

BOLETIM GEPEN

20

ANO XII

1º SEMESTRE

1987

PUBLICAÇÃO SEMESTRAL DO
G E P E M
GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

DIRETORIA DO GEPEM

Presidente: JOSÉ CARLOS DE MELLO E SOUZA

Vice-Presidente: ESTELA KAUFMAN FAINGUELERNT

Secretário Geral: FRANCA COHEN GOTLIEB

Secretário: FRANCISCO CASÁS

Diretor Cultural: ANNA AVERBUCH

Diretor de Publicações: MARIA LAURA M. LEITE LOPES

Assessor de Publicações: EDUARDO FERNANDES QUADRA

1º Tesoureiro: WILSON BELMONTE DOS SANTOS

2º Tesoureiro: REGINA MONKEN

Editores: MARIA LAURA LEITE LOPES

MOEMA SÁ CARVALHO

RADIWAL DA SILVA ALVES PEREIRA

Conselho Editorial:

ANNA AVERBUCH, AMELIA MARIA NORONHA
PESSOA QUEIROZ, ARISTIDES BARRETO,
ESTELA KAUFMAN FAINGUELERNT, FRANCA
COHEN GOTTLIEB, JOÃO BOSCO PITOMBEIRA
DE CARVALHO, JOSÉ CARLOS DE MELLO E
SOUZA, ZULEIKA DE ABREU E VERA MARIA F
RODRIGUES.

Responsável "Página do Leitor": REGINA MONKEN

Secretário de Administração: WILSON BELMONTE DOS SANTOS

**APOIO FINANCEIRO DO
SUBPROGRAMA DE EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIA
– PADCT - CAPES –**

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO	5
<i>Maria Laura M. Leite Lopes e Regina Monken</i>	
LOGO NO ENSINO DE 1º GRAU – 4ª A 8ª SÉRIE	7
<i>Nara Roessler Sebastião</i>	
O QUE OS PROFESSORES DE MATEMÁTICA GANHAM COM A PESQUISA	11
<i>David Wheeler</i>	
O ENSINO DA GEOMETRIA NO 1º GRAU	16
<i>Grupo Momento</i>	
A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DO 2º GRAU	23
<i>Amélia Maria Noronha Pessoa de Queiroz</i>	
CURIOSIDADES	27
<i>Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb</i>	
RESENHA BIBLIOGRÁFICA	29
<i>Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb</i>	
INFORMES	32
<i>Regina Monken</i>	

APRESENTAÇÃO

Maria Laura M. Leite Lopes e Regina Monken

O boletim 20, que se refere ao 1º semestre de 87, está sendo distribuído com considerável atraso. Lamentamos e nos desculpamos, explicando que a demora foi motivada por dificuldades editoriais.

Mantendo nossa linha editorial apresentamos resultados de experiências e de pesquisa de nossos associados, uma tradução e curiosidades de interesse dos leitores, além da resenha bibliográfica e informes.

No artigo sobre LOGO a Profª Nara Roessler Sebastião, graduada em Letras, com pós-graduação em Literatura Americana e em Pedagogia na Informática e com Curso de LOGO pelo Instituto de Tecnologia ORT, conta uma experiência desenvolvida no Colégio Liessen, RJ, com alunos da 4ª à 8ª série do 1º grau.

O Prof. Radiwal Alves Pereira traduziu para o boletim a conferência que o Prof. David Wheeler, da Univ. de Concórdia, Canadá, fez no V ICME, em 1984, Adelaide, Austrália, e que foi publicada em *Theory Research an Practice in Math. Educ.*, editado por Alan Bell et alii, do Shell Center For Math. Educ. da Univ. de Nottingham, Inglaterra.

Um grupo de vinte professores de São Paulo que constituem o Grupo Momento elaborou novas propostas sobre o Ensino da Geometria, pretendendo rever o papel da mesma na Educação. A redação final do artigo foi feita pelos professores do grupo: Anna Franchi, Antonieta Moreira Leite, Antônio José Lopes, Dulce Satiko Onaga, Dione Luke de Carvalho e Rute Cunha Pires.

Nossa colega e colaboradora Amélia Maria Noronha Pessoa de Queiroz teve considerados pelo Dpto. Educ. da PUC/RJ os créditos obtidos no Curso de Pós-Graduação do GEPEM. A fim de obter o grau de mestre precisou cursar disciplinas na área de Educação naquela Universidade e defender uma dissertação. Iniciamos neste número a publicação de um resumo dessa dissertação, sobre Educação Matemática e feita sob a orientação da Prof^a Circe Navarro Vital Brazil. Completaremos a publicação nos números seguintes do Boletim.

Insistimos em que as colaborações para o Boletim são sempre muito bemvindas.

LOGO NO ENSINO DE 1º GRAU – 4ª A 8ª SÉRIE

Nara Roessler Sebastião

LOGO é uma linguagem de programação fundamentada nos princípios cognitivos piagetianos e estudos da inteligência artificial.

Os estudos foram desenvolvidos por SEYMOUR PAPERT e MARVIN MINSKY ambos pesquisadores do Massachusetts Institute of Technology.

Papert foi discípulo de Piaget e seguidor da teoria de que através do manuseio dos elementos que fazem parte do cotidiano da criança, ela tem condições de desenvolver seu potencial de aprendizado. A criança tem capacidade de aprender desde que se dê condições ambientais para vivenciar seus micromundos.

A linguagem LOGO permite à criança criar seus programas uma vez que oferece apenas os comandos. Não é seguido nenhum sistema pré-estabelecido. Na medida em que a própria criança faz seus programas está descobrindo os diversos conhecimentos. É uma linguagem não só para ser aprendida como para aprender com ela.

LOGO usa palavras e instruções simples, tendo uma estrutura semelhante ao modo de pensar humano. A criança não tem o sentimento de erro pois as mensagens são simpáticas e claras, estimulando o prosseguimento e correção.

