BOLETIM

ANO / 85

17

GEPEM

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

DIRETORIA DO GEPEM

PRESIDENTE: Moema Mariani de Sá Carvalho

VICE-PRESIDENTE: José Carlos de Mello e Souza

DIRETOR CULTURAL: Radiwal da Silva Alves Pereira

SECRETÁRIO GERAL: Vera Maria Ferreira Rodrigues

SECRETÁRIO: Regina Célia Monken

DIRETOR DE PUBLICAÇÕES: M. Laura Mouzinho Leite Lopes

ASSESSOR DE PUBLICAÇÕES: Maria José Monnerat

1º TESOUREIRO: Wilson Belmonte dos Santos

2º TESOUREIRO: Francisco Estarque Casás

IMPRESSO NA REPROGRAFIA DA COPPE – IM/UFRJ

ÍNDICE

****

APRESENTAÇÃO

O presente Boletim 17 corresponde ao ano de 1985. As razões do atraso de sua publicação parecem tão evidentes que seria inútil alinhavá-las aqui.

Esperamos regularizar no corrente ano nossas atividades editoriais graças à nova orientação dos órgãos governamentais do setor da educação e ao incentivo que pretendem dar aos que trabalham na área da Educação Matemática.

Abrimos o presente Boletim com uma notícia sobre a 6ª Olimpíada Estadual de Matemática, realizada em agosto de 1985 e que tanto interesse despertou entre os alunos do Estado.

Damos a seguir um longo e substancial trabalho de Georges Glaeser sobre "Epistemologia dos Números Relativos", no qual o eminente mestre estuda um tema que oferece aos jovens de hoje as mesmas dificuldades de compreensão com que lutaram, em seu tempo, Euler e D'Alembert.

O professor Eduardo F. Quadra nos expõe alguns resultados que tem obtido em suas turmas ao ajudá-las na compreensão dos Grupos Cíclicos e Homomorfismos entre Grupos.

A resposta dada pela professora Regina Monken, na Seção de Consultas, a uma indagação sobre a numerabilidade dos números racionais e o Relatório da Secretaria do GEPEM relativo ao exercício de 1985, encerram o presente Boletim.

C. A. Mello e Souza

Vice-Presidente do GEPEM

6ª OLIMPÍADA ESTADUAL DE MATEMÁTICA/RJ

Realizou-se em Agosto de 85 a 6ª Olimpíada Estadual de Matemática, sob o patrocínio da Sociedade Brasileira de Matemática e coordenada pelo Prof. Ricardo Martins.(*)

Colaboraram na organização da Olimpíada:

— A Secretaria Estadual de Educação, na divulgação e seleção dos candidatos da rede estadual;

— Professores dos Institutos de Matemática da UFRJ e da UERJ, na elaboração das provas da 1ª fase;

— Um grupo de participantes de Olimpíadas an

(*) Prof. de Eletrônica da Escola Naval, Engenheiro Eletrônico e Licenciado em Física.

teriores (estaduais, nacionais e internacionais), na elaboração e correção das provas da 2ª fase;

— A Clappy Máquinas, na doação dos cartazes para divulgação;

— A HP, doando os quatro calculadores — prêmios para os dois primeiros classificados de cada série.

Características da Olimpíada/85

Quanto às Inscrições e Etapas:

— as inscrições estiveram abertas a quaisquer candidatos da 1ª e da 2ª série do 2º grau, com divulgação através de cartazes nos Colégios.

Os candidatos da rede estadual foram selecionados por duas provas: a 1ª, a nível de Escola, organizada pela própria Escola; a 2ª a nível de Centro Regional de Educação, organizada pelo próprio CRE.

— em 24/8 realizou-se a prova da 1ª fase, constando de 35 questões de múltipla escolha, cinco (5) delas diferenciadas por série, e que classificou os concorrentes à 2ª fase.

— em 31/8 realizou-se a prova da 2ª fase, constando de 5 questões discursivas, com duas delas diferenciadas por série.

