzi-las.

Em suma, o livro não é completo, mas é altamente recomendável.

O exemplar do professor, que o acompanha, faz aos professores a justiça de não se constituir numa listagem de respostas aos exercícios propostos para os alunos, passando apenas a relatar e explicar os objetivos dos autores.

## RESENHA

Sandra Mara Alves dos Santos

Universidade Santa Úrsula

Trabalho Apresentado na disciplina  
de Fundamentos de Matemática Ele  
mentar III, sob a orientação da  
Prof.<sup>a</sup> Moema Sã Carvalho.

## EXPERIÊNCIAS PEDAGÓGICAS

Baseadas nas Teorias de PIAGET

Luiz Alberto Brasil

Editora Forense Universitária

O autor nos mostra através de experiências e exemplos o quanto é importante ao aluno estar preparado para a aprendizagem.

Desde que nascemos, já trazemos uma bagagem de aptidões que nos permite sobreviver. Os primeiros conhecimentos adquiridos, repetidos à medida que haja necessidade, vão sendo adaptados a situações novas sempre que preciso.

Toda vez que procuramos solução para uma situação nova, estamos enriquecendo nossos conhecimentos, o que resulta em "aprendizagem".

Estes problemas podem ser tanto intelectuais como ff

sicos.

Na área educativa é importante oferecer oportunidades ao aluno de aplicar conhecimentos e achar soluções para situações novas.

Para isto, antes de qualquer aprendizagem o professor deve saber se o aluno está capacitado para assimilar o assunto em pauta.

Em caso afirmativo, oferecer exercícios para ajudá-lo a se desenvolver.

Em caso negativo, deverá prepará-lo antes de lançar a matéria.

Os exercícios deverão ser bem dosados, claros, não dando margem a dúvidas.

E deverão ser ainda, exercícios onde o aluno possa utilizar esquemas anteriores.

O objetivo principal é fazer com que o aluno utilize a pesquisa para chegar a resultados ou redescobertas.

Para isso devem ser dadas ao aluno várias oportunidades de criar pesquisas em cima de cada exercício apresentado.

O autor se deteve mais em relação à Matemática, pois é uma área muito discutida, quanto ao seu ensinamento. Através de experiências e exercícios nos mostra como é fácil a Matemática, desde que atenda às necessidades da criança, e ela esteja preparada para compreendê-la e usá-la.



Os exercícios propostos devem sempre dar oportunidade ao aluno de raciocinar, de criar e achar soluções para situações novas.

São inteiramente desaconselhados os exercícios como as chamadas "receitas de bolo", onde o aluno apenas faz uma cópia.

Devemos partir sempre do concreto. A história da "Estrela da Madrugada", contada no livro, nos mostra o quanto é importante partir do concreto.

Finalmente, ele quis nos mostrar que ensinar é trabalhar em função do aluno. Que a criança tem que estar preparada, para poder ter uma aprendizagem perfeita.

## NOTÍCIAS

PALAVRAS DO PATRONO DA TURMA DE LICENCIADOS EM MATEMÁTICA  
DA USU DE 1979. PROF.<sup>a</sup> FRANCA COHEN GOTTLIEB

Minhas queridas jovens colegas,

O fato de vocês me terem escolhido como patrono de sua turma muito me honra e me comove. Muito obrigada!

Vocês estão se formando em um ano muito importante. O mundo todo está comemorando o centenário do nascimento do maior gênio científico de nossa época: Albert Einstein. A pós uma vida dedicada ao estudo das leis físicas que regem o universo, disse ele: O fato mais incompreensível da natureza é que ela é compreensível.

É bem verdade que nós, na Matemática, não tratamos diretamente do mundo real, concreto. Tratamos da estrutura lógica do pensamento humano, cuidamos do mecanismo da mente humana de modo que ela possa passar da mera observação dos fenômenos, físicos, químicos, biológicos, psicológicos, sociológicos que eles sejam, à concatenação de causa e efeito entre eles.

Deste modo lançamos as bases para que o naturalista possa realizar o seu estudo, possa ter a compreensão deste mundo de Deus, possa sentir a maravilhosa ordem com a

qual o Imenso Artífice construiu o universo que nos cerca.