Para uso na educação esta linguagem é um suporte para ensinar àqueles que não têm sucesso no ensino tradicional. Propicia condições para desenvolver habilidades na solução de problemas e com isto construir conceitos, deixando de apenas reproduzir ensinamentos do professor.

Conforme relatos de experiências apresentados no III Congresso Internacional LOGO e I Congresso Brasileiro LOGO por representantes de países como Argentina, França, Uruguai, podemos acreditar que esta linguagem permite que a criança desenvolva seu processo de aprendizagem, trazendo uma nova perspectiva para aqueles que são portadores de deficiências de aprendizagem e/ou físicas.

No Brasil as experiências ainda são poucas, mas deve-se destacar o trabalho da UNICAMP e da Universidade do Rio Grande do Sul. Conforme relato de representantes do Rio Grande do Sul, o programa apresentado na cidade de Novo Hamburgo trouxe resultados positivos. O índice de aprovação aumentou e diminuiu o número de ausentes em sala de aula. Note-se que este trabalho foi realizado em escola pública. No Rio de Janeiro não há nenhuma experiências significativas relatadas em publicações.

O uso de computador na escola pode ser através de softwares educacionais ou ainda da adoção de uma linguagem. Quando a opção é a segunda alternativa, sem dúvida o LOGO é que melhor se adapta ao ambiente escolar. Esta não é apenas uma linguagem de programação mas também uma filosofia de ensino fundamentada nos princípios piagetianos e nos estudos da inteligência artificial.

Através do uso do LOGO abrimos uma nova perspectiva de dinamizar as aulas de matemática e física, como também geografia, história, por exemplo. LOGO é um novo e potente recurso do processo de ensino-aprendizagem, auxiliando o desenvolvimento de estruturas do pensamento, do raciocínio e da lógica ao mesmo tempo que proporciona um exercício da criatividade e do companheirismo.

Por acreditar que a linguagem LOGO acrescenta elementos positivos na educação da criança, introduzindo-a no mundo da informática ludicamente, o Colégio A. Liessin adotou o uso do computador como atividade opcional no ano de 1985. A partir de 1986 o LOGO tornou-se obrigatório para alunos de 4.^a a 8.^a séries.

As crianças de 4.^a série que estão tendo seu primeiro contato com o LOGO trabalham mais com o concreto. É usada a técnica de dramatização que consiste em corporificar a tartaruga fazendo deslocamentos pelo chão. Um aluno passa a ser a tartaruga e obedece ordens de colegas assimilando, assim, as diferenças dos comandos de deslocamento e giro. Algumas vezes desenha-se uma figura no chão e uma criança posiciona-se no ponto que seria o início do desenho. Os colegas dão ordens usando os comandos FRENTE, VOLTE, DIREITA e ESQUERDA até que o percurso do desenho seja completado. Depois de algum tempo nesta atividade, os alunos passam para exploração da tela do monitor utilizando estes mesmos comandos.

Durante o trabalho com crianças nesta faixa etária foi observado o fascínio pelos números de vários dígitos. Ficam algumas aulas nesta atividade, deslumbrados com os rabiscos que surgem. Para estimular o uso de números de menor valor são usados labirintos que consistem em programas que delimitam um caminho que a tartaruga deve seguir.

Não se fala em ângulo com estes alunos. Eles devem mandar a tartaruga "virar" um determinado valor e tentar tantas vezes quantas forem necessárias para conseguir o ângulo desejado.

A introdução de comandos como CENTRO, LIMPE TELA, REPITA é feita pela indução, i. e., fazendo o aluno descobrir sozinho esses comandos.

Como recurso pedagógico é utilizado o papel quadriculado. Nele a criança desenha seu projeto e segue os passos a serem dados tendo como referência o valor estipulado de 10 passos para cada quadrado.

É importante salientar que neste primeiro ano de trabalhos no computador a criança aprende a ligar a máquina, usar o disquete com a linguagem e o disquete de trabalho. Sabe gravar e ler programas.

Sabendo que a tartaruga na tela está de costas para você, a sua direita é a direita da tartaruga. Quando temos a tartaruga voltada para baixo surge um elemento que dificulta o domínio da lateralidade. O que é direita, agora parece ser esquerda. Esta dificuldade, no entanto, é passageira.

Observa-se que a criança muitas vezes levanta do seu lugar e mexe o corpo como se fosse a tartaruga para decidir o que é direita ou esquerda. Também é usado colocar a mão sobre a tela do monitor girando-a de um lado para outro antes de tomar uma decisão.

Para alunos de 5ª série, que já passaram pelo estágio do trabalho concreto e da dramatização, exploraram a tela livremente e dominam sua lateralidade mais facilmente, é o momento de trabalhar com subprocedimento dentro de um procedimento principal.

Neste momento os recursos pedagógicos usados são o papel quadriculado e a cartela de ângulos.

A cartela de ângulos consiste num disco de cartolina onde estão marcados os ângulos 90°, 180°, 270° e 360°, tanto para a direita como para esquerda. Um ponteiro móvel pode girar para um lado e outro, apontando o ângulo desejado. Este recurso é colocado à disposição sempre que solicitado.

Alguns comandos do texto LOGO são introduzidos. O comando MOSTRE, que imprime na tela o que se pede, os comandos PRIMEIRO e ÚLTIMO que mostram, respectivamente, o primeiro e último elemento daquilo que foi escrito, SEM PRIMEIRO e SEM ÚLTIMO, que mostram o dado sem o primeiro e sem o último elemento, respectivamente, o comando PALAVRA que aglutina elementos formando um novo dado. Com estes comandos pode-se fazer trabalho interessante usando silabação.

Um exercício que motiva bastante é aquele em que se dá um determinado número de sílabas e a criança deve criar palavras. Outra atividade que desperta interesse é procurar transformar palavras. Por exemplo, transformar LAMA em CAMA. Veja o processo seguido:

```
MOSTRE SEM PRIMEIRO "LAMA
(lo computador mostra AMA)
MOSTRE PALAVRA "C "AMA
(lo computador mostra a palavra CAMA)
```

É nesta fase de apredizado que a criança distingue o modo de trabalho imediato e o modo de edição. Domina as teclas de controle usadas no modo de edição. Observa que pode recuperar seu projeto a qualquer momento e é possível modificar e/ou acrescentar dados. Começa a trabalhar com variáveis e recursão, sendo esta uma das características mais importante do LOGO.

