

mento cognitivo em que eles se encontrem; colhendo, ao que parece, bons resultados.

As orientações verticais nos colégios primários, com atenção especial, à formação matemática de suas professoras, têm também dado mostra de sucesso.

É fundamental apoiar esses esforços. É necessário que se intensifique o interesse das Universidades pelo ensino dos 1º e 2º graus.

As Universidades podem constituir-se em centros propulsores de uma pedagogia que se aperfeiçoe permanentemente, atuando junto aos professores em exercício.

Sabemos quanto os professores do 1º grau em exercício são receptivos e mesmo ávidos de orientação e reforço em seus conhecimentos; que os professores do 2º grau também buscam aperfeiçoar-se, procurando respostas a seus próprios questionamentos.

Acreditamos que, com perseverança e conhecimento de causa, se consiga auxiliar os professores

res a alcançarem a sua legítima realização profissional: educar, verdadeiramente, os alunos que recebem, podendo, de fato, orientá-los em sua formação, ao oferecer-lhes oportunidades de desenvolvimento de suas potencialidades, na progressiva integração social que se almeja.

O COMPUTADOR NO ENSINO FUNDAMENTAL

Amelia Maria N. P. de Queiroz

Estamos vivendo a revolução eletrônica. As pessoas fazem conjecturas sobre as conseqüências e as possibilidades de uso dos computadores e os progressos gerados pela evolução da cibernética.

Assim como, ao ser inventada a lâmpada elétrica, houve a preocupação com os incêndios que causaria, o mesmo acontecendo com as máquinas a vapor, quando se iniciou a utilização mais ampla dos computadores pensou-se no desemprego que causaria, na "cibernitização", na "robotização" do homem. Os adultos, geralmente, resistem à evolução, desde a dona de casa que, de princípio, se opôs à batedeira elétrica porque seus bolos não sairiam tão saborosos, até o empresário que resistiu ao uso do computador por achá-lo um instrumento sofisticado, de pouca utilidade para sua empresa, ou o público, de modo geral, por achar que geraria desemprego, cada qual en-

contrando justificativas razoáveis para a não a
doção das novas tecnologias.

Em toda revolução, há os líderes que tomam'
a frente dos movimentos, acreditam e lutam por'
suas idéias. Inicialmente são poucos, mas o bas
tante para arrastar consigo, por conta de sua '
credibilidade, os menos corajosos ou arrojados.

Cada avanço sócio-econômico deveria repercu
tir mais intensamente na escola, mas o impacto'
se reduz, na maioria das vezes, a pequenos efei
tos causados pelos veículos de comunicação mais
preocupados com o lançamento de notícias, novi
dades. Permanecem em nível superficial e levam'
apenas poucos preocupados com a atualização a
procurar integrá-las a nível mais profundo nas
escolas. Entretanto, este é um processo natural
- o importante é chegar à síntese final, em que
as idéias se equilibram, tomam corpo e força pa
ra dinamizá-lo.

Quando foi introduzida a teoria dos conjun
tos nas escolas, assunto inicialmente combatido

como desnecessário, inútil para as séries do ensino fundamental, aos poucos foi descendo das universidades para o ensino de segundo grau e, daí, para o de primeiro, e hoje é introduzido nas classes de alfabetização, com grande êxito para a futura compreensão de vários conceitos matemáticos. No início os autores dos livros didáticos, para atender à nova demanda, inseriam um capítulo a mais em seus livros, o mesmo para qualquer série, sem ligação nenhuma com as matérias subseqüentes. Houve uma reação muito forte por parte dos alunos, que saíam de uma série, entravam na seguinte e lá vinha novamente o mesmo capítulo. Perguntavam-se - Por que ? Para que ? Qual a ligação disto com o programa ? E foi a resposta a este questionamento que levou ao estudo mais profundo, à revisão dos textos para sua verdadeira integração aos programas; atualmente, não há mais quem negue seu lugar no estudo da matemática.

