problemas que são encontrados.

A crítica ao que se chamou "Matemática Moderna" não se refere apenas ao fato de que nela se tenha colocado a axiomática muito cedo, mas em se ter ocultado o sentido desta axiomática e as razões que fazem com que o método axiomático tenha sido adotado na elaboração da Matemática; contudo não seria o caso de inverter a ordem, de considerar o ensino da Matemática como a via que conduz ao modernismo representado pela axiomática, ou o programa de Erlangen, ou, melhor ainda, o que continua a ser uma maneira de ocultar a significação da axiomática ou do programa de Erlangen.

Recordarei aqui estas definições "arcaicas" de Legendre nos "Elementos de Geometria"(mas é preciso saber ser arcaico!).

"Axioma é uma proposição evidente por si mesma".

"Teorema é uma verdade que se torna evidente por meio de um raciocínio chamado demonstração".

A função da demonstração é, assim, produzir a evidência, a evidência sendo a primeira forma de acesso ao saber, o primeiro (e talvez o único) critério de verdade: só se conhece o que parece evidente e só é evidente o que se "sabe" ser verdadeiro. E é sobre este critério da evidência que Clairaut baseia o ensino da Geometria, quando escrve no prefácio de seus "Elementos de Geometria":

"Todo raciocínio que recai sobre o que o bom senso sozinho decide antecipadamente, é hoje pura perda, ou só serve para obscurecer a verdade e aborrecer os leitores".

E é através destas constatações de evidência que a Geometria é o que ela é: uma ciência experimental cujos dados e as primeiras verdades enunciadas são de ordem empírica, a partir das quais se constitui progressivamente um método que vai permitir a descoberta de novas verdades, método fundamentado na demonstração, cujo valor essencial reside em sua eficácia em descobrir novas verdades, e do qual é preciso, à medida que se desenvolve sua prática, definir as condições que garantam ao mesmo tempo sua validade e sua eficácia.

A criança que constata,ao brincar com um compasso, que partindo de um ponto qualquer do círculo, repetindo seis vezes seguidas com o compasso com abertura igual ao raio do círculo, retorna ao ponto de partida, admite-o como verdade e não sente necessidade de um a demonstração (isto, evidentemente,implica que a aprendizagem da utilização do compasso faça parte da aprendizagem da Geometria, ou , dizendo de outro modo, a Geometria como ciência experimental, é também instrumental).

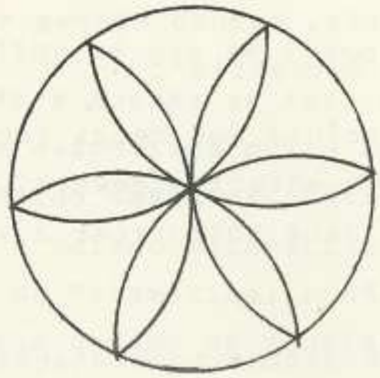

Fig.1

Ao contrário, uma demonstração é necessária quando se trata de resolver os problemas de medida tais como os coloca Clairaut na obra acima citada ou quando se trata do clássico problema do túnel lembrado por Freudenthal em sua obra "Matemática e Realidade": constrói-se um túnel atravessando uma montanha, os trabalhos começando de cada lado da montanha, sendo necessário que as duas vias assim perfuradas se encontrem. Isto precisa de medidas e, por conseguinte, da definição das modalidades destas medidas.

Não se trata aqui de distinguir uma Geometria teórica e uma Geometria prática. Esta distinção, como aliás lembrei, é o resultado de uma prática geométrica e não um "a priori"; trata-se, em princípio, de elaborar um conhecimento que, por meio do estudo de problemas de medidas e de construções, permita dominar as situações espaciais com as quais nos confrontamos, máquina que se apoia ao mesmo tempo sobre os dados empíricos e sobre os métodos mais ou menos racionais que permitem a construção do conhecimento geométrico.