Alunos de 6ª, 7ª e 8ª séries devem desenvolver um projeto a cada bimestre, o que não impede que um trabalho mais complexo absorva um tempo maior. Nesta fase estão com os conhecimentos nivelados.

Novos comandos são introduzidos para cada grupo individualmente à medida que os projetos se sofisticam. São apresentados, por exemplo, os comandos DEFY e DEFY (que podem ser simplificados usando-se o comando DEFXY). Estes comandos significam definir a posição da tartaruga nas coordenadas X e Y. O deslocamento é mais rápido porque é colocada a tartaruga imediatamente no ponto especificado.

Surge interesse em simular situações que pareçam ao usuário que o computador está conversando. O comando SENTENÇA é, então, apresentado. Este comando junta o dado digitado pelo usuário mais um comentário programado pelo aluno criando um efeito interessante.

É frequente um mesmo projeto alternar telas de gráfico com telas de texto. São usados programas que solicitam a participação do usuário, como por exemplo, pedir que uma letra ou palavra seja digitada para que o programa continue.

Ao longo do tempo das atividades com LOGO foi observado que alunos de 4ª, 5ª e 6ª séries preferem trabalhar com desenho. Na 7ª série aumenta um pouco o interesse por texto e na 8ª série a maioria dos projetos são mistos.

Os grupos de trabalho são fixos enquanto dura cada projeto, havendo ou não mudanças, conforme interesse da turma. O relacionamento dos elementos destes grupos é harmonioso.

Como exemplo significativo temos o trabalho de um grupo cujo tema era Copa do Mundo. O projeto consistia no desenho de um campo de futebol. Para delimitar a área do campo usaram o recurso de mudar a cor da tela (no monitor de fósforo verde o espaço disponível fica de cor verde), desenhar um retângulo iniciando no lado direito e terminando no lado oposto como se tivesse feito a volta por trás da tela formando, então, as grandes áreas e posicionar a tartaruga no canto direito superior para desenhar um círculo, dando origem aos corners. Neste procedimento usaram, mais uma vez, o recurso de envolver a tela que o computador fornece. Deste modo o desenho do campo completou-se com quatro passos, a saber:

- mudança da cor do fundo
- traço central dividindo o campo
- desenho de um retângulo
- desenho de um círculo

Este trabalho foi feito por alunos de 8ª série.

Outro exemplo interessante é de um procedimento que, utilizando variáveis, executa uma estrela de tamanho e número de pontas à escolha do usuário.

```
APRENDA ESTRELA :N ;T
FAÇA "AX (:N - 2) * 180 / :N
FAÇA "AY 180 - :AX
FAÇA "AW 180 - 2 * :AY
FAÇA "AK 2 * :AY
. VERTICAL 8
TODA TELA ST CENTRO LT
DEFD 90 - :AY
REPITA :N [ FR :T DI :AK FR :T ES :AY ]
FIM
```

Ao adotar o LOGO como atividade no ambiente escolar é preciso avaliar a forma de abordagem. Sem abandonar os princípios da filosofia LOGO, é importante não entrar em choque com a realidade educacional que o aluno vivencia. Assim, numa escola onde existe uma cobrança maior em termos de trabalhos, presença, etc. não é possível as sessões LOGO serem muito livres, sem um direcionamento, ainda que flexível. É fundamental ter espaço para desenvolver a criatividade e a sociabilidade.

Da sensibilidade da escolha de abordagem depende o sucesso do LOGO no ensino de 1º grau.

BIBLIOGRAFIA

- Papert, Seymour. LOGO: computadores e educação, Brasiliense, 1986.
- Avery, Rachel. LOGO e o APPLE. Livros Técnicos e Científicos, RJ, 1985.
- Almeida, Fernando José e Mendonça, Maria do Carmo. LOGO: Teoria e Prática. Coleção "O Computador na Escola". Edif. Scipione, SP, 1986.

O QUE OS PROFESSORES DE MATEMÁTICA GANHAM COM A PESQUISA

David Wheeler

Tradução de Radiwal Alves Pereira

É dito algumas vezes que a pesquisa em Educação Matemática não tem qualquer efeito no ensino de Matemática nas escolas. Os pesquisadores muitas vezes sentem que os seus melhores esforços são ignorados pelos professores e, por outro lado, os professores raramente, ou mesmo nunca, preocupam-se com a pesquisa que possa ser usada para melhorar o seu padrão de ensino ou alguns aspectos de seu trabalho. Evidentemente a Educação não é assunto importante de pesquisa, como é, por exemplo, a Engenharia ou a Medicina.

Todavia, observando com cuidado, podemos ver que a pesquisa tem causado impacto na Educação, de várias maneiras. Alguns professores usam (ou os sistemas nos quais eles trabalham) coisas como testes de inteligência, testes de desempenho e de habilidade, testes de rapidez, testes verbais, etc. Suas atividades práticas podem guiar-se por princípios tais como "ensine do particular para o geral" ou "passe do concreto para o abstrato". Podem premiar os estudantes de modo a estimular-lhes a aprendizagem e, quando ensinando habilidades, provavelmente descerão a muitas minúcias, exercitadas com frequência, de modo a auxiliar a sua fixação. Os professores podem acreditar que o ensino de Matemática fará desenvolver o pensamento lógico dos alunos, porque esse pensamento é faculdade mental que se desenvolve quando exercitada. Não é temerário, dizer embora muitos professores não usem nem acreditem em qualquer dessas coisas, que todas elas tenham sido incorporadas à imagem tradicional do ensino de Matemática. A pesquisa tem, pois, algum efeito, mesmo que não seja sempre por nós lembrado ou reconhecido, sobre todas as componentes do ensino tradicional de Matemática.

