Publicado sob os auspícios da
UNIVERSIDADE SANTA ÚRSULA

" A educação de que falamos é aquela orientada desde a infância para o bem, induzindo no homem o desejo ardente de tornar-se um cidadão perfeito, capaz de governar e de ser governado com justiça ".

Platão, "As Leis"

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO

Apraz-nos apresentar neste número resumos de duas teses de interesse para o professor de Matemática, defendidas na COPPE/UFRJ, no corrente ano. Uma de mestrado, sobre Educação Matemática - " Um Modelo Matemático para o Estudo das Dificuldades apresentadas pelos Alunos do 2º Grau na Resolução de Sistemas Lineares" - da Professora Estela Kaufman Fainguelernt, da Universidade Santa Úrsula. Outra, de doutorado, sobre Lógica Matemática na Computação - "Sistema Gerador de Provador de Teoremas" - do Professor Emmanuel Piseces Lopes Passos, do Instituto Militar de Engenharia.

Publicamos ainda:

. Artigo sobre Educação Matemática na Escola Elementar, abordando recursos para superar dificuldades no processo ensino-aprendizagem de Matemática nesse nível, da Professora Moema Sá Carvalho.

. Relato sobre uma experiência de ensino de Geometria para professores realizada pelos professores Luiz Marcio Imenes, José Jakubovic e Fernando Trotta, em São Paulo, 1980.

Na Sessão Resenha, apreciação sobre o livro "Progressões e Logaritmos" de Aref Antar Neto e outros, feita pela Professora Estela K.Fainguelernt

. Na Sessão Noticias anotações feitas pela

Professora Moema Sá Carvalho, sobre o XXXIII Encontro da CIEAME, realizado em Pallanza, Itália, agosto de 1981, onde foi abordada uma visão do papel da Geometria na História e no ensino da Matemática . Relatório da Secretaria do GEPEM sobre as atividades de 1981.

Um Modelo Matemático Para o Estudo das Dificuldades Apresentadas pelos Alunos do 2º Grau na Resolução de Sistemas Lineares.

Estela Kaufman Fainguelernt

(Resumo da tese de mestrado defendida na COPPE em 29-05-81).

INTRODUÇÃO

Durante a pesquisa foram aplicados cinco testes, três de resoluções algébricas e dois de resoluções geométricas (resolução utilizando a representação gráfica). Estes testes foram corrigidos e seus resultados sofreram um tratamento estatístico que serviu de subsídio para a análise e interpretação do desenvolvimento do raciocínio cognitivo e matemático dos alunos, bem como para diagnosticar as possíveis causas que concorrem para favorecê-lo ou não.

Sobre os resultados obtidos, foi feita uma projeção para a população escolar da 1ª Série do 2º Grau, desse Município.

Nessa pesquisa a escolha das escolas participantes, que numeramos de I a XIII, foi feita por sorteio, e de acordo com um plano de Amos - tragem obedecendo à seguinte distribuição:

. 7 escolas particulares diurnas (PD)
. 1 escola estadual diurna (ED)
. 1 escola estadual noturna (EN)
. 4 escolas particulares noturnas (PN)

para atender a sua representatividade no conjunto das escolas do Município, conforme listagens fornecidas pela Secretaria de Educação e Cultura e Ins - tituto de Informática dessa SEEC, R.J.

O trabalho consiste em um tratamento estatístico, da identificação e análise dos resultados apresentados, na resolução de sistemas lineares de duas equações a duas incógnitas, sob o ponto de vista algébrico, por alunos da 1ª Série do 2º Grau, com idade média de 15 a 16 anos, do município do Rio de Janeiro.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com a pesquisa realizada, duas perguntas afloraram à mente:

1- Como ensinam os professores?

2- Como aprendem os alunos?

As respostas a estas duas perguntas estão inter-relacionadas.

Sobre o processo ensino-aprendizagem, diversas teorias têm sido propostas, cada uma com diferentes implicações quanto à prática do ensino. Podemos agrupá-las, de acordo com sua maneira de enfocar a relação entre o indivíduo e o meio, em três categorias.