Em um período em que o mundo dos homens, as relações humanas, os contactos entre povos tornaram-se completamente incompreensíveis e ilógicos, quando fanáticos e violentos espalham terror e desordem à sua volta, só a fé no equilíbrio e na organização do Universo pode nos dar força para acreditar no futuro.

Creio que vocês pensam como eu, uma vez que escolheram como profissão a de professores de Matemática, uma das mais sublimes das profissões na mais harmoniosa das ciências.

Vocês pretendem ensinar, transmitir às novas gerações a noção do belo, ecaminhar as mentes jovens para o raciocínio lógico. E querem fazê-lo através da matéria que, em seu equilíbrio, mais perto nos leva de Deus.

Que vocês sejam felizes, que tenham sucesso em sua missão, que os seus ensinamentos levem as novas gerações a construir um mundo mais racional e mais amante.

Felicidades !

PALAVRAS DO PARANINHO DA TURMA DE LICENCIADOS EM MATEMÁTICA DA USU. DE 1979 PROF. JOSÉ CARLOS DE MELLO E SOUZA

Recebi, há poucos dias, da oradora da turma Lucia Maria e de algumas de suas colegas, a intimação para ser o paraninfo do grupo de professoras que hoje cola grau.

Foi uma intimação porque os convites já estavam impressos e, por tanto, tudo que neles se continha, inclusive o nome do paraninfo, não comportava alterações, não admitia alternativas.

Achei muito significativo o fato de terem se esquecido de me convidar para a tarefa de paraninfá-las: era sinal de que sabiam, com sabedoria de experiências feitas, que a amizade que me liga à maioria da turma não permitiria qualquer recusa de minha parte.

Amizade: eis a palavra chave que explica a escolha inexplicável da turma. Sempre me esforcei por conservar a amizade e a confiança de meus alunos.

Todos nós sabemos que a educação é um processo, em busca de uma plenitude, e possui dois aspectos fundamentais: um intelectual, enquanto aquisição de conhecimentos, outro axiológico, porquanto vivência de valores.

É ao parâmetro axiológico que a pedagogia moderna é mais sensível e dedica o melhor de sua atenção.

A relação aluno-professor passou a ser analisada com implacável nitidez: a pedagogia do diálogo ganhou uma di

mensão considerável e todo autoritarismo dos mestres passou a ser considerado como perigosa heresia pedagógica.

O professor deve ser alguém que desperta o interesse, estimula, provoca, questiona e se deixa questionar, mais do que aquele que ensina.

E nesse questionamento as tarefas se confundem e o mestre se vê, em certos momentos, na situação de aluno e o aluno se torna mestre.

Mas isso só é possível se houver um diálogo aberto e fácil do professor com seus alunos. Diálogo que só poderá frutificar se o professor evitar o esnobismo em sua linguagem, fugir ao complicado, ao sofisticado, e falar com simplicidade (sem ser vulgar) e com sinceridade (sem ser rude).

Andrew Greeley nos lembrava em recente estudo sobre a "traição do intelectual" que os modismos modernos em matéria de linguagem não nos permitem dizer que alguém precisa de um pouco de ternura, mas sim de um reforço positivo; não podemos lembrar que alguns jovens estão carentes de segurança e afeição mas que se nota a exigência de uma forte interação sócio-emocional. No curso secundário, com mais fortes razões, esse tipo de linguagem é um desastre.

Ai do mestre que levar à sua sala de aula esse artificialismo de expressão, desnecessário, complicado e inútil.

Impedirá o diálogo, tornará estéril e infrutífero seu trabalho docente. Nessas ocasiões não somos mestres, mas

caricaturas de mestres. De resto é forçoso confessar que fracassamos tão frequentemente em nossa atividade docente, que parece que ser mestre é uma espécie de graça fugidia, que nunca se adquire em definitivo, é uma conquista difícil, é um momento de pureza e isenção logo destruído pelas forças corrosivas que ameaçam permanentemente o que há de humano em nossa frágil humanidade.

Creio que acabo de perder um tempo precioso e gastar muitas palavras para concluir que a boa pedagogia é, essencialmente, uma forma de amizade. E toda amizade autêntica será uma forma de pedagogia.

