BOLETIM GEPEM

26

1ª Semana da Matemática

13 a 16 de março de 1990

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO

Franca Cohen Gottlieb

Na Universidade Santa Úrsula, de 13 a 16 de março de 1990, foi realizada a "1ª Semana da Matemática". Para isto o GEPEM juntou-se ao CA de Matemática, à Coordenação do curso de Matemática, à Direção dos Cursos de Graduação e à Coordenação da Pós-Graduação em Educação Matemática.

O objetivo do encontro era promover o intercâmbio de ensino e pesquisa entre professores, pesquisadores e profissionais interessados em Matemática ou em Educação Matemática.

A "Semana" teve muito sucesso e, ao mesmo tempo em que provocou animadas intervenções dos professores presentes, despertou nos alunos da Universidade genuíno interesse pelas pesquisas em Educação Matemática.

Em particular o GEPEM quer agradecer aos estudantes membros do Centro Acadêmico (CA) de Matemática pela sua dedicação e pela sua constante presença que contribuíram enormemente para o bom funcionamento do encontro.

Foram organizadores diretos da "Semana" a vice-presidente do GEPEM e Diretora de Pós-Graduação da USU, Profª Estela Kaufman Fainguelernt e a Coordenadora do Curso de Matemática da USU, Profª Maria Virgínia Monteiro Geraldes.

A "Semana" foi aberta em 13 de março, às 14 horas, pelo reitor da USU, Prof. Carlos Potsch, compondo a mesa o mesmo Magnífico Reitor, o Prof. José Carlos de Mello e Souza, Chefe do Gabinete do Reitor e Presidente do GEPEM, o Prof. Paulo Quintanilha Nobre de Mello, Vice-Reitor Acadêmico, a Profª Moema Lavínia Mariani de Sá Carvalho, Diretora de Graduação, a Profª Estela Kaufman Fainguelernt, Diretora de Pós-Graduação, o Prof. Olenir Ferreira Augusto, Decano do Centro de Ciências e Tecnologia, a Profª Maria Virgínia Monteiro Geraldes, Coordenadora do Curso de Matemática, a Profª Noelir de Carvalho Bordinhão, Chefe do Departamento de Matemática e a Profª Amélia Maria Noronha Pessoa de Queiroz, Diretora Geral do Departamento Geral de Ensino da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro. O Prof. Mello e Souza abriu os trabalhos. Às 15 horas do mesmo dia, falou sobre "O ensino de Álgebra no 2º grau" o Prof. Abraham Arcavi, Ph. D. em Matemática pelo Instituto Weizmann de Israel. O Prof. Arcavi era na ocasião professor visitante da USU, a fim de dar um curso no nosso Mestrado em Educação Matemática. Sua fala, cheia de espírito, foi muito aplaudida.

Às 17 horas do mesmo dia ouvimos a conferência "Visão Geral da Informática no Brasil, enfoque na área educacional" proferida pelo Prof. Roberto Kopp, Doutor em Ciência da Computação pela PUC/RJ, que faz parte da equipe de pesquisas em Educação da IBM Brasil. Em verdade, ouvimos e vimos, pois sua palestra foi ilustrada por um filme sobre a Informática na Educação Matemática e por muitos slides que mostraram as aplicações da computação gráfica no mundo atual. Neste dia dirigiu os trabalhos a professora Moema Lavínia Mariani de Sá Carvalho.

No dia seguinte, 14 de março, a mesa foi presidida pela Professora Maria Virgínia Monteiro Geraldes. Tivemos neste dia duas palestras. A primeira, às 15 horas, tratou da "Construção dos Números Reais" e foi proferida pelo Prof. Luiz Adauto da Justa Medeiros, Ph.D. em Matemática pela UFRJ. A sua palestra foi muito apreciada pelos participantes do encontro, que fizeram muitas intervenções durante o debate.

A segunda foi sobre "A Pesquisa e o Saber Social" e a oradora foi a Professora Circe Navarro Vital Brazil, Doutora em Psicologia pela PUC/SP, professora do IESAE/FGV e da USU – Mestrado em Educação Matemática. A Professora Circe, dona de um espírito crítico aguçado e de uma rica cultura, foi muito feliz na sua interessantíssima palestra.

No terceiro dia do encontro, os trabalhos foram dirigidos pela Professora Franca Cohen Gottlieb e houve de novo duas palestras. A primeira, às 15 horas, sobre "Educação Matemática, sua evolução" foi proferida pela Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, Livre Docente em Matemática da UFRJ. Sua vivência no desenvolvimento da pesquisa em Educação Matemática no Brasil e suas experiências no IREM de Estrasburgo, França, fizeram com que sua fala fosse muito elucidativa. A segunda palestra do dia, às 17 horas, tratou de "Idéias Fundamentais da Matemática" e foi seu orador o Professor João Bosco Pitombeira de Carvalho, Ph.D. em Matemática pela Universidade de Chicago e professor da PUC/RJ e da USU – Mestrado em Educação Matemática. A fascinante história da descoberta dos conceitos matemáticos ao longo dos tempos foi narrada de maneira coloquial e viva e empolgou os presentes.

No último dia do encontro, com a Professora Franca Cohen Gottlieb como presidente da mesa, tivemos mais duas palestras. A primeira, intitulada "Informática: O século XXI já chegou – Precisamos correr para alcançá-lo e, mais do que nunca, raciocinar!", foi proferida pelo Professor Paulo Afonso Lopes da Silva, Ph.D. em Pesquisa Operacional, professor da USU e do IME. Ele nos fez viver a atualidade do saber humano, cada vez mais dependente do computador, de maneira muito clara e instigante.

Às 17 horas, a respeito de "O Ensino da Matemática – Estruturas Cognitivas" falou a Professora Angela Valadares Dutra de Souza Campos, Doutora em Ciências e Professora do IESAE/FGV e da USU – Mestrado em Educação Matemática. Abriu nossos olhos sobre o que há por trás de todo o processo ensino-aprendizagem da Matemática e foi muito apreciada em suas palavras.

A "Semana da Matemática" foi encerrada pelo Professor José Carlos de Mello e Souza, que com a sua fineza, perspicácia e saber, fez a síntese e avaliação de cada uma das conferências. Num olhar para o futuro já convidou os presentes a participarem da próxima Semana, em maio de 1991.