As teorias pertencentes ao 1º tipo, encaram o meio como fator ativo primário. Estão voltadas para o que se vai ensinar - Escola Tradicional.

As teorias pertencentes ao segundo encaram a criança como fator ativo primário. Deram origem à escola voltada para a criança. - Como ensinar? Como as crianças aprendem?

As do 3º tipo reconhecem que tanto a criança, quanto o meio, desempenham papel ativo no processo de aprendizagem. São a base do ensino contemporâneo

- Como ensinar? O que se pretende ensinar? Como as crianças aprendem?

De acordo com as teorias desenvolvidas no segundo e terceiro tipos, o aluno é um organismo que age por si mesmo e cresce. Portanto "...aprender não é apenas acumular conhecimentos, mas um processo de crescimento..."(1), crescimento tanto do ponto de vista biológico como mental.

O crescimento mental do indivíduo faz com que ele passe por diferentes estágios de desenvolvimento.

Este crescimento não é espontâneo, podendo ser dirigido. A interação do indivíduo com o meio desempenha um papel ativo no processo de aprendizagem.

Para haver um determinado tipo de aprendizagem é necessário que o desenvolvimento mental do indivíduo esteja preparado para recebê-lo e que as suas estruturas mentais sejam ativadas.

Como sabemos, o desenvolvimento do indivíduo progride através de estágios bem definidos. Estes ocorrem numa certa ordem, porém, pessoas diferentes passam de um estágio para outro, em épocas diferentes.

O desenvolvimento mental é influenciado por quatro fatores inter-relacionados: maturação, experiência, interação social e equilíbrio.

Piaget acredita que o desenvolvimento intelectual ocorre por meio de invariantes funcionais inatos aos quais chama Organização e Adaptação.

Organização é o aspecto interno na construção de ações simples como ver, tocar, nomear, através dos diferentes estágios, para a aquisição de estruturas mentais de ordem mais elevada. Estas ações tornam-se coordenadas, transformando-se em operações, inicialmente concretas e finalmente abstratas ou formais. Um indivíduo compõe assim seus sistemas internos de considerar o mundo.

Adaptação é o aspecto externo, onde se processa a mudança contínua que ocorre no indivíduo, como resultado de sua interação com o meio. Consiste de dois processos opostos, mas inseparáveis - a assimilação e a acomodação.

A assimilação é o processo pelo qual o indivíduo adapta cada experiência nova às suas estruturas mentais pré-existentes, estruturas essas que não são inatas, já foram adquiridas. Pelo funcionamento dessas estruturas, o indivíduo interpreta as novas experiências a partir das anteriores. Entretanto, a incorporação de novas experiências modifica as estruturas já existentes. A acomodação é o processo que assegura a modificação das estruturas mentais, de modo a permitir a inclusão de experiências que ainda não se ajustam às estruturas existentes. Tal processo faz com que as estruturas mentais mudem sob a influência do meio.

Destacaremos, neste trabalho, três estágios' do desenvolvimento mental do indivíduo que são especialmente importantes.

1) Estágio do pensamento intuitivo ou do pensamento pré-operacional.

As crianças deste nível raciocinam e dão explicações na base mais de intuições de que de lógica. Como seu pensamento é dominado pela percepção' momentânea, tendem a associar as coisas entre si ' por justaposições acidentais e não por relações de causa e efeito ou por implicações lógicas.

Nesta fase ela têm dificuldade de compreender a ordem dos eventos, explicar relações entre a parte e o todo, entre elemento e conjunto e entre' o conjunto e seus sub-conjuntos. Não percebem pois que o número cardinal associado a um conjunto é independente do arranjo de seus elementos. Têm dificuldade de adquirir a noção de número e suas relações, compreender com precisão o que as outras pessoas falam, não sendo capazes de dominar as regras.

Sua tendência é fixar a atenção sobre um úni co fator de cada vez, chegando muitas vezes a conclusões contraditórias, quando desviam a atenção de um fator para outro. Consequentemente, tendem a negligenciar as transformações de um estado para outro e não percebem a reversibilidade de muitas transformações. Não podem ainda efetuar operações mentais como adicionar e subtrair, bem como também seguir os passos na resolução de um problema, etc.