<u>Quanto à Elaboração das Provas:</u>

— a prova da 1ª fase teve suas 40 questões (5 diferenciadas por série) selecionadas de um grupo de 60 questões sugeridas por professores dos Institutos de Matemática da UFRJ e da UERJ e pelo grupo de participantes de Olimpíadas anteriores já citado;

Quanto aos Resultados:

Participaram 516 candidatos:

1ª série | 259 inscritos
42 classificados na 1ª fase (16 % dos inscritos)
10 menções honrosas
1º colocado — Geraldo Zimbrao da Silva — ENCE
2º colocado — Marcelo Feliciano Simões — Col. Naval

2ª Série | 257 inscritos
42 classificados na 1ª fase (16 % dos inscritos)
13 menções honrosas
1º colocado — Ralph Costa Teixeira — Col. Impacto
2º colocado — Marcelo Ricardo Xavier de Mendonça — Col. Impacto

Para a Olimpíada de 86 já estão fixadas as seguintes instruções:

OLIMPÍADAS — 86

1ª e 2ª Séries do 2º Grau

I OLIMPÍADA ESTADUAL DE MATEMÁTICA

1. Escolas Diretamente Ligadas à Secretaria Estadual de Educação:

Inscrições nas próprias escolas

Seleção escolar em data a ser marcada pela escola

Seleção regional em 9 de agosto nos CRE's

Prova final em 23 de agosto às 11 h na UERJ

Esta prova terá 25 questões de múltipla escolha, de acordo com o programa tradicional.

Duração: 1h e 30 min.

Resultados no mesmo dia, às 15 h

2. Demais Escolas

Inscrições livres

1ª fase: em 23 agosto, às 11 h na UERJ, prova com 25 questões de múltipla escolha de acordo com o programa tradicional.

Duração: 1h e 30 min

Resultados no JORNAL dos SPORTS, dia 25/8

2ª fase: em 30 de agosto, às 9 h na UERJ.

Prova de resposta livre com 5 questões.

II OLIMPÍADA ESTADUAL DE FÍSICA

1. Escolas Diretamente Ligadas à Secretaria Estadual de Educação:

Inscrições nas próprias escolas.
Seleção escolar em data a ser marcada pela escola.
Seleção regional em 9 de agosto nos CRE's.
Prova final em 23 de agosto, às 13 h na UERJ.
Esta prova terá 25 questões de múltipla escolha, de acordo com programa a ser oportunamente divulgado. Duração 1 h 30 min
Resultados no mesmo dia, às 15 h 30 min

2. Demais Escolas

Inscrições livres

1ª fase: 23 de agosto, às 13 h na UERJ
Prova com 25 questões de múltipla escolha de acordo com programa a ser oportunamente divulgado. Duração: 1 h 30 min
Resultados no JORNAL dos SPORTS, dia 25/8.
2ª fase: em 30 de agosto, na UERJ.
Prova de resposta livre com 5 questões.

A participação nas duas Olimpíadas é in

dependente.

Cada escola da Secretaria Estadual de Educação poderá inscrever até 5 alunos de cada série para as provas regionais. Cada CRE poderá inscrever até 5 alunos de cada série para a prova estadual.

Não há limite no número de inscritos para as demais escolas.

Apresentamos a seguir as questões das provas de 85, com os respectivos percentuais de acerto.

PROVA DA 1ª FASE

OBS.: à esquerda do número de cada questão o respectivo percentual de acertos.

(32%) 1) Durante n dias de férias, um estudante observou que:

i) Choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde;

ii) Quando choveu de manhã, não choveu à tarde;
iii) Houve 5 tardes sem chuva;
iv) Houve 6 manhãs sem chuva.

Então o número n de dias é:

A) 7. B) 9. C) 11. D) 18. E) impossível determinar.

(46,1%) 2) São dados os conjuntos:

D: divisores positivos de 24.
M: múltiplos positivos de 3,
e $S = D \cap M$.
Então o número de subconjuntos de S é:

A) 64. B) 32. C) 16. D) 8. E) 4.

(35,7%) 3) Quatro suspeitos de praticar um crime fazem as seguintes declarações:

André: Carlos é o criminoso,
Bernardo: Eu não sou o criminoso,
Carlos: Danilo é o criminoso,
Danilo: Carlos está mentindo.
Sabendo que apenas um dos suspeitos disse a verdade, o criminoso é

A) André. B) Bernardo. C) Carlos. D) Danilo.
E) Impossível de determinar.

