GOALS FOR SCHOOL MATHEMATICS, Houghton Mifflin, 1963 (reproduzido parcialmente em Howson, 1981, PP. 109-110).
GREENBERG, M.J. – Euclidean and Non-Euclidean Geometry, its Development and History, San Francisco, Freeman, 1980.
GROEN, G e KIERAN, C. – In Search of Piagetian Mathematics, GINSBURG, H.P., (ed.) The Development of Mathematical Thinking, New York, Academic Press, 1983, pp. 351-375.
HALMOS, P – Naive Set Theory, New York, Van Nostrand, 1963.
HILBERT, D. – Grundlagen der Geometrie, Teubner, 1899.
HOWSON, G. – Curriculum Development in Mathematics, New York, Cambridge University Press, 1981.
KITCHER, P. – The nature of Mathematical Knowledge, New York, Oxford U. Press, 1983.
KLINE, M. – Mathematics and the Search for Knowledge, New York, Oxford University Press, 1985.
KLINE, M. – Mathematical Thought from Ancient to Modern Times, New York, Oxford U. Press, 1972.
KLINE, M. – Mathematics, the Loss of Certainty, New York, Oxford U. Press, 1980.
KLINE, M. – O Fracasso da Matemática Moderna, São Paulo, Ibrasa, 1976.
LAKATOS, I. – A Lógica do Descobrimento Matemático, Provas e Refutações, Rio de Janeiro, Zahar, 1978.
MAC LANE, S. – Categories for the Working Mathematician, New York, Springer, 1971.
MOON, B. – The "New Maths" Curriculum Controversy – An International Story, London, The Falmer Press, 1986.
PIAGET, J. Comments on Mathematics Education, Developments in Mathematical Education, Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education, A. G. HOWSON (ed.), Cambridge U. Press., 1973, pp. 79-87 (reproduzido em PIAGET, 1978, pp. 219-227).
PIAGET, J. – Science of Education and the Psychology of the Child, Longman, 1971 (trecho reproduzido em HOWSON, 1981, pp. 118-120).
PIAGET, J. – L'Initiation aux Mathématiques Modernes, les mathématiques Modernes et la Psychologie de l'Enfant, L'Enseignement Mathématique, 12 (1966), 284-292, (reproduzido em PIAGET, 1972, pp. 182-186).
PIAGET, J. et Alii – La Ensenanza de las Matemáticas Modernas, Jesús Hernández (ed.), Madrid, Alianza Editorial, 1978.
POLYA, G. – A Arte de Resolver Problemas, Rio de Janeiro, Interciência, 1978.
SCHAAF, W. L. – How modern is Modern Mathematics?", The Mathematics Teacher 57(1964), 60-72.
SIMMONS, C.G. – Introduction to Topology and Modern Analysus, New York, McGraw-Hill, 1963.
SNAPPER, Ernst – As Três Crises da Matemática, Humanidades, vol. II, n. 8, julho/setembro 1984, Ed. Univ. de Brasília, Brasília, DF.
THOM, René – Is Modern Mathematics a Pedagogical and Philosophical Error?, American Scientist, nov. 1971 (reproduzido em PIAGET, 1978, pp. 115-129).

THOM, René – Mathématiques Modernes et Mathématiques de Toujours, Jaulin, R. (ed.) Pourquoi la Mathématique?, Paris, 1974, pp. 39-56 (reproduzido em PIAGET, 1978, pp. 140-156).

---

1 – Desenvolvimento das idéias apresentadas pelo autor na mesa redonda Matemática Moderna: Uma Análise Crítica, no II Encontro Nacional de Educação Matemática, em Maringá, PR, 24 a 29 de janeiro de 1988.

2 – Uma comparação entre vários sistemas educacionais e as filosofias que os regem encontra-se em HOWSON, 1981. Tem-se aí, também, um estudo detalhado e metódico das mudanças curriculares, sua filosofia, sua implementação, sua administração, etc., com exemplos de vários países. Ver também MOON, 1986, para relatos crítico-analíticos das experiências européias de reformas curriculares.

3 – Veja KLINE, 1976.

4 – Veja HOWSON, 1981, capítulo 4, principalmente pp. 79-83.

5 – HOWSON, 1981, prefácio, vii.

6 – DIEUDONNÉ, 1961, de que apresentamos uma tradução resumida no anexo a este trabalho.

7 – KLINE, 1976, p. 36.

8 – Adotaremos o termo matemática moderna como sendo o equivalente de "new-math", que é por sua vez tomado como sinônimo de "modern mathematics". A expressão, como usada por nós, não tem a conotação usualmente dada a ela em história da matemática (veja SCHAAF, 1964).

9 – HOWSON,1981,p.132.

10 – HOWSON, 1981, p. 101.

11 – Veja GOALS FOR SCHOOL MATHEMATICS, e também BRUNER, 1960 e DIENES 1973.

12 – A este respeito, ver KLINE, 1972; ver também BOYER, 1968, e DAVIS, 1985.

13 – Ver KLINE, 1972, cap. 40, p. 968, cap. 43, p. 1021 e cap. 51; ver também CAVAILLES, 1946.

14 – Veja EBBINGHAUS, 1984, Introdução, p. 3

15 – Para esta construção, e uma exposição em linguagem não formalizada da teoria dos conjuntos, veja HALMOS, 1963, de que existe uma tradução em português, esgotada, publicada pela Editora Universidade de São Paulo, em 1970.

16 – HILBERT, 1899 do qual existem traduções em inglês, francês e espanhol.

17 – Sobre o que é uma geometria axiomatizada, veja por exemplo, BLUMENTHAL, 1980, ou GREENBERG, 1980, para a evolução das geometrias.

18 – Veja SNAPPER, 1984. Veja também EBBINGHAUS, 1984.

19 – apud HERNANDEZ, 1978, p. 26.

20 – Veja a este respeito, os comentários cortantes e profundos em THOM, 1971, 1974.

21 – Acerca dos perigos da intuição e dos erros que ela causa, veja KLINE, 1985.