A Geometria no espaço (que não é a Geometria do espaço),porque tem por objeto de estudo os fenômenos espaciais, vai valorizar esta dialética do empirismo e do racional que é a própria base do desenvolvimento científico. Aqui eu paro para explicitar o que distingue a Geometria plana e a Geometria no espaço. A Geometria se interessa, como dissemos, pelos fenômenos espaciais; mas,por razões que dizem respeito à história humana e que não vêm ao caso desenvolver aqui, a Geometria plana se constitui em ciência autônoma, talvez porque muito cedo o homem tenha sabido representar pelo desenho ou pela escrita sua maneira de ver o mundo, talvez porque confrontado, por diversas razões,com problemas de medidas terrestres (lembremos aqui a etimologia do termo "geometria"), ele se tenha limitado a situações planas. A Geometria plana é, deste modo, a "leitura" das situações planas representadas pelas figuras que são objetos de estudo e, assim, de acesso direto: "vêem-se" as figuras planas e é sobre elas que se constitui o raciocínio para descobrir, a partir da evidência inicial, propriedades mais complexas. Foi dito freqüentemente que as figuras serviam de apoio ao raciocínio geométrico. Não penso assim; o raciocínio geométrico se constrói para estudar objetos que são as figuras, assim como o raciocínio mecânico se cons -

trói para estudar objetos que são os corpos em movimento; não se poderia pretender considerar o movimento como simples suposta do raciocínio mecânico ou os fenômenos calóricos como suposta do raciocínio termodinâmico.

A Geometria no espaço coloca um novo problema - o acesso às situações espaciais se faz através de uma representação plana, quer seja o desenho,ou a pintura clássica, a fotografia ou a tela de televisão para quem utiliza as novas técnicas do audio-visual ou da informática. Isto leva ao problema da representação plana dos objetos espaciais, de um lado como construção desta representação, de outro como leitura desta representação. Isto supõe uma prévia teoria da representação, mas esta teoria só pode basear-se numa teoria geométrica prévia ..., em outras palavras, teoria da representação e teoria da geometria espacial são concomitantes e se constrõem ao mesmo tempo.

A situação espacial aparece, assim,através de uma representação que a transforma em figura plana. Isto requer a explicação de um código, código de escrita e código de leitura, código artificial enquanto uma construção da inteligência humana, e cujo interesse aparece ao mesmo tempo através de seu valor de comunicação (valor social) e seu valor de eficácia, estes dois valores estando evidentemente ligados, mas não há aqui lugar para um grande desenvolvi -

mento.

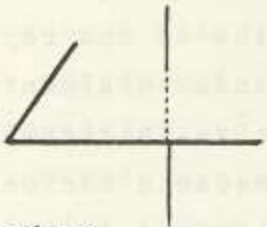

Fig.2

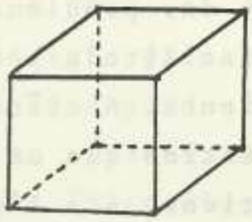

Fig.3

Consideremos, por exemplo, o desenho acima (fig.2) que representa para os "iniciados" a figura constituída por uma reta e um plano perpendicular,ou o de um cubo (fig.3); o valor de tais representações encerra, entretanto, o consenso que faz com que os geômetras de hoje reconheçam nestes desenhos situações espaciais bem definidas, em vez de uma "significação objetiva" que se buscaria nas teorias geométricas elaboradas da representação. Na medida em que estas representações são objeto de consenso entre os geômetras, elas só podem aparecer num ensino da Geometria pela mesma razão que faz com que uma criança que vive na França aprenda o francês como língua materna muito mais para poder comunicar-se com seus próximos do que quanto a um valor "objetivo" mais ou menos místico, e,apesar do fato, evidente para o autor destas linhas, de que a língua inglesa seja bem mais simples no plano da gramática.

Este aspecto de conseno não é contraditório com a adequação de representações mais sofisticadas e algumas vezes eficazes, que são os diversos modos de representações: perspectiva, geometria descri tiva, ou outros, a eficácia se definindo, ela própria, através dos problemas em que a pesquisa é freqüentemente facilitada pela escolha de uma representação conveniente. A ciência é fundamentalmente oportunista no sentido que os métodos se fabricam em função dos objetivos, e a lógica, enquanto racionalização do método, é apenas a justificativa deste oportunismo.

