

$$6) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$7) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$8) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$9) \begin{cases} x + y = 8 \\ 9 = 3y \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$10) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

2º TESTE:

Determinar os valores de x e y em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} 5x - 2y = 9 \\ 13x - 2y = 9 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$2) \begin{cases} x - y = -9 \\ 2 = y \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$3) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$4) \begin{cases} x = y - 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$5) \begin{cases} 3x = 3y \\ x = 3 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$6) \begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$7) \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$8) \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$9) \begin{cases} x + y = 8 \\ 9 = -3y \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

$$10) \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 6y - 8x = 1 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

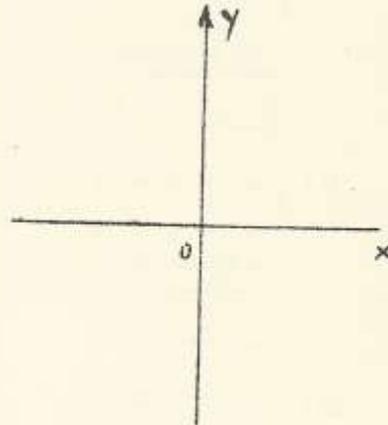
3º TESTE:

Complete a tabela e faça o gráfico representativo de cada sistema do 1º grau no local indicado.

1ª Questão:

$$\begin{cases} y = x \\ y = x - 2 \end{cases}$$

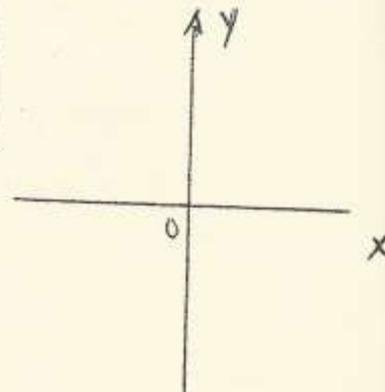
x	y
0	
1	



2ª Questão:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

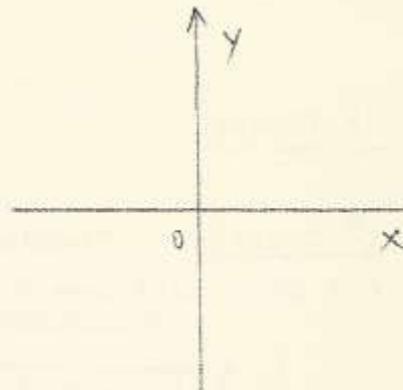
x	$y = x - 2$	$y = 4 - x$
0		
1		



3ª Questão:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

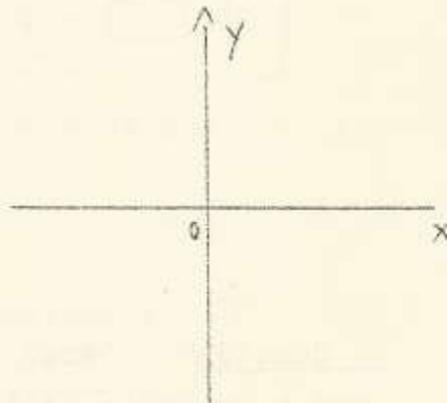
y	x = 2 - y	x = 5 - y
0		
1		



4ª Questão:

$$\begin{cases} x = y \\ x = 3 \end{cases}$$

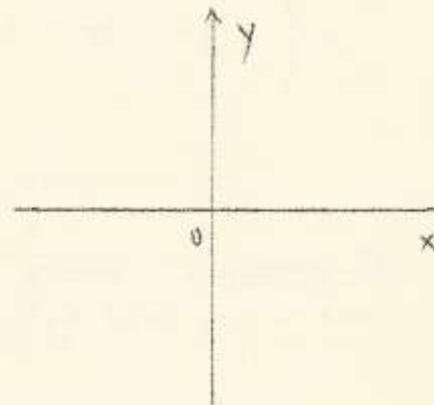
x	y
	0
	1



5ª Questão:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$$

x	y = 4 - 2x	y = 7 - 5x
0		
1		



4º TESTE:

1ª Questão: Complete o  $\square$  e o  $\bigcirc$  com os valores que verificam o sistema.

$$\begin{cases} 5 \square + 2 \bigcirc = 9 \\ 13 \square - 2 \bigcirc = 9 \end{cases}$$