22 – Piaget, 1978, Prólogo. A este respeito, veja também LAKATOS, 1978, e as idéias de KITCHER, 1983.
23 – GLAESER, 1972.
24 – Ver BOURBAKI, 1962.
25 – GLAESER, 1972.
26 – DIEUDONNÉ, 1964.
27 – HOWSON, 1981, pp. 100-101.
28 – DIEUDONNÉ, 1961.
29 – DIEUDONNÉ, 1964. Veja a resenha deste livro, FREUDENTHAL, 1967.
30 – PIAGET, 1971.
31 – PIAGET, 1973.
32 – Veja GROEN e KIERAN, 1983, p. 369.
33 – POLYA, 1948.
34 – Veja LAKATOS, 1978.
35 – MAC LANE, 1971.
36 – SCHAAF, 1964.
37 – KLINE, 1976.
38 – Howson, 1981, prefácio, vii.
39 – Dieudonné diz preocupar-se especificamente com a preparação matemática dos candidatos ao ensino universitário. No entanto, uma leitura atenta do texto mostra como suas palavras têm muito a dizer sobre o ensino da matemática em geral na escola secundária. Algumas de suas posições são repetidas no prefácio de DIEUDONNÉ, 1964.
40 – Observamos aqui a preocupação com o estrutural, que não se ocupa de resultados isolados. A respeito da tensão existente entre a matemática estrutural, geral, e os problemas específicos, isolados, concretos, que valem por sua beleza, pelo desafio que consiste em resolvê-los ou por sua utilidade, veja a introdução de SIMMONS, 1963.
41 – Compare com as posições de Thom nos artigos já citados (THOM, 1971, 1974). Veja também o artigo de Glaeser (GLAESER, 1972) para uma posição mais equilibrada, longe dos exageros de Dieudonné e de Thom.
42 – Dieudonné não deixa claro se está se referindo aos futuros alunos das "escolas científicas" [écoles scientifiques], ou a todos os alunos do ensino secundário.
43 – Vemos aqui que Dieudonné tem plena consciência dos problemas psico-pedagógicos envolvidos em sua proposta. Infelizmente, os que decidiram implementá-la julgaram ter solução simples e pronta para eles!
44 – O conteúdo desta parte geralmente não é levado em conta na apresentação das idéias de Dieudonné ou de Bourbaki. Ela mostra uma percepção nítida do perigo de apresentar muito cedo matemática formal e axiomatizada.
45 – Compare isso com a opinião que se tem de Dieudonné de um formalista "à outrance".
46 – Revela-se aqui, a nosso ver, que Dieudonné é um dos que Glaeser, num momento feliz, chamou de "pedagogos sem alunos".

CULTURA E COMPUTADORES NAS AULAS DE MATEMÁTICAS

Aula inaugural ministrada em 20 de junho de 1981 no Instituto de Educação da Universidade de Londres pela Professora Celia Hoyles.

Tradução de Radiwal Alves Pereira

Penso que o objetivo desta aula inaugural seja dar um retrato amplo e pessoal dos aspectos que desafiam hoje a Educação Matemática e indicar possíveis caminhos para o futuro. Com esse impreciso ponto de vista, inevitavelmente a análise que farei será bem pouco precisa e sem muitos detalhes.

Então o que pode ser dito sobre a situação na Educação Matemática? A despeito de muitas e variadas tentativas de inovar o currículo, a matemática escolar ainda continua fragmentária e hierarquizada, com poucos alunos experimentando ou aprendendo a apreciar qualquer síntese entre os seus diferentes tópicos. A maioria dos alunos sentem ansiedade pela Matemática, ou dela se alienam ou com ela se aborrecem. Raramente os alunos se empenham com a Matemática, simplesmente executando as suas tarefas sem que se preocupem com aquilo que efetivamente estão executando. Uma reação típica dos alunos à Matemática pode ser ilustrada pelo seguinte extrato, tirado de uma entrevista com um aluno:

"Bem, parece que sou capaz de construir esses triângulos. Não que eu saiba exatamente, mas cada pergunta eu consigo responder, embora não seja bom em Matemática e esteja sempre atrasado. Acabei sabendo que ia bem por que passei à frente de meus colegas no livro... (Hoyles, 1982, pag.363)"

Agora, gostaria de propor a seguinte questão:

"Há 35 cavalos e 10 patos em um navio. Qual é a idade do comandante?"

Não vou pedir que alguém venha à frente e resolva o problema! O ponto é que ao apresentar esse questão às crianças na escola, muitos começam imediatamente a manipular os dados para obter a resposta, como 35 + 10 = 45, por exemplo! Esta situação parece-me fazer compreender claramente quão absurda deve ser para as crianças a matemática escolar. A propósito (em Matemática sempre temos resposta para questões, não é?) a resposta é 28 – e eu sei porque o comandante é meu conhecido!

Os efeitos do desempenho neste estado de coisas estão bem documentados. Na Inglaterra, por exemplo, a Unidade de Avaliação de Desempenho (APU, 1985) e os levantamentos CSMS (1) (Hart, 1981) revelaram que, depois de horas de ensino, muitas crianças compreendiam pouco os conceitos matemáticos e, depois de horas de prática, muitas crianças continuavam incapazes de executar os mais simples cálculos operatórios.

Este trabalho possibilitou a identificação de lugares comuns entre os alunos. O trabalho de acompanhamento de Hart (1984) e Booth (1981 e 1984) tem também ilustrado a prevalência dos "métodos incorretos das crianças" que podem ser pessoais ou próprios, mas que muitas vezes não são originais, isto é, estão vinculados fortemente às primeiras experiências matemáticas nas quais eles **eram** corretos. Conquanto reconheça o valor de trabalhar com erros, esses erros apenas dão uma visão parcial da aprendizagem das crianças. Por outro lado, respostas corretas podem esconder processos incorretos. Um pequeno exemplo, tirado de uma tese de doutorado (Comer, 1981), pedia resposta para a pergunta: "Que fração da figura está hachurada?" (Veja Fig. 1)

A resposta do aluno estava correta, isto é, um, mas foi obtida com o argumento "porque 8 oitavos dão 1."

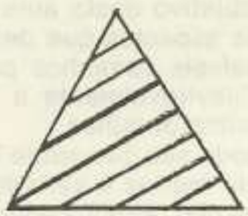


Fig. 1

Mais geralmente, mesmo os "bons" alunos têm idéias básicas incorretas sobre conceitos fundamentais. Por exemplo, Di Sessa (1982) mostrou que alunos de engenharia, que normalmente tinham a sorte de passar em testes envolvendo formalismos de Newton (isto é, impulso dá um acréscimo vetorial ao vetor velocidade), possuíam, em muitos casos, estruturas formais completamente incompatíveis com o conhecimento correto do assunto. Seus experimentos, usando uma "dina-tartaruga", revelaram estruturas aristotélicas subjacentes – isto é, que os estudantes "acreditavam" que o objeto se moveria na direção da força, independentemente de sua velocidade inicial.

Essas idéias sugerem que devemos tentar tornar a Matemática mais "apropriada" (Papert, 1980), isto é, deve-se torná-la mais "contínua" com o conhecimento individual, mais "poderosa" pelo uso em projetos que "fazem sentido" e mais "ressonante culturalmente" pelo reconhecimento do seu papel dentro de contexto social mais amplo (ibid, pag 54). Tentarei nessa aula ressaltar o que deve ser considerado para levar em conta eses princípios e mostrar como, usando a linguagem LOGO na matemática escolar, pode-se fornecer um contexto, no qual, pelo menos parcialmente, esses princípios seriam satisfeitos.

Cultura e Atividade

Em princípio a situação para a Matemática não é tão desoladora como talvez se possa inferir do que eu disse anteriormente. Jean Lave (1982) estudou nos EEUU situações do dia-a-dia em compras em supermercado e na preparação de alimentos. Foi por ela relatado notável sucesso na solução de problemas "in situ", se comparados com testes de papel e lápis envolvendo exatamente as mesmas propriedades aritméticas. "Sucesso na resolução de problemas em sala-de-aula apenas atingia a 59% e, surpreendentemente, atingia 100% nos problemas dentro do supermercado, apesar dos problemas terem envolvido as mesmas propriedades aritméticas em um e outro local" (Lave, 1982, referido por Davis, 1984, pag. 159).