Neste Boletim estamos apresentando as palestras que integraram a "Semana". Esperamos que nossos leitores revivam, ao ler os artigos, os agradáveis dias passados entre colegas, na troca de experiências, no descobrimento de novos horizontes ou simplesmente no reencontro de amigos que as vicissitudes da vida hodierna não permitem freqüentar como gostariam.

Para os que não puderam participar da "Semana", fica o voto de vê-los entre nós nas atividades do GEPEM, palestras, cursos, encontros que fazemos realizar com periodicidade, assim como o convite de participar conosco da "Semana da Matemática 1991".

FALA DO PROFESSOR JOSÉ CARLOS DE MELLO E SOUZA NA ABERTURA DA SEMANA DA MATEMÁTICA

Magnífico Reitor Carlos Potsch, Professora Amélia Maria Noronha Pessoa de Queiroz, que foi minha colega na Escola Nacional de Ciências e Estatística e que hoje trabalha na Secretaria de Educação do Estado, e demais autoridades.

Há tempos li eu um livro alemão (só alemão faz estas coisas) chamado "As mentiras convencionais da nossa civilização" – tenho a impressão que devia haver um outro livro: "Os inconvenientes de seguir rigidamente o protocolo", porque seguindo o protocolo e vendo no panfleto, entre os organizadores, GEPEM em último lugar e letras maiúsculas, o Prof. Potsch houve por bem passar a mim a direção dos trabalhos desta primeira sessão. De fato, quem trabalhou para a realização desta "Semana", quem a projetou e quem praticamente a realizou foi a nossa colega Estela Kaufman Fainguelernt. Ela é que devia estar aqui. Mas o protocolo está estabelecido e temos que obedecer ao protocolo. A Estela teve todo o trabalho. Em Israel ela contactou o Prof. Arcavi e conseguiu trazê-lo ao Brasil (e olhem que Israel é longe!) e convencê-lo a vir. Para isto deve até ter falado em hebraico, e eu não poderia fazer isto, pois do hebraico só conheço a primeira letra, alef, porque a usei nas minhas incursões pela Aritmética do Infinito. Nestas ocasiões usei os alefs e não passei disto e por isto não poderia ter nenhum contacto com o Professor Arcavi – mas me deram a palavra e vou ter que falar, queira ou não queira eu e queiram ou não queiram os que estão assistindo.

O problema da Educação Matemática está sendo trabalhado, aqui no Rio de Janeiro, por cinco agências. Há o projeto Fundão, na UFRJ, há o projeto Universidade e Comunidade, da PUC/RJ, há o projeto Centro de Ciências na UERJ, há um grupo trabalhando independentemente de qualquer Universidade chamado Espaço Ciência Viva, e há o GEPEM. Estes cinco agentes que estão trabalhando nesta área integram uma chamada

"Rede" que é dirigida no Rio, pela nossa colega Maria Laura Mouzinho Leite Lopes. É inútil apresentá-la aqui pois ela foi a primeira presidente do GEPEM, e foi presidente por muitos anos. Ela consolidou o GEPEM e depois passou a presidência à Professora Moema que dirigiu o GEPEM por vários anos e realizou um importante simpósio de Matemática na Santa Úrsula e, finalmente, contingências de grupos fizeram que eu assumisse a presidência, coisa que eu não desejava nem merecia. A Professora Maria Laura dirige esta Rede de cinco agências que trabalham em Educação Matemática, e que, como os poderes da República, são harmônicos e independentes entre sí. A Educação Matemática é uma coisa curiosa. Eu tenho um livro chamado "A incompreensão em Matemática" de um francês Dugas e tenho um livro sobre "O medo da Matemática", de um alemão cujo nome não me recordo, mas nunca vi nenhum livro dizendo "A incompreensão da Biologia" ou "O medo da Geografia". Isto nos dá o que pensar. Ora a educação, dizem os pedagogos e eu acredito neles, é um processo em busca de uma plenitude e tem dois aspectos, o intelectual, que é a aquisição de conhecimentos e o aspecto axiológico, que é a vivência de valores. Quanto ao primeiro aspecto parece-me que não há problema. Ele está evoluindo normalmente. Quanto ao segundo aspecto, a vivência de valores, a coisa se torna um pouco mais delicada. No entanto este aspecto já é preocupação de filósofos e matemáticos há muitos séculos. Já Sócrates, em Meno, no episódio em que ensina Geometria a um escravo, começa a sabotar a pessoa do professor para pôr em evidência o aluno e as potencialidades do aluno, que são as que devem ser desenvolvidas. Isto já se nota em Sócrates, e este problema veio vivendo por muito tempo e, agora, ele está tomando um relevo muito especial. Há agora uma preocupação muito grande no relacionamento professor-aluno. O papel que o professor deve desempenhar em uma sala de aula não é a simples tarefa de ensinar e no fim "zerar" um grande número de alunos. Ele tem que pensar no aluno, tem que pensar que está formando uma personalidade, que ele está obedecendo àquele mandamento que diz: "Sê aquilo que és", ele tem que ajudar o aluno a emergir e se tornar uma "pessoa", a emergir e se tornar "alguém", um indivíduo vivo, criatura de Deus transitando e peregrinando pelos caminhos, e às vezes pelos descaminhos, deste mundo. Esta é a tarefa do professor e isto está muito esquecido. Quando eu era chefe do Departamento de Matemática, certa vez um professor me disse:

— Na apuração do resultado de minha turma houve 36 reprovados.
— Quantos eram?
— 41.
— Tanto assim? 37 reprovados?
— Não, 36 só!

— Não, 37 pois você também foi reprovado!

Não é possível se ter uma porcentagem tão alta de reprovações. Há qualquer coisa de errado nisto. É para isto que o GEPEM e outras entidades estão estudando o problema do ensino da Matemática.

A quem ensinar, como ensinar, o que ensinar, são os problemas cruciais do ensino da Matemática, da Matemática em geral. Nós precisamos ir sempre e cada vez mais nos apurando nestes aspectos particulares.