É, portanto, através dos problemas que se edifica o ensino de uma ciência se não se quer que este ensino se reduza ao discurso formal que se conhece na maioria das vezes; formal no sentido de que não tem para o aluno que o ouve (até mesmo para o professor que o diz) outro significado senão ele próprio. E é uma das razões que levaram alguns de nós a nos interessarmos pelos corpos sólidos, considerando os problemas sobre os corpos sólidos como ponto de partida para um ensino de Geometria no espaço.

Evidência, dir-se-á, seguramente; a Geometria no espaço tem por objeto, essencialmente, o estudo dos corpos sólidos, mas o problema está justamente em definir o lugar dos corpos sólidos no ensino da Geometria no espaço.

Se olharmos a história do ensino da Geometria espacial na França, pode considerar-se que, antes da reforma de 1970, ele se apoiava essencialmente nas relações de incidência e que, depois da reforma, ele se reduziu à Álgebra Linear tridimensional ;

no primeiro caso tratava-se,a partir de "objetos simples" (!): o ponto, a reta, o plano,de descobrir pouco a pouco as situações espaciais para chegar, enfim, ao estudo dos sólidos; no segundo caso as situações geométricas só apareciam através do cálculo, os alunos devendo aceitar o fato "miraculoso" de que estes cálculos tinham uma significação geométrica. Em outras palavras, em ambos os casos, a Geometria no espaço aparece como um jogo formal, as situações espaciais aparecendo, no fim, como o coelho da cartola do mágico.

É para abordar o estudo das situações espaciais que foi (re) introduzida a problemática dos corpos sólidos, seja por meio dos problemas de representações, de interseções ou de construções (remeto aqui ao trabalho de Pérol sobre seu aparelho para construir sólido em poliestireno), problemas que precisam da consideração das propriedades clássicas de incidência, dos cálculos que dependem da Geometria Analítica ou da Álgebra Linear, das técnicas de representações mais ou menos complexas. Trata-se menos de resolver o problema proposto do que mostrar o que ele aplica, as diversas abordagens e as situações particulares mais fáceis de resolver. Penso aqui no difícil problema que consiste em determinar a interseção de um cubo e de um plano determinado por três pontos situados sobre as faces do cubo, problema que utiliza as propriedades de incidência e que pode ser resolvido de maneira mais ou menos elementar conforme a posição dos pontos; por exemplo, quando os pontos estão situados sobre as arestas. A título de exemplos consideramos o caso de um cubo ABCDA'B'C'D' (fig.4) de lado 8 cm e o plano definido pelos pontos P,Q,R assim definidos P sobre AD tal que AP= 2 cm, Q sobre BC tal que BQ= 6cm, R sobre A'D' tal que A'R = 6 cm.