Hoje está acontecendo o mesmo em relação

aos computadores. A situação, porém, é mais séria, pois arca com um ônus social maior, e também financeiro; há interesse de lucro com a venda de equipamentos. Seduzidas pela propaganda, as pessoas compram inadvertidamente aquele objeto milagroso, quase sobrenatural, que resolverá problemas matemáticos que nunca conseguiram resolver, organizará sua vida doméstica; acham que seu escritório virá a ter uma organização contábil impecável... compram. Só depois é que vão tentar descobrir como chegar a obter estas maravilhas com sua máquina. Aí elas descobrem que quem tem que pensar e fazer os programas são elas próprias; que quem tem que descobrir exatamente o que quer da máquina e como o quer, também são elas próprias e... o computador vai perdendo o valor para os menos capazes ou levando os mais capazes ou os que realmente dele poderão fazer uso com bastante proveito a reconhecer a necessidade de se especializar ou contratar alguém já especializado para poder programá

lo de acordo com seus interesses.

Introduzi-lo ou não nas escolas - eis o problema. A meu ver, a entrada do computador na escola equivale à de qualquer outro material didático, o qual tem seu valor calculado pelo objetivo educacional que atingirá e cujo fim é auxiliar o processo ensino-aprendizagem. Sabemos que o computador tanto serve para estocar e processar informações nele previamente inseridas através de programas, quanto para fazer cálculos com velocidades extraordinárias. Que público precisará destes serviços ?

Nas grandes cidades o computador faz parte do cotidiano e, enquanto cotidiano, é vida, e enquanto vida é escola. A linguagem dos computadores, inclusive, faz parte da linguagem usada nos meios de comunicação. Na zona rural, porém, acho que a criança deve saber de sua existência, suas reais possibilidades, do mesmo modo que deve saber da existência de satélites artificiais, de suas missões, ou de qualquer outro avan

ço tecnológico, diminuindo, assim, suas crendices, suas superstições e aumentando sua cultura e compreensão do mundo. Não vejo, porém, necessidade de ela saber manusear um computador a não ser como uma atividade a mais.

Em relação à sua importância nas escolas, convém ressaltar que a organização de um algoritmo para um programa é um exercício de excelente valor para o desenvolvimento do raciocínio do aluno - ele deve saber, em primeiro lugar, o que quer obter dele como resposta para que ordene as proposições e os dados a serem utilizados, numa seqüência lógica, que possibilite ao computador uma leitura direta para executar o programa e dar a resposta. A linguagem utilizada é extremamente sintética e precisa. Por exemplo, suponha-se que se deseja obter a seqüência dos números naturais de 1 até 50. Primeiro devemos dizer ao computador qual é a nossa variável (que ele é incapaz de aceitar como tal se disto não o informamos). A partir daí, tem-se

que pensar na maneira mais geral e mais simples de escrever a sucessão desejada. Sabe-se que, se for somada sucessivamente uma unidade a cada número escrito, a partir de 1 até chegar a 50, chega-se ao que se quer obter. Procederíamos através dos seguintes passos:

1 - seja $n=1$

2 - a partir de 1, cada número n será o anterior mais 1. E, não se assustem ao ver num programa a igualdade: $n=n+1$.

3 - Repita o passo 2 se n for menor que 50.

4 - Se n for 50, pode descansar. Acabou o programa.

Como a língua comercial oficial é o inglês, as informações dadas se utilizam do vocabulário da língua inglesa. No exemplo acima, em vez de "seja", teríamos "let", em vez de "se", teríamos "if", mas a maioria dos sinais matemáticos é utilizada como convencionalmente. O programa se comporia das sentenças:

10- Let N=1

```
20- N = N + 1
30- IF N < 50 GO TO 20
40- PRINT
50- END
```

As várias linguagens, que melhor seria chamar de línguas: FORTRAN, COBOL, BASIC, LOGO etc, traduzem uma linguagem, tentando cada uma, formas melhores de adequação da língua compreendida pelo computador ao coloquial. Está havendo um movimento para buscar uniformização destas "linguagens", se bem que, ao compreender uma delas, é fácil passar para outra. É como se se tivesse que traduzir de uma língua para outra que tivesse a mesma construção gramatical - bastaria um dicionário e os verbetes poderiam ser substituídos diretamente, sem necessidade de conhecer o sentido das palavras e a construção da língua para bem traduzir.