Esta pesquisa mostra como as pessoas podem aplicar e aplica operações e idéias matemáticas como instrumentos em situações que tenham significado para elas, no exterior da chamada "matemática acadêmica", e no interior de seu ambiente diário (no qual às vezes se fala em "matemática popular", Maier, 1980). Além disto, estudos mostraram que, mesmo com pouca idade, as crianças podem atingir relações matemáticas de alto nível e são capazes de aplicar com êxito esses "teoremas em ação" (Vergnand, 1982). Podemos portanto, razoavelmente, deduzir o seguinte: em primeiro lugar, a aprendizagem de Matemática tem sua origem muito cedo na vida e é um processo construtivo (uma perspectiva essencialmente piagetiana); em segundo lugar, devemos tentar construir sobre essa capacidade; em terceiro lugar, o conhecimento matemático deve ser funcional e usado como instrumento de raciocínio dentro da atividade que tenha sentido.

A questão da funcionalidade do conhecimento matemático me conduz para a noção de cultura e como ela é relevante para a matemática em sala-de-aula. Cultura pode-se descrever como conjunto de significados entro de um grupo social. Dentro desse grupo social, o conhecimento matemático evolui na tentativa de resolver problemas ligados ao ambiente. Como exemplo, na Cultura Dioula (Costa do Marfim), Petitto (1978) descobriu que o conhecimento dos princípios da Aritmética penetram na cultura sem exigir qualquer escolaridade. Petitto pesquisou as habilidades matemáticas dos mercadores de tecidos e alfaiates de Dioula e uma das tarefas era um simples teste:

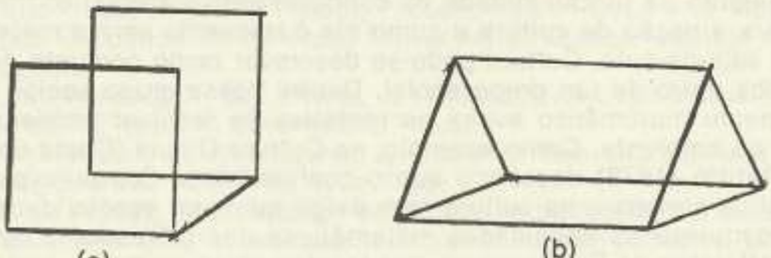
$5 + 15 = ?$ $\quad$ $100 \times 3 = ?$ $\quad$ $150 + 10 = ?$

Foi por ela constatado que mercadores e alfaiates tiveram bom resultado no teste embora tenha ele sido apresentado de forma abstrata. Um mercador disse:

"Para nós, que não sabemos ler ou escrever, existe uma espécie de cálculo mental que executamos. Logo que você me dá um problema, tenho de pensar um pouco e então dou a resposta. **Temos** que saber contar" (Petitto, 1978, referido por Ginsburg, 1978, pag. 39).

Estudos como esses (que cobrem aspectos numéricos ou não numéricos da Matemática) mostram claramente como a Matemática é usada como instrumento nos grupos sociais. Zaslavsky (1973), por exemplo, identificou sofisticada matemática prática na cultura africana, apesar da aparente ausência de símbolos escritos ou operações abstratas. Devemos todavia tomar cuidado para evitar etnocentrismo na nossa avaliação; porque enquanto a matemática africana possa parecer concreta em nossa perspectiva, pode ser muito adequadamente adaptada ao ambiente local, com seus mais abstratos aspectos, não imediatamente evidentes para nós. O quase "clássico" experimento de Gay e Cole (1967) entre os Kpelles da Libéria bem ilustra isto. Esses dois pesquisadores descobriram que os Kpelles eram muito mais capazes de calcular o número de xícaras de arroz existentes em uma saca do que um grupo de universitários de Yale(2).

Apesar de ser ainda necessária mais pesquisas nessa área, há agora reconhecimento generalizado de que a Matemática não é "livre da cultura" e que devemos tentar distinguir aquilo que podia ser chamado de generalidades (as que são possivelmente relações estruturais com conhecimento teórico) dos modos específicos como os processos matemáticos são modelados e influenciados pelo ambiente e pelas condições culturais. Essas influências são, entretanto, sutis e difíceis de perceber e, muitas vezes, se escondem pela "linguagem comum" aparente da Matemática. Essas afirmações são justificadas pela comprensiva revisão da literatura, empreendida por Wilon (1981), o qual citou linguagens econômica, política e religiosa-filosófica e influências da sociedade na Educação Matemática. O trabalho de Alan Bishop (veja, por exemplo, Bishop, 1979) lançou bastante luz sobre as influências culturais na simbolização e nos métodos de representação em Matemática. Bishop estava trabalhando na Papua, Nova Guiné, e pediu a um grupo de estudantes para construir modelos, com uso de varetas e juntas de plástico, baseados nos desenhos (Fig. 2):



(a) (b)

Figura 2: Bishop, 1979, pag. 137

Alguns dos estudantes construíram objetos bidimensionais perfeitamente planos. Então, como educadores, o que podemos aprender com isto? Primeiramente isto nos induz a olhar novamente os desenhos e notar a arbitrariedade das convenções que serviram de base à representação (seria de fato quase impossível ver um cubo como o da Fig 2(a). Em outras palavras "estudos comparativos tornam problemático aquilo já aceito como verdadeiro" (transcrito de Keital, 1982, pag. 120). Em particular, esses estudos mostram-nos que, em Matemática, assim como em outras ciências, o significado das coisas depende de interpretação dentro de algum contexto e a Matemática, infelizmente, possui às vezes linguagem ambígua que é percebida por muitas pessoas e descrita realmente em relato de Cockcroft (Cockcroft, 1982, parágrafo 3). O exemplo de Bishop assinala a crucial importância da relação entre aquilo que se percebe ser o problema e a maneira como é ele representado e como ambas essas coisas são fortemente influenciadas pelo meio cultural e, se estamos falando de situação escolar, pela escola e pelo professor. Isto então me faz considerar qual efeito teria o computador na cultura e no ambiente escolar.

Impacto dos Computadores

Os computadores terão indubitavelmente influência no conteúdo da Matemática nas escolas, como, por exemplo, no equilíbrio entre métodos numéricos e analíticos de prova. Em compensação, toda "mastigação de números" dos primeiros anos de escolaridade e muita manipulação de Álgebra e de Cálculo dos últimos anos tornar-se-ão, cada vez mais, irrelevantes. No entanto, uma observação óbvia **deve** ser feita: o aparecimento dos computadores não terá **necessariamente** qualquer influência nos tópicos fundamentais da prática educacional, porque isto depende crucialmente de **como** os computadores sejam introduzidos no currículo. O computador pode ser usado de vários modos, por exemplo como **professor**, ou como **instrumento** de apoio de alguma fase da aprendizagem, ou como "**aprendiz**", a quem se deve ensinar ou programar (para discussão desses usos de computador, veja Taylor, 1980). Parece-me que é este terceiro uso do computador, provavelmente, que terá mais influência na cultura da sala-de-aula e será portanto o que vou focalizar aqui. A natureza da linguagem usada para programação afetará de novo a interação entre aluno e máquina e falarei sobre o uso do LOGO pelas razões que espero esclarecer.