A reação a esta queixa naturalmente pode ser uma ainda maior rejeição da pesquisa em assuntos ultrapassados, os quais deveríamos omitir (alguns de nós desejariam recusar, ou pelo menos identificar, a influência que a pesquisa teria determinado). Não obstante, parece-me que uma resposta melhor seria não ignorar a pesquisa, para que ela não se desenvolvesse sub-repticiamente, porém enfrentá-la e tentar descobrir o que

realmente ela é. A penetração, na teoria e na prática educacionais, de sub-produtos menos desejáveis da pesquisa, não teria sido efetivada, se tivéssemos tido mais informação e tivéssemos adotado posição mais responsável, desde o início da pesquisa.

Reconheço que isto é fácil de dizer, porém essa posição tem um longo caminho a percorrer, começando com a formação de um quadro de indivíduos competentes, capazes tanto de analisar criticamente a pesquisa em andamento, como de ter poder suficiente para garantir que os seus resultados seriam levados em conta, na ocasião de decisões sobre a Educação. É difícil prever quando, em grande escala, a adoção e a aplicação da pesquisa ao ensino deixará de ser um processo confuso e aleatório e passará a ser racional e bem recebido pela coletividade. E é para esse processo racional que, certamente, nos devemos encaminhar.

É desejável dar algum destaque a dicotomias simplistas, como por exemplo, a pesquisa é **importante e útil**, ou **trivial e inútil**. Primeiro, tais afirmações, super-generalizadas e não específicas, carecem de qualquer valor. Nem todas as pesquisas são equivalentemente importantes ou triviais, nem úteis ou inúteis. Os argumentos, sejam eles a favor ou contra, devem ser dirigidos a uma determinada pesquisa. Em segundo lugar, o sentido de palavras como **importante** (ou **significante**, ou **relevante**, etc.) é questionável. Assim como nem toda pesquisa é de qualidade, também toda boa pesquisa tem valor apenas em certa ocasião e em certo local. Devemos melhorar nosso julgamento de qualidade, dizendo que tal pesquisa é "boa para agora", ou "boa para isto" (referindo-nos a algum contexto particular). Num emergente campo de pesquisas, como a Educação Matemática, não podemos esperar que muitas "verdades permanentes" fiquem à nossa disposição e talvez nos alarmemos e certamente fiquemos céticos se a pesquisa fornecer generalizações com demasiada rapidez. A Educação não difere da ciência quando afirma: "Isto é tudo que sabemos agora sobre este assunto". Nenhum educador ou cientista será capaz de garantir a aceitação de suas conclusões durante um século, ou até durante os próximos cinco anos.

Suponhamos que nos desviemos um pouco, deixando de considerar o efeito que a pesquisa tem tido (ou deveria ter) no ensino da Matemática e passemos a considerar o **valor** que a pesquisa tem tido (ou deveria ter) para os professores e educadores. Então apresentaríamos quatro aspectos de valor provado ou de valor potencial:

1— A pesquisa oferece ao professor uma estrutura teórica que funciona melhor do que o "folklore" de uma sala-de-aula. Teorias, no dizer de Polanyi, são mais objetivas do que experiências.

"Não há nada mais prático do que uma boa teoria". A supervalorização do pragmatismo nos países anglo-saxões é endensada nos seus sistemas educacionais e nos sistemas dos países influenciados por eles. Pode-se até dizer que a maioria das pesquisas realizadas nesses países é também teoricamente subnutrida. E mesmo sendo assim, a Educação não pode libertar-se da teoria. Ela encerra objetivos, valores e princípios, sejam ou não articulados de maneira formal e racional. Não seriam aspectos de alguma teoria, não necessariamente inequívoca ou consistente?

Naturalmente não é papel da pesquisa fornecer a estrutura teórica com a qual a política educacional de um país possa ser formulada (a pesquisa somente esclarece algum caso específico, nada diz qual deve ser o caso), mas certamente contribui para a estrutura teórica dentro da qual o professor pode interpretar fatos que ocorrem na sua sala-de-aula. Realmente, como professores, estamos constantemente interpretando

o que vemos, o que ouvimos, ou o que sentimos no nosso ambiente de trabalho e não poderíamos trabalhar sem fazer isto. Quais são os pressupostos, o que aceitamos como verdade ou "premissas", as hipóteses e as "teorias" por meio dos quais julgamos o que está acontecendo?

"Teorias" é uma palavra por demais grandiosa para que com ela nos sintamos à vontade, isto provavelmente porque pensamos que uma teoria deve ser muito abrangente, com verdades "provadas" e não podemos encontrar essas qualidades com o que sabemos sobre ensino e aprendizagem. Bem, "premissas", isto é, coisas supostas verdadeiras, funcionam melhor e, a menos possivelmente de uma menor faixa de aplicação, não diferem funcionalmente de "teorias".

Por trás das palavras que usamos, há aglomerados de "premissas" e fragmentos de teorias. Como sabemos quando aplicar a palavra "número" a um objeto mental? Somente quando satisfizer a certas "premissas" impostas ao seu comportamento, poderíamos responder. Não podemos olhar para (-1) e dizer: "É óbvio que isto é um número," porque a História nos ensina que muitos matemáticos olhavam para esse símbolo e diziam não ser um número. Quando considerarmos uma palavra como "problema" e achamos que ela pode ter muitos significados, podemos ver que diferentes pessoas situam a palavra em diversas malhas de relações. Sem substancial concordância dessas malhas, o conceito a que se refere a palavra torna-se altamente instável e a palavra só é usada com certa dificuldade, pois não se pode obter consenso sobre o seu sentido. (A inferiorização da palavra "problema", por muitos educadores americanos, indica que ela foi retirada das "premissas" teóricas antigamente a ela associadas.)

Não se pode negar que as palavras sejam veículos de premissas úteis ("teorias"). As palavras "feedback" e "debugging", por exemplo, são de criação recente e, não somente aumentam o nosso vocabulário, mas trazem com elas novas premissas com as quais podemos pensar em certos aspectos do ensino e da aprendizagem. A pesquisa é que as criou e pode melhor esclarecer e articular a relação onde estão envolvidas.