Em termos de aplicação dos computadores para efetuar traduções, tenho a dizer que é um tradutor muito limitado. Para prestar informa -

ções imediatas sobre qualquer assunto é um instrumento muito funcional se programado para este fim. Para construir gráficos matemáticos, estatísticos, é um desenhista maravilhoso - dispensa lápis, papel, boa habilidade manual para bem situar os pontos, tem uma precisão e uma velocidade de execução superiores à capacidade do homem.

Além destas vantagens, o computador é capaz de denunciar vários tipos de erro, dizendo, inclusive, a linha em que se encontra, desde que, é claro, faça parte daqueles que ele pode perceber e impossibilitem a execução do programa por fugir a seus padrões. Entretanto, só o programador será capaz de corrigi-los.

Outra utilização interessante do estudo de computação é a organização dos algoritmos e respectivos fluxogramas, que podem auxiliar na construção de frases.

O espaço aqui não se destina a detalhar as possíveis aplicações na educação, mas discutir

sua importância na educação. Por este motivo quero abordar também mini-calculadoras, encontradas no mercado a preços acessíveis. Preocupa os professores sua utilização pelos alunos. Sob o meu ponto de vista, acho que é importante que o aluno aprenda a operar - ele tem que compreender bem cada uma das operações elementares. Há um tempo em que as contas constituem sério obstáculo à organização da seqüência lógica a ser estabelecida para a resolução do problema. Num problema que exige o cálculo de um produto, enquanto o aluno ainda não memorizou o resultado, é preciso que ele some várias parcelas, o que raramente faz sem erro, pois ao calcular, por exemplo, 9×9 ele terá que executar oito somas corretamente. Ao terminá-las, provavelmente terá esquecido o problema que estava resolvendo. Com isto não quero desvalorizar o cálculo chamado vulgarmente de "mental" (pois todos os cálculos exigem operação mental), pelo contrário. Do momento em que o professor percebe que seus alu

nos bem assimilaram as operações, ele até deve' exigir um esforço para memorização da tabuada , pois isto facilitará a resolução de problemas , da mesma forma que a memorização das letras, sílabas ou palavras, dá melhores condições à verdadeira leitura e compreensão do texto.

Caso todas as crianças tivessem poder aquisitivo para a compra de mini-calculadoras, não hesitaria em recomendá-las para os alunos a partir da série em que tivessem dominado as operações básicas. De início elas funcionariam para verificação das contas, em vez da prova real ou prova dos nove e, mais tarde, sem restrições, para os próprios cálculos. Cabe lembrar aqui, enfatizando este posicionamento, o caso das tábuas de logaritmos que consumiam tão grande número de horas-aulas no segundo grau e que hoje dificilmente são encontradas no mercado, substituídas que foram pelas mini-calculadoras, sem que se prejudicasse qualquer pessoa com isto.

O uso das calculadoras ou dos computadores,

assim como qualquer outro tópicO de um programa de matemática deve ser decidido pelo professor. Só a ele compete pensar, pesar, identificar os objetivos que quer atingir (por achar importantes para a formação da criança ou do adolescente) para, então, decidir se deve ou não constituir tópicO a ser abordado, se deve ou não ser utilizado no ensino fundamental.

A AQUISIÇÃO DA LINGUAGEM E COMPREENSÃODA MATEMÁTICA PELAS CRIANÇAS.