Resposta

$\square$	
$\bigcirc$	

2ª Questão: Dados  $x = 3$  e  $y = -2$ , complete no sistema o que está faltando dentro do  $\square$

$$\begin{cases} 2x + 4y = -2 \\ \square x - 3y = 15 \end{cases}$$

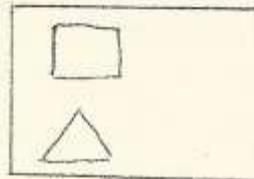
Resposta

$\square$
-----------

3ª Questão: Dados  $x = -2$  e  $y = 3$ , complete no sistema o que está faltando dentro do  $\square$  e do  $\triangle$

$$\begin{cases} 4x + \square y = -2 \\ \triangle x + \quad \quad 3y = 15 \end{cases}$$

Resposta:



4ª Questão: Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} 2y + 3x = 1 \\ -3x + y = 5 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

5ª Questão: Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} x - 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

6ª Questão: Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} 3 - y = 4x \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

7ª QUESTÃO: Determine os valores de x e y no sistema

abaixo:

$$\begin{cases} 4 + 2x = 3y \\ x = y + 1 \end{cases}$$

Resposta

x =
y =

8ª QUESTÃO: Entre os pares (a,b) de valores dados no quadro abaixo, indique a solução do sistema.

$$\begin{cases} a \cdot 3 + b \cdot 4 = 3 \\ -a \cdot 4 + b \cdot 3 = -4 \end{cases}$$

a=	0	1	3	4
b=	1	0	-4	3

Resposta

a=
b=

9ª QUESTÃO: Dados  $x=3$  e  $y=-2$  complete no sistema o

que está faltando dentro do  e do

$$\begin{cases} \square x + 4y = -2 \\ \bigcirc x - 3y = 15 \end{cases}$$

Resposta

<input type="text"/>
<input type="text"/>

10<sup>a</sup> Questão: Dados  $x = 1$  e  $Y = 2$  complete no sistema o que está faltando dentro do  e do

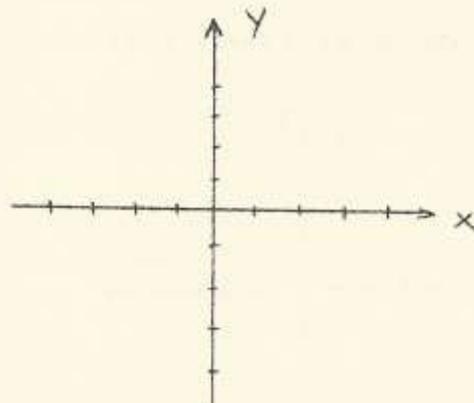
$$\begin{cases} \text{[ ]} x + 5y = 12 \\ \text{[ ]} x - 7y = -12 \end{cases}$$

Resposta

<input type="text"/>
<input type="text"/>

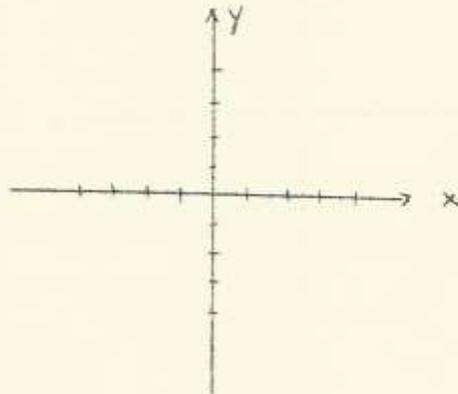
5<sup>o</sup> TESTE:

1<sup>a</sup> questão: Dado o sistema de eixos coordenados ortogonais:



- a) Marque os pontos  $A(0,2)$  e  $B(1,-1)$ .
- b) Trace a reta  $r$  que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ .
- c) Marque agora, no mesmo sistema, os pontos  $C(0,4)$  e  $D(3,1)$ .
- d) Trace a reta  $s$  que passa pelos pontos  $C$  e  $D$ .
- e) Verifique se as coordenadas dos pontos  $A$  e  $B$  satisfazem a equação  $y = x - 2$  e diga que reta esta equação representa.
- f) Verifique se as coordenadas dos pontos  $C$  e  $D$  satisfazem a equação  $y = 4 - x$  e diga que reta esta equação representa.
- g) Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema  $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 4 - x \end{cases}$  ?
- Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto?
- h) Assinale a resposta certa:
- as retas  $r$  e  $s$  são paralelas
- as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes

2ª questão: Dado o sistema de eixos coordenados ortogonais:



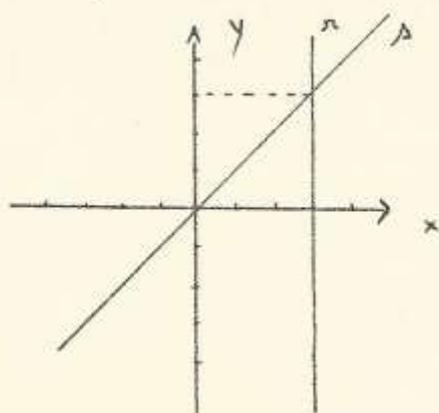
- a) Marque os pontos de coordenadas A(2,2) e B(3,3).
- b) Trace a reta r que passa pelos pontos A e B.
- c) Marque agora no mesmo sistema os pontos de coordenadas C(2,0) e D(3,1).
- d) Trace a reta s que passa pelos pontos C e D.
- e) Verifique se as coordenadas dos pontos A e B satisfazem a equação  $y=x$  e diga que reta esta equação representa.
- f) Verifique se as coordenadas dos pontos C e D satisfazem a equação  $y=-x$  e diga que reta esta equação representa.
- g) Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema  $\begin{cases} y = x \\ y = x-2 \end{cases}$  ?

Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto?

- h) Assinale a resposta certa:

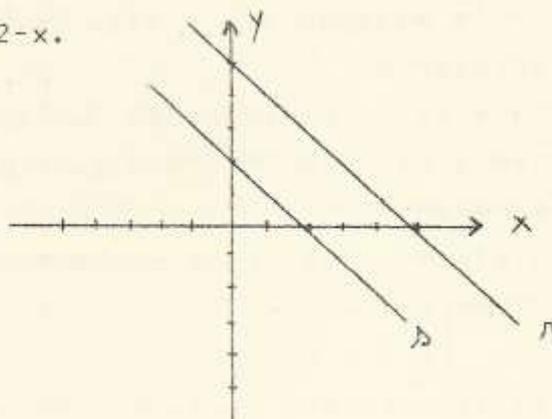
- as retas r e s são paralelas
- as retas r e s são concorrentes.

3ª questão: A equação da reta r é  $x=3$  e a equação da reta s é  $x=y$



- a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $s$
- b) Quais as coordenadas do ponto de interseção das retas?

4ª questão: A equação da reta  $r$  é  $y=5-x$  e a equação da reta  $s$  é  $y=2-x$ .



- a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $r$ .
- b) Assinale a resposta certa:
- as retas  $r$  e  $s$  são paralelas
- as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes.

## DESEMPENHO DAS ESCOLAS NO 5 TESTES

ESCOLA		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
TESTE		PD	PD	PD	PD	PD	PD	PD	ED	EN	PN	PN	PN	PN
Nº TOTAL DE ALUNOS		54	27	33	29	43	26	34	25	34	51	47	34	24
1º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	38	22	31	39	18	27	21	22	30	28	25	19	
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	1	0	12	5	1	7	0	0	0	0	0	1	
	Nº DE ERROS TOTAIS	5	3	0	1	1	1	7	15	5	19	1	2	
2º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	41	14	32	26	35	17	30	21	29	23	18	26	15
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	14	2	2	1	3	1	0	0	0	0	0
	Nº DE ERROS TOTAIS	11	3	0	0	0	1	2	3	14	2	11	2	0
3º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	36	17	31	28	52	19	35	19	28	15	20	21	10
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	18	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	Nº DE ERROS TOTAIS	4	4	0	9	7	1	1	2	19	7	16	0	0
4º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	29	18	19	22	23	22	34	19	28	31	15	25	15
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	15	1	1	0	8	1	0	1	0	0	3
	Nº DE ERROS TOTAIS	6	7	0	1	3	0	2	4	11	4	12	3	1
5º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	35	14	19	22	22	22	33	20	23	32	14	14	14
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	10	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
	Nº DE ERROS TOTAIS	17	1	0	1	4	0	0	1	6	20	2	0	1

## INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DOS TESTES

Para isto, as questões foram classificadas em quatro grupos, de acordo com os dois estilos (soluções algébricas e soluções geométricas), ligados à linguagem e à forma de apresentação utilizados na sua formulação.