A linguagem LOGO foi projetada por Seymour Papert e seus colegas (Feurizg e outros, 1969) como um ambiente de exploração de conceitos e processos matemáticos e, desde essa época, tem havido considerável esforço de pesquisa para investigar como os ideais da "Filosofia do LOGO", podiam ser postos em prática. As características do LOGO, como linguagem de programação, importantes pelas suas finalidades na Educação Matemática, têm sido descritas com detalhes em muitos lugares (veja, por exemplo, Noss, 1983 a; Hoyles, Sutherland e Evans, 1985 a) e serão aqui resumidas. Em primeiro lugar, LOGO é prontamente acessível a todas as idades e habilidades por meio do micro-mundo da geometria da tartaruga; em segundo lugar, é extensível, isto é, seu vocabulário pode ser prolongado por construção de novos processos que podem ser denominados e manipulados como "objetos"; em terceiro lugar, é interativo, isto é, qualquer que seja o processo, é executado colocando-o no computador e, desta maneira a realimentação é imediata; em quarto lugar, é processual, isto é, novas instruções ou programas são construídos pela descrição de como funcionam; finalmente, é recursivo, possibilitando a construção de programas curtos e elegantes que captam as estruturas centrais do problema.

Com essas características, LOGO fornece uma representação poderosa e diferente dos conceitos matemáticos. Quando programam em LOGO, os alunos trabalham com uma representação de sua atividade matemática(3), que é poderosa em si mesma, pois diz mais como a idéia é processada do que como é usualmente apresentada (veja, por exemplo, Leron e Zaskis, 1985), mas que também é poderosa por força do contraste com os outros instrumentos existentes, isto é, a atividade pode provocar novas perspectivas do trabalho **tradicional** em Matemática. Espero desenvolver esses pontos com vários exemplos.

Para o propósito de pensar sobre a cultura da sala-de-aula de Matemática, entretanto, há um outro importante aspecto do ambiente da programação de LOGO e que é: esta programação tem o potencial de tornar mais funçionais para os alunos as idéias e os processos da Matemática(4). É útil lembrar o afirmado por Sylvia Weir: "A mais excitante parte do projeto de uso de computador na Educação será o seu efeito, na cultura da sala-de-aula, em atitudes, no ambiente, nos padrões de intervenção e na localização do controle da sala-de-aula" (Weir, 1985, pag. 246). Um poderoso meio de afastar os alunos de exercícios rotineiros e de tarefas sem propósito é torná-los empenhados em projetos de sua responsabilidade. Desta maneira, os alunos aprendem novas técnicas que fazem sentido, isto é, dentro do contexto em que são necessárias; ganham experiência em assumir o papel de **peritos** e podem desenvolver um rico senso de questionar tanto o professor como os seus colegas de grupo. Além disso, nessas situações em "grande escala", é mais provável descobrir a interpretação e a percepção dos alunos dos objetivos da tarefa e observar-lhes as estratégias que adotaram. No trabalho com o LOGO, os alunos podem chegar muito espontaneamente a projetos-desafio com os quais estejam profunda e pessoalmente empenhados. São capazes de gerenciar seus projetos de modo flexível, testando suas idéias e "debugging"* quando conveniente. "Debugging" é aqui uma importante metáfora. No ambiente de programação, os alunos não vêem os erros como sinais de estupidez, porém como fonte de dados que podem usar para compreender melhor as consequências de suas atividades (Brown e Burton, 1978). Explorando e refletindo sobre "enganos" no ambiente interativo do computador, mais provavelmente as crianças abandonarão erros de entendimento, ao invés de "reprimí-los" meramente (veja o trabalho de Di Lessa, referido anteriormente), pois, de acordo com minha experiência, os alunos que precisam de ajuda no "debugging", não suportam que lhes ensinem um "modo correto", mas insistem em descobrir seu próprio caminho na execução do trabalho.

DESENVOLVIMENTO DE CONTEXTO PARA A LOGO DENTRO DA ATIVIDADE DE MATEMÁTICA NA ESCOLA

Intuição e Reflexão

Em primeiro lugar, devemos olhar a atividade de Matemática na escola em geral e considerar a relação entre o uso das estruturas da Matemática nas atividades da escola e o conhecimento teórico; isto é, como as estruturas da Matemática introduzidas nas atividades podem ser elevadas a um nível de observação consciente (Thom, 1973). É importante, inicialmente, levar em conta que a atividade pode as-

* Nota do Tradutor: "Debbuging" é neologismo da Informática, com sentido de "Detecção de erros e seu expurgo". Talvez, no vernáculo, uma palavra adequada seja "Expurgo".

sumir diferentes formas; como Skemp (1979) assinalou, há um modo intuitivo de atividade mental centrada em ações físicas e um modo reflexivo focalizado nas ações mentais. O que desejo aqui enfatizar, entretanto, é a importante "complementaridade"(5) entre esses dois tipos de atividades – sendo diferentes, não podem ser reduzidas uma à outra e, entretanto, devem mesclar-se em todos os níveis e ser lembradas simultaneamente. É na reflexão que se dá forma aos conhecimentos de Matemática e essa reflexão ocorre durante e como parte de matemática informal.

Um ambiente de programação interativo, usando a linguagem LOGO, muito naturalmente pode trazer consigo atividades intuitivas e reflexivas, pois os objetos matemáticos podem ser elaborados por processos de construção denominados e manipulados de variadas maneiras, desde que tenham sido adequadamente modificados e generalizados. Para dar início à elaboração de um programa, vocês necessitam conhecer alguma coisa sobre os sistemas de relações existentes na tarefa, mas durante o processo de construção e da interação com o computador, outras talvez mais poderosas perspectivas dessas relações podem aparecer. Vou-lhes dar um exemplo pessoal do que estou querendo dizer. No último mês de janeiro, um nosso grupo notou o belo teto do século XVII na sala de jantar de Weetwood Hall (Universidade de Leeds), na qual tomávamos parte em um Seminário de Matemática de LOGO. Decidimos elaborar um programa para desenhar o teto. A estrutura imediata vista no teto era formada de retângulos, elipses e hexágonos mistilíneos, os quais foram os "objetos" iniciais do projeto do programa. No entanto, durante a atividade informal de tentar ajustar essas figuras, outra estrutura apareceu (que essencialmente mudou o padrão e o fundamento), a de "orelhas de coelho" (veja Fig. 3). A nova estrutura, consistindo apenas de um mosaico, era mais simples de ajustar e ainda mais poderosa.

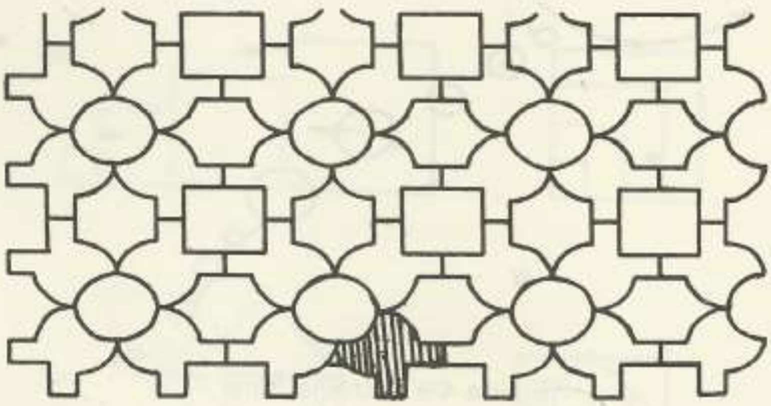


Figura 3: o padrão do teto (a parte hachurada é a estrutura de "orelha de coelho").