Hermína Sinclair

Universidade de Genebra.

Palestra proferida em sessão plenária no
II Congresso Internacional de Educação
Matemática, realizado em Berkeley, Califórnia,
EUA, em 1980.

Depois de pensar muito, decidi organizar mi
na palestra em função de um simples fato: as
crianças, de qualquer lugar do mundo, pelo me-
nos em sociedades em que vão à escola, come-
çam a aprender a ler e escrever e fazer aritmê-
tica no papel por volta dos seis anos. Como as
crianças se desempenham nesta tarefa, e que co-
nhecimento prévio trazem? As escolas, geralmen-
te parecem olhar as duas tarefas como indepen-
dentes uma da outra; pouca atenção é dada a pos-
síveis confusões entre os diferentes sistemas'
que são subjacentes à linguagem falada, lingua-
gem escrita, numerais falados e contagem, e nu

merais escritos e computações.

Minha abordagem do tema, impõe limitações; em primeiro lugar, enfocarei a pesquisa concernente às crianças mais novas. Em segundo lugar, tratarei apenas da parte da Matemática que é ensinada às crianças, digamos, das três primeiras séries. Falando como psicóloga do desenvolvi - mento, tomarei a liberdade de falar sobre a cri-ança. Uma entidade fictícia, ou um sujeito e - pistêmico, sabendo muito bem que as crianças ' são diferentes em termos de motivação, grau de conhecimento, e, porque não dizer, talento e interesse; o que torna a vida do professor muito mais difícil que a de um pesquisador. Tomarei' também a liberdade de falar sobre "escola" co - mo uma instituição, sabendo ainda, muito bem , que os professores são tão diferentes um do outro, como os alunos a quem ensinarão. Ainda mais, a pesquisa a que me referirei diz respeito apenas ao sistema de escrita alfabética, e apenas ao sistema hoje universal e posicional de

numeração de base 10... Geralmente, parece que os educadores vêem uma grande diferença entre a linguagem escrita e aritmética escrita. As crianças podem falar antes de entrar para a escola, e acha-se que tem apenas que transpor a linguagem falada para a escrita e vice-versa. Essa transposição geralmente é vista como uma habilidade a ser adquirida aprendendo a soletrar. Por outro lado, acha-se que a criança não pode somar, subtrair, multiplicar ou dividir; isto é o que devem aprender, e as notações destas operações supostamente não criam quaisquer dificuldades particulares - se há dificuldades, elas existem no nível das próprias operações.

Em outras palavras, nem para a alfabetização, nem para a aritmética escrita há quaisquer dificuldades referentes ao sistema notacional supostamente existente; no caso da alfabetização, as correspondências fonema-grafema e suas exceções têm que ser aprendidas de forma associacionista; no caso da computação com lá-

pis e papel são as operações que devem ser aprendidas - um desempenho conceitual. Acha-se que o que há de semelhante entre a alfabetização e a aritmética são simplesmente as habilidades perceptivas e a exatidão gráfica...

Estas são as principais asserções que levam à idéia de que os dois tópicos, alfabetização e aritmética, podem ser pensados simultaneamente, mas independentemente um do outro, e que não haverá confusões conceituais, tais como entre o número "5" e a forma da letra "s" ou o número "3" e a letra maiúscula "E". E há, também, as asserções principais, as quais quero questionar, primeiro em relação à leitura e escrita; e, depois, em relação à aritmética.

Desenvolvimento da alfabetização

Muitas afirmativas tácitas que aparecem, de modo geral, para embasar o ensino da leitura e escrita devem ser questionadas à luz da pesquisa recente realizada por Emilia Ferreiro (1980), à qual estive ligada por muito tempo.

A primeira destas afirmativas é a seguinte:
 1. As crianças não pensam na linguagem escrita antes de serem ensinadas a "ler e escrever", seja na escola ou em casa.

