Objetivos de Qualidade: são as propriedades gerais que qualquer produto de software deve possuir.
Fatores de Qualidade: são atributos que consideram a qualidade do produto sob o ponto de vista de seus usuários.
Critérios: são atributos primitivos, possíveis de serem avaliados.
Processos de avaliação: estabelecem os procedimentos para se avaliar o grau de presença, no produto, de um determinado critério.
Medidas: são o resultado da avaliação de um produto sob um determinado critério.
Medidas agregadas: são o resultado da agregação das medidas resultantes da avaliação dos diversos critérios relacionados a um determinado fator.

A figura 1 mostra a estrutura do método.

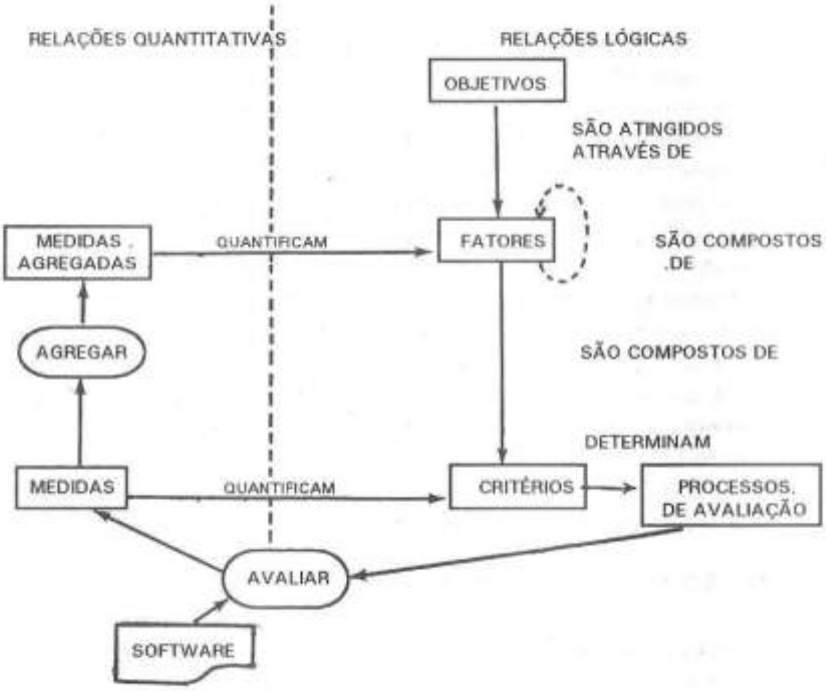


Figura 1 - Método para Avaliação da Qualidade de Software

Produtos de software são desenvolvidos para serem utilizados. Assim sendo, o primeiro objetivo de qualidade de um produto é sua utilizabilidade. Entretanto, para ser utilizável, um produto precisa ser confiável. Ao considerarmos a confiabilidade de um produto estamos interessados em dois aspectos: sua forma e seu conteúdo. Temos, portanto, outros dois objetivos de qualidade de software: confiabilidade conceitual e confiabilidade da representação.

Confiabilidade conceitual refere-se à confiança que necessitamos ter nos resultados ou informações que o software nos fornece. Confiabilidade da representação refere-se a aspectos relacionados à forma do produto que o tornem de fácil entendimento e manipulação por usuários responsáveis por sua avaliação, manutenção, evolução etc.

Objetivos estão compostos por fatores. Fatores podem estar compostos por sub-fatores e estes, por sua vez, são compostos de critérios. Objetivos e fatores não são diretamente mensuráveis e só podem ser avaliados através de critérios. Um critério é um atributo primitivo, isto é, um atributo independente de todos os outros atributos. Nenhum critério isolado é uma descrição completa de um determinado fator ou sub-fator. Da mesma forma, nenhum fator define completamente um objetivo.

AVALIAÇÃO DA QUALIDADE AO LONGO DO DESENVOLVIMENTO

Quando estamos desenvolvendo um produto de software, não podemos esperar chegar ao final do processo de desenvolvimento para avaliar se o produto tem a qualidade que desejamos. Isto seria o mesmo que viajar vários quilometros sem mapa. Ao final de dois de viagem, tanto poderíamos estar em Porto Alegre como em Salvador.