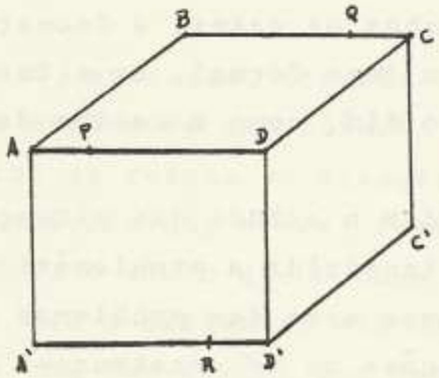

Fig.4

Um outro problema é o da determinação dos cinco poliedros regulares, problema que pode ser abordado de modo relativamente elementar retomando, por exemplo, o método dos "Elementos" de Euclides, método que consiste em mostrar inicialmente que a soma dos ângulos das faces de um ângulo poliédrico é inferior a quatro retos. Aqui se apresenta o problema do papel da demonstração em Matemática, demonstração como geradora de evidência no sentido de Legendre. Pode-se mostrar experimentalmente, fazendo girar um ângulo poliédrico de cartão, que a soma dos ângulos das faces é inferior a quatro retos, e isto pode ser satisfatório numa primeira aproximação; isto basta para mostrar o resultado inesperado e profundo do número limitado de poliedros regulares. Aí se apresenta o problema da validade do resultado experimental: tendo sido a experiência feita com ângulos poliédricos particulares (com número limitado de faces), que valor dar ao enunciado geral, em particular se o número de faces aumenta, ou se o poliedro não é convexo (neste último caso, construção de contra-exemplos); há, assim, retorno à questão da evidência e, conseqüentemente, à necessidade de assegurar a validade de um enunciado. O papel da demonstração é indicar com exatidão as condições de validade e de generalidade do enunciado. Neste sentido, se a demonstração permitiu mostrar uma verdade, é o próprio problema que mostra a necessidade da demonstração e, conseqüentemente, a necessidade de definir as modalidades desta demonstração.

Enquanto na Geometria plana elementar, a demonstração se constrói a partir da figura, do desenho, de tal modo que se pode falar de demonstração de caráter experimental (remeto ao texto "A Matemática como Ciência Experimental"), a demonstração na Geometria no espaço se afasta em relação ao objeto na medida em que a visualização torna-se mais difícil, e, conseqüentemente, a evidência é menor. A visualização se constrói por meio da representação, a qual desempenha um papel simultâneo no acesso ao objeto através das leituras simbólicas que acarreta, e na co locação da demonstração. A representação não é neutra, longe de ser simples antecedente do conhecimento do objeto, implica em etapas de raciocínio. Neste sentido a teoria da representação faz parte da Geometria racional, o que bem explica Chasles no capítulo V do "Sumário histórico sobre a origem e o desenvolvimento dos métodos em Geometria" onde mostra a contribuição da Geometria Descritiva de Monge , não apenas à teoria da representação, mas como método da Geometria racional.

Ao lado deste aspecto da Geometria no espaço, que se baseia na representação, ou seja, na visualização, ainda que esta esteja mais distanciada em relação ao objeto do que na Geometria plana, o aspecto formal da demonstração tem um papel mais importante; com efeito, se o raciocínio dedutivo fundamenta-se numa estrutura formal subjacente, como se conhece desde Aristóteles, esta estrutura formal é mais ou menos explícita conforme o conteúdo a que leva o raciocínio seja de alcance mais ou menos difícil para quem está raciocinando.

Na Geometria plana elementar, pelo menos no concernente a seu ensino, esta estrutura formal permanece implícita, a visualização sendo suficiente à adequação do raciocínio (o que não significa que o raciocínio se fundamenta apenas na visualização, mas que esta tem um papel essencial na elaboração do raciocínio). Ao contrário, desde o momento em que o acesso ao objeto torna-se menos direto, a explicação da estrutura formal torna-se necessária para assegurar a correção do raciocínio e garantir sua validade, e é o caso da Geometria no espaço em que, freqüentemente, é o raciocínio quem precede a visualização, ou pelo menos a determina com precisão, em particular quando se trata das famosas propriedades de incidência.

Assim, é evidente que não se poderia dizer que, no concernente à Geometria plana, não se necessita explicitar a estrutura formal do raciocínio, mas numa primeira etapa a visualização é suficiente para garantir a correção do raciocínio; é nas situações limites deste primeiro conhecimento geométrico assegurado pela visualização, seja pela complexidade das figuras, seja pelas dificuldades dos problemas , seja pela evidente falsidade de certos resultados demonstrados (como, por exemplo, o teorema bem conhecido que afirma que todo triângulo é isósceles) que se necessita explicitar a estrutura formal, e que esta estrutura formal adquire significado. Lembramos que foi porque a Geometria Analítica lhe permitiu resolver um velho problema de Pappus, não resolvido por um milênio, que Descartes viu o que ela acarretava, abrindo, pela utilização do simbolismo algébrico de Viète, novas perspectivas à obra de Apollonius, porque ela se situava justamente nos limites do conhecimento grego sobre cônicas. Se a Geometria Analítica se contentasse em repetir os resultados euclidianos, teria pouco interesse; porque abre novos caminhos apoiando-se no conhecimento euclidiano é que ela adquire sua verdadeira significação, seja pela resolução de problemas antigos ou pela colocação adequada de novas problemáticas. É esta mistura de continuidade e de expansão que dá sentido às sofisticações que os matemáticos construiram pouco a pouco; isto é que não se deve esquecer no ensino da Matemática, se se quer que ele guarde um sentido e não se reduza a um discurso sem significação e por isso sem interesse para quem o escuta e para quem o repete.