(43%) 4) Seja n [S] o número de elementos de um conjunto S e sejam os conjuntos

A, B e C tais que $n[A \cup B \cup C] = 22$, $n[A \cap B \cap C] = 1$, $n[A \cap B] = 5$, $n[A \cap C] = 4$ e $n[B \cap C] = 20$. Então $n[A-(B \cap C)]$ é igual a:

A) 1. B) 2. C) 5. D) 9. E) 18.

(64,3%) 5) Uma função $f: R \to R$ é tal que $f(5x) = 5\, f(x)\ \forall x \in R$. Se $f(25) = 75$, então $f(1)$ é igual a:

A) 3. B) 5. C) 15. D) 25. E) 45.

(77,9%) 6) Se f é uma função tal que $f(1) = 3$ e $f(x + y) = f(x) + f(y)\ \forall x,y \in R$, então $f(10)$ é igual a:

A) 3^2. B) 3^{10}. C) 13. D) 30. E) 60.

(39,5%) 7) Seja f, definida em R por $f(x) = \frac{x}{4}(x - 6)^2$. Então o valor $f(4 + h) + f(4-h)$ é:

A) impossível de determinar. B) 2. C) 4. D) 6. E) 8.

(41,6%) 8) Um dos fatores de $P(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6$ é $2x - 1$. Então a maior raiz de $P(x) = 0$ é:

A) $\frac{1}{2}$. B) 1. C) $\frac{2}{3}$. D) 2. E) 3.

(45,9%) 9) Uma engrenagem circular de 36 dentes movimenta uma outra de 48 dentes. Se a primeira engrenagem executar 100 voltas, a segunda executará:

A) 136 voltas. B) $\frac{400}{3}$ voltas. C) 84 voltas. D) 75 voltas. E) 60 voltas.

(40,9%) 10) Sendo $f(x) = 100x + 3$, o valor de

$$\frac{f(10^{-8}) - f(10^3)}{10^{-8} - 10^3}$$ é:

A) 100. B) 10. C) 1. D) 10^{-5}. E) 10^{-11}.

(20%) 11) Seja $f_o(x) = \frac{1}{1 - x}$ e $f_n(x) =$

$f_o[f_{n-1}(x)]$, quando n = 1,2,3,4, 5, ... Então o valor de $f_{1985}(1985)$ é:

A) 1985. B) $-\frac{1}{1984}$. C) $\frac{1984}{1985}$. D) 1984.
E) $\frac{1}{1985}$.

(46,7%) 12) O maior valor de x^2-x+1 no intervalo fechado [-3, 3] é:

A) 15. B) 13. C) 10. D) 5). E) $\frac{3}{4}$.

(30,2%) 13) Seja $f(x+1) = \frac{3x+5}{2x+1}$, onde $x \neq -\frac{1}{2}$ e $x \in R$.

Então o domínio de f(x) é o conjunto de todos os reais x satisfazendo:

A) $x \neq -\frac{1}{2}$. B) $x \neq \frac{1}{2}$. C) $x \neq -\frac{5}{3}$.

D) $x \neq \frac{5}{3}$. E) $x \neq -\frac{3}{5}$.

(45,3%) 14) São dadas as funções $f(x) = 1-2x$ e $g(x) = 2x + k$, satisfazendo $f[g(x)] = g[f(x)]\ \forall x \in R$; Então o valor da constante k real é:

A) -3. B) -1. C) $-\frac{1}{2}$. D) $-\frac{1}{3}$. E) 1.

(42,2%) 15) O conjunto solução de $x + \frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$ é:

A) $\{1\}$. B) $\{-1\}$. C) $\{1,-1\}$. D) $\emptyset$. E) $\{0\}$.

(52,1%) 16) São dados os trinômios $f(x) = x^2 + 64$ e $g(x) = x^2 - 16$, $\forall x \in R$. Então o quociente do valor mínimo de f(x) pelo de g(x) é:

A) 4. B) $\frac{1}{4}$. C) -4. D) $-\frac{1}{4}$. E) É impossível calcular.

(69,8%) 17) Na equação $x^2 + bx + 8 = 0$ uma das raízes é o dobro da outra. Então o coeficiente b vale:

A) ± 2. B) ± 6. C) ± 1. D) $\pm 6\sqrt{2}$. E) ± 3.