Apesar da criança, nesta fase, dar enormes passos no crescimento mental, ela utiliza símbolos socialmente padronizados da linguagem falada e é apenas capaz de formar símbolos mentais que representam objetos reais, de raciocinar num nível muito simples, provavelmente usando imagens mentais em vez de palavras.

2) Estágio das operações concretas (idade aproximada de 7 a 11 anos).

Neste nível, as crianças estão desenvolvendo conceitos de números e de relações. Seus processos mentais permitem maior habilidade de compreensão de regras e de efetuar operações concretas. Distinguem o conceito de massa, do conceito de comprimento e o conceito de número cardinal, do conceito de comprimento de uma fileira de objetos. Sabem que a massa de um objeto não se altera quando muda a sua forma e que o número cardinal associado a um conjunto não se altera, quando se modifica o arranjo dos elementos do conjunto. Dominam as relações entre um conjunto e seus sub-conjuntos, compreendem a propriedade transitiva da relação de ordem, sendo capazes de formar conjuntos ordenados e de estabelecer correspondências biunívocas que preservam a ordem.

As palavras operações e concretas, usadas por Piaget, simbolizam as características que distinguem esse estágio dos que o precedem e o seguem.

Piaget define uma operação como "uma ação que pode voltar ao seu ponto de partida e que pode ser integrada a outras ações que também possuem esse carácter de reversibilidade" (1). Para Piaget as operações são atos mentais.

A criança passa do estágio pré-operacional para o das operações concretas, quando seus atos mentais, antes isolados e não coordenados, são finalmente organizados nessas estruturas, semelhantes às de um grupo matemático.

Piaget chama as operações mentais da criança entre sete e onze anos, de operações concretas, porque o ponto de partida dessas operações é sempre algum sistema real de objetos e relações que ela percebe sensorialmente. A criança, nesse estágio, é capaz de organizar e ordenar apenas coisas que estão imediatamente presentes.

Nesta fase, a criança começa a se tornar semelhante ao adulto nos seus processos de pensamento Pode tornar as ações reversíveis, atingindo às operações e, cada vez mais, é capaz de usar palavras e outros símbolos para representar objetos concretos quando faz suas explorações mentais.

Nesta fase, as atividades matemáticas devem dar mais ênfase à manipulação de objetos, para desenvolver a ação que se fizer necessária.

3) Estágio das operações formais (idade aproximada de 11 a 15 anos).

O indivíduo passa a este estágio, quando começa a raciocinar sobre coisas que não tem diante' de si; quando é capaz de raciocinar plenamente sobre o possível, tanto quanto sobre o real. Ele usa' "constructos"[1]. Esta é a fase do pensamento adulto.

Neste estágio o indivíduo é capaz: de identificar todos os fatores possíveis que têm importância para a investigação de um problema e de usar a análise combinatória para formar todas as combinações possíveis desses fatores. É capaz de formular' hipóteses, delas tirar conclusões e testa-las em ' confronto com a realidade. Além disso, é capaz de ' explorar relações entre proposições e não apenas entre objetos.

Neste nível, pode pensar, usando abstrações' que se formam a partir das ações e formular teorias, verbalmente, sobre proposições, não necessitando ' mais trabalhar sobre o concreto.

1."Constructos" : Atos de pensar sobre proposições ' mentais ou hipóteses

O estudante, nesse estágio, atinge um de - senvolvimento mental que lhe permite fazer experimentações. Pode organizar um experimento e verificar se está certo. Começa a compreender as rela - ções geométricas, proporcionalidade e a conexão entre as ações e as reações.

Em resumo, é capaz de pensamento científico e de raciocínio matemático formal. Portanto, ' neste estágio, deve poder entender a linguagem matemática.

A passagem de um estágio para o seguinte ' pode ser ativada por uma experiência enriquecedora e pelo bom ensino.

Gostaríamos, aqui, de fazer uma observação a respeito do termo <u>concreto</u> usado por Piaget, na expressão <u>"operações concretas"</u> que não deve ser ' confundido com o seu significado na linguagem comum.