Este caminho da evidência inicial às necessidades da demonstração e às sofisticações ulteriores é que pode servir de guia na organização do ensino.

Concluindo, as teorias são construídas por meio de problemas encontrados na elaboração do que hoje se denomina ciências matemáticas, seja por meio de problemas originais ou de outros problemas; trata-se menos de mostrar teorias consideradas como metas do ensino e motivadas mais ou menos por problemas "ad hoc", do que de fazer o aluno conscientizar-se desta necessidade de elaborar teorias, freqüentemente complexas, que permitirão resolver problemas, e que à medida que se elaboram engendram novas problemáticas: aí está a dinâmica da Matemática.

RESENHA

Como ensinar ciências - Osvaldo Frota Pessoa, Rachel Gevertz e Ayrton Gonçalves da Silva - Companhia Editora Nacional, S.Paulo, 3a.Edição, 1979.

Livro publicado em colaboração com a Universidade de São Paulo.

Propõe uma reformulação da metodologia do ensino de Ciências,com o objetivo de "propiciar condições favoráveis ao florescimento natural da mente dos jovens", como os próprios autores o dizem na introdução.

Visa a subsidiar os professores, alunos dos cursos de formação de professores e universitários das áreas de Pedagogia, Ciências, Física, Química e Biologia.

É feita uma análise da formação didático-pedagógica dos professores e são propostas algumas medidas para acelerar uma reforma de ensino.

Os capítulos são introduzidos com o relato de um professor vivenciando situações do cotidiano. As principais idéias novas são colocadas em tabelas,num confronto com as antigas que, apesar de obsoletas, ainda permanecem em muitas escolas, cursos e universidades.

Estão incluídas no livro as recomendações da 1a Conferência Interamericana Sobre Educação Matemática, Ensino de Física, Ensino da Química e Ensino da Biologia.

<u>Para onde vai a educação</u> - Jean Piaget - Tradução de Ivette Braga, Rio de Janeiro, José Olympio, 1978, 6ª edição.

A obra interessa pelo conjunto, filosofia que encerra ao tratar a epistemologia não como uma mera teoria, mas como uma práxis, uma aplicação metodológica, uma pedagogia, enfim. Piaget a elabora vivenciando as etapas do método científico - ele observa, levanta hipóteses, seleciona dados que comprovam ou não suas hipóteses, estabelece as leis que regem os fenômenos estudados, analisa-as, sintetiza-as, aplica-as e estabelece as bases do desenvolvimento intelectual, social e afetivo do homem (se bem que o último aspecto seja muito pouco evidenciado).

Nesta obra, Piaget assume uma postura frente aos problemas educacionais e oferece alternativas de maior valor para uma orientação nas escolas, principalmente em relação à formação dos professores, ao pré-escolar, aos métodos a serem utilizados na escola, à interdisciplinaridade, à consciência moral, à educação universal e à matemática.

N O T Í C I A S

ATIVIDADES PROMOVIDAS PELO GEPEM

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO "LATO-SENSU" EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A turma que iniciou em 1981, continuou o curso, tendo tido no 1º semestre as disciplinas: Análise Real - Professor Aristides Camargos Barreto(PUC); Idéias Fundamentais da Matemática - Professor Cesar Dacorso Netto (UFF).

No 2º semestre a turma concluiu o Curso, com as disciplinas: Geometria - Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes (UFRJ); Metodologia da Educação Matemática - Professora Moema Lavínia Mariani de Sá Carvalho (UFRJ).