O Professor Claude Gaulin escreveu certa vez que cabe ao professor de Matemática procurar personalizar o ensino, ou seja, fazer um ensino quase que pessoal, direto para o aluno. Este afastamento do professor do aluno não é de hoje. Tem havido até casos importantes, característicos como, por exemplo, o do professor Klein, da Escola Politécnica de Zurique, que se dirigiu a um funcionário do Departamento de Patentes e lhe disse: Quero felicitá-lo pelos seus belos trabalhos de Física. O funcionário respondeu: Quem merece ser felicitado é o Senhor, que é professor ilustre da Universidade de Zurique — Pois bem, o funcionário que o Professor Klein felicitava, se chamava Albert Einstein. Fora reprovado no primeiro exame que fez para a Universidade Politécnica de Zurique. Fez o curso de uma maneira, quase diríamos, medíocre e, no entanto, era Albert Einstein. Ele não fora reconhecido por nenhum professor como sendo um homem que tinha a capacidade que tinha. A história da Matemática está cheia de fatos análogos. Podemos citar o caso de Galois, que foi reprovado na sua tentativa de entrar na Escola Politécnica. Se não fosse o auxílio do Prof. Richard, a quem devemos muito, ele teria até abandonado a Matemática. Mas ele persistiu e deixou alguns trabalhos que são a base para a Matemática Moderna, mesmo tendo morrido muito moço. Isto pela incapacidade dos professores de verem naquele aluno um potencial riquíssimo. Falha dos professores. E nós não estaremos hoje também falhando, reprovando indiscriminadamente, reprovando, quem sabe, alguns elementos de grande valor? Há então algumas considerações que devem ser feitas. Este aspecto axiológico, de vivência de valores, se concretiza e vem às vezes à tona. Lembro, por exemplo, que no governo de Juscelino Kubitchek tivemos no Ministério da Educação um surto de trabalho bastante intenso em matéria de educação. Então se dizia, de uma forma simples, o que se diz de uma forma complicada falando em vetor axiológico, "é essencial que os professores saibam que para ensinar latim a João é preciso se conhecer latim mas é preciso também conhecer João" — Hoje se diz que é preciso também conhecer as técnicas de comunicação do professor de latim com o aluno João.

Ser professor é difícil, não é fácil. Tratar o aluno com todo o carinho, com todo o respeito, vendo nele algo que pode crescer e ser uma "pessoa", finalmente, ajudá-lo a descer aos porões de sua personalidade, para ir lá buscar erros, tendências que o prejudicam, para que ele não seja, como dizem os psicólogos, contrabandista dele mesmo. Não é fácil. Ser professor é uma graça fugidia. Esta dedicação ao aluno é difícil. Exige freqüentemente que mudemos de posição. Devemos questioná-lo, interrogá-lo, devemos fazer com que ele diga o que tem a dizer, e é difícil arrancar do aluno o que ele está pensando. É preciso mudar de posição. O mestre passa a ser aluno e o aluno passa a ser mestre. É uma tarefa bastante pesada. Cada um de nós tem exemplos na sua vida de professor.

O pedagogo paulista José Reis conta que o físico-químico Van't Hoff dava seus cursos normalmente e um dia um aluno fez uma pergunta sobre uma teoria que ele vinha expondo. Quando o aluno perguntou, o professor se deu conta que ele não sabia direito uma teoria que ele vinha ensinando há vários anos. A pergunta abriu uma clareira nos seus conhecimentos.

Recordo-me que, quando aluno de Engenharia na Antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro, tive um grande professor, que era uma figura humana excepcional, o Prof. João Cordeiro da Graça Filho. Uma vez, dando uma aula de Eletricidade, um aluno fez uma pergunta e o Prof. Graça inclinou a cabeça, ficou alguns momentos de cabeça baixa, levantou-se e disse: Eu não sei responder a sua pergunta. Vou pesquisar, vou estudar e, talvez, na próxima aula possa lhe dar uma resposta. Vejam como o aluno foi útil. O Prof. Graça soubera motivar a turma de modo que o aluno fez uma pergunta realmente crucial, inteligente, fecunda.

É isto que precisamos fazer em nossas aulas.

É isto que o GEPEM vem pregando há muito tempo.

Devemos estar sempre insatisfeitos, sempre inquietos, porque pela nossa atitude em classe ou nós colaboramos para a formação ou para a deformação de nossos alunos. Isto pela mais importante, eficaz e mais forte das pedagogias, a pedagogia do exemplo. Nós estamos dando um exemplo ao aluno.

Devemos pois fazer uma metanóia, uma conversão por dentro, uma mudança até as raízes do nosso ser, para a nossa tarefa de professor. É difícil? É. Mas só o que é difícil interessa. Estas palavras querem ser um estímulo a todos aqueles que estão aqui.

Espero que os próximos conferencistas venham a abordar o ensino da Matemática e lamento que o tempo já se tenha esgotado. Encerro minhas palavras pedindo perdão por ter sido prolixo mas esperando a indulgência dos colegas e dos alunos aqui presentes.

Não vou dizer, perorando "brasileiras e brasileiros", que isto já passou da moda, mas direi "meus mestres, meus amigos, meus colegas, muito obrigado pela atenção que me dispensaram".

Transcrição da fala proferida na Semana da Matemática, efetuada pelas professoras Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb.

THE TEACHING AND LEARNING OF ALGEBRA IN THE SECONDARY SCHOOL

Abraham Arcavi
Ph.D. em Matemática.
Instituto Weizmann - Israel

Comenzaré pidiendo disculpas por no hablar vuestra hermosa lengua, el portugués, lo cual coloca en ustedes el "peso" de tener que entender lo que quiero decirles. Con vuestro permiso intercalaré algunas palabras en inglés, de tal manera que mi "portuñol" se compone de 98% de español, 5% de inglés. . . 98 + 5 . . . humm . . . ah! . . . y -3% de portugués. Trataré de hablar despacio — "devagar" — y por favor interrumpanme si no soy claro.

We are living in an exciting, surprising and promising era

En los últimos meses, esta frase que vemos en la transparencia se escucha más y más en el contexto de los extraordinarios cambios que sacuden a Europa y que repercuten en todo el mundo. Pero no de eso hablaremos aquí hoy, sino que tomaré esta afirmación y trataré de explicar por qué pienso que hoy se aplica también a educación matemática en general y al aprendizaje y enseñanza del álgebra en particular.

Para sustentar mi afirmación me referiré a los tres puntos siguintes:

Curriculum Technology Research

Cuando digo curriculum, me refiero a los programas de estudio en matemática, su concepción, su filosofía, su estructuración y su implementación. En cuanto a tecnología, me referiré al papel desempeñado principalmente por la informática en el aprendizaje y la enseñanza del álgebra. Finalmente, aludiré al conocimiento acumulado durante años de investigación ("pesquisa"), emprendida por educadores matemáticos y "cognitive scientists". Si bién todavía hay mucho por investigar y aprender, los resultados acumulados en los últimos diez años nos permiten hoy entender mejor los procesos de aprendizaje.