(27,3%) 18) Para todo x real $\dfrac{x^2 - kx+1}{x^2 - x+1} \geq 0$

se e somente se:

A) $|k| \geq 2$. B) $k = 2$. C) $k \leq 1$. D) $|k| \leq 2$.

E) $k = 0$.

(60,9%) 19) A soma dos quadrados das raizes reais de $x^4 - 16 = 0$ vale:

A) 4. B) 6. C) 8. D) 16. E) 0.

(68%) 20) O valor de x real que satisfaz a equação $\sqrt{x - \sqrt{10x-1}} = 2$ é:

A) 17. B916. C) 10. D) 4. E) 1.

(85,9%) 21) Sejam três números x, y e z tais que qualquer deles, somado com o produto dos outros dois, dê resultado 2. Então eles podem ser:

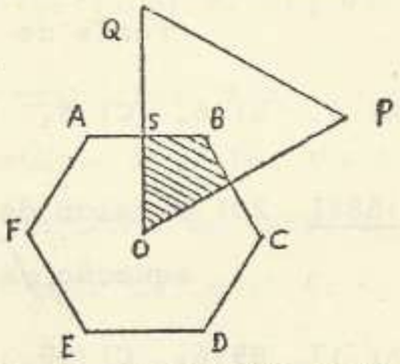
A) $x = y = z = 2$. B) $x = y = z = \sqrt{2}$.

C) $x = Y = z = 0$. D) $x = y = z = 1$ ou $x = y = z = -2$. E) $x = y = 3$ e $z = 4$, ou $x = z = 3$ e $y = 4$, ou $y = z = 3$ e $x=4$.

(50,4%) 22) Na figura, ABCDEF é um hexágono regular de lado 3 e centro 0 e OPQ é um triângulo equilátero de lado 6. Se $S = AB \cap OQ$ e $AB \perp OQ$, a área comum aos dois polígonos é:

A) $2\sqrt{3}$. B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. C) $3\sqrt{3}$.

D) $\frac{18\sqrt{3}}{7}$. E) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

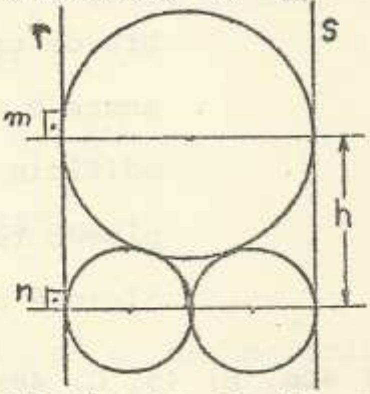


(30%) 23) Se substituirmos, no enunciado anterior, $AB \perp OQ$ por $SB = 1$, a área comum aos dois polígonos é:

A) $\frac{9\sqrt{3}}{3}$. B) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$. C) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D) 6.

E) $2\sqrt{3}$.

(50%) 24) Os círculos da figura são mutuamente tangentes e também tangentes às retas paralelas r e s da figura. Se a distância entre r e s vale 4, o valor da distância h é:

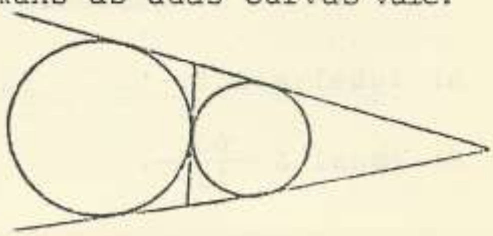


A) 3. B) $\frac{5}{2}$.

C) $2\sqrt{2}$.

D) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. E) $2\sqrt{3}$.

(31,4%) 25) As duas circunferências da figura têm raios de 2 e 3, respectivamente, e são tangentes. A área do triângulo formado pelas retas tangentes comuns às duas curvas vale:



A) $12\sqrt{6}$. B) $10\sqrt{6}$.

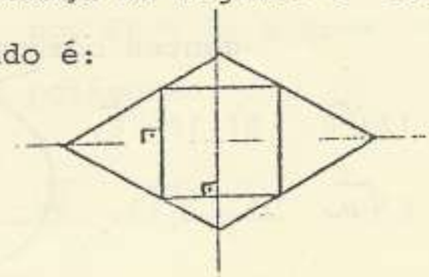
C) $9\sqrt{6}$. D) $6\sqrt{15}$.