Mas no bom relacionamento aluno-professor a verdade não só deve estar presente, mas deve mesmo ser o seu fundamento e constituir o fim último do diálogo. E chegamos por essa via a detetar o que poderíamos considerar como uma das notas positivas e simpáticas dos nossos estudantes o desejo de verdade, de sinceridade, de autenticidade.

A propaganda massiça e obsedante que cerca e pressiona o homem de hoje leva-o, em legítima reação, a procurar o autêntico, além do que lhe é oferecido e imposto pelos meios de comunicação.

Sociólogos, psicólogos e até mesmo teólogos nos ajudam a analisar esse desejo, tão legítimo de busca da verdade.

Assim, a arquitetura de hoje está preocupada com a funcionalidade, dominada pela finalidade e a justeza do material, tratando o cimento como cimento, deixando-o fre

quentes vezes aparente, a madeira como madeira, fugindo a toda imitação, seja do mármore, seja da pedra, tendo horror ao gesso pintado e a toda imitação, seja lá do que for.

Vemos também na pintura hodierna o gosto pelas cores puras, pelos contrastes sugestivos e fortes.

A psicologia de hoje concentra seu esforço no colocar o homem face à sua realidade, levando-o a descer ao subsolo de sua consciência afim de ajudá-lo a inventariar os lados obscuros da sua personalidade, para que a verdade se manifeste, venha à tona, e deixemos de ser contrabantistas de nós mesmos.

E é essa obsessão pela veracidade, pela autenticidade, que deve nos levar a frequentes exames de consciência sobre nossa tarefa docente. Sabemos que um professor vale muito pouco pela ciência que é capaz de transmitir, mas, principalmente, pela consciência que é capaz de despertar.

Seu trabalho como transmissor de conhecimentos aparece desbotado e sem relevo se o compararmos com sua tarefa de formador de personalidade.

E isso só o conseguiremos se, além de professores, formos também bons estudantes.

Sempre inquietos, insatisfeitos com o que fazemos, sempre à busca da verdade, do bem, sempre desejosos de melhor desempenho, críticos severos de nós mesmos, compreensivos em face do próximo, solidários do jovem que tem fome de justiça e sede apoio e amizade.

Solidários para que nossos alunos não fiquem solitários; devemos estar sempre dispostos a nos omitir para que nossos alunos encontrem, não algo de pré-fabricado (que devem saudavelmente rejeitar) mas encontrem a si mesmos, tomem o destino que Deus lhes reservou, sigam em frente e vivam bravamente suas vidas.

Devemos, em suma, estar sempre dispostos a nos omitir e a silenciar. À nossa missão de educadores devemos dar tudo, sem nada exigir em troca. Nem mesmo compreensão, justiça, gratidão.

E, além disso, a tarefa educativa exige que a exerçamos com a máxima humildade.

Talvez vocês não tenham visto um filme que passou em nossas telas sobre a vida de S. Vicente de Paulo. Em uma de suas cenas o Santo se dirige a uma irmãzinha que pela 1.<sup>a</sup> vez vai sair a serviço dos famintos e miseráveis, e a adverte:

"não te esqueças que deverás, humildemente, pedir perdão pelo pão que distribuíres".

- A nós, professores, incumbe tornar nossa tarefa docente equivalente a um serviço que exerceremos com a mais profunda humildade, com o mesmo espírito que S. Vicente recomendava à sua irmãzinha.

Caras colegas: estamos na expectativa de festa de Natal, da festa que S. Francisco de Assis ensinou a cristandade a viver com o maior carinho, a maior alegria e o mais



profundo respeito, pois festejamos o nascimento do Salva-  
dor. São Francisco queria que seus discípulos redobrassem  
de atenção para com as criaturas. Que jogassem sementes  
nas estradas, para que as aves do céu tivessem o que co-  
mer. Aqueles que possuíssem um burro ou um boi, recomen-  
dava que lhes dessem muita forragem, pois na noite Santa  
o Menino ficou na mangedoura entre um asno e um boi.

Que todos fraternalmente se presenteassem, porque  
Deus nos deu um presente sem preço: deus-se a Si mesmo.

O Natal significa que não estamos sós, como que perdi-  
dos num grão de areia errante no espaço: Deus está conosco.  
O Natal nos ensina que vale a pena pertencer à raça humana.