A segunda afirmativa é ligada à primeira, e tem a que ver com a suposta "naturalidade" ou "inevitabilidade" da escrita alfabética. Pode ser expressa como se segue:

2. As crianças em idade escolar já sabem falar, e, assim, a dificuldade para aprender a escrever e ler reside em aprender os vários papéis (e suas muitas exceções) referentes às correspondências fonema-grafema, e a produzir letras graficamente, de forma aceitável (forma correta, orientação etc.).

Para um desenvolvimentista da escola piagetiana, a primeira afirmativa é altamente improvável. As crianças do pré-escolar têm idéias sobre a maioria dos objetos e eventos que encontram habitualmente em seu meio. Deixe-me dar-lhes alguma idéia do tipo de

fator que Ferreiro não cobra e que contradizem as afirmativas mencionadas: já com 3 ou 4 anos, muitas crianças diferenciaram as letras (e números) de outras... traçados que vêm à sua volta, tais como decorações em papéis de parede, estampados em roupas etc. Algumas crianças podem mesmo ter nomes para os traçados particulares que, para nós, são letras; se são ou não, não parece mudar a sequência do desenvolvimento. Uma criança de dois anos e meio que entrevistei, chamava todas as letras "abecês". Para ela, estes abecês não significam nada, são apenas o que são, assim como bolas e linhas numa roupa são simplesmente bolas e linhas. Pelos quatro anos, muitas crianças, quer usem o termo adulto "letras" ou não, deram um grande passo: pensam agora que as letras têm um significado. Entretanto, este não é determinado pelos sons que as letras representam para nós, mas pela natureza do objeto em que aparecem, ou pela figura que as acompanha. Uma série de letras muda seu significado

e a maneira por que é lida, conforme onde aparece, ou a figura que acompanha. Se não existe tal conexão da pessoa que as escreveu: ela pode lê-las. Realmente, encontramos, para surpresa nossa, muitas crianças de quatro anos que acham que é o carteiro quem escreve os endereços nos envelopes senão, como saberia a quem entregá-las?

Assim a primeira idéia das letras tendo um significado não tem nada a ver com letras representando sons. Assaz curioso, as crianças acham, à primeira vista, que o significado dos rabiscos têm a ver com alguma propriedade quantitativa do que é simbolizado: quando há três cachorros numa figura, acham que deveria haver três rabiscos na palavra sob ele, cada qual representando um; pensam também que elefante deveria ser escrito com mais letras que borboleta, e que o nome de uma criança de três anos deveria ter três letras. Assim, na busca do significado de textos escritos, a primeira ligação que as cri-

anças fazem é com o domínio do número e medida, não com o do som!

Só depois de muitos passos posteriores de raciocínio sobre o material escrito é que as crianças vêm a pensar em termos de uma ligação entre traços e sons. Primeiramente, entretanto, esta ligação é pensada como silábica: a criança estabelece uma correspondência um a um entre sílabas e letras. Para o espanhol e o francês ficou provado que esta teoria tinha consistência, apesar de ser continuamente bombardeada pela informação do meio. Conflitos se dão no caso dos nomes próprios. Em vista do fato de que as sílabas são unidades naturais da produção do discurso, a teoria silábica é altamente plausível; ainda dever-se-ia enfatizar que, num meio em que a escrita é alfabética, esta idéia, assim como as idéias quantitativas que a precedem, é constituída pelas próprias crianças - não vem de informação dada pelos adultos ou outras crianças.

Aritmética escrita

É sobre o ensino da aritmética? Fazem as escolas similares afirmativas tácitas sobre o conhecimento previamente adquirido, e sobre seus pontos de vista sobre a natureza fundamental do sistema notacional.