2 – A pesquisa aumenta a nossa conscientização mental, particularmente quando produz resultados surpreendentes. Pode informar-nos sobre coisas sequer suspeitadas e conduzir a nossa atenção para certos aspectos da experiência que ainda não haviam sido considerados.

O trabalho de Piaget traz-nos muitas surpresas: que as crianças se interessam por propriedades topológicas de formas bi-dimensionais antes que se interessem por propriedades métricas; que as crianças podem comparar a velocidade de dois objetos comparando somente os seus instantes de chegada; que crianças mais novas acham a pergunta: "Existem mais bolas de madeira do que bolas marrons?" confusas semanticamente, enquanto crianças mais velhas não têm essa opinião. O leitor poderá complementar essas surpresas com outras de sua coleção.

Muitos aspectos da cognição e do desenvolvimento cognitivo permanecem para nós um tanto misteriosos, em parte porque a aprendizagem e o raciocínio de outras pessoas são invisíveis (literalmente) a um observador e, em parte, porque estamos demasiadamente familiarizados com a nossa própria aprendizagem e o nosso próprio raciocínio (porque estão sempre em ação), de modo a aceitarmos como se fosse nosso o comportamento das outras pessoas.

É bastante difícil saber exatamente o que cada um de nós faz quando envolvido em atividades "simples", tais como levantar-se, sentar-se, ou nadar (embora cada um

de nós saiba executá-las); é muito mais difícil saber exatamente o que fazemos quando aprendemos, pensamos, refletimos, meditamos, resolvemos problemas, etc., a despeito do fato de sabermos executar essas atividades.

Qualquer que seja a maneira do pesquisador tentar esclarecer o que há nessa área complexa e íntima, é provável que sejamos por ela abalados, o valor do abalo poderia ser o de nos permitir dar uma olhada naquilo que nos é familiar, porém desconhecido, e demonstra que o desconhecido não é inteiramente incognoscível.

3 – A pesquisa aumenta os recursos técnicos do professor. (Algumas vezes penso que os pesquisadores não estão interessados nos resultados de suas pesquisas como deveriam estar.)

Como professores de Matemática, necessitamos de conhecimentos de Matemática e de um grupo de crianças com que trabalhar. Precisamos de livros-textos e de folhas de tarefa, materiais didáticos e sugestões de como devem ser usados. Precisamos de idéias para apresentar a Matemática de modo agradável, ou para construir situações que estimulem a atividade matemática. Precisamos saber avaliar o que fazemos e o que os alunos aprendem. Acima de tudo, necessitamos de habilidade e sensibilidade para conduzir as atividades da sala-de-aula, como elas se apresentam cada dia.

É razoavelmente claro que a pesquisa pode conduzir a melhores livros-textos, melhores testes e melhores instrumentos de avaliação; que também pode gerar novos materiais e novas maneiras de com eles trabalhar. Não é claro como a pesquisa pode conduzir a ensino mais eficiente, com mais recursos e com mais sensibilidade. Até hoje os pesquisadores têm estudado mais aprendizagem do que ensino e, talvez, tenha chegado a hora de estabelecer um equilíbrio. Eu diria que sabemos muito sobre a aprendizagem das crianças e como saber mais ainda em situações particulares, porém não sabemos mais do que Sócrates sabia sobre o treinamento de professores e sobre as componentes que tornem esse treinamento eficaz. O principal recurso do professor é ele próprio; como esse recurso é utilizado é que faz a grande diferença entre um e outro professor. A pesquisa deveria, no mínimo, conscientizar o professor a fazer melhor uso dele próprio.

4 – As pesquisas mostram que há várias maneiras de perguntar, mesmo numa situação complexa e variável como a de uma sala-de-aula. Talvez seja esta a mais importante função da pesquisa educacional, com evidência de possibilidade de investigação séria e objetiva.

Todo professor tem um laboratório à sua disposição, a sala-de-aula, lugar onde efetivamente dever-se-ia estudar Educação. Todos que ensinam em sala-de-aula já notaram naturalmente certas coisas e também experimentaram outras. Mas notar e experimentar não bastam; cada um de nós deve lembrar-se de ocasiões em que notou alguma coisa e foi capaz de tirar conclusões, que experimentou alguma coisa e nada aprendeu da experiência. Estudar um fenômeno é estar decidido a extrair dele algum segredo e não abandoná-lo enquanto não tiver uma resposta conclusiva.

A pesquisa não é fácil; exige disciplina – uma disciplina interior de cuidado e concentração, que garante ao pesquisador permanecer investigando durante tempo suficiente para obter algum resultado e uma disciplina exterior de objetividade que garanta ao investigador eficácia no trabalho de estudo do comportamento de outras

pessoas. (Poderia caracterizar grosseiramente esses dois aspectos como devendo o pesquisador ser cuidadoso em não enganar-se a si próprio, nem enganar aos outros.) Para garantir objetividade, os pesquisadores têm desenvolvido muitas técnicas e metodologias; os professores muito podem aprender dos cuidados que daí advieram. Mas, ao que eu saiba, não há técnicas para a primeira exigência (disciplina interior); talvez alguns pesquisadores possam aprender com outros a maneira eficaz de conseguir esse cuidado e essa concentração necessários ao trabalho.

Pesquisar não é o mesmo que ensinar e ensinar não é a mesma coisa que pesquisar. Embora este artigo tenha sido escrito com uma profunda convicção de que ensino e pesquisa podem e devem estar em interação produtiva, não devemos esconder as dificuldades. Efetivamente, as dificuldades e as tensões entre ensino e pesquisa podem ser fonte de energia disponível para ser aproveitada. Por fim, resumidamente, vamos esquematizar alguns conflitos superficiais que aparecem, deixando para outros o encargo de sua solução.