Vale a pena viver a vida que nos foi dada, mesmo anô-  
nima, monótona, trabalhosa e obscura.

É um glorioso destino pertencer a essa humanidade que  
Deus assumiu, porque nos foi dado o direito de esperar.

Felizes serão vocês se caninharem com fé e sem desfa-  
lecimento os caminhos do mundo.

Cecília Meirelles escreveu certa vez:

Os dias felizes estão nas árvores,  
Viajam nas nuvens  
correm nas águas  
desmancham-se na areia.

Todas as palavras são inúteis  
nos dias felizes.

Caras colegas: este é um dia em que, segundo nossa  
grande Cecília, todas as palavras são inúteis. Vivemos  
horas felizes, num dia feliz.

RELATÓRIO DA SECRETARIA DO GEPEM  
RELATIVO AO ANO DE 1979

Cumprindo determinações estatutárias vimos apresentar o relatório relativo ao ano de 1979.

1. ASSUNTOS GERAIS

1.1 - Mudança de Sede

Em virtude do convênio assinado entre o GEPEM e a Universidade Santa Úrsula (USU) no dia 03 de maio de 1979, a USU cede graciosamente ao GEPEM a sala 405-A do Prédio VI, onde passa a funcionar a nossa secretaria e põe a disposição seus serviços de reprografia. Em troca o GEPEM se compromete a assessorar o Departamento de Matemática e a Vice-Reitoria Acadêmica, sugerindo cursos, seminários, elaborando um plano de pós-graduação "latu-sensu" em Educação Matemática e indicando textos, em Matemática, possíveis de publicação pela USU.

A mudança para a nova sede se deu no dia 07 de maio.

1.2. 5.<sup>a</sup> Conferência Inter-Americana em Educação Matemática

Foi realizada, como previsto, em Campinas, S.P. de 13 a 16 de fevereiro em colaboração com a UNICAMP.

O GEPEM fez-se representar por vários de seus membros que participaram das sessões de Posters.

Os resumos das comunicações se encontram na publicação inicial da 5.<sup>a</sup> CIAEM.

### 1.3. Projeto "Binômio Professor-Aluno na Iniciação à Educação Matemática".

O projeto cujo assunto é "Pesquisa, Diagnóstico e Atendimento em Educação Matemática em Escolas do 2.<sup>o</sup> Grau com Curso de Formação de Professores no Município do Rio de Janeiro" foi aprovado pelo MEC-INEP sob contrato n.<sup>o</sup> 06/79 em fevereiro do corrente ano. O projeto terá o apoio técnico-financeiro do INEP e o GEPEM desenvolverá as diferentes etapas no período de 1.<sup>o</sup> de março de 1979 a 31 de outubro de 1980.

Uma exposição sobre os trabalhos já realizados consta da ordem do dia da 9.<sup>a</sup> Assembléia Geral Ordinária.

## 2. ATIVIDADES DO GEPEM EM 1979

### 2.1 - Cursos e Conferências

#### 2.1.1 - De visitantes para sócios e convidados do GEPEM

- Em 7 de fevereiro, às 17h 30min, o prof. Charles Roumieu, diretor do IREM de Montpellier (França) fez uma palestra onde relatou as atividades do Instituto que dirige, a saber:

- a) IREM de Montpellier de 1968 a 1972
- b) Reciclagem de 1.000 a 2.000 professores

res.

c) Grupos interdisciplinares: matemática e física matemática, física e trabalhos manuais, intercâmbio com os professores do colégio técnico.

d) Trabalho de pesquisa em Geometria.

- Em 8 de maio, às 17h, o Prof. Haroldo Lisboa da Cunha, Vice-Reitor administrativo da USU e professor ilustre de matemática em várias instituições, fez uma palestra, inaugurando a nova sede, sobre "Educação Matemática".

- Em 5 de junho, às 17h, o Prof. da USU, Faculdade de Arquitetura, Antônio Garcia de Miranda Netto, fez uma conferência, com recursos audio-visuais, sobre "A Matemática como Instrumento de Trabalho".