O que é concreto ou não, nesse sentido, é relativo à experiência passada do indivíduo e à sua maturidade mental. Assim, por exemplo, para os alunos da 1ª Série do 2º Grau, a soma <u>2+3</u> é concreta, ' mas a soma <u>x+y</u> ainda não é.

A partir do que foi explanado anteriormente' não podemos deixar de valorizar o papel importante' desempenhado pela linguagem na construção do pensamento e sua expressão, como nos afirma Saussure:

"Tomando em si mesmo, pensamento é como uma' nebulosa onde nada é necessàriamente delimitado. Psicologicamente, se for feita a abstração de sua expressão (psicológica) pelas palavras, nosso pensamento é apenas uma massa amorfa indistinta. Filósofos e linguistas estão sempre de acordo em reconhecer que sem o recurso aos signos seríamos incapazes de distinguir duas idéias de um modo claro e constante". (20)

Portanto, a linguagem desempenha, com muito mais forte razão, um papel importante na construção do pensamento científico, na aprendizagem da ciência e na apreensão de um conceito desta.

Levando em conta o que foi dito, faremos algumas observações iniciais a respeito da ciência matemática, seu estilo, sua forma, seu conteúdo e seu trabalho.

Uma construção de matemática pura tende a apresentar-se como um conjunto unificado. A história desta ciência fornece muitos exemplos de unificação progressiva, através de diferentes estágios de desenvolvimento de uma mesma teoria.

Na Matemática o trabalho tem uma singularidade: a estrutura por ela edificada é diretamente visada na sua mais completa abstração. Mas, podemos afirmar que esta estrutura é extraida sempre de uma experiência que se situa em níveis variados de abstração.

Segundo Piaget, pode-se falar de uma experiência matemática ingênua ao nível elementar da percepção. Isto significa que cada etapa coletiva ou individual do trabalho matemático se realiza num nível mais ou menos adiantado de abstração. Mas, esta abstração é sempre vivida como experiência. Devido a isto, o trabalho matemático necessita ao mesmo tempo da forma e do conteúdo, através de uma experiência estruturada num nível "inferior" de abstração.

O estilo aqui se apresenta como uma forma de introduzir os conceitos de uma teoria, de encadeá-los, de unificá-los ou, como também de limitar a carga intuitiva na determinação destes conceitos.

Por exemplo, consideremos os sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas, que é o assunto do nosso trabalho. Sua resolução pode ser apresentada:

1) Utilizando técnicas operatórias, através dos métodos tradicionais: adição, comparação e substituição, tal camo no início do estudo da Álgebra (1º Grau, 7ª Série).

2) Utilizando a sua representação gráfica, após identificar a imagem geométrica das equações(1º Grau, 8ª Série).

3) Utilizando matrizes quadradas de 2ª ordem, tal como na iniciação ao estudo de Álgebra Linear em R^2 (2º Grau).

Cada uma dessas apresentações possui um determinado nível de abstração. Estas diferentes formas de aprender um conceito, de integrá-lo num sistema operatório e de associar-lhe implicações intuitivas constituem os fatos de estilo, ligados ao conteúdo e à forma. Contudo, é necessário limitar, exatamente o seu alcance.

Apresentamos, acima, três estilos diferentes de abordar um mesmo conteúdo, resolução de sistemas lineares de duas equações a duas incógnitas.
Notemos que, nestas formas de apresentação o conteúdo estrutural do conceito não se altera. O que se modifica é o enfoque dado ao conceito para uma determinada extensão.

O estilo desempenha um papel essencial no desenvolvimento da Matemática, na sua aprendizagem bem como nas suas relações com os objetos concretos. Podemos, então, dizer que o estilo está mais diretamente ligado à linguagem e à sua apresentação do que à sua construção do conceito.

Esta linguagem tem, pois, grande importância no processo científico e também na aprendizagem da ciência.

A linguagem é parte integrante da atividade científica. A Matemática pode ser qualificada de <u>ciência por construção de linguagem</u>, no sentido de uma nova maneira de expressar esta ciência.