Não nos ocorreria nunca proceder desta forma no caso de uma viagem e este procedimento não pode, também, acontecer no caso do desenvolvimento de software. É necessário avaliar em vários pontos, ao longo do processo de desenvolvimento de um produto de software, se estamos no caminho certo e se continuando o desenvolvimento desta maneira chegaremos a ter o produto com as características de que necessitamos.

Está comprovado que o custo de um produto de software aumenta drásticamente se os erros e inadequações tardam a ser detectados. Avaliações feitas muito tardiamente podem, inclusive, levar ao abandono do produto ou reinício de todo o processo de desenvolvimento pela já impossibilidade de se fazer que o produto atinja as características desejadas.

AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DE UM PRODUTO

Muitas vezes, entretanto, não estamos interessados em desenvolver um produto de software e sim em adquirir um produto já disponível no mercado. Neste caso devemos realizar um processo de avaliação sobre o produto. Esta avaliação é que nos fará decidir sobre sua compra e/ou disseminação.

Para chegarmos ao procedimento adequado para a avaliação de um produto de software já disponível para compra e/ou utilização vamos considerar, primeiramente, os atributos de qualidalde desejáveis para um programa e, depois, selecionar dentre estes os atributos possíveis de serem avaliados em um produto oferecido para compra.

Qualidade de Programas

Utilizabilidade, como já observamos, é um objetivo fundamental. Não tem sentido se pensar em um software que não possa ser utilizado. Entretanto para ser utilizado é necessário, antes de mais nada, que o programa satisfaça às necessidades e requisitos que motivaram sua construção. Daí a importância do objetivo Confiabilidade Conceitual.

Durante a sua vida útil programas são lidos e manipulados por diferentes pessoas que necessitam realizar estas atividades com facilidade. Para que isto seja possível, programas devem possuir o objetivo Confiabilidade da Representação.

A figura 2 mostra os fatores e os subfatores relacionados a cada objetivo de qualidade.

O objetivo Confiabilidade da Representação refere-se às características de representação do programa que afetam sua compreensão e manipulação por pessoas. Este objetivo é atingido através dos fatores Legibilidade e Manipulabilidade.

Legibilidade é uma característica fundamental para programas. Durante sua vida útil, o código de um programa é lido por diferentes pessoas, muitas das quais não participaram de seu desenvolvimento. Estas pessoas necessitam entender o programa com relativa facilidade para que possam utilizá-lo para fins de manutenção, evolução, etc.