- Em 30 de julho, às 14h, o Prof. Jean Dieudonné, um dos fundadores do Grupo Bourbaki, membro correspondente da Academia Brasileira de Ciências e membro da Academia Francesa de Ciências, que se encontrava no Brasil, a convite do Instituto de Matemática da UFRJ, sob o patrocínio do Conselho Nacional de Pesquisas, fez uma conferência sobre: "O

Doloroso Nascimento das Estruturas Matemáticas".

- Em 7 e 21 de agosto o Prof. Vilmar Pedro Votre da USU, pronunciou duas conferências sobre "O Impacto do Computador na Vida Moderna".
- Em 04 de setembro, às 17h, a professora Dulce Jucá Novaes, licenciada em Matemática e interessada em problemas de psicologia-genética, fez uma conferência sobre "A Teoria de Piaget e a Alfabetização".
- Em 16 de outubro, às 17h, o prof. Virgílio Athayde, professor da Escola de Belas Artes da UFRJ, licenciado em Desenho e professor do Colégio Militar, fez uma conferência sobre "Uso Geométrico das Transformações Pontuais".

## 2.2. - De sócios para entidades ou para o público

- De 5 a 9 de fevereiro, no Colégio Cruzeiro, a prof.<sup>a</sup> Maria Laura Mouzinho Leite Lopes deu um curso para professores do pré-primário, sugerindo atividades e ao mesmo tempo mostrando o suporte matemático subjacente.
- A partir de junho a prof.<sup>a</sup> Maria Laura

Mouzinho Leite Lopes participou das reuniões da Comissão Examinadora da 1.<sup>a</sup> Olimpíada Brasileira de Matemática, organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática. As provas foram realizadas em 17 cidades do Brasil em 15 de setembro.

- Em 19 e 20 de junho a prof.<sup>a</sup> Maria Laura Mouzinho Leite Lopes participou em Brasília do Seminário sobre os Projetos de Matemática patrocinados pelo INEP em todo o Brasil, sob a coordenação da prof.<sup>a</sup> Lucia Marques Pinheiro.
- Em 4 de outubro, a Prof.<sup>a</sup> Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, na Reunião Regional da Sociedade Brasileira de Matemática, na Universidade Estadual Júlio de Mesquita, Campus de Rio Claro, S.P., sob o patrocínio da Academia de Ciências do Estado de São Paulo, fez uma exposição sobre "Participação das Universidades no Ensino do 1º e 2º graus: um projeto GEPEM-INEP".
- De 22 a 26 de outubro, realizou-se o 1º Encontro Regional de Estudantes de Matemática (1º EREMA) na USU, no qual participaram da mesa redonda os seguintes

sócios do GEPEM: Anna Averbuch, Charles Guimarães, Francisco Estarque Casás, Diva Noronha, Maria Laura M. L. Lopes, Maria Lucia Martins.

- Em 26 de novembro houve uma mesa redonda no CECI sobre Educação Matemática com participação dos professores: Anna Averbuch, Arago Bach, Charles Guimarães, Diva Noronha, Leila Alcure, Maria Laura M. L. Lopes, Moema Sá Carvalho.
- Em 3 de dezembro, a convite do professor Charles Guimarães, as professoras Anna Averbuch, Maria Cristina Caldas, Maria Laura M. L. Lopes e Vera Maria Rodrigues fizeram, no Instituto de Matemática da UFRJ, uma exposição sobre o desenvolvimento do projeto GEPEM-INEP em curso.

## 2.3 - Publicações

### 2.3.1 - Boletins

Em fevereiro saiu o Boletim nº 6 e em novembro o Boletim nº 7, ambos impressos no Serviço de Reprografia da USU. O primeiro por gentil cooperação dos órgãos competentes da USU, e o segundo em virtude do convênio USU - GEPEM.

### 2.3.2 - Livros para o Município do Rio de Janeiro

Em fevereiro a Imprensa Oficial do Rio de Janeiro entregou os 5 volumes dos "Guias para Professores de Matemática da 5.<sup>a</sup> a 8.<sup>a</sup> série do 1º grau", elaborados pela equipe do GEPEM constituída pelos professores:

Anna Averbuch

Franca Cohen Gottlieb

José Carlos de Mello e Souza

Maria Laura Mousinho Leite Lopes

Moema Lavínia Mariani Sá Carvalho.