Portanto, o estilo está intimamente ligado aos métodos que devem desenvolver, da mesma maneira que deve, muitas vêzes, tomar a dianteira e influenciar o desenvolvimento da ciência matemática.

Segundo Granger, "...a criação de uma linguagem matemática não é, tão só, um acontecimento' exterior ao desenvolvimento da ciência. Está, ao' mesmo tempo, ligada ao conteúdo do conhecimento matemático e às condições que constituem a sua infra-estrutura. Uma invenção linguística neste domínio acha-se, de certo modo, situada no ponto de encontro do universo formal, que é a Matemática realizada, e do sistema dos atos concretos que constituem as relações dos homens entre si e com o mundo..." (7)

Por conseguinte, tanto o conteúdo como a linguagem devem se aproximar das condições vivenciais do aluno, pois estas dão significações ao mundo efetivamente vivido.

Como a construção linguística da Matemática é unívoca, a introdução da parte formal num conjunto de atos linguísticos é muito especial e difícil.

A linguagem Matemática se singulariza pelo fato de só se desenvolver verdadeiramente pela escrita. De fato, as informações oferecidas pela cadeia falada, tal como é percebida, não servem para receber e transmitir precisamente as mensagens que devem traduzir as informações a respeito da sua própria estrutura.

A linguagem usual falada serve apenas para ' descrever os objetos e as propriedades de objetos estruturais.

Como exemplo, podemos dizer: a soma de dois' números inteiros é igual a 8 e um deles vale 3 -A estrutura simbólica nos dá diretamente:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \quad\;\; y = 3 \end{cases}$$ (Questão do 1º teste da experiência)

Entretanto, quando as propriedades estruturais ultrapassam a um certo grau de complexidade, a sua descrição torna-se tão difícil de ser compreendida que paralisa toda a manipulação, toda ' análise e toda demonstração.

Não resta a menor dúvida que as descrições ' facilitam, por sua carga concreta, o entendimento do significado das fórmulas matemáticas. Realmente, a Matemática não pode somente ser expressa numa linguagem linear como a linguagem corrente, ou somente numa linguagem unidimensional, como uma sequência de signos, linguagem simbólica. Tornar-se-ia tremendamente difícil para o indivíduo, a utilização, apenas, de linguagem simbólica.

O importante é que haja uma ligação entre a linguagem corrente e a linguagem simbólica, para' uma boa compreensão do desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, bem como do raciocínio, levando-se em conta o nível do desenvolvimento mental dos alunos em cada estágio.

Retomamos aqui a questão de uma nova linguagem matemática. Tal questão estaria ligada a diferenciar a pluralidade de maneiras de exprimir e de construir um conceito, de fazer compreender como esta pluralidade se liga a diferentes formas de trabalhar este conceito e de vivenciar o simbolismo.

Estas considerações são inseparáveis de um exame do desenvolvimento do conceito e do uso do simbolismo a ele associado.

Analisaremos agora o problema das significações na linguagem matemática.

A Matemática utiliza provisoriamente a linguagem usual e cria uma própria para o seu uso. Portanto, requer, necessariamente, um sistema linguístico.

A linguagem corrente é composta da língua mais a fala. A língua é um sistema de regras composto de elementos chamados signos; a fala é essencialmente uma combinação desses signos que corresponde a um ato individual e não a uma criação pura. A língua é uma convenção social.

Poderíamos dizer, utilizando a definição de V. Brondal:

"A língua é uma entidade puramente abstrata, uma norma superior aos indivíduos, um conjunto de tipos essenciais, que realiza a fala de modo infinitamente variável".(2). O que completaríamos com a citação de Granger:

"Uma língua é evidentemente um sistema de formas; por mais próximo que se queira reconhecê- las da experiência vivida, estas formas estão organizadas e o menos "estruturalista" dos linguistas não pode deixar de admitir que constituem, pelo menos, esboços de estruturas abstratas que remetem, pois, a um trabalho de construção e retificação de um vivido" [7]

Façamos uma comparação entre a linguagem matemática e a linguagem corrente, sob o ponto de vista de suas significações.