Cumprе lembrar que cada uma dessas apresentações possui um determinado nível de abstração. Constituem, portanto, fatos de estilo, que aqui analisaremos quanto à sua forma na aquisição do conteúdo.

- Grupo I: Questões de solução algébrica apresentadas de forma tradicional (1º e 2º testes).

- Grupo II: Questões de solução algébrica apresentadas de forma não tradicional (4º teste).

- Grupo III: Questões de solução geométrica apresentadas de forma tradicional (3º teste).

- Grupo IV: Questões de solução geométrica apresentadas de forma não tradicional (5º teste).

### OBJETIVOS DAS QUESTÕES

As questões visavam avaliar:

- (1) - A capacidade de interpretação e compreensão dos enunciados - (Grupos I- II- III- IV)

- ii) - O uso dos métodos tradicionais de resolução algébrica (Grupos I e II)
- iii) - O domínio das técnicas operatórias. (Grupos I II, III)
- iv) - A identificação das dificuldades de interpretação e compreensão dos enunciados em função das diferentes formas de apresentação dos mesmos (soluções algébricas - Grupo II; soluções geométricas-grupo IV).
- v) - O uso das representações gráficas na resolução dos sistemas (Grupo III e IV).
- vi) - A capacidade de associar ao sistema de equações a sua representação gráfica (Grupos III e IV).
- vii) - A capacidade de analisar e interpretar os gráficos (Grupos III e IV).
- viii) - A construção dos gráficos e relação da solução algébrica com a solução geométrica (Grupos III e IV).

#### LIMITAÇÃO DO UNIVERSO DA PESQUISA

Devido à grande variação de comparecimento dos alunos aos diversos testes, decidimos somente considerar, na análise, os resultados daqueles que responderam a todos eles. Só assim seria possível um retrato global dos alunos, quanto ao seu desempenho em cada aspecto da pesquisa, de acordo com a

tabela I.

O número total de alunos que responderam a todos os testes é 163, assim distribuídos:

TABELA I

PD							ED	EN	PN				
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	TOTAL
15	7	15	19	16	13	27	13	13	5	3	8	9	163

Nas escolas noturnas, apesar de ser grande o número de alunos matriculados, poucos foram os que responderam a todos os testes. Isto se deveu à inconstância de frequência e à evasão acentuada nestes cursos.

Para a análise dos resultados, as questões foram agrupadas conforme exposto, e as respostas como a seguir:

- a- em branco.
- b- soluções erradas, por tentativa ou por cálculo.
- c- soluções certas, por tentativas.
- d- soluções certas, com aplicação de regras memorizadas.
- e- soluções certas, por interpretação do enunciado

CONSIDERAÇÕES SOBRE OS TIPOS DE RESPOSTAS APRESENTADAS NOS GRUPOS I, II, III e IV

O intervalo de variação do percentual de respostas nos grupos é fornecido pela tabela a seguir:

TABELA II

RESPOSTA GRUPOS I-II-III-IV	a	b	c	d	e
	%	%	%	%	%
MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS	9,8 a	3,7 a	0 a	14,1 a	6,1 a
	23,9	57,7	37,4	63,2	9,2
MAIOR ÍNDICE DE ERROS	25,1 a	30,7 a	0 a	6,1 a	3,1 a
	44,8	65,7	5,5	15,3	20,2

Pela tabela II observa-se:

a) respostas em branco:

- número significativo em todos os grupos.
- causas:
  - . não compreensão da formulação das questões
  - . dificuldade de resolução
  - . insegurança ou desinteresse.

b) soluções erradas, por tentativa ou por cálculo:

- número significativo em todos os grupos.
- erros sistemáticos:
  - . dificuldade de:
    - .. interpretação e compreensão do enunciado (grupos I, II, III e IV).
    - .. aplicação da distributividade (grupo II).
    - .. interpretação e compreensão do signo (variável) (grupos I, II, III, IV).
    - .. representação gráfica do sistema (grupos III, IV).
    - .. substituição de símbolos (grupo II).
    - .. cálculo e sinal (grupos: I, II, III).
    - .. soluções incompletas (grupos: I e II).

c) soluções certas, por tentativas

- minoria em todos os grupos.
- maior percentual de acertos: 37,4%

d) soluções certas com aplicação de regras memorizadas.