Entretanto, quando consideramos a atividade de Matemática usada na escola, imediatamente enfrentamos o dilema de que o significado e o sentido da atividade não são constituídos de diferentes elementos, mas da dinâmica da situação como um todo. As idéias matemáticas, que por seu significado, estão contidas em algum contexto, estão aí portanto "enroladas", por redundância; essa redundância é efetivamente necessária para comunicação e de grande auxílio na previsão do que poderia acontecer. No entanto, é também o caso em que alunos, construindo dessa maneira conceitos no contexto de sua aplicação, possivelmente integrarão propriedades do contexto com o próprio conceito(6). O professor tem, pois, o problema didático de focalizar os pontos críticos da tarefa e de suas relações importantes. O processo é sutil e difícil e, para dizer com franqueza, como observou Brousseau, não é apenas suficientemente bom para realizar com as crianças "alguma manipulação divertida com copos de plástico ou com figuras coloridas e então, de repente, anunciar que "vocês acabaram de descobrir o Grupo Quádruplo deKlein" "(Brousseau, 1984, pag. 116). Aqui novamente o ambiente de programação deve ser de grande auxílio. Os alunos nesse ambiente, com encorajamento dos professores, podem afastar-se da atividade, tornar-se mais atentos aos processos matemáticos em execução e, em particular, tornar-se mais cuidadosos nos exemplos de "super-generalização" (veja Pickthorne, 1983). Além disso, a atividade experimental com os objetos "batizados", permite-lhes que sejam vistos de variados aspectos e "a diferentes níveis de produção e processo". Vou desenvolver mais tarde este assunto. Gostaria ainda de dar exemplo de projeto de aluno, desenvolvido como parte do trabalho do "Projeto de Matemática do LOGO" (Hoyles, Sutherland e Evans, 1985), como ilustração mais evidente de atividades intuitivas e reflexivas.

Nina e Melanie trabalharam durante seis meses no seu sistema solar (Fig. 4).

Figura 4 – Sistema Solar

O projeto estava parcialmente planejado antes do "mãos-à-obra" e, em geral, evoluiu durante a integração da dupla com o computador. Muitos dizem: "Ora, LOGO é apenas desenho de figuras!", mas neste exemplo e no contexto da discussão prévia, quero analisar um pouco mais o que estava acontecendo. Em primeiro lugar o projeto foi criado pelas alunas e, embora não "real" se comparado com nosso modelo atual de sistema solar, era muito real para as crianças que o desenvolviam. A motivação era forte, o interesse completo e as alunas gastaram muitíssimas horas em estender e aprimorar o trabalho. Durante todo o trabalho as duas alunas estavam constantemente experimentando coisas novas e explorando diferentes noções iniciais (por exemplo, usaram movimentos intrínsecos para "navegar" entre dois planetas e um sistema de coordenadas absolutas para localizar as estrelas). Então o que dizer de conteúdo de Matemática e de existir alguma atividade reflexiva? Permitam-me que focalize uma parte do projeto, o desenho das estrelas (veja Fig. 5). Isto não era uma tarefa inicial e a dupla primeiro tentou desenhar o polígono numa só arrancada, uma atividade concreta e intuitiva! Era também difícil de executar, como vocês podem imaginar, porque as estrelas eram muito pequenas! As alunas foram então instadas a parar e refletir sobre a tarefa. Chegaram então à idéia (ajudadas pelo professor) de que deveriam desenhar uma ESTRELA maior e depois reduzí-la! Isto significava que teriam que introduzir um "input" variável no processo da sua ESTRELA, isto é, um fator de redução dos comprimentos dos lados da estrela, como se vê na Fig. 6.

Fig. 5: uma estrela

```
TO STAR 'SHRINK
LT 75
FD :SHRINK * 40
RT 50
FD :SHRINK * 40
RT 150
FD :SHRINK * 35
RT 135
FD :SHRINK * 30
RT 135
FD :SHRINK * 35
END
```

Fig. 6: programa para ESTRELA

Tendo escrito sua representação de uma ESTRELA como se vê no programa da Fig. 6, as alunas desenvolveram uma atividade experimental para ver como funcionava e para descobrir o "melhor input" para seu particular projeto. Melanie descobriu que, multiplicando os comprimentos da sua ESTRELA por 0,5 a tornaria menor e depois predisse que multiplicando por 1,5 também a tornaria menor, pois "1,5 não é um número inteiro" (Hoyles e Sutherland, 1985). A experimentação concreta realizada convenceu Melanie de que estava errada e obrigou-a a refletir sobre o tipo de "inputs" que deveriam de fato reduzir sua ESTRELA.

Instrumentos e Micromundos

Assim como a reflexão "espontânea" sobre os conceitos e processos matemáticos que emerge dos projetos dos alunos, como ilustrado antes, a provisão de novos instrumentos de representação poderia também ser às vezes exigida. Esses instrumentos permitirão que o problema inicial tome uma nova perspectiva (por exemplo, se tivesse sido dado programa para desenhar "orelhas de coelho" para o meu teto!) e também provocar reflexão sobre as representações já em uso. No caso de Nina e Melanie, o ambiente poderia ter sido estruturado de modo diferente para elas se, por exemplo, lhes tivesse sido fornecido o instrumento "RETA" para traçado de sua ESTRELA, pois, como vocês podem notar, sua ESTRELA não tinha lados iguais. Tal instrumento provocaria o traçado de um polígono regular. Seria também possível, em circunstâncias diferentes, fornecer o próprio programa ESTRELA como instrumento; as alunas poderiam então "dar-lhe sentido" como de um produto cobrindo o céu com estrelas, fazendo-as girar, etc. As alunas poderiam também analisar o programa ESTRELA e moldá-lo de modo que o processo de construção da ESTRELA fosse, ao mesmo tempo, visível e também o assunto da experimentação. Isto quase se poderia chamar de micromundo da ESTRELA! É esse tipo de atividade, a nível de produto e processo, a que me referi anteriormente como "exploração a diferentes níveis". A programação LOGO é naturalmente adequada ao desenvolvimento desses micromundos, pois uma quase interminável variedade de estruturas, que dão mais disponibilidades e permitem abreviar outras, podem ser adicionadas ao programa. O "centro" de tal micromundo é o conjunto dos instrumentos do LOGO, o qual, com o "correto" tipo de ambiente pedagógico, atingiria o âmago da experiência de aprendizagem de conceitos específicos de Matemática e suas específicas relações. O desenvolvimento de tais micromundos (7), que envolve a construção mais explícita dos conhecimentos que se espera sejam adquiridos, com uma atividade escolhida, é o assunto do esforço da futura pesquisa a ser feita neste instituto.