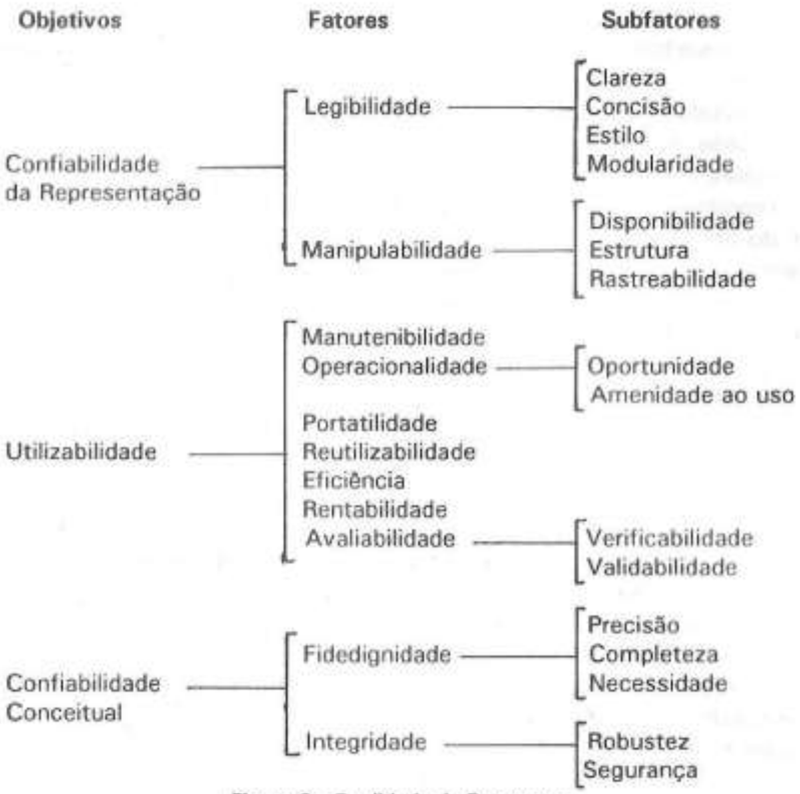


Figura 2 - Qualidade de Programas

Avaliação da Qualidade de Programas adquiridos de empresas desenvolvedoras

No caso de avaliação de produtos de software adquiridos de empresas desenvolvedoras, não há acesso ao texto (código fonte) dos programas. Desta forma não há possibilidade de se realizarem manutenções ou evolução nestes produtos. Não tem sentido, portanto, neste caso, avaliarem-se aspectos relacionados à confiabilidade da representação. Devem ser avaliados, portanto, apenas os aspectos relacionados aos objetivos Utilizabilidade e Confiabilidade Conceitual.

O objetivo Confiabilidade Conceitual é essencial de ser avaliado para que se verifique se o programa satisfaz as necessidades e requisitos que motivaram sua aquisição. É alcançado através dos fatores Fidedignidade e Integridade.

Fidedignidade é atingido através dos seguintes subfatores: Precisão, Completeza e Necessidade.

Precisão é avaliada através dos critérios:

. Acurácia: os métodos numéricos usados são consistentes com os requisitos da aplicação.

. Correção: os resultados obtidos são coerentes com o que é esperado pelo usuário.

Completeza é avaliada através do critérios:

. Completeza do programa com relação às funções requeridas pelo usuário: condição em que todas as funções pretendidas pelo usuário estão implementadas no software.

Necessidade é avaliada através do critério:

. Necessidade das funções implementadas: condição em que as funções imprescindíveis ao alcance dos objetivos do produto estejam implementadas.

Integridade é atingido através do subfator Robustez que é avaliado através do critério:

. Tolerância à entrada de dados incorretos: situação em que o programa é capaz de tolerar um grau de variação na entrada de dados sem mau funcionamento ou rejeição.

A utilizabilidade de um produto de software em geral, deve ser avaliada considerando-se todas as suas possíveis formas de utilização: uso durante a fase de operação, uso ao se realizarem manutenções, uso para reutilização de módulos de outros programas, uso em equipamentos diferentes do previsto no desenvolvimento, etc.

Ao se adquirir um programa como um pacote não se pretende utilizá-lo para fins de manutenção, utilização de módulos ou adaptação dos programas para execução em equipamentos diferentes do previsto. Assim sendo devem ser avaliados, apenas, os fatores: operacionalidade, eficiência e rentabilidade.

Operacionalidade é avaliada através do subfator Amenidade ao Uso que se refere à capacidade do programa apresentar resultados esperados, oferecendo sentimentos de satisfação e confiança ao usuário que o utiliza. É avaliado através dos seguintes critérios:

. Estabilidade: o programa deve ser confortável e permanecer compreensível e familiar ao invés de sofrer alterações aleatoriamente.
. Apresentação: a eficácia da interação homem-computador depende da clareza visual e da beleza estética da aplicação. Itens diferentes devem ter aparências diferentes na tela. Além disso, todas as ações possíveis devem estar disponíveis na tela, através de menus, evitando a memorização de comandos pelo usuário. O usuário deve ser informado, com realimentação imediata, de todas as suas ações.

Eficiência é avaliada através dos seguintes critérios:
. Tempo de troca de comandos: avalia-se o tempo necessário para a troca de comandos no programa.
. Tempo de troca de mensagens: avalia-se o tempo gasto na troca de mensagens em um programa.

Rentabilidade é avaliada através do seguinte critério:
. Taxa de retorno: avaliam-se os benefícios da utilização do software com relação ao investimento feito na sua aquisição.

CONCLUSÃO

Avaliar um produto de software é uma tarefa complexa. Além de um método para avaliação da qualidade que nos permita organizar as medidas obtidas de forma a se ter uma avaliação global da qualidade do produto, torna-se necessário particularizar o método para atender às especificidades do software de diferentes áreas de aplicação. Vários trabalhos estão sendo conduzidos, neste momento na COPPE, com este objetivo, sendo alguns na área de software educacional.