CURRICULUM

Comenzaré haciendo una muy breve reseña histórica sobre las tendencias curriculares más importantes en educación matemática, con especial mención del álgebra, desde fines del siglo 19 hasta nuestros días. Tomamos esta fecha como punto de partida por tratarse de los comienzos de la confección y propagación masiva de programas de estudio en matemática, y que coincide con los comienzos de lo que se ha dado en llamar "democratización de la enseñanza". No es que no hayan existido libros de texto anteriores a nuestro punto de partida, pero resultaría engorroso establecer tendencias curriculares definidas que hayan dejado su rastro en nuestros días.

A propósito, y entre paréntesis, les diré que no es tarea sencilla rastrear o buscar los primeros "textbooks" en matemática. Un "textbook" es un libro que comunica conocimiento en forma más o menos organizada a una audiencia que intenta aprender el tema en cuestión. Conviene aclarar que hasta que surgieron los "journals" como medio de comunicación masiva entre matemáticos profesionales, la diferencia entre un "textbook" dirigido a alumnos y un libro de avanzada que exponía conocimiento "nuevo" a los matemáticos, no era clara. Y esta distinción no era clara porque las audiencias no siempre eran disjuntas, es decir en general los libros eran para "consumo" de alumnos, ellos mismos futuros matemáticos.

Pero volvamos a nuestra historia. A fines del siglo XIX, el álgebra que se enseñaba estaba concentrada en la manipulación de expresiones literales, resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, potencias, raíces, razones y proporciones y resolución de problemas.

En 1901, surge en Inglaterra John Perry, profesor de mecánica y matemática en el Royal College of Science en Londres y forma un comité de matemáticos, directores de escuela y maestros para estudiar la forma de mejorar la enseñanza. Su énfasis fue en los aspectos prácticos de la matemática, uso de "graphing paper", trabajo en laboratorios y manipulación concreta de materiales, integrando la enseñanza de las ciencias con la enseñanza de matemática. Un enfoque similar fue adoptado en USA, donde las leyes de educación promovieron una verdadera explosión demográfica en la población escolar. A pesar de haberse adoptado este enfoque "práctico", hubo críticas durante los años de depresión, en la decáda del 30, porque los programas estaban alejados de la realidad cotidiana de los alumnos. En general, no hubo mayores modificaciones curriculares hasta los años cincuenta, en que se inició una etapa de cambios pendulares bastante drámaticos.

En 1957, la Unión Soviética lanzó el primer satélite artificial al espacio, el famoso Sputnik, y en 1961 puso en órbita el primer vuelo humano. En USA, esto tuvo una enorme resonancia, y una de las consecuencias fue que la educación en matemática y en ciencias fue considerada una cuestión de seguridad nacional. Grupos de matemáticos y científicos, con subsidio del gobierno federal, se dedicaron a la actualización de los programas de estudio. El famoso programa School Mathematics Study Group (SMSG) fue creado durante esos años, y es representativo de lo que se conoce con el nombre de "new math" o "matemática moderna".

El nuevo – moderno – curriculum de álgebra, por ejemplo, introdujo nuevos temas, como por ejemplo: nociones de conjuntos, inecuaciones, estructuras de grupo, y conceptos con "poder unificador" como relaciones y funciones. La filosofía de los creadores de estos programas era más o menos la siguiente: como matemáticos, nuestro deber es exponer al alumno a la verdadera esencia de la matemática, mostrando su poder deductivo, la belleza de sus estructuras, la precisión y el poder del lenguaje simbólico y el desarrollo de nuevas ideas, restando importancia a las destrezas de cálculo (computational skills). Si la enseñanza se diseña y lleva a cabo en forma lógica, los alumnos no sólo que aprenderán mejor, aprenderán la *verdadera* matemática y no podrán sino ser cautivados por la belleza de sus estructuras.

A fines de la decáda del '60, es decir después de 10 años de matemática moderna, ésta fue considerada, injustamente o no, un fracaso. La sensación del público general era que los alumnos no sólo no entienden la mátematica moderna, sino que además ahora tampoco saben sumar, restar, multiplicar y dividir.

La reacción contra la matemática moderna engendró un movimiento que se llamó "back to basics". En los años 70 en USA los docentes se dedicaron de lleno al "drill and practice", es decir a mejorar las destrezas de cálculo, y a asegurar que todos sepan la "matématica básica". En álgebra, esto se manifestó en el énfasis en la "sintaxis": el cálculo rutinario de expresiones, la provisión de fórmulas para aplicar en cada caso, en dotarlo al alumno de una batería de "trucos" para aplicar en determinadas situaciones. Los problemas fueron catalogados en grupos: problemas de distancia-velocidad-tiempo, problemas de porcentajes, problemas de mezclas etc, y el alumno recibía para cada caso una técnica.

No tardó mucho en notarse que los alumnos memorizaban sin entender, que no siempre sabían como resolver problemas y que en general no eran mejores en la parte técnica que la generación educada con matemática moderna.

En los años '80, surge el énfasis en resolución de problemas, en enfrentarlo al alumno con "meaningful and relevant mathematics", con "mathematics in context". Me referiré a esto más adelante, cuando trate de integrar los tres elementos que mencioné al principio: curriculum, tecnología e investigación. Pasemos ahora a considerar el rol de la tecnología.

TECNOLOGÍA

Pensemos por un momento lo que significa estudiar matemática con la sola ayuda de nuestra mente, y luego imaginemos el enorme progreso que podemos hacer si "apoyamos" nuestra actividad mental con el uso de lápiz y papel. El lápiz y el papel constituyen un medio que nos permite externalizar nuestro pensamiento, registrarlo y hacerlo objeto de nuestra inspección. Además del lápiz y el papel existen muchos otros medios que nos ayudan a sobreponernos, a trascender las limitaciones de nuestras mentes, cuya capacidad de atención, memoria y demás funciones es relativamente pequeña, especialmente cuando pensamos o resolvemos problemas. Este tipo de herramientas que nos asisten en nuestros procesos mentales amplificando sus poderes, han recibido el nombre de "tecnologías cognoscitivas". Estas tecnologías han permitido enormes logros intelectuales.