A linguagem corrente, apesar de ser abstrata, é instrumento de comunicação, sendo o conteúdo desta comunicação uma experiência vivida pelo indivíduo ou pela coletividade.

A linguagem matemática também é um instrumento de comunicação a serviço do desenvolvimento da ciência e da ativação das estruturas do pensamento. Contudo, na maioria das vêzes, não é uma experiência vivida, sendo por isto mais difícil de ser assimilada.

Tentaremos explicar o que é um <u>signo</u> em linguagem matemática.

Consideremos, mais uma vez, o assunto do nosso trabalho: seja um sistema linear de duas equações a duas incógnitas.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Este sistema é formado de signos, ao mesmo tempo no sentido do significante (imagem escrita de x_1y, $a_1b_1c_1$, $a_2b_2c_2$) e do significado (variável e constantes).

Este signo envia um sistema de relações ' entre quantidades figuradas (significado) traduzindo, ao mesmo tempo, as operações algébricas (regras de combinações de signos) possíveis de serem efetuadas sobre essas equações (significantes).

Notemos que o objeto do signo é também definido como signo. Ainda mais, podemos perceber que essas mensagens são enviadas a uma estrutura simbólica na qual ela própria é um elemento.

Logo, para a apreensão daquele conceito ' (sistemas lineares) seria necessário que o indivíduo vivesse uma experiência baseada em signos já conhecidos, dando nascimento a um novo signo e trabalhando as suas relações.

Não resta a menor dúvida que se pode usar' o simbolismo lógico para transmitir a outro sujeito as propriedades de objetos científicos. Mas, por outro lado, a complexidade das expressões formais dificulta o raciocínio, a síntese e a memorização por parte do outro sujeito que não viveu o processo de construção deste simbolismo. Em outras palavras, o que se ganha em rigor se perde em eficácia.

Em Matemática ocorre o que chamamos de abusos de linguagem no discurso científico; usam-se cons - truções estritamente formalizadas, muito pouco utilizadas, como meios de comunicação corrente entre ' indivíduos, tornando a sua compreensão cada vez mais inacessível a leigos e, consequentemente, res - tringindo bastante o seu uso.

A linguagem matemática se diferencia da lin - guagem corrente por duas razões fundamentais;

1) Ser linguagem artificial, isto é, não comportar a segunda articulação no sentido definido ' por Martinet.

11) Ser um sistema simbólico, onde na sua ' construção, se ordenam apenas a experiência dos próprios símbolos.

O fato da linguagem matemática ser linguagem artificial, pode ser explicado da seguinte maneira: Segundo Martinet, a linguagem usual é duplamente articulada (bidimensional). No 1º plano se empregam ' os termos do cotidiano e os enunciados se articulam em palavras, isto é, faz-se a divisão de uma frase' em unidades dotadas de sentido (1ª articulação). No 2º plano, as palavras se articulam em sons, isto é, os elementos componentes da frase podem, por sua ' vez, ser divididos em unidades menores, segundo a forma vocal e não mais segundo o critério do sentido. Assim, divide-se a palavra em fonemas e estas ' unidades podem participar de outros contextos (2ª articulação).

O mesmo não ocorre na linguagem matemática, pois, por exemplo, a sentença $x + y = 8$ pode ser dividida em unidades dotadas de sentido. Realmente podemos considerar nesta sentença os signos isolados x, $+$, y, $=$, 8, (1ª articulação), mas esses signos não podem ser divididos em unidades menores para serem aplicados a outros contextos (2ª articulação).

Confirma-se, portanto, que a comunicação em Matemática se faz ao nível de 7ª articulação.

A linguagem matemática é específica e é aplicada a diferentes campos do conhecimento.

Deve ser bem interpretada e compreendida.