E) $8\sqrt{15}$.

(78,6%) 26) Numa determinada hora, a sombra projetada pelo sol de um poste de 2,5m de altura mede 50 cm e a sombra de um edifício é de 10m. Se o poste é vertical cilíndrico e o edifício tem a forma de paralelepípedo retângulo, a altura do edifício é de:

A) 40m. B) 45. C) 48m. D) 50m. E) 60m.

(38,2%) 27) Deseja-se inscrever um quadrado em um losango de diagonais 7 e 9, como se esboça na figura. O lado do quadrado é:



A) igual a 3,5.

B) igual a $\frac{63}{16}$.

C) igual a 4.

D) igual a $\frac{25}{6}$

E) É impossível de calcular.

(34,7%) 28) Num triângulo ABC, $a = \sqrt{3}$ cm, $b = 1$ cm e $\hat{A} = 120^{o}$. Então a área do triângulo vale:

A) 1 cm²; B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm². C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm².
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm². E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm².

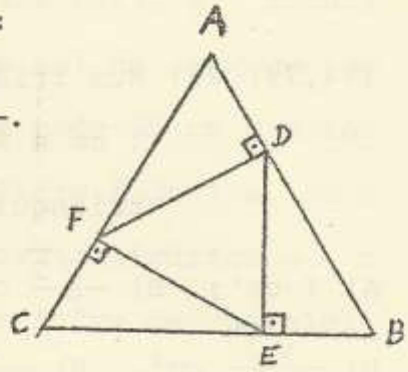
(30,8%) 29) Os catetos b e c de um triângulo retângulo ABC medem 5 e 12, respectivamente. A bissetriz do ângulo A decompõe a hipotenusa do triângulo em dois segmentos cuja diferença é:

A) $\frac{91}{17}$. B) $\frac{7}{5}$. C) $\frac{65}{17}$. D) $\frac{17}{4}$. E) $\frac{3}{4}$.

(41,4%) 30) Seja DEF um triângulo equilátero inscrito no triângulo ABC também equilátero, como se vê na figura. Então a razão da área de DEF para a de ABC vale:

A) $\frac{1}{4}$. B) $\frac{1}{3}$. C) $\frac{2}{5}$.

D) $\frac{3}{7}$. E) $\frac{1}{2}$.



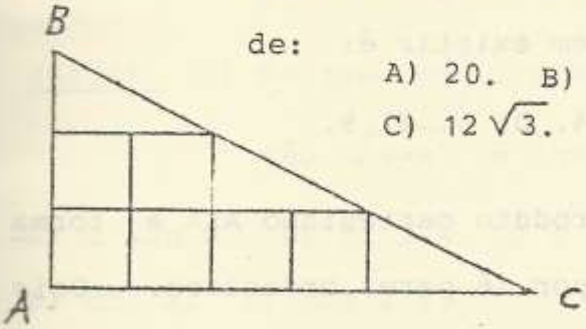
Obs.: A partir desta questão, resolva somente as questões de sua série.

SOMENTE PARA A 1ª SÉRIE

(32%) 31) Se m e n são raízes da equação $5x^2 + 23x + 23 = 0$. Então $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ vale:

A) $\frac{5}{23}$. B) $-\frac{5}{23}$. C) $+1$. D) -1. E) $-\frac{23}{5}$

(63,3%) 32) No triângulo retângulo ABC da figura, os seis quadrados iguais têm lado 4. Então a hipotenusa BC mede:



A) 20. B) $12\sqrt{5}$.
C) $12\sqrt{3}$. D) 24. E) $4\sqrt{34}$.

(50,2%) 33) O diretor de uma empresa vai distribuir Cr$ 360.000 entre os seus empregados. Três dos empregados decidiram que a sua parte devia ser distribuída pelos demais, que eram mais carentes. Sabe-se que a parcela de cada um dos beneficiários aumentou Cr$ 20.000. Então o número total de empregados é:

A) 24. B) 18. C) 15. D) 12. E) 9.

(22,4%) 34) Sejam A e B conjuntos de 3 elementos cada um. Então o número de funções bijetoras de A em B que podem existir é:

A) 1. B) 3. C) 4. D) 6. E) 9.