La definición general incluiría como una tecnología cognoscitiva, también al sistema simbólico del álgebra, debido a su inmenso poder como soporte de nuestro pensamiento. Consideremos el siguiente ejemplo: "Qué le ocurre al área de un rectángulo si prolongamos 10% de su largo y disminuímos 10% de su ancho?"

Como primer paso podríamos especular: el área no cambia? disminuye? aumenta? en cuánto? y si por erro prolongué el ancho y disminuí el largo? quizá el resultado dependa de las medidas iniciales del rectángulo? Podemos tratar de responder a estas preguntas, apoyándonos en algún cálculo mental o escrito, o en la visualización de la figura. Podemos registrar diversos ejemplos númericos, observar regularidades e intentar una generalización. Pero nada de eso se compara en este caso con el poder, la belleza, y compacticidad del símbolo algebraico.

El área original es	**a x b**
el área modificada será	**0.9a x 1.1b**
o en forma reducida	**0.99ab**

Los símbolos algebraicos, no sólo nos resuelven el problema en general (es decir para todos los rectángulos posibles), mostrando que el área original disminuye, sino que además nos respuestas a todas nuestras preguntas iniciales: el área disminuye en un 1% y debido a la conmutatividad de la multiplicación, la prolongación y la disminución pueden intercambiarse, sin afectar el resultado.

En resúmen, el símbolo algebraico nos proporciona una herramienta que amplifica nuestros poderes mentales y nos ayuda a obtener la solución general de un problema. Es en este sentido que lo consideramos una tecnología cognoscitiva.

Quisiera ahora concentrarme en las tecnologías relacionadas con la informática, én especial en:

1. **"Microworlds"**
2. **"Numerical Tools"**
3. **Algebraic calculators**

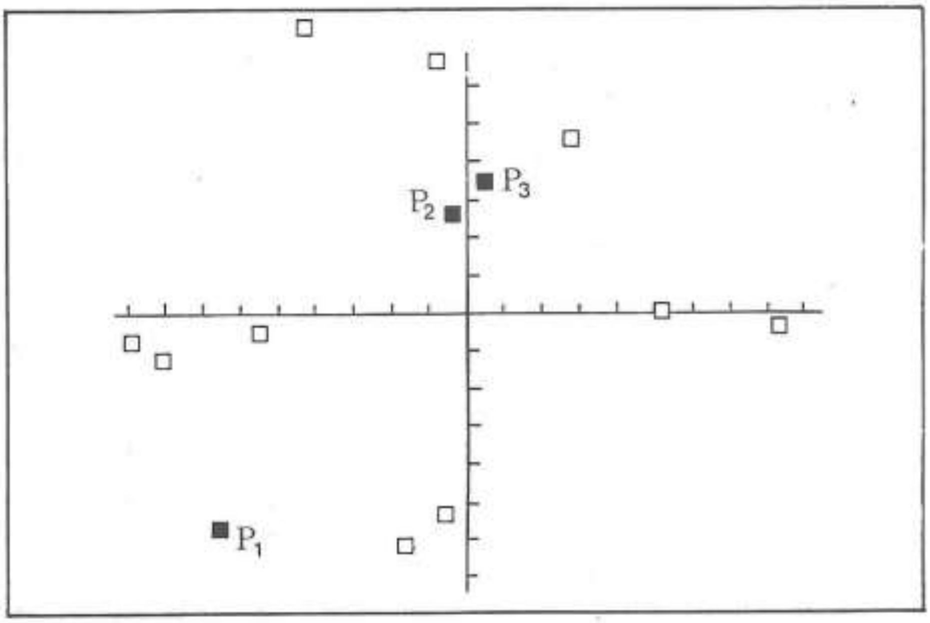
Y luego discutir ciertos aspectos filosóficos y sociológicos acerca de la introducción de estas tecnologías en educación.

Microworlds

Seymour Papert, uno de los creadores del idioma LOGO, en su libro "Mindstorms" describe las dificultades de la enseñanza del idioma francés como segunda lengua. La realidad cotidiana del alumno, excepto durante las horas en que el alumno estudia francés en el aula, no "apoya" el aprendizaje, ya que el alumno no habla el francés fuera de su clase. Dice Papert, que si ese mismo alumno se traslada a un país de habla francesa, el alumno aprendería mucho más rápida y eficientemente el idioma. Si hacemos la analogía con matématica, dice Papert, nuestro mundo es matemáticamente pobre, es decir, no le provee al alumno la posibilidad del uso intensivo de la matemática. Si fuera posible trasladar al alumno a "mathland", un mundo donde el deba usar la matemática, tal como uno debe usar el francés en un país francófono, el aprendizaje sería mucho más rápido, eficiente y significativo ("meaningful").

La tecnología nos permite crear "microworlds", micromundos o microentornos, donde uno debe aplicar, pensar y "hablar" matematicamente. Estos "microworlds" no sólo facilitan el uso natural de la matemática, sino que proveen un medio para explorar y descubrir.

Voy a presentar un ejemplo de un instrumento designado para que el alumno pueda conectar multiples representaciones de una idea matemática. Una de sus componentes es un juego llamado "Green Globs", diseñado por Sharon Dugdale en U.S.A.: el computador presenta una imagen del plano cartesiano en el cual aparecen en forma aleatoria 13 "globos". El computador ejecutará el gráfico de la función algebraica que nosotros tipeemos. El objetivo del juego es encontrar una función tal que su gráfico "toque" ("haga explotar") el mayor número de globos posibles. El puntaje aumenta en forma exponencial, es decir por el primer globo obtendremos 1 punto, por el segundo 2 puntos, luego 4, 8 etc.



La transparencia muestra tres puntos que un alumno seleccionó para "tocar" con el gráfico de una función.

La siguiente anécdota ilustra, en parte, el potencial del juego. Un alumno construyó una parábola, y tuvo éxito "tocando" varios globos. Pero no conforme con eso le sumó el término racional $1/(x-3.5)^2$ a la ecuación de la parábola. Su razonamiento fue el siguiente: quiero que la parábola siga conduciéndose como tal en casi toda su trayectoria, porque el término racional es despreciable, excepto en las inmediaciones de 3.5, donde el denominador tiende a cero, haciendo que los valores de la función sean muy grandes. De esa manera el gráfico se "desvía" sólo por un momento de su recorrido parábolico para "tocar" más globos.