A ALEGORIA EM MATEMÁTICA

Prof. Nilson José Machado
FEUSP

INTRODUÇÃO

É muito freqüente, em relação à Matemática, associar-se à sua linguagem características putativas como as de exatidão e monossemia, bem como uma ausência ou minimização nas conotações ou de valores de estilo. Essas características seriam, então, elementos fundamentais para uma diferenciação categórica entre a linguagem matemática e a língua corrente, onde pululam ambiguidades, é permanente a ingerência do contexto sobre o texto e são determinantes as qualidades de estilo.

Apesar da aparente hegemonia, há muito mais adesões acríticas a tais pontos de vista do que uma franca discussão a esse respeito. Aqui e ali encontram-se trabalhos diretamente relacionados ao tema, como são "Filosofia do Estilo", de Gilles-Gaston Granger (Granger, 1974) ou "Introducción al estilo matemático"de Javier de Lorenzo (Lorenzo, 1989). No primeiro, após uma série de considerações sobre uma estilística geral, com o estabelecimento das bases de uma estilística da prática científica, o autor examina o papel do estilo na construção do objeto matemático. Assim, são examinados sucessivamente o Estilo Euclidiano, o Estilo Cartesiano, o Estilo Arguesiano, o Estilo Vetorial, e a percuciência das análises não deixa margem a dúvidas quanto à pertinência das questões tratadas. No segundo, após um exame cuidadoso das características da linguagem matemática, são também identificadas certas categorias de estilo como o Estilo Operacional, o Estilo Formal, ou o Estilo dos Indivisíveis. Em ambos os casos, a Matemática é tratada de uma forma não estereotipada, com o delineamento de suas características básicas sem um atrelamento compulsório de idéias preconcebidas como as inicialmente citadas.

Neste trabalho, examinaremos uma questão que tangencia temas como os acima referidos, estando neles presente, ainda que em forma potencial: trata-se de evidenciar que a metáfora, uma figura de retórica que predomina na linguagem poética, mas que é importante, de uma maneira geral na caracterização do estilo, é um instrumento essencial aos que se dedicam à Matemática, sobretudo ao seu ensino. Incluindo as alegorias, enquanto metáforas continuadas ou como cadeias de metáforas, mostraremos que a presença do sentido figurado em contextos matemáticos, se não é a regra, nem de longe constitui exceção, podendo exercer relevantes funções no desempenho de funções docentes. Nossa expectativa é a de que, ao final da leitura, mais do que alertados para a importância da alegoria, estejamos motivados para a exploração deste recurso da retórica como instrumento para o ensino da Matemática.

METÁFORAS, ALEGORIAS, MODELOS

É quase impossível começar a discorrer sobre a metáfora sem ter Aristóteles como ponto de partida. Para o estagirita, a metáfora consiste em dar a uma coisa o nome de outra coisa, produzindo-se como que uma transferência de significados, com base na analogia ou na semelhança. É o que ocorre quando afirmamos que "o jogador X é um leão", que "a secretária do senhor Y é um doce", ou que "o governo fechou as torneiras do Banco Central". Etimologicamente, a palavra metáfora deriva das palavras gregas metá (trans, além de) e phérein (levar, transportar).

Outras concepções podem contribuir para a compreensão do significado e da função desempenhados pela metáfora no discurso. Segundo o lingüista Richard, co-autor, juntamente com Ogden, de um texto clássico sobre o significado (Ogden/Richards, 1938),

> "A metáfora é fundamentalmente um préstimo mútuo entre pensamentos, uma transação entre contextos, uma cooperação entre idéias".

O escritor argentino Jorge Luis Borges, tenta traduzir metaforicamente o significado da metáfora, quando afirma que ela é

> "uma simpatia secreta entre conceitos" (Borges, 1974)

De um modo um pouco mais técnico, ainda que igualmente esclarecedor, Herbert Read apresenta a metáfora como

> "a síntese de várias unidades de observação em uma imagem dominante; é a expressão de uma idéia complexa não pela análise ou por formulações abstratas, mas por uma percepção repentina de uma relação objetiva". (Apud Waldron, 1979).