I – A pesquisa e o ensino operam em diferentes referenciais no tempo. O professor deve fazer aquilo que pode, baseado na experiência e no conhecimento que ele tem no momento. O pesquisador pode (e deve) esperar, evitar pressa e parar para pensar.

II – A sociedade, quase sempre, vê o professor como “aquele que sabe”. O pesquisador parte do que “não sabe”. A combinação desses dois papéis num só indivíduo levanta muitas perguntas embaraçosas sobre como comportar-se em situações particulares.

III – Os pesquisadores em Educação geralmente estudam crianças e os professores, em geral, são adultos. Os produtos da pesquisa podem parecer aumentar a distância entre o professor e o estudante, enquanto que o adulto-professor necessita de uma certa identificação com seu aluno. A pesquisa que enfatize a diferença entre crianças e adultos pode tornar essa identificação mais difícil de conseguir.

IV – A pesquisa é atividade altamente reflexiva e analítica; o ensino bem sucedido inclina-se mais para a ação e para a síntese. Embora análise e síntese sejam interdependentes, cada uma tendo significado e sentido a partir da outra, o pesquisador e o professor parecem agir em sentidos opostos, um tentando isolar situações e o outro tentando reunir e integrar os componentes de seu trabalho.

V – No seu esforço em atingir o que está atrás das aparências e descobrir o que lá está, a pesquisa parece às vezes “reduzir o conhecido ao desconhecido”. Ela gera novos conceitos e novas palavras para descrever o que descobre. Isto pode parecer aos professores mistificação e afastamento do bom senso.

Apresentamos neste artigo um certo número de conclusões gerais que, para nós constituem pano de fundo contra o qual discussões específicas sobre pesquisa e ensino podem desenvolver-se. Pode parecer autoritarismo impor restrições às possíveis discussões porém, nestas discussões e em muitas outras, pode ser proveitoso apegarmo-nos à dialética entre aquilo que somos capazes de fazer e aquilo que gostaríamos de poder fazer. Sem alguma forma de confrontação entre o real e o desejado, o desenvolvimento estanca.

REFERÊNCIA: POLANYI, M. 1958
PERSONAL KNOWLEDGE – ROUTLEDGE

O ENSINO DE GEOMETRIA NO 1º GRAU GRUPO MOMENTO em 1985 / 1986 (*)

1. SITUAÇÃO ATUAL DO ENSINO DE GEOMETRIA

O ensino de Geometria, na maioria das escolas de primeiro grau com as quais temos mantido contato, vem sendo abandonado. E, quando ocorre, apresenta as seguintes características:

- Limita-se a apresentar fatos e procedimentos isolados, ao invés de enfatizar as relações entre as figuras do espaço e entre os diversos temas abordados. Constatamos freqüentemente, por exemplo: que no estudo da congruência e da semelhança de triângulos não é em geral ressaltada a relação entre os dois temas.
- Considera a Geometria como um corpo de conhecimentos pronto e acabado, ignorando o processo de construção desses conhecimentos.
- Transmite um conteúdo sem significado, não favorecendo a aquisição de experiência pelo aluno. Assim, os alunos não são capazes de reconhecer, no mundo físico, formas de figuras geométricas, tais como paralelogramos, cilindros, etc.
- Aborda os temas de Geometria quase exclusivamente no seu aspecto estático. Casos de semelhança, casos de congruência, equivalência de área, equivalência de volume são estudados em geral, sem levar em conta o aspecto dinâmico: translações, simetria, projeções, composição de figuras.
- Reduz a Geometria ao estudo das figuras planas.
- Deixa de lado aplicações que podem ser feitas na vida diária ou em outros campos de estudo do próprio aluno, tais como Geografia, Ciências e Artes. Faz, quase exclusivamente, aplicações que se reduzem a traduzir problemas para a forma de equação.
- Apresenta deduções prontas para serem memorizadas pelo aluno.

(*) MOMENTO é um grupo constituído por professores de 1º, 2º e 3º graus que se dedicam a desenvolver projetos de estudo e de intervenção em Educação Matemática. Informações: Caixa Postal 11277 C.E.P. 05699 – São Paulo – S.P.

2. POR QUÊ GEOMETRIA?

Novas propostas sobre o ensino de Geometria pretendem rever o seu papel na educação do aluno, conquistando dessa forma o espaço que lhe é devido.

A Geometria é, inicialmente, um meio de apreensão da nossa relação com o espaço e são os problemas colocados por esta apreensão que levam à construção sucessiva do saber geométrico. Os primeiros conhecimentos geométricos são de origem empírica, isto é, supomos que os primeiros objetos de estudo da Geometria são figuras geométricas consideradas como idealizações de objetos do mundo físico. É a partir de uma estruturação progressiva destes conhecimentos que se caminha do que é percebido ao que é concebido.

Esta visão de Geometria exige que seu estudo se constitua inicialmente em atividades.

Atividades Geométricas favorecem o desenvolvimento da percepção espacial. Percepção espacial diz respeito à habilidade de orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação de objetos no espaço. Estas habilidades contribuem para um melhor desempenho do indivíduo em suas atividades cotidianas. São exigidas em maior grau em profissões tais como cristalografia, bioquímica, cirurgia, aviação, escultura, arquitetura, coreografia, decoração, etc.

Atividades Geométricas favorecem o desenvolvimento da habilidade de observação do espaço tridimensional e da elaboração de meios de se comunicar a respeito desse espaço. Isto é importante, num mundo onde as fontes de informação utilizam predominantemente a imagem (cinema, televisão, cartazes). Modos de representação tais como perspectiva, planificações, cortes, projeções e outros são fundamentais para a interpretação das mensagens.

Atividades Geométricas podem prevenir certas dificuldades de aprendizagem. Algumas dificuldades de percepção espacial prejudicam a aprendizagem, principalmente na fase de alfabetização. É o que ocorre, por exemplo, quando se trata de distinguir p, q, b e d. Nossa experiência tem demonstrado que atividades geométricas, particularmente aquelas que envolvem simetrias, podem auxiliar as crianças nessa fase. [1]

Atividades Geométricas podem favorecer uma atitude positiva em relação ao estudo da Matemática. A escrita dos números envolve a noção de posição. Para efetuar medições, devemos comparar figuras. Assim, dificuldades de percepção espacial poderão tornar os alunos tensos e apreensivos diante de suas tarefas. Atividades de geometria, realizadas em fases anteriores, poderão prevenir estas dificuldades.