Notemos, en este caso, el inmenso poder de la tecnología: el computador se encarga del trabajo "duro" (infinidad de cálculos numéricos, construcción del gráfico) que es muy poco remunerativo en términos de aprendizaje, y permite al alumno concentrarse en cuestiones matématicas mucho más trascedentes como por ejemplo analizar el efecto que tal o cuál coeficiente, o tal o cuál término, puede tener en el gráfico de una función y cómo modificarlo para que ese gráfico se comporte de la manera deseada.

Numerical tools

La "hoja de cálculo" ("spreadsheet") es un instrumento que fue diseñado para aplicaciones comerciales. En muy pocas palabras, se puede decir que consiste en una matriz de n x n posicionės que contienen información, en general númerica. Si la información es introducida de tal manera que cada posición está definida en función de otras posiciones, la modificación en una posición se "irradia" correspondientemente a todas las demás.

Supongamos el siguiente problema: un autobus sale de Rio de Janeiro hacia São Paulo a las 10 horas y viaja a 80 km/h, y otro autobus sale de São Paulo hacia Rio de Janeiro a las 10 horas, viajando a 75 km/h. Sabiendo que la distancia entre ambas ciudades es de 450 km, en que momento se encontrarán?

Este problema es típico de un texto dedicado a resolución de problemas usando álgebra. En general, el alumno tiene dificultades en plantear el modelo matemático, es decir las ecuaciones mediante las cuales resolverá el problema. Usando la hoja de cálculo, se puede resolver este problema de una manera totalmente distinta. La hoja de cálculo permite confeccionar una tabla en la cual se puede indicar la posición de ambos buses cada

10 minutos, por ejemplo. Esto permite contrastar las posiciones de ambos, y hallar (exacta o aproximadamente) el tiempo y la distancia del encuentro. Si el programa de "hoja de cálculo" es lo suficientemente sofisticado, se puede requerir un gráfico de distancias a medida que transcurre el tiempo, etc. Pero lo más notable es que mediante un pequeño cambio en el primer dato númerico, por ejemplo el intervalo de tiempo, todos los demás datos se ajustan al cambio respectivamente. De esta manera se puede investigar este problema de encuentro de manera númerica, pero se puede hacer mucho más que eso: investigar muy rápida y efectivamente muchos otros problemas similares al mismo tiempo cambiando velocidades, distancias, horarios etc., observando los resultados correspondientes calculados por la computadora.

En este caso la tecnología nos facilita un instrumento alternativo al álgebra, cuyo potencial no está del todo investigado. Este instrumento alternativo sin duda plantea muchas preguntas como por ejemplo: la tecnología desplaza al álgebra? qué rol en este caso queda para el álgebra? Quizá haya que redefinir el rol del álgebra y relegarlo a cuestiones como parametrización de problemas similares, o como instrumento para ayudarnos a percibir estructuras. Pues bien, estas cuestiones requieren toda nuestra atención, y para las cuales necesitaremos respuestas tanto teóricas como empíricas. Pero cualquiera sea nuestra respuesta, es claro que la tecnología abre nuevas posibilidades de apoyo para el aprendizaje.

Algebraic calculators

De la misma manera en que operan las calculadoras númericas, aparecen en el mercado más y más calculadoras capaces de manipular diversas expresiones algebraicas (simplificar, extraer paréntesis, etc.). Y de la misma manera en que la tendencia es restar importancia a las técnicas numéricas y no requerir de los alumnos la realización de, por ejemplo, largas divisiones, el nuevo software algebraico quitará fuerza a quienes sostienen que es prioritario enseñar técnica algebraica. Pero si el computador puede hacer estos ejercicios técnicos mejor y más rápido que un ser humano, entonces qué contenidos, y cómo, se deben enseñar? Lejos de desesperarnos, pienso que estas desafiantes preguntas deben ayudarnos a re-orientar la enseñanza del álgebra con imaginación y creatividad. Reiteraremos aquí lo que ya sugerimos: las nuevas direcciones consisten en precisamente tomar ventaja del poder de cálculo de las nuevas tecnologías y concentrarnos en discutir con nuestros alumnos temas como la "razonabilidad" de un resultado obtenido, la lógica mediante la cual trabaja la calculadora, diseñar una calculadora que funcione parcialmente y requerir suplir algumas funciones con otras, etc. La idea principal sería descargar del alumno la técnica para poder concentrarse en preguntas que requieren un elevado nivel de reflexión. Es sorprendente observar a alumnos que nunca antes se habían interesado por la matemática envueltos en complicados problemas que despertaron su interés, precisamente porque requieren pensamiento y no técnica o aplicación de algoritmos incomprensibles.

Aspectos sociológicos

Este es un aspecto sumamente importante, de la "revolución tecnológica". La tecnología puede influir en la estructura y la dinámica de la clase, en la redefinición del rol docente, y en la manera en que los alumnos se relacionan con el conocimiento.

Pensemos por un momento en la clase tradicional en la cual el docente presenta un problema y los alumnos lo resuelven. En general, se trata de un problema que el docente ya resolvió, que conoce su proceso de solución, y que él decidió que los alumnos deben resolver. El alumno ve al docente como el poseedor absoluto de un conocimiento que a él le cuesta adquirir, pero que "otros" (el docente, o alumnos "brillantes") lo poseen con facilidad. La tecnología ofrece la posibilidad de cambiar radicalmente esta situación. Tomemos, por ejemplo, el caso de "Green Globs". El alumno es el que decide cuál es el problema que él quiere investigar, es decir, el alumno es quién define su meta de trabajo. En general se trata de un problema que el docente no preparó de antemano, y a veces no es simple. En ese caso la tecnología coloca al docente y al alumno del mismo "lado", ambos juntos pueden colaborar en la resolución del problema, que el docente no "trajo preparada". En esta situación el alumno puede aprender del docente mucho más que en la situación tradicional, por ejemplo: como aborda un experto como su maestro la resolución de un problema, cuáles son sus estrategias de pensamiento, qué hace un experto cuando se "traba", etc. etc. De esta manera, el alumno puede ver el conocimiento mientras éste es creado, y así poder observar que este no es un proceso simple, ni dicotómico mediante el cuál hay gente que posee todo el conocimiento y otra que piensa que nunca lo poseerá. El alumno experimentará que la adquisición del conocimiento no es instantánea, no es indolora y que todos pasan por un proceso similar cuando aprenden.