- número significativo em todos os grupos.

e) soluções certas por interpretação do enunciado.

- menor índice de acertos em todos os grupos.

Observações:

- 1) A 1a. questão do 1º teste (grupo I) foi a questão de maior índice de acertos entre as de solução algébrica. Ainda assim, 36% de alunos determinaram um valor para  $y$  diferente do dado ( $y = -3$ )
- 2) A 4a. questão, item b, do 5º teste (grupo IV), foi a questão de maior índice de acertos deste grupo. Esta questão foi a mais fácil de todos os grupos. Sua solução dependia, apenas, de interpretar um gráfico simples, dado, de retas paralelas e a leitura correta de seu enunciado. Qualquer aluno, desde a 4a. série do 1º grau, estaria apto a resolvê-la acertadamente. Ainda assim 23,9% responderam sem as retas concorrentes.

Pela tabela II observa-se:

a) respostas em branco:

- número significativo em todos os grupos.
- causas:
  - . não compreensão da formulação das ques  
tões
  - . dificuldade de resolução
  - . insegurança ou desinteresse.

b) soluções erradas, por tentativa ou por cálculo:;

- número significativo em todos os grupos.
- erros sistemáticos:
  - . dificuldade de:
    - .. interpretação e com-  
preensão do enunciado (grupos I, II, III  
e IV).
    - .. aplicação da distri-  
butividade (grupo II).
    - .. interpretação e com-  
preensão do signo (variável)(grupos I,  
II, III, IV).
    - .. representação gráfi-  
ca do sistema (grupos III, IV).
    - .. substituição de símbo-  
los (grupo II).
    - .. cálculo e sinal (gru-  
pos: I, II, III).
    - .. soluções incompletas'  
(grupos: I e II).



- 1) Sua análise confirma os resultados obtidos no grupo I, II, III, IV.
- 2) Como questão do grupo I, apresentou:
  - dificuldade de interpretação e compreensão do enunciado.
  - erros:
    - .cálculo e sinal.
    - .troca dos valores encontrados.
  - somente 31,3% dos alunos interpretaram o enunciado, isto é, somaram as duas equações, para determinar diretamente uma das variáveis.
- 3) Como questão do grupo II, apresentou:
  - confirmação do resultado obtido no grupo I.
  - somente 4,3% dos alunos interpretaram o enunciado, isto é, perceberam que o valor de  $y$  estava explicitado, bastando substituir para obter o valor de  $x$ .
- 4) Como questão do grupo III, apresentou:
  - confirmação dos resultados obtidos no grupo III, analisadas em página anterior.
  - 40% dos alunos determinaram corretamente as coordenadas de dois pontos distintos, pertencentes a cada

uma das retas, mas não souberam representá-las graficamente.

- trocaram no gráfico o valor de  $x$  (abscissa) com o valor de  $y$  (ordenada).
- não associaram o sistema de equações à sua imagem geométrica, as retas.
- não associaram a posição das retas no plano, à solução do sistema de equações.
- apenas 6,1% dos alunos acertaram todas as questões do grupo III.

5) Como 1ª questão - 8 itens - 5º teste, grupo IV.

- apenas 15 alunos da escola III acertaram todos os itens dessa questão, correspondendo a 9,2% dos alunos da pesquisa.

- itens a e c.

. os alunos marcaram os pontos certos no gráfico, mas apresentaram os seguintes erros sistemáticos:

..não indicação dos pontos A e B(item a).

..não indicação dos pontos C e D(item c).

..não ligação dos pontos pertencentes à mesma reta.

- itens b e d:

. 4,1% dos alunos deixaram em branco ou erraram esses itens, confirmando as dificuldades na representação

gráfica.

-itens e e f:

- . 78,5%(item e) e 79,2%(item f) apresentaram respostas em branco, ou do tipo "não sei", ou "reta ortogonal", "reta crescente", "reta horizontal", "reta perpendicular", "reta decrescente", etc.
- . não nomearam as retas.
- . não associaram a representação gráfica à equação da reta dada.