Atividades com material manipulativo estimulam a participação e favorecem a descoberta, ajudam a desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática. (Ver nota 1).

Atividades Geométricas favorecem a integração com outras áreas. Informações relativas a várias áreas do conhecimento são dadas por medidas e utilizam gráficos, tabelas, desenhos em escala, mapas. O estudo de órbitas de planetas, cortes de caules, disposição de flores e folhas nas plantas proporcionam momentos de integração da Geometria com outras áreas.

[1] A esse respeito, ver Daffer P. G.

O estudo de Geometria enriquece o referencial de observação com o qual apreciamos e analisamos um quadro, azulejos, tapeçarias, edifícios.

O estudo de Geometria é um forte instrumento para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

“... é o ramo de Matemática elementar que mais rapidamente se encaminha para a educação de alunos na arte de especulação”.

“... buscando questões como “O que acontecerá se ...”, que encerra o estilo hipotético-dedutivo do pensamento geométrico.” (Wheeler, David, 1981)

3. PRINCÍPIOS METODOLÓGICOS

Uma discussão sobre princípios metodológicos para o ensino de Geometria, assim como, sobre o porquê desse ensino inclui implícita ou explicitamente uma concepção da Geometria na situação de ensino. As considerações sobre esses dois aspectos se complementam mutuamente.

Se estamos preocupados com aspectos globais relativos à função social da Geometria e de seu ensino, não podemos reduzi-los à transmissão de postulados, teoremas e definições logicamente organizados, apresentados de forma dogmáticas sem possibilidade de discussão. Nem reduzi-los a aulas onde o professor preocupado em “dar a matéria” transmite um tópico de Geometria qualquer que ele seja, passando ao aluno definições e procedimentos padronizados.

Com esta prática o aluno é visto como receptor passivo de alguém que determina a verdade: não importa que ele não seja capaz de interpretar os conhecimentos em seu contexto, mas é suficiente que ele saiba repetir o discurso e aplicar as boas regras.

É um fato largamente constatado pela nossa experiência que professor e aluno, aluno e aluno, nem sempre se entendem quando falam a respeito de uma determinada noção.

Portanto, uma aprendizagem significativa para o aluno deve partir de suas respostas corretas ou incorretas, de suas suposições e dos procedimentos de resolução de que dispõe. Deve ainda apoiar-se sobre processos que favoreçam a reconstrução do conhecimento pelo aluno.

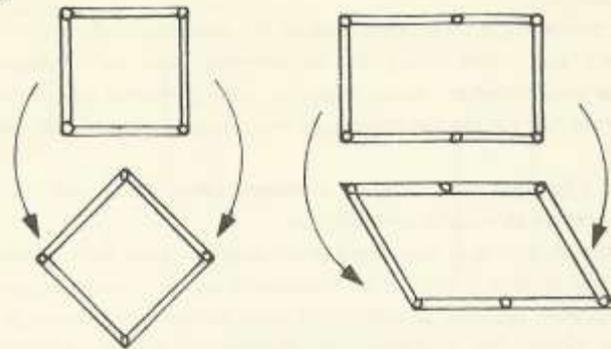
Nesse caminhar o aluno reelabora e reorganiza seu conhecimento em função de sua experiência, refletindo sobre a mesma e assumindo-se como ser que aprende.

Paralelamente, estabelece uma interação entre professor e aluno, aluno e aluno, a partir da qual o professor obtém parâmetros para reformular sua prática pedagógica, fazendo desta um processo contínuo de pesquisa.

Estas considerações, de ordem geral, refletem-se em nossa posição em relação ao ensino da Matemática e são a condição primeira a partir da qual outros princípios norteadores podem ser enunciados. Tentaremos especificá-los para o ensino da Geometria.

A) O ensino da Geometria deve iniciar-se por meio de atividades com objetos triviais do meio ambiente do aluno, bem como com materiais estruturados. Tais materiais devem ser manipulados pelo aluno de maneira a favorecer a aquisição de experiências, e não utilizados para ilustrar um conhecimento transmitido pelo professor e recebido passivamente pelo aluno.

Assim o estudo de quadriláteros poderá ser feito a partir de construções com varetas de diversos tamanhos. Varetas do tipo mecano são adequadas para o estudo de paralelogramos.



Feitas as transformações indicadas nos desenhos e discutindo-se as observações dos alunos pode-se chegar às conclusões seguintes:

- algumas características das figuras, tais como paralelismo e comprimento dos lados, soma das medidas dos ângulos internos, mantêm-se constantes;
- outras, tais como a medida dos ângulos opostos, o comprimento das diagonais, e a área, variam.

Procedendo-se desta forma, enfatizam-se as relações postas em jogo na manipulação dos objetos, isto é, suas propriedades geométricas.

B) As atividades em Geometria devem ser conduzidas de maneira a favorecer a formação simultânea de vários conceitos e princípios. Entendemos por isso uma abordagem não linear do ensino de Geometria. Esta abordagem se contrapõe àquela na qual o ensino se faz exclusivamente por meio de propriedades e definições que se encadeiam num raciocínio indutivo ou dedutivo e onde os assuntos aparecem divididos em capítulos estanques.

Exemplo: Para fazer um estudo de quadriláteros não é necessário introduzir antes o conceito de reta, semi-reta, segmento de reta, curva fechada simples, polígono. Ao contrário, pode-se partir da análise de propriedades de polígonos tais como congruência e paralelismo dos lados, comparação de ângulos, composição e decomposição de formas. . .