Volvamos ahora a nuestra transparencia inicial:

Curriculum Technology Research

Nos referimos hasta ahora a los dos primeros puntos, y quiero para concluir referirme brevemente al último.

Research (Investigación)

En el transcurso de los años '60 y '70, la mayoría de los trabajos de investigación en enseñanza y aprendizaje de ciencias y matemática estaban guiados por un paradigma de investigación "behaviorista". El modelo consiste en diseñar un tratamiento experimental, implementarlo en un grupo, establecer grupos de control, y mediante "pre" y "post-tests" y una batería de tests estadísticos, determinar el efecto del tratamiento experimental. Este modelo, muy usado en agricultura por ejemplo, avanzó relativamente poco nuestro entendimiento del proceso enseñanza-aprendizaje.

Los trabajos de Piaget por un lado, y los trabajos de la ciencia cognoscitiva, y en especial inteligencia artificial, establecieron paradigmas de investigación nuevos. En lugar de observar el resultado de los test de los alumnos y de acuerdo a eso inferir posibles virtudes de un tratamiento experimental, estos nuevos paradigmas se concentran en la observación y análisis meticulosos de lo que le ocurre al alumno durante el proceso de aprendizaje. Mediante estos métodos se está empezando a vislumbrar la naturaleza de los procesos de aprendizaje, y en particular del aprendizaje de matemática.

Antes de resumir algunos resultados quisiera hacer dos observaciones. Primero: una de las expectativas populares, pero también de la comunidad científica en general, es que la investigación produzca avances repentinos o como se dice en inglés "breakthroughs": si ayer no se sabía que producía el AIDS (SIDA), hoy se aisló el virus, si ayer se desconocía tal o cual partícula subatómica, hoy se pudo identificar, si ayer tal o cual teorema era sólo una hipótesis, hoy se pudo probar; etc. En educación esta expectativa es un tanto infundada. La investigación en educación producirá un avance de nuestro entendimiento de los procesos de aprendizaje en una forma gradual, evolutiva. Por lo tanto nuestro patrón para medir intervalos de tiempo para observar avances es diferente. Por ejemplo, si comparamos lo que hoy sabemos y entendemos con lo que sabíamos hace unos 15 o 20 años, podremos identificar muchos progresos. Y a medida que el paradigma de investigación se vaya refinando, se producirán muchos más.

La segunda observación se refiere a la brevedad en que enumeraré los resultados, que sin duda puede llegar a distorsionarlos y superficializarlos. El curso que dictaré en la USU, fue diseñado para tratar este y otros temas en profundidad.

Y bién, entre los resultados que aprendimos de la investigación, y las teorías que se construyeron en consecuencia mencionaré lo siguiente:

— La naturaleza del proceso de aprendizaje: el aprendizaje es un proceso lento, no lineal, donde hay avances y retrocesos, donde el contexto de estudio tiene una influencia crucial. Un concepto puede ser ignorado o reconocido de acuerdo a características (muchas veces no relevantes) del problema, y sólo paulatinamente podrán apreciarse sus ramificaciones y múltiples conexiones con otros conceptos.

— La naturaleza del error: Las concepciones del alumno son consistentes, aunque al docente le parezcan incoherentes. En general el alumno comete errores en forma consistente, y muchas veces se puede predecir qué tipos de errores cometerá. El error se produce cuando el alumno intenta ubicar, acomodar el nuevo conocimiento adquirido en su estructura cognoscitiva existente, y este proceso es inevitable. Y esto se debe a que el alumno no es una "tabula rasa", sino que trata de encontrar sentido a lo que aprende en el marco de su estructura cognoscitiva actual. No existe el error-free learning, y por más que diseñemos una secuencia didáctica "perfecta" (al estilo instrucción programada), el alumno errará, y esto no indica sino que el aprendizaje está ocurriendo, y que el conocimiento se está construyendo. Esta visión implica que en lugar de esforzarnos por erradicar errores deberíamos concentrar nuestras energías docentes en entenderlos, descubrir la concepción implícita subyacente y diseñar tareas que apoyen la construcción del concepto.

— El papel que juega la interacción social, el diálogo, la "cultura del aula" en la forma y el contenido del aprendizaje están siendo caracterizados y estudiados en detalle.

— Procesos metacognitivos (conciencia de los propios mecanismos de aprendizaje, control sobre cuándo y cómo aplicar los propios conocimientos, planear el uso de estrategias para resolver problemas, etc.) han sido estudiados en detalle, y su aplicación a la enseñanza ha sido experimentada.

Para concluir diré que la integración de los progresos que he mencionado brevemente en lo que se refiere a desarrollo curricular, tecnología y investigación hace que en términos de educación matemática, estemos definitivamente viviendo una época interesante y excitante. Muchas gracias.

SUGERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COGNITIVE Technologies for Mathematics Education. In: A. H. Schoenfeld (ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education.* L.E.A. Publishers, 1987, pp. 89-122.

DUGDALE, S. *Green Globs: A microcomputer application for graphing of equations.* 1981. Report - Plato Education Group. University of Illinois, Urbana.

KIERAN, C. & WAGNER, S. The Teaching and Learning of Algebra During the Past Century. In: Wagner, S. & Kieran, C. (eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra.* NCTM & L.E.A. Publishers, 1989, pp. 1-5.

PAPERT, S. *Mindstorms – Children, Computers and Powerful Ideas.* Basic Books, Inc., Publishers, NY, 1980.

SCHOENFELD, A.H. Cognitive Science and Mathematics Education: An overview. In: A.H. Schoenfeld (ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education.* L.E.A. Publishers, 1987, pp. 1-32.

SCHOENFELD, A.H. What's All the Fuss about Metacognition?". In: A.H. Schoenfeld (ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education.* L.E.A. Publishers, 1987, pp. 189-216.