-itens g e h:

- . erros sistemáticos encontrados nas respostas do item g:
  - ..vários pontos encontrados como solução do sistema e o gráfico errado.
  - ..vários pontos encontrados como solução do sistema, apesar do gráfico certo.
  - ..o sistema dado como não tendo solução, apesar de certo o item h.
  - ..a equação da reta  $y=x-2$  dada como solução do sistema.
  - .. resposta "não sei" para o item g, apesar de certo o item h.
- .8,6% dos alunos responderam erradamente ao item h, afirmando serem as retas paralelas, apesar do gráfico certo.

Os resultados da representação gráfica do item g e do item h são:

24,5% - acertaram os itens g e h e o gráfico.

21,5% - acertaram o item h e o gráfico, mas erraram o item g.

28,2% - erraram o item g e o gráfico, mas acertaram o item h.

Confirma-se, mais uma vez, o resultado obtido na análise feita desta questão no grupo III.

CONCLUSÕES

Para finalizar este trabalho, destacaremos os seguintes aspectos, a partir do resultado da análise feita.

A fundamentação teórica desta pesquisa baseia-se em dois aspectos:

- estágio do desenvolvimento mental do indivíduo (aluno).
- linguagem matemática.

As principais dificuldades detectadas na análise dos resultados são:

- 1 - dificuldade na:
  - . assimilação e utilização das regras e das técnicas operatórias.
  - . aquisição do conceito de variável.
- 2 - má interpretação e não compreensão da linguagem matemática.

A dificuldade na assimilação e utilização das regras e das técnicas operatórias pode ser assim explicada:

O traço dominante das resoluções apareceu nas respostas em branco, ou erradas, ou em automatismos e tentativas, (respostas tipo a, b, e c), como nos mostra a tabela seguinte:

TABELA

	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS (%)	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ERROS (%)
GRUPO I	52,1	82,8
GRUPO II	74,9	66,9
GRUPO III	79,8	90,8
GRUPO IV	27,6	75,5

O percentual de alunos que dominam as técnicas operatórias, e que leram e compreenderam os enunciados e interpretaram as soluções, (respostas d e e) está na tabela a seguir:

TABELA B

	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS(%)	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ERROS (%)
GRUPO I	47,9	17,2
GRUPO II	25,1	33,1
GRUPO III	20,2	9,2
GRUPO IV	72,4	24,5

Os alunos que resolveram as questões dos grupos III e IV (respostas tipo d e e), souberam interpretar as soluções e transferir.

Destacaremos, aqui, o percentual de alunos cujas respostas são do tipo e:

TABELA C

	MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS %	MAIOR ÍNDICE DE ERROS %
GRUPO I	5,5	9,8
GRUPO II	6,1	20,2
GRUPO III	6,1	3,1
GRUPO IV	9,2	9,2

Os alunos que dominam as técnicas operatórias (respostas tipo d - grupos I - II), possuem condições necessárias, mas não suficientes para a leitura e compreensão dos enunciados, interpretação das soluções e transferência.

Os alunos que dominam as técnicas operatórias e não têm dificuldade na leitura e compreen-

são dos enunciados podem ser agrupados da seguinte forma:

- grupo dos que não interpretam as soluções e, portanto, têm dificuldade de transferir (respostas tipos d e e - grupos I e II).
- grupo dos que interpretam as soluções e, portanto, são capazes de transferir. (respostas tipo d e e - grupos III e IV).

Resumindo, temos a sequência seguinte:

domínio das técnicas operatórias → domínio da leitura e compreensão dos enunciados  
 → interpretação → transferência.

A dificuldade na aquisição do conceito de variável deve-se ao fato de que este é apenas associado à letra que o representa.

A variável, em Matemática, é um signo que representamos por uma letra (significante-forma escrita) e cujo sentido (significado) é apenas um "testa de ferro" que pode ser substituído por qualquer elemento de um determinado conjunto. Portanto, o conceito de sentença aberta está intimamente relacionado com o da variável.

Observamos, nos erros cometidos pelos alunos, que eles utilizam e compreendem o signo da variável somente no sentido do significante - forma escrita.

Analisemos, agora, a má interpretação e não compreensão da linguagem Matemática.