A resposta parece ser sim ou não. A idéia de que as crianças não pensaram sobre números escritos antes de os terem aprendido, seja em casa ou na escola, é difundida, assim como para os textos escritos. A afirmativa não é mais aceitável para números do que para as letras. Muitas crianças diferenciam consistentemente números de letras: a mesma criança de dois anos e meio que chama as letras de "abecês", chama os números, quando aparecem num livro ou jornal, "villares". Ela não atribui qualquer significado (tal como "preço" ou "dinheiro") aos números, nem os liga aos objetos reais com os quais está familiarizada e que chama "pennies" ou "dólares" ou "dinheiro". Números são apenas chamados "dó-

lares". O número de sua casa é "minha casa" e um número grande impresso numa camiseta parece ter algo a ver com corrida ou jogos. É preciso apenas uma olhadela à nossa volta para ver que informação do meio parece induzir à idéia de que há números e números, com diferentes significados, determinados pela natureza dos objetos aos quais estão ligados. Em alguns pacotes o número é um cardinal: por exemplo, 50, num pacote de filtros de café. Em sapatos, e roupas, o número indica tamanho. Em latas, o número indica peso ou volume. E os relógios, calendários, bombas de petróleo etc? Para aqueles que conhecem números, estes diferentes usos passam despercebidos: para as crianças, é uma informação confusa, e tentam dar-lhes sentido da melhor maneira. Elas não resolvem ignorá-los até ficarem mais velhas! Além disso, há evidência de que o uso confuso de números (como cardinais, ordinais, em medições em meios urbanos) parece continuar a influir no pensamento das crianças mesmo em idade escolar. Em

Genebra, as linhas de Ônibus são numeradas de 1 a 9. Indicadas sobre o significado destes números, encontramos muitas crianças de 6 a 7 anos que explicavam o número 2 da seguinte maneira: "chama-se 2 porque tem sempre um reboque, portanto, realmente são 2 Ônibus juntos"; e "chama-se 2 porque há dois tipos, alguns circulam na cidade e outros vão até a praia". Ambas as explicações são baseadas em fatos.

Por outro lado, a segunda afirmativa feita para a leitura, isto é, de que a criança sabe como falar e apenas tem que aprender que colocar a fala no papel, não tem contrapartida na matemática. Ninguém parece pensar que as crianças já sabem como somar, subtrair, multiplicar e dividir antes de chegar à escola, e apenas o que têm a fazer é somar com lápis e papel. Pelo contrário - em muitos países a aritmética é considerada como se a conceitualização das operações aritméticas fossem o mesmo que sua simbolização escrita. Parece que as escolas não vêem

que a conceitualização de adição, subtração etc pode ser uma tarefa cognitiva diferente da de escrever equações, e que a letra pode apresentar dificuldades próprias.

Conseqüentemente, há duas afirmativas tácitas muito difundidas, que acho que deveriam ser questionadas, e que podem ser formuladas como se segue:

1. Antes da idade em que as crianças geralmente vão à escola, não têm capacidade para trabalhar com as operações numéricas.
2. Ser capaz de usar o sistema notacional para as operações aritméticas não é diferente de compreendê-las.

Pode surpreender-lhes que eu queira questionar a primeira afirmativa como se pensa frequentemente em sustentá-la, ou mesmo a ela opor-se a idéia da conservação de número de Piaget. Segue-se o argumento: as crianças que não sabem que a cardinalidade de uma coleção discreta de objetos é independente do arranjo espacial não

podem fazer aritmética. Tais crianças não têm 'o conceito de número'... Piaget dixit. Apesar de a conservação - numerosidade ser uma importante aquisição, não é certamente o divisor de águas que freqüentemente se pretende que seja. Observarei alguma evidência mostrando que certos ingredientes importantes de conceitos de número estão presentes antes da conservação e, segundo, que muito depois da conservação ser adquirida, alguns ingredientes, aparentemente, igualmente importantes ainda não foram dominados. Esses foram os resultados experimentais que levaram Piaget e seus colegas a falar sobre a "lenta aritmética" do número - um processo que leva muitos anos.