Formalização e interpretações do aluno

Na atividade de Matemática, o professor tem também a responsabilidade de apresentar a disciplina como um sistema formalizado de conhecimento e esta tarefa não é nada fácil, em parte por causa dos perigos da "manipulação de símbolo sem sentido". Há também a possibilidade de confundir "absolutismo do conteúdo com a relatividade da forma" (Erlwanger, 1973). Isto foi mostrado em alguns trabalhos de Erlwanger (1973), que descreveu a experiência com um aluno que sabia que a mesma resposta poderia ser expressa em formas diferentes, isto é, 4/4 era o mesmo que 1 e 2/4 o mesmo que 1/2, porém generalizou essa descoberta em uma teoria de relatividade do "Conteúdo" de Matemática, isto é, que a resposta do problema dependia de como tinha sido ele efetivamente solucionado! De novo aqui a exploração ou a elaboração de um programa de computador, como formalizada pela atividade do aluno, tem vantagens óbvias em ajudar a fazer a formalização, "a propriedade do aluno como indivíduo". (Byers e Erlwanger, 1984, pag. 259). O programa, juntamente com o planejamento do aluno e o seu árduo trabalho e a disposição visual na tela, todos tornarão os esquemas do aluno mais compreensíveis ao professor e ajudá-lo-ão na tarefa de melhor entendimento com o aluno. Esses diversos pontos são mostrados no seguinte breve episódio (também referido por Hoyles, 1985): Em visita a uma sala-de-aula, do Projeto LOGO Children (Noss, 1983, 1984) aproximei-me de David, que estava no meio de projeto de desenhar três "Homens" semelhantes em ordem decrescente de tamanho (Fig. 7).

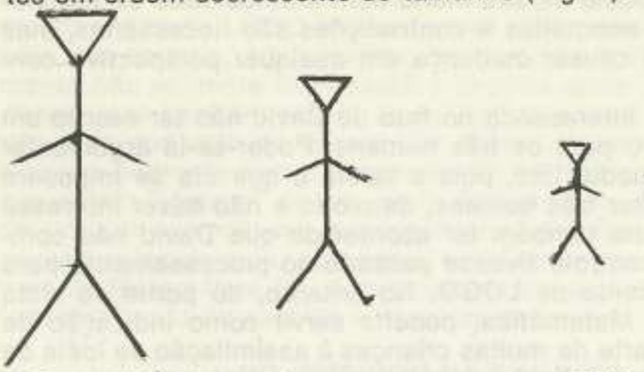


Figura 7

David já tinha escrito o processamento MAN : B : N : A : SIZE, onde B era a medida do comprimento do corpo, N do pescoço, A dos braços e pernas e SIZE da cabeça triangular. David tinha digitado o seguinte processamento:

```
TO MEN
MOVE 1
MAN 55 30 40 35
MOVE 2
MAN 50 25 35 30
MOVE 3
MAN 45 20 30 25
```

onde MOVE 1,2,3 eram sequências simples de comandos usados para as interfaces entre os três homens.

Diversas observações podem ser feitas pela consideração desse único e curto processamento. Em primeiro lugar, David estava usando a subtração como operador para produzir suas formas "semelhantes" e, mesmo quando lhe falaram sobre fatores de escalas, alegremente falou sobre multiplicação e divisão. Isto mostra com clareza como o conhecimento tende a se "fragmentar" e como cada experiência tende a ser "específica de algum domínio", isto é, específica à situação em que foi realizada e não transferível automaticamente para contextos diferentes. Em particular, mostra com clareza a "lacuna" entre o acompanhamento da regra formal (isto é, reprodução verbal ou exercício com papel e lápis) e a representação mental do conhecimento e entre a conservação do que é conhecido e a habilidade de aplicar conhecimentos na prática.

Para investigar um pouco mais, intervim para provocar o que eu esperava ser um "conflito" cognitivo-perceptivo:

Pesquisador: O que acha de reduzí-los mais rapidamente?
Porque não tira 10 em cada "input"?

David alegremente aceitou minha sugestão. Efetivamente chegou a digitar 0 para o pescoço do homem menor e então parou:

David: Oh, ele tem que ter pescoço! Teria sido melhor fazer o homem maior 32!

Ele então voltou atrás e adicionou dois a todos os "inputs" do homem maior! Este episódio mostra muito bem a dificuldade de transferir conceitos e como anomalias e contradições são necessárias, mas não suficientes, para causar mudança em qualquer perspectiva conceitual.

Eu estava também interessada no fato de David não ter escrito um procedimento genérico para os três homens. Poder-se-ia argumentar que o contexto não pedia isto, pois a tarefa a que ele se impusera era apenas de desenhar três homens, de modo a não haver interesse em generalizá-la. Podia também ter acontecido que David não compreendesse como o controle tivesse passado do processamento para algum sub-processamento de LOGO. No entanto, do ponto de vista de um educador em Matemática, poderia servir como indicação de forte resistência de parte de muitas crianças à assimilação da idéia de uma incógnita como um número generalizado, a qual pode ser explicada pela referência a uma pesquisa piagetiana em Educação Matemática (Collis em Booth; 1984, pag 88). Collis, por exemplo, sugere que a distinção feita por Piaget entre o pensamento operacional concreto e o formal, em termos do grau de confiança na realidade das crianças é, provavelmente, refletida na percepção das crianças da natureza de elementos algébricos (Collis, 1973). Enquanto o "pensador de operações concretas" seja capaz de lidar com letras representando valores particulares, embora desconhecidos, somente quando tiver atingido o nível de operações formais é que poderá apreciar completamente a representação generalizada de valores por letras.

Para continuar a história do David, a sugestão que elaborasse um super-processamento com "inputs" variáveis para seus três homens não criou qualquer problema, indicando que o "fluxo de controle", não era o seu problema. Pareceu surpreendente que ele usasse recorrência imediatamente e digitasse o seguinte:

```
TO MEN : B : N : L : SIZE
MOVE : MOVE
MAN : B : N : L : SIZE
MEN : B-10 : N-10 : L-10 : SIZE-10
```

onde MOVE : MOVE era um modo interessante de "generalizar" MOVE 1, MOVE 2 e MOVE 3! Tendo "debugged" (expurgado ?) MOVE : MOVE, o programa tinha rodado. O impacto visual dos homens de cabeça para baixo, formando-se cada vez maiores, à proporção que o programa "enrolava" a tela, provocou um questionamento com muito sentido do seu método de obter figuras semelhantes, assim como um direcionamento para uma excitante exploração dos números negativos!

Então, deixem-me resumir. Em primeiro lugar, implícita em toda essa discussão, estava o reconhecimento do papel crucial da "representação" do problema; se você descobrir a correta representação, então você terá visualizado os principais aspectos e relações do problema e, essencialmente, já o terá resolvido! Com esse esquema e durante os processos complementares de atividade intuitiva e reflexiva (apoiada pelo professor e levando em conta o prévio conhecimento e o meio cultural do aluno), uma relação significativa é elaborada entre a forma e o conteúdo, os quais, ulteriormente, devem ser integrados em forma matemática socialmente desenvolvida. A atividade de programação do LOGO tem potencial para preencher todos esses papéis. No entanto, aqui devemo-nos lembrar que a forma do conhecimento não somente expressará a relação entre conhecimento e atividades, mas também reflete os estilos de pensar e as atitudes moldadas pelo contexto da escola. Os alunos responderão usualmente de maneira coerente com sua concepção da tarefa, mas isto não implica que sejam "lógicos" de um ponto de vista cognitivo, como foi mostrado por um exemplo no começo desta aula. De alguma maneira, nas nossas salas-de-aula, aprendem sensivelmente a **não** usar o que sabem de Matemática (8). Agora voltemos a examinar resumidamente o funcionamento de escolas e de salas-de aula.