Quanto à turma que começou em março de 1982, as disciplinas foram assim distribuídas:

1º semestre: Álgebra Linear - Professor João Bosco Pitombeira de Carvalho (PUC); Psicologia do Desenvolvimento - Professora Zuleika Pinho de Abreu (FGV).

2º semestre: Cálculo Avançado - Professor Aristides Camargos Barreto (PUC);Psicologia da Aprendizagem - Professora Zuleika Pinho de Abreu (FGV).

REUNIÕES MENSAIS

Desde 1982 as reuniões mensais passaram a ser realizadas no auditório do Colégio Santa Úrsula, à rua Gago Coutinho, onde, além de dispormos de amplo estacionamento, não somos obrigados a encerrar nossos debates antes das 19hs, como ocorria anteriormente, por força do horário da Universidade. Os temas foram os seguintes:

- O ensino da Geometria desde o C.A. até o 2º grau, debatido sob a coordenação da Professora Moema Lavínia Mariani de Sá Carvalho.
- Experiência de ensino de Geometria, apresentada pelas Professoras Amelia Maria Noronha Pessoa de Queiroz e Estela Kaufman Fainguelernt.
- Relato sobre a 34a. Conferência da CIEAEM, realizada em Orléans, França, pela Professora Maria Laura Leite Lopes.
- "Matemática Moderna: sua dinâmica - a experiência de ensino da Escola Suíço-Brasileira", por uma equipe de Professores da referida escola, liderados pelo Diretor, Professor Raymond Jemmi.
- "O papel do professor universitário na escola primária", pela Professora Cristina Espínola Pereira Caldas.

PARTICIPAÇÃO DO GEPEM EM ATIVIDADES EXTERNAS

- Palestra da Professora Maria Laura Leite Lopes no Colégio Júlia Kubitschek sobre o projeto "Binômio Professor-Aluno na iniciação à Educação Matemática".

- Palestra da Professora Maria Laura Leite Lopes na Universidade de Brasília sobre "Evolução da Matemática X Ensino da Matemática".

- Mini-curso de Geometria, ministrado pela Professora Maria Laura Leite Lopes, na Fundação Universidade do Rio Grande, no Rio Grande do Sul.

- Debate sobre o papel do Coordenador Vertical na Pré-escola e no primário, com as Professoras Cristina Espínola Pereira Caldas e Vera Maria Ferreira Rodrigues e as Professoras do Patronato da Gávea (Rio de Janeiro).

- 34a. CIEAEM, em Orléans, França, de 31/7 a 6/8, em que a Professora Maria Laura Leite Lopes apresentou um resumo das atividades de Educação Matemática desenvolvidas no Rio de Janeiro sob sua Coordenação.

- Seminário Nacional da Professores de Prática de Ensino de Matemática, Rio Claro, patrocinado pela UNESP, FAPESP, DEA e CAPES, ao qual compareceu a

Professora Maria Laura Leite Lopes.

- Colóquio de Física, PUC-RJ, em que a Professora Maria Laura Leite Lopes participou.

- Palestra sobre "Pesquisas Experimentais em Educação Matemática", da Professora Maria Laura Leite Lopes, na Universidade de Brasília.

- Foi iniciado um trabalho de assessoria em Coordenação Vertical sob orientação de uma equipe do GEPEM. Estão sendo atendidos o Colégio Santo André, pela Professora Therezinha Sinésio e o Patronato da Gávea, pela Professora Maria Ofélia Sussekind. Temos sido procurados por algumas escolas que nos têm solicitado essa assessoria, estando em entendimentos para implantá-la em 1983.

ASSUNTOS GERAIS

- Estamos mantendo intercâmbio com publicações de Educação Matemática: da Bélgica, "Mathématique et Pédagogie", periódico bimensal da Sociedade Belga dos Professores de Matemática de língua francesa e da Itália (L'educazione Matematica - revista quadrimestral do Centro de Pesquisa e Experimentação de Educação Matemática de Cagliari). Também temos recebido a publicação "Tecnologia Educacional" da Associação Brasileira de Tecnologia Educacional.