(86,5%) 35) O produto cartesiano AxA é formado por 16 pares ordenados. Dois desses pares são (0,4) e !,3). O conjunto A é:

A) $\{0,1,3,4\}$. B) $\{1,3,4\}$. C) $\{0,1,2,3\}$.
D) $\{0,1,2,3,4,8\}$. E) $\{0,1,3,4,12\}$.

SOMENTE PARA A 2ª SÉRIE

(47,1%) 31) Um período da função f(x) =sen x. cos x é:

A) $\frac{\pi}{4}$. B) $\frac{\pi}{3}$. C) $\frac{\pi}{2}$. D) $\frac{\pi}{3}$. E) π.

(36,6%) 32) O valor de $\dfrac{\text{sen } 100^\circ + \text{sen } 20^\circ}{\cos 100^\circ + \cos 20^\circ}$ é:

A) 0. B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. D) 1. E) $\sqrt{3}$.

(49,4%) 33) Se $\text{tg}a = \dfrac{x}{2}$, onde $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$, então $\sqrt{4+x^2}$ é igual a:

A) 2 sen a. B) tg 2 a. C) 2 sec a.

D) cos a. E) cos 2 a.

(27,6%) 34) Sendo $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, a inequação $4\,\text{sen}^2 x - 2(1+\sqrt{2})\ \text{sen } x + 2 < 0$ é satisfeita para os valores de x pertencentes ao intervalo aberto:

A) $]\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{4}[$. B) $]\dfrac{1}{2}, 1[$. C) $]0, \dfrac{\pi}{4}[$.

D) $]\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{3}[$. E) $]\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{2}[$.

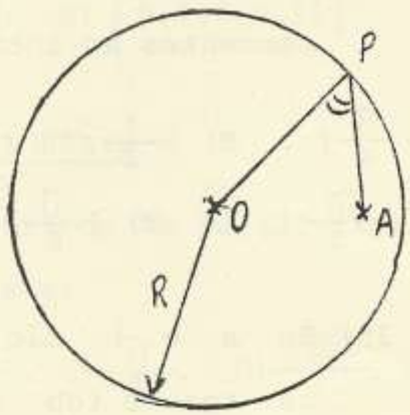
(39,7%) 35) Se a e b são suplementares e se tga e tgb são raízes da equação $(x-1)(kx+1)=2$, então o valor do coeficiente k é:

A) $\frac{1}{2}$. B) $\sqrt{2}$. C) $\frac{1}{3}$. D) 1. E) -1.

6ª OLIMPÍADA ESTADUAL DE MATEMÁTICA

Prova da 2ª fase

1ª — Seja um círculo de centro O e raio R e um ponto A interior ao círculo. Tomemos um ponto P variável sobre a circunferência. Determine a posição de P para que ângulo $\widehat{OPA}$ seja máximo.



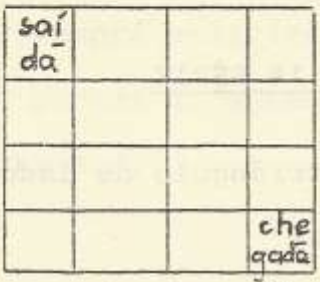
2ª — Dado um triângulo ABC, retângulo em $\hat{A}$, com AB = c, AC = b, BC = a. Seja Ha o pé da altura de A, e 0, 0_1, 0_2, R, R_1, R_2 respectivamente os centros e os raios dos círculos inscritos aos triângulos ABC, ABHa, ACHa.

i) Calcule R_1, R_2 e $0_1 0_2$

ii) Ache a razão entre AHa e $R_1 + R_2 + R$

iii) Para o caso de AB = 60 e BC = 80, verifique se pode existir um círculo tangente a AB e BC e tangente exteriormente aos círculos inscritos aos triângulos ABHa e ACHa.

3ª — Seja um tabuleiro 4 x 4cm como mostra a figura abaixo



Uma pessoa parte da saída em direção à

chegada da seguinte forma:

a) só pode andar apenas uma casa de cada vez, ou na horizontal ou na vertical.

b) não pode voltar para uma casa onde já esteve.

c) Deve, obrigatoriamente, passar por todas as casas.

i) Se for possível a esta pessoa terminar o percurso, exiba tal percurso. Caso não seja, prove que não.

ii) Generalize para um retângulo mxn, com m e n naturais.