NO INTERIOR DA SALA-DE-AULA

Matemática escolar e interações da sala-de-aula

Inicialmente é importante investigar o que é efetivamente a Matemática escolar. Boa indicação pode ser dada olhando detidamente para livros-textos e programas. Um importante aspecto que salta aos olhos é o alto grau de padronização em diferentes países (notado por Brian Wilson em seminário, março de 1985). Na terminologia de Bernstein (1971), a Matemática pode ainda ser considerada como tendo forte classificação e forte estrutura, que tem consequência naquilo que é olhado como "tendo conhecimento" e como esse conhecimento é adquirido. A Matemática escolar tende a ser definida "do lado de fora" e dominada pelas tarefas que se executam e pelo sistema de exames. A Matemática escolar pode também ser olhada como um assunto distinto, isto é, distinto até mesmo da própria Matemática. Tem seus modos próprios de trabalho (por exemplo, passo a passo e hierárquica) e até nomes e símbolos próprios para seus conceitos (veja Dorfler e Mc Clone, 1985). Assim, o que é chamado de "transposição didática" pelos educadores franceses, tem aparecido onde "o tratamento adaptativo do conhecimento matemático" realiza-se de modo a "transformá-lo no conhecimento a ser ensinado" (Balacheff, 1984, pag 35).

Então devemos olhar para dentro da sala-de-aula para obter alguma visão de como e porque isto tem acontecido. Inicialmente, é muito evidente que a interação social entre professor e aluno, tanto no ensino em classe, como em trabalho individualizado e pequenos grupos, ainda tende a refletir e reforçar um modelo de transmissão ensino-aprendizagem, onde o conhecimento e o saber estão somente com o professor. Bauersfeld (1980) identificou um padrão consistente de comunicação "afunilada" na matemática da sala-de-aula, onde as perguntas do professor cada vez mais limitam a resposta do aluno e contribuem para um prático comportamento programático por parte do aluno, por exemplo, para adivinhar o que está na mente do professor (Voigt, 1984, pag 34).

Professores e alunos assim parecem "coniventes", tanto em insistir em um currículo altamente estruturado e repetitivo, como em evitar expor-se a quaisquer diferenças fundamentais de compreensão. A propósito, Lorenz (1980) observou:

Não há outro assunto no qual o professor seja tão tentado a interpretar mal a resposta (numérica) correta de um estudante, como analisando a estrutura subjacente do problema; em nenhum lugar o estudante deseja mais intensamente respostas imediatas estereotipadas ou disfarçadas de modo a esconder problemas de compreensão. (Lorenz, 1980, pag 18).

Permitam-me dar um exemplo que observei recentemente. Mandaram um aluno substituir x = 4 na expressão 3x - 8. O aluno se atrapalhou e pediu ajuda:

Professor: Quanto vale 3 x 4?
Aluno: 12
Professor: Quanto vale 12 – 8?
Aluno: 4
Professor: Tudo bem, e então?
Aluno: Acabei de escrever 4, pois não? Tudo bem!

No padrão da interação mostrada aqui o professor parece ser obrigado a perguntar aquilo que o aluno podia responder e que pudesse mostrar que o conhecimento tinha sido "adquirido". Porém, como foi comentado por Brousseau, "o significado desse conhecimento é inteiramente dependente do que foi deixado para o aluno fazer como atividade" (Brousseau, 1984, pag 11). (aqui muito pouca!). O significado dependerá também de como a interação estabelece alguma relação com a perspectiva do aluno com o problema. Aqui, por exemplo, imaginem o impacto das perguntas do professor a um aluno que pensasse, como é comum, que 3x dava trinta de algum modo! No entanto, Brousseau (1984) também tem interessante interpretação desse tipo de interação, isto é, quando se usam perguntas deste modo, seja para transformar, deformar ou mesmo fazer desaparecer o conhecimento, "essa transformação não é da responsabilidade do professor, é antes importa por compulsões que ele não pode evitar". (ibid, pag. 111) Brousseau argumenta que com as restrições do que é denominado compromisso didático, um conjunto de regras que estabeleça relações entre o conteúdo ensinado, os alunos e o professor, "o professor é conduzido, em certas circunstâncias a esvaziar a situação de aprendizagem de qualquer conteúdo cognitivo" (ibid, pag. 112)

Assim, os alunos chegam à solução interpretando o compromisso didático e não empenhando-se na tarefa. A observação a ser aqui feita é que esse tipo de interação é um produto necessário da relação entre professor e aluno na presente situação da sala-de-aula de Matemática, a despeito das intenções e das preferências dos professores. Acredito ser isto exagero, pois há alguma evidência de que as crenças do professor têm sutil e significativo papel em moldar a prática da sala-de-aula (veja por exemplo, Lerman, 1983), mas esse ponto de vista deve ainda ser confirmado.

A posição das meninas.

O tipo de interação mostrado acima tem efeitos significativos, além de esvaziar a Matemática de sentido! Para tornar-se matemático e mais tarde ter sucesso no assunto é geralmente aceito que certos atributos são exigidos – por exemplo, independência, persistência e uma perspectiva global intuitiva que é a "procura" por padrões e por estruturas. No entanto, a maioria dos alunos não consegue trilhar o caminho do sucesso na escola, a não ser seguindo instruções muito bitoladas. Professores e alunos parecem engajados em ciclo recursivo de dependência.

Naturalmente, isto não é completamente verdadeiro para todos os alunos e alguns – principalmente meninos – tentam isolar-se deste dogmatismo da matemática escolar (Grieb e Easley, 1984). Não tenho tempo aqui de analisar o fenômeno extremamente complexo de diferença de atitudes em um e outro sexo e o seu desempenho na Matemática. É óbvio ser fenômeno muito mais amplo que o dos estudos em sala-de-aula. No entanto, esses estudos revelam interessantes diferenças e mostram como as meninas são particularmente forçadas neste ciclo de dependência.

Num levantamento da pesquisa realizada na última década, das interações de alunos e de alunos com professores e com professoras nas escolas primárias, Brophy observou que:

Estudos que têm examinado aspectos qualitativos sutis do comportamento dos docentes sugerem que eles estejam encaminhando meninos mais para a auto-confiança e para esforçar-se mais pelo desempenho próprio, enquanto meninas são encaminhadas mais para o conformismo e para o cuidado no seu trabalho (Brophy, 1985, pag 5).

No que diz respeito à escola secundária, Brophy achou o quadro confuso, mas se for focalizada a matemática das salas-de-aula (em oposição às outras disciplinas do nível secundário), pode-se dar algum apoio às descobertas de Becker (1981) que relatou ser o ambiente da classe de geometria para os meninos "acadêmica e emocionalmente favorável", porém para as meninas, "benignamente tolerante" (Becker, 1981, referido por Brophy, 1985, pag 31).

Analisando especialmente escolas primárias, Grieb e Easley (1984) tentaram identificar o mecanismo social que permite alunos brancos de classe média, criativos nos seus estudos de Matemática, a conservar atitude independente, em constraste com alunas brancas e estudantes de minorias raciais, os quais são encorajadas a assumir atitude mais dependente. Fenômeno básico semelhante foi observado na pesquisa de Valerie Walberdine, aqui neste Instituto, no Projeto Moças e Matemática. Ela observou que professores primários têm uma tendência avassaladora para rotular meninas como "maduras" e meninos como "tendo potencial"!