C) As atividades em Geometria devem favorecer a elaboração progressiva de conceitos, princípios e propriedades geométricas. Nesta elaboração, parte-se de uma visão global de figuras geométricas. Assim, segmento de reta pode ser visto como lado de um polígono; esta noção será a seguir reinterpretada como parte de uma reta e como um conjunto infinito de pontos. Ângulo será visto como elemento de determinadas figuras geométricas, como uma grandeza a ser medida em graus, como reunião de duas semi-retas, como conjunto infinito de pontos. . .

Quadriláteros podem ser reconhecidos inicialmente pela sua aparência geral antes de serem analisadas suas propriedades.

Quadrados, losangos, retângulos, paralelogramos são então vistos como classes isoladas de figuras. Posteriormente serão estabelecidas relações de inclusão entre essas classes.

Isto se contrapõe à tendência advinda do movimento de matemática moderna de definir prematuramente conceitos de Geometria por meio de noções da teoria de conjuntos e de sua notação.

Procede-se, portanto, a uma reelaboração do significado dos conceitos ou de sistemas conceituais, em níveis crescentes de complexidade, pela integração de novos elementos, novas propriedades, novas relações; este processo desenvolve-se ao longo do tempo e deve ser favorecido em diferentes momentos, nas atividades de ensino.

D) O espaço tridimensional deve ser preferencialmente favorecido como modelo natural de referência de atividades geométricas.

A maioria dos objetos que fazem parte de nosso mundo físico é tridimensional e, por isso, é artificial limitar o estudo de Geometria ao de figuras planas. O estudo de objetos tridimensionais (sólidos geométricos) deve incluir a manipulação dos mesmos: suas propriedades podem ser captadas mais facilmente quando introduzidas a partir do desenho no plano.

A representação bidimensional predominante nos meios de comunicação e informação deve traduzir propriedades anteriormente percebidos no tridimensional. É também importante desenvolver habilidades de visualização de configurações no espaço a partir de representações no plano.

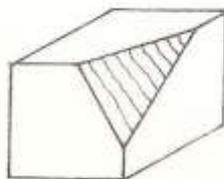
A manipulação de objetos tridimensionais é importante em qualquer nível de ensino; mesmo um aluno de 2.^o grau, com razoável formação em Geometria poderá ter dificuldades em perceber determinadas propriedades do cubo (cortes e planificações), se não teve anteriormente experiências significativas a esse respeito.

E) O ensino de Geometria deve fazer uso de diferentes enfoques. Ao abordar um tópico do programa de Geometria, observa-se que o professor acredita esgotá-lo, enfatizando este ou aquele aspecto, de maneira exclusiva, controlando o produto final, aplicando três ou quatro exercícios cujo modelo o aluno recebeu resolvido pelo professor. Não acreditamos que assim o aluno esteja desenvolvendo sua percepção viso-espacial e sequer aprendendo as relações e propriedades significativas no espaço que o cerca.

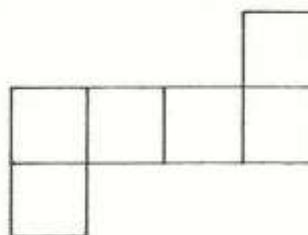
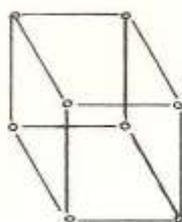
É fundamental que se faça uso de diferentes maneiras e enfoques ao trabalhar com os tópicos geométricos, garantindo assim que o aluno possa, a partir da experiência com materiais variados, por confronto, elaborar modelos de representação e interpretação do objeto geométrico estudado.

Analisemos como o estudo de sólidos geométricos poderá ser tratado sob três enfoques diferentes:

- Dados cubos construídos, por exemplo, em sabão, o aluno deverá procurar maneiras de cortá-lo de forma a obter diferentes secções. O aspecto mais significativo que emerge dessa atividade é o que diz respeito ao paralelismo das faces.



- O aluno deverá fazer construções, por exemplo, com varetas de pipa. Nesta atividade destaca-se, no caso do cubo, a congruência de suas arestas e de seus ângulos.



- Construções e planificações de sólidos deverão ser estudadas por meio de situações-problemas nas quais o aluno descobre e sistematiza as propriedades das planificações relacionadas com o sólido correspondente.

O princípio da variabilidade do enfoque, não determina uma ordem linear de uma abordagem a outra. Ressalta porém o objetivo de proporcionar ao aluno uma gama de experiências diversas que o estimulem a desenvolver sua capacidade de saber escolher e de inventar o método mais adequado na execução de um projeto ou na solução de um problema.

F) O ensino de Geometria deve fazer uso de uma variedade significativa de problemas geométricos. O problema geométrico nesse contexto passa a ter um significado determinante na medida em que não for um problema rotineiro onde o aluno repete mecanicamente enunciados, teoremas ou definições decoradas anteriormente ou onde copia modelos para cuja aplicação tenha sido adestrado, como sugerem certos livros. São bons exemplos de problemas geométricos os "problemas de congruência de triângulos", em que o aluno escolhe ou arrisca os três casos LAL, LLL, ALA, ou "problemas pitagóricos", onde o aluno procura algum triângulo retângulo onde poderá aplicar a famosa fórmula.

Em Geometria deve-se enfatizar preferencialmente:

- problemas que tenham algum sentido do ponto de vista do aluno. A geometria é um campo fértil neste aspecto, uma vez que o meio natural é para a criança um grande e misterioso desafio, cada vez que seus olhos observam um objeto, a construção de um prédio, caixas de chocolates, mapas, maquetes, etc. Tais situações cotidianas favorecem, quando problematizadas, o pensamento criador
- problemas onde o processo do aluno, na elaboração e validação de estratégias de solução, é discutido e confrontado com o dos colegas, permitindo assim que o ambiente de aula se transforme num "laboratório" de investigação dos objetos geométricos.

G) As atividades de Geometria devem favorecer o emprego progressivo de deduções locais.

Deduções são feitas continuamente pelo homem em situações de vida corrente

Mais especificamente, durante todo o processo de aprendizagem da Geometria o aluno utiliza o pensamento indutivo e dedutivo.