VISÃO GERAL DA INFORMÁTICA NO BRASIL:
Enfoque na área educacional

Professor Roberto Kopp
Doutor em Ciência da Computação
PUC/RJ – IBM/BRASIL

O expositor inicia sua fala dizendo que, devido ao tema e à audiência, acha que o assunto tem alguns problemas embutidos. Eles são essencialmente políticos, pois o que se deseja discutir é a situação da informática no Brasil, especialmente nas universidades. O expositor tem grande experiência nesta área, uma vez que, na IBM, trabalha no Departamento "Programas Acadêmicos" que tem como finalidade fazer projetos para universidades. Por causa disto ele tem tido a oportunidade de viajar pelo Brasil inteiro e tem projetos com universidades de todo o país. Poderia assim falar longamente sobre o assunto. Porém, como está representando a IBM, deve ter cuidado pois existem leis a respeito da informática e a firma tem a política de obedecer às leis na forma e no espírito. Ele gostaria que as suas posições pessoais não fossem confundidas com as posições da empresa. Por isto, não abordará questões políticas pois estas não fazem parte do objetivo do encontro. Dividirá a sua palestra em duas partes. Na primeira falará sobre sua experiência profissional ligada ao ensino da Matemática. É uma experiência diferente da que outras pessoas tenham tido. A segunda parte será dedicada a uma pesquisa que ele realiza na área de inteligência artificial e computação gráfica.

Iniciando a primeira parte afirma que sua formação é pouco eclética. Começou os estudos universitários na PUC seguindo o curso de Engenharia Civil e ao mesmo tempo fazendo um curso de Matemática. Tem assim um diploma de Bacharel em Matemática. Mesmo não tendo cursado Licenciatura, sempre teve fascinação pela área de Educação. Um pouco depois de

Transcrição da Palestra proferida na Semana da Matemática, efetuada pelas professoras Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb.

formado foi convidado a dar aulas na UFF, no Departamento de Matemática Aplicada na área de Análise Numérica e Cálculo Numérico. Era uma área extremamente ligada à área de Computação e foi assim que ele entrou neste mundo do qual gostaria de nunca sair. Os primeiros contactos com Computação foram nos anos 60 com computadores que hoje seriam considerados brinquedos. As calculadoras mais simples atuais, as que se compram nos camelôs têm, provavelmente, mais potência, mais velocidade de resolver problemas do que os computadores que ele e seus colegas tinham naquela época e com os quais tinham muito trabalho. As gerações anteriores, porém, tiveram muito mais dificuldades ainda. Os salários dos programadores de computação eram seis a sete vezes maiores que os dos engenheiros, pois para esta formação tinham que ter um doutorado. O trabalho era enorme e, às vezes, precisavam-se de dois ou três dias para elaborar um programa simples, como o de extrair uma raiz quadrada. O orador afirma não estar muito velho, mas ainda conviveu com computadores que podem ser peças de museu. Em termos de computação, tornar-se peça de museu é às vezes, questão de alguns meses.

A experiência do orador, como analista de sistema e como professor, é de uns 20 anos. Neste ofício teve muitos percalços. Quando estudava já usava computador em vez de régua de cálculo. Esta exige acuidade visual e não é qualquer um que consegue usá-la convenientemente. A vantagem do computador sobre a régua de cálculo é enorme, mas os professores insistiam em usá-la. Quando professor foi acusado perante o Reitor por um fabricante de réguas de cálculo de estar adulterando a ementa, pois usava na disciplina de Cálculo Numérico o computador e não a régua. Em verdade o engenheiro, o químico, o físico e todos que fazem matemática aplicada tiram enorme vantagem de tempo e exatidão ao trabalhar com computador. Nessa ocasião conseguiu, com seus colegas, criar o Departamento de Computação na UFF dentro do Instituto de Matemática, hoje uma faculdade à parte.

Há uma confusão em geral entre Informática e Computação. Não são a mesma coisa. Computação é algo mais sólido, é uma parte da Matemática. Informática é a aplicação destas técnicas, destes métodos, desta prova formal, deste conhecimento mais solidificado que a ciência da computação cria para ser usada em coisas práticas, em aplicações imediatistas, na criação de um determinado produto. Existem correntes de formação de profissionais de computação. Por exemplo, no exterior, existe a ACM, Association of Computer Machinery, em que todos os currículos de computação são voltados para a Matemática, são colocados como uma ramificação de Matemática Aplicada. O expositor e alguns de seus colegas defendem esta posição pois cada vez mais precisa-se saber mais Matemática para se andar um pouquinho em termos de computação. Tem se dedicado, ultimamente, a um assunto para o qual teve que rever vários conceitos matemáticos como sistemas dinâmicos, por exemplo. Este assunto se liga ao da sua defesa de tese, a saber, Rede Neurais. Descobriu que seria preciso fazer um segundo doutorado em Matemática Pura para acompanhar o nível de pesquisas em Computação.

Há uma outra corrente que associa Computação à Engenharia como o Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos dos Estados Unidos. Neste caso os currículos são diferentes. Em muitas universidades americanas a formação em computação é uma opção do mestrado ou doutorado em Engenharia Elétrica. Isto tem sua razão de ser; não é algo totalmente desprovido de lógica. É uma formação muito tecnológica, estando muito mais próximo da Informática do que da Ciência da Computação.

Na IBM, onde o expositor trabalha desde 84 nos programas acadêmicos, tem visto muita evolução não só em termos de equipamentos mas na própria maneira de se utilizar das ferramentas. As ferramentas são cada vez mais poderosas e os próprios meios de trabalhar de um cientista e de um matemático mudam. A área em que ele começou a lecionar, Cálculo Numérico, sempre foi uma área importante e continua sendo importante hoje, mas outras áreas vieram surgindo. Como exemplo ele diz que apresentará em seguida um filme em inglês na área da Computação Algébrica e espera que através das imagens os participantes consigam entender. Já em 1843, a primeira programadora na história, também uma matemática, chamada Ada Augusta Lovelace, filha de Lord Byron e assistente de Charles Babbage, conseguia escrever algoritmos bastante precisos que poderiam ser rodados em um computador, na verdade no pré-computador idealizado por Charles Babbage. Este era um gênio, mas bastante desorganizado e a Dra. Lovelace era seu braço direito, colocando ordem nas idéias geniais do mestre. Aquele pré-computador não pôde ser construído naquela época devido à baixa qualidade da mecânica fina. Posteriormente, em um laboratório da IBM, ele pôde ser construído de acordo com todas as prescrições de Babbage e os programas escritos pela Dra. Ada em 1843 funcionaram muito bem. O primeiro uso destes programas foi feito para um haras de modo a preparar cruzamentos adequados para aprimoramento da raça puro sangue inglês. Já então em 1843, a Dra. Ada previu que havendo uma máquina que pudesse fazer com rapidez contas com números, ela poderia também ser preparada adequadamente para manipular símbolos.