Sumário e conclusões

Farei agora uma tentativa de arrumar os temas que tentei desenvolver nesta aula. Foi enfatizada a importância das atividades produtivas de sala-de-aula que colocam o conhecimento num contexto pessoal e tendo finalidade para os alunos. Os professores têm então a tarefa de experimentar refletir com os alunos sobre o que foi feito, para extrair os aspectos matemáticos e, finalmente, identificar o que resultou do conhecimento cultural e dos sistemas padronizados de Matemática.

Para melhorar hoje a Educação Matemática nas nossas escolas, sinto que devemos:

. descobrir maneiras nas quais a Matemática possa ser usada como instrumento em atividade significativa (do ponto de vista do aluno);

. durante essa atividade, a formalização deve surgir da interação dinâmica com o conteúdo e originada da resposta refletida dos alunos (com ajuda do professor) às representações desse conteúdo, emergindo dos instrumentos usados pelos alunos na atividade.

Tudo isso só pode acontecer no ambiente de sala-de-aula onde as tentativas criativa e exploratórias dos alunos não sejam reprimidas pela ênfase do desempenho e pela obediência a excessivas regras e, em particular, sejam de algum modo livres dos vínculos do compromisso didático.

Portanto, é exigido um modo significativamente diferente de educar e de agir nas salas-de-aula e um poderoso catalisador para a mudança – e é isto que espero ter mostrado, que o computador teria potencialmente o mais significativo papel a desempenhar. Em ambiente de programação LOGO, como foi descrito, poder-se-ia deslocar o foco da atividade escolar do aprendizado de propriedades formais de sintaxe e códigos simbólicos para a descoberta do seu significado semântico e, assim fazendo, permitir-se-ia que a interpretação do currículo feita pelos alunos se tornasse mais visível e tendo maior influência no modo como a aprendizagem seria organizada.

Apresso-me a dizer, entretanto, que LOGO não é uma panacéia. Há aspectos de sua linguagem que certamente poderiam ser aperfeiçoados para finalidades didáticas e essas modificações serão, sem dúvida, incorporadas às linguagens de programação e aos mais potentes ambientes baseados em computador do futuro. Em compensação, algumas crianças irão trabalhar de modo automático com o LOGO, tornar-se-ão competidoras, porém não compreenderão necessariamente o que estejam programando (Hoyles, Sutherland e Evans, 1985a, pag. 217-226). Nós, que temos trabalhado com programação LOGO, temos visto crianças construindo longos programas para jogos de guerra, acompanhados com deslocamentos de cores! Essas reações isoladas (de fato são isoladas) não são surpreendentes – a aprendizagem de LOGO pelos alunos não pode ser separada das influências maiores da escola e da sociedade. Deve ser aceito (e de fato não é coisa ruim) que a programação em LOGO seja uma atividade não-trivial na qual as crianças enfrentam difíceis problemas de natureza conceitual. Certamente endosso por completo os comentários de Joel Hillel que a atividade LOGO não deve ser trivializada "polindo todas as suas dificuldades" (Hillel, 1985, pag 28). Nós, como pesquisadores e professores, devemos reconhecer e tentar compreender nossos "fracassos". Há também outras questões que devem ser examinadas, como, por exemplo, o tempo exigido para esse tipo de trabalho, com implicações no planejamento curricular e na distribuição dos tempos na escola a como os professores possam ser apoiados para realizar esse trabalho, o qual tem implicações na própria educação.

Ao executar a minha análise hoje, tentei aglutinar algumas idéias teóricas de largo grupo de disciplinas e gostaria de enfatizar a importância desse tipo de esforço na Educação Matemática. Isto é, devemos tentar desenvolver uma perspectiva teórica mais compreensiva e mais poderosa, de modo que sejamos mais capazes de interpretar as respostas das crianças ao aprendizado de Matemática.

Desenvolvendo uma perspectiva mais teórica, devemos, entretanto, ter em mente a complementaridade essencial entre o conhecimento prático e o teórico – isto é, o conhecimento prático deve dar subsídios para a criação do conhecimento teórico e ao mesmo tempo, servir como "teste" para inferências teóricas. A propósito, Thom afirmou:

Por aparente paradoxo, os problemas locais exigem meios não-locais para sua solução, enquanto a inteligibilidade exige a redução de fenômenos globais a situações típicas locais, cujo fértil caráter torna-as compreensíveis (Thom, 1973, pag. 116).

Com isso em mente e como tributo aos numerosos ensinamentos que adquiri por ter tido a felicidade de ter trabalhado com muitos professores e seus alunos, terminarei com um exemplo de um trabalho em LOGO, feito por crianças, no nosso projeto de pesquisa no Instituto. No meu modo de pensar, esse episódio peculiar também capta a importante influência da situação social na resposta do aluno, a qual, espero, seja uma feliz mostra de alguns dos pontos que foram hoje apresentados.

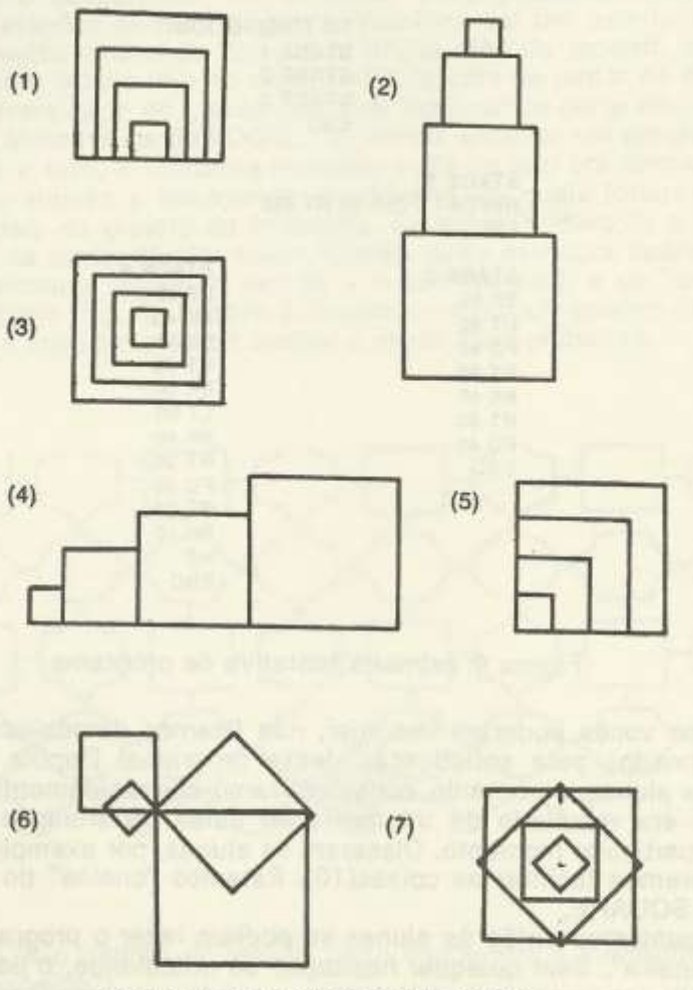


Figura 8: A tarefa dos quadrados