O fato da linguagem matemática ser um sistema simbólico, caracterizado por ser construido de modo a se ordenar nos próprios símbolos, significa que é uma linguagem formal. Um signo desta linguagem nunca envia a sua experiência ao exterior, mas somente a uma combinação de regras simbólicas que constitui seu objeto e que são signos também. Sendo uma linguagem formal é passível de interpretações que constituem também um sistema formal de um nível de abstração menos elevado e nunca uma experiência. Isto é o oposto do que acontece na linguagem corrente. Nesta última, o seu sistema de regras, composto de signos, possibilita a combinatória desse signos, correspondendo a uma expe riência vivida pelo indivíduo e não uma criação pura.

Para concluir estas considerações, vale assinalar, com Granger, que, na comparação feita entre o matemático e o aprendiz-matemático, comparação essa que pode ser estendida ao professor de Matemática e ao aluno, afirma: "Se a interpretação ocasional do simbolismo como linguagem "significativa" pelo matemático é uma das condições da criação, é possível que ela desempenhe, ao contrário, um papel ambíguo para o iniciante que ainda não sabe o que a Matemática é na verdade. Não tendo efetuado a conversão do pensamento que o desígnio abstrato das estruturas tomadas nelas mesmas exige, o aprendiz-matemático certamente encontra um apoio nas representações "geométricas" intuitivas, por exemplo, as que constituem interpretantes exteriores, significações possíveis para os esquemas abstratos. Mas, se seu pensamento permanece fixado neste gênero de desígnio, que só convém acidentalmente ao simbolismo matemático, ele se torna bloqueado, procurando, em vão, no sensível dos interpretantes, o que só uma imaginação excepcionalmente dotada pode descobrir no interior mesmo do universo simbólico, abraçando-o, então, como um mundo". (7)

Portanto, tentando responder às perguntas do início deste trabalho, é importante que nós, professores de Matemática, possamos conhecer a maneira pe la qual se constrói o discurso da linguagem corrente e o da linguagem matemática. Além disso, devemos estabelecer um elo entre as duas, procurando fazer uma simbiose de ambas, dotando os símbolos de significações, quando possível, para que se possa viver, até certo ponto, uma experiência matemática.

Cumpre lembrar que, no processo ensino-aprendizagem, é importante que o professor de Matemática conheça o nível operacional de seus alunos, para fazer adequações entre as duas linguagens, possibilitando, assim, ao aluno, a descoberta e construção do discurso matemático.

Para auxiliar o aluno na construção do discurso matemático é necessário partir da linguagem corrente que ele domina, criando situações motivadoras.

A passagem e a assimilação dos níveis de abstração da Matemática são conseguidos quando fica estabelecida uma ligação entre os dois discursos. Então, ele se expressa e pensa matematicamente. Caso isto não aconteça, ele não construiu o discurso matemático e, portanto, não sabe utilizá-lo, tornando esse discurso sem significado.

Cabe aos professores de Matemática, como facilitadores da aprendizagem, ter o conhecimento do discurso matemático e a criatividade para visualizar a passagem entre os dois discursos, dando ao aluno oportunidade de viver esta experiência.

Em suma:

Para a assimilação de um determinado conceito em Matemática é necessário o domínio da linguagem matemática e que o desenvolvimento mental esteja ativado.

Para que professores possam ensinar e alunos possam aprender é fundamental que o binômio professor-aluno haja passado por todas as etapas de construção de um conceito, cada um no seu respectivo nível de abstração.

TESTES UTILIZADOS NA PESQUISA

Recomendações que precederam cada teste:

Instruções:
Duração: 30 minutos
Resolva cada questão no espaço reservado
Coloque a resposta no local indicado
Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais devem ser a tinta.

1º Teste:

Determinar os valores de x e y em cada um dos sistemas abaixo:

1) $\begin{cases} x + y = 8 \\ \quad\;\; y = -3 \end{cases}$

Resposta

x =
y =

2) $\begin{cases} x - y = 11 \\ \quad\;\; y = -3 \end{cases}$

Resposta

x =
y =

3) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x \quad = 10 \end{cases}$

Resposta

x =
y =

4) $\begin{cases} x + y = 8 \\ 3y \quad = -9 \end{cases}$

Resposta

x =
y =

5) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x - \;\; y = -1 \end{cases}$

Resposta

x =
y =