Evidência para a pré-conservação de conceitos de números vem de uma série de experimentos que Piaget e Inhelder publicaram em 1963. Pedese que a criança coloque uma conta em um recipiente e outra conta em outro recipiente, realizando ambas as ações ao mesmo tempo, usando am-

bas as mãos. Depois de um certo tempo (muito além do ponto em que a criança deve realmente ter contado), pergunta-se-lhe se os dois recipientes têm o mesmo número de contas. Esta situação básica pode ser variada; os dois recipientes se rem de vidro, e podem ter diâmetros diferentes' (de modo que as contas atinjam nível mais alto' no mais fino). Em vez de contas em cada mão, a criança pode usar contas numa das mãos, cliques ou pedrinhas na outra etc.

... A descoberta interessante é que não apenas a criança de cinco anos delinea as inferên cias corretas das ações iteradas, mas que expli ca espontaneamente, por exemplo: "se tivéssemos colocado duas contas num copo, e uma no outro, ' seria diferente; mas porque sempre coloquei uma e uma, é o mesmo". Em outras palavras, as crian ças são capazes de generalizações construtivas: vendo o princípio - uma e uma- e, talvez, tam- ' bém duas e duas ou três e três, podem estabelele cer que se a igualdade (ou a desigualdade) é ver

verdadeira para um número N , também é verdadeira ' para N' ; mas, ainda mais incrível, também são ' capazes de ver que, sendo verdadeiro para um número N , é necessariamente verdadeiro para $N + 1$. Muitos são capazes de estender este raciocínio' para uma quantidade que eles não construíram em ação; quando se pergunta o que aconteceria se ' se continuasse colocando contas nos 2 copos por muito tempo, "o dia inteiro", dizem que não faz diferença, que as quantidades serão sempre as ' mesmas Mas surpresas acontecem - uma criança acrescentou "mas se você também o fizesse' e soite inteira no escuro, então você não pode' saber, porque ninguém o veria".

A precocidade deste tipo de raciocínio no que concerne a quantidades numéricas parece ser devida ao fato de que, neste caso, uma coordenação entre ações e resultados é feita facilmente. A união entre ações sucessivas e seus efeitos ' cumulativos prefigura a síntese numérica entre u na união de elementos equivalentes, no aspecto'

cardinal, e uma sucessão ordinal de ações que se somam, a qual permite a distinção entre elementos, conforme sua ordem na sucessão.

Por outro lado, outros experimentos mostram as dificuldades que mesmo as crianças de 9 ou 10 anos têm com problemas que dizem respeito diretamente às propriedades das séries de números naturais. Matalon (1963) fez as seguintes perguntas num experimento em relação à compreensão das crianças sobre números pares e ímpares:

1. Penso num número, não direi qual, e junto um a este número. Posso dividir o que tenho agora em dois?
2. Junto um outra vez (ao que obtive quando juntei um). Posso dividir o que obtive agora em dois?

A estas questões quase todos (até 9 ou 10 anos) pegam um exemplo e generalizam imediatamente: "Talvez você tome três, adicione um, obtenha quatro; sim, pode dividir. Certo, você sempre pode dividir em dois". Algumas vezes as pró

grias crianças pensam num segundo exemplo; se não é, o experimentador sugere um contra-exemplo. Até a idade de 9 anos, apenas mudam de idéia: "ah! não, não dá", ou "ah!, sim, errei, dá!" Concluem que não se pode saber, umas vezes funciona e outras não. Aos 10 - 12 anos ou descobrem depois de alguns exemplos que dá se se começa com um número ímpar, ou espontaneamente declaram logo que depende de se começar com um número par ou ímpar.

Em outras palavras, uma boa proporção, aos 10 - 11 anos, os que, aliás, trabalharam na escola com aritmética mais complexa, ainda não baseiam seu raciocínio na noção aparentemente simples de uma alternância entre números pares e ímpares, e não podiam deduzir suas implicações para a divisibilidade por dois....