SOMENTE PARA A 1ª SÉRIE

4ª — Dado um triângulo de lados a, b e c de área S, provar:

i) que $S \leqslant \frac{bc}{2}$.

ii) Que se $a \geqslant b \geqslant c$, então vale que

$$a + h_a \geqslant b + h_b \geqslant c + h_c$$

5ª — Um plano é colorido com duas cores. Prove que, seja qual for o modo utilizado para se pintar o plano, sempre existirá um retângulo com os quatro vértices da mesma cor.

SOMENTE PARA A 2ª SÉRIE

4ª — Resolva a equação trigonométrica em x

$$\cos^n x - \operatorname{sen}^n x = 1 \quad \text{para } n \text{ natural fixo.}$$

5ª — Um plano é colorido com três cores. Prove que, seja qual for o modo utilizado para se pintar o plano, sempre existirá, para qualquer $d > 0$ dado, dois pontos de mesma cor cuja distância entre eles é d.

EPISTEMOLOGIA DOS NÚMEROS RELATIVOS

Georges Glaeser

Universidade Louis Pasteur, Estrasburgo

Minus times Minus equals Plus:
The reason for this we need not discuss.(*)

RESUMO

Para poder afirmar que a "regra dos sinais" (- por - = +, - por + = -, etc.) não apresenta qualquer dificuldade à compreensão, foi preciso esperar mais de 1500 anos. Um minucioso estudo de textos dos melhores autores — de Diofantes aos nossos dias — permitiu a identificação de alguns dos obstáculos que se opunham à compreensão dos números negativos. Pretende

(*) Dístico mnemônico usado no ensino inglês.

mos que, através de experiências diversas, se pesquise a possibilidade de as dificuldades vividas por Euler ou d'Alembert serem as mesmas que perturbam os jovens estudantes de hoje.

* * *

Um dos mais importantes objetivos da didática da Matemática é determinar os obstáculos(**) que se opõem à compreensão e ao aprendizado dessa ciência.

Ela utiliza métodos científicos que comportam, de um modo geral, duas fases: na pri

(**) Desde que Gaston Bachelard (1938) destacou a noção de obstáculo epistemológico (em relação à Física), muitos autores tentaram delimitar essa idéia, precisá-la e adequá-la à Matemática. Após Guy Brousseau, eu mesmo empreendi algumas tentativas nesse sentido.
Neste artigo, as palavras "obstáculos, dificuldade, barreira e sintoma" são empregadas com simplicidade. Estou certo de que é prematuro atrelar estes conceitos a formulações muito rígidas. Só após a execução de numerosos trabalhos, estaremos em condições de julgar

meira, o pesquisador coleta um corpus, constituído pela produção escrita ou oral dos indivíduos estudados. A seguir, essa documentação é trabalhada, para que se possam formular conclusões sobre a existência, a natureza e a localização das diversas barreiras a transpor.

Os métodos experimentais preparam, em especial, situações didáticas que facilitem tais produções. É disto que se trata na maior parte dos artigos publicados nesta revista.

Os métodos históricos e epistemológicos pesquisam esse corpus nos vestígios do passado. Trabalham sobre documentos deixados por grandes matemáticos, ou por representantes típicos da comunidade científica de épocas determinadas. Esta abordagem é aplicada aqui

---

(Cont.) as distinções cabíveis, úteis para o desenvolvimento da didática experimental. Serão então rejeitadas aquelas que, sedutoras a priori, possam constituir o tipo de "conhecimento mal feito" capaz de opor obstáculos ao progresso.

à análise das dificuldades encontradas no estudo dos números relativos.

I. A regra dos sinais é assim tão difícil ?

A introdução conceitual dos números relativos foi um processo surpreendentemente lento. Durou mais de 1500 anos, da época de Diofantes aos nossos dias ! Durante todo esse tempo, os matemáticos trabalharam com números relativos, tendo deles apenas uma compreensão parcial, com espantosas lacunas.

A amplitude deste fenômeno parece haver escapado à sagacidade dos historiadores, mais afeitos a estabelecer fatos isolados do que projetar uma visão de conjunto sobre um processo tão demorado.

Muitos professores não percebem que a aprendizagem da regra dos sinais possa comportar dificuldades.