Que evidência há para rejeitar a segunda afirmativa, que tacitamente supõe a existência de ligações psicologicamente imediatas - lógicas e transparentes entre as operações e sua

notação?

Discuti alguns dos modos inesperados, descobertos por Ferreiro, por que as crianças interpretam o sistema alfabético. Pelo lado numérico, infelizmente, não há qualquer estudo disponível comparável ao de Ferreiro. Algumas pesquisas recentes sobre este assunto sugerem, com muita força, que a suposta obviedade de ligação entre as operações não tem o menor fundamento.

Um estudo de Sartre e Moreno sobre as formas espontâneas de as crianças simbolizarem quantidades numéricas trouxeram à luz diferentes níveis de representação. As crianças foram entrevistadas sobre vários assuntos, aos pares. Num destes assuntos o experimentador colocou certo número de balas na mesa e pediu às crianças que usassem papel e lápis para mostrar quantas balas havia, "de modo que seu colega seja capaz de usar seu papel para colocar a mesma quantidade". Os seguintes níveis foram encontrados:

1. um desenho qualquer, sem ter nada a ver com'

o número de objetos; uma casa, uma árvore, uma flor, uma pessoa etc.

2. o desenho de um objeto que tem características de número, parecidas com as do número de elementos apresentados: por exemplo, uma mão para 5 elementos, um polvo* para 8, uma flor de 6 pétalas para o 6, etc.

3. o mesmo número de desenhos como elementos: 5 pessoas ou 5 árvores, por exemplo, para 5 elementos.

4. um desenho dos próprios objetos, com seu número correto: cinco balas.

5. numerais 1,2,3,4,5,6 etc como contagem, isto é, 1,2,3,4,5,6 escritos para 6 elementos.

6. um único numeral 5, 6 etc escrito para representar o número de elementos como um número cardinal.

Quando se pediu que as crianças usassem números explicitamente, a maioria das crianças de 6 - 7 anos usaram o nível de representação

* em inglês "octopus": octopo - tem oito braços

5 e a maioria das mais velhas deram um único número (nível 6).

Quando o experimentador desenvolveu ações, tais como dar 3 balas a uma boneca, e juntar duas mais, ou dar 6 e, então, tirar 4, e pediu-a para usar lápis e papel de modo que outra criança pudesse dar balas à boneca da mesma maneira, muito poucas usavam os sinais de mais ou menos. Inventavam outros métodos, tais como fazer uma cruz, desenhar uma mão para simbolizar adicionar ou subtrair, ou usavam palavras como juntar, tirar, e combinavam estes métodos com os níveis de representação descritos acima. Usavam marcações, cruzes etc: olhando para suas produções fica-se impressionado com a semelhança com o que se sabe sobre a história dos sistemas de numeração escrita: apesar de muitas crianças já virem trabalhando por muitos anos com o sistema moderno, ocuparam-se em re-inventá-lo. Todas estas crianças eram perfeitamente capazes de fazer contas na escola -

algumas delas já estavam trabalhando com longas divisões. Usar números e sinais de mais ou menos para simbolizar ações com objetos, porém, não parecia "natural" para elas...

...Similaridades, algumas nada triviais, existem entre a linguagem natural, ambas - escrita e falada, e a matemática. Discutia-se sempre, por exemplo, que, em linguagem, podem distinguir-se elementos (como substantivos) que, muitas vezes (apesar de nem sempre), simbolizam pessoas ou objetos, e elementos (como verbos) que, muitas vezes (apesar de nem sempre), simbolizam ações ou relações. Em aritmética, há números: 3, ou 27, que são como substantivos; e sinais: +, -, =, que são como verbos. Existem regras para a combinação dos elementos numa frase, assim como existem para as equações escritas: "Pedro a casa lentamente", é frase tanto quanto $5=7x$ - é uma equação. Algumas frases são bem formadas, mas erradas: "São Paulo é a capital federal do Brasil"; algumas equações