Sem dúvida, o valor da metáfora enquanto instrumento literário é amplamente reconhecido, sendo inteiramente dispensável ou impertimentes considerações a respeito, sobretudo oriundas de um professor interessado no ensino da Matemática. Não resistimos, porém, à transcrição de um pequeno poema de Orides Fontela (Fontela, 1988), onde a utilização desse instrumento se faz com notável maestria:

Habitat

O peixe	e só o	
é a ave	homem	
do mar	nem peixe nem	
	ave	
...	...	o que será
		já em nenhum
a ave	não é	lugar
o peixe	daquém	
do ar	e nem de além	
	e	
	nem	
...	...	

É, no entanto, fora do âmbito literário que nos interessa evidenciar a relevância da metáfora, e mais particularmente ainda, a função que pode desempenhar no seio do pensamento matemático.

Com relação ao desenvolvimento do raciocínio, à concatenação de idéias nas pessoas em geral, Marvin Minsky, professor e pesquisador do M.I.T. nas áreas de Teoria Matemática da Computação, Inteligência Artificial e Robótica, afirma em seu instigante livro "A Sociedade da Mente" (Minsky, 1989):

> "Nossas melhores idéias são, quase sempre, aquelas que transpõem dois mundos diversos"

ou, complementarmente:

> "Muitas das boas idéias são, na realidade, duas idéias numa só - o que forma uma ponte entre duas esferas do pensamento ou diferentes pontos de vista"

ou ainda:

> "Entre nossas mais poderosas maneiras de raciocinar encontram-se aquelas que nos permitem juntar coisas que aprendemos em diferentes contextos".

Ora, é precisamente no estabelecimento de pontes entre diferentes contextos, na iluminação de relações estruturais que subjazem a despeito da diversidade dos campos semânticos, que a metáfora afigura-se como instrumento fundamental. No mesmo sentido parece caminhar a Matemática, na medida em que, por exemplo, o conceito de anel estabelece fecundas e significativas pontes entre conjuntos de aparências tão díspares quanto o conjunto dos números inteiros, o conjunto dos polinômios ou o conjunto das matrizes quadradas, ou ainda quando se reconhece no conjunto das soluções de uma equação diferencial linear ordinária de 2ª ordem um espaço vetorial de dimensão 2.

Poder-se-ia contrapor, neste ponto, a estabilidade de tais construções matemáticas com a aparente volubilidade das pontes metafóricas. Afinal, as metáforas, mesmo as mais eficazes, iluminam com a fugacidade de um relâmpago enquanto os objetos matemáticos, mesmo os mais modestos, operam com a constância ou a tenacidade de uma lâmpada ou uma vela. Esta questão, sem dúvida pertinente, será deixada para um outro momento, para que não nos desviemos demais das metas que perseguimos. A este respeito, no entanto, tendemos a concordar com Octávio Paz quando, em "O Mono Gramático"(Pazm 1988) ao indagar sobre o sentido da linguagem, sobre o jogo de correspondências entre idéia e verbo, palavras e percepções, afirma peremptório: "a fixidez é sempre momentânea".

Na ante-sala de questões como as que acabamos de citar, continuemos com a construção do quadro de referência a partir do qual discutiremos a função da alegoria na compreensão da Matemática e em seu ensino.

A alegoria é uma construção que tem metáforas como tijolos. Etimologicamente, a palavra é derivada das palavras gregas allós (outro) e agourein (falar). Numa fórmula sintética, "a alegoria diz b para significar a" (Hansen, 1986). Trata-se, portanto, de um engendramento de uma significação figurada densa em relações mas com as características básicas de uma metáfora continuada ou de uma cadeia de metáforas.

ALEGORIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Na utilização cotidiana da língua corrente, termos ou expressões da linguagem matemática são freqüentemente utilizados em sentido figurado. Em uma discussão pode-se, por exemplo, concitar as partes a chegar a um "denominador comum". Fala-se com naturalidade de "perdas incalculáveis", em "sair pela tangente", em "ver de um outro ângulo". em "aparar as arestas", ou no "x da questão", ou ainda, na enigmática expressão "provar por a + b".

Por outro lado, ao empregar ferramentas matemáticas em outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, na Psicologia, são comuns e inevitáveis os sentidos metafóricos. Em seu "Princípios de Psicologia Topológica", (Lewin, 1973), Kurt Lewin refere-se seguidamente ao "espaço vital", a "regiões do inconsciente", com destaque para suas "fronteiras" ou para as que são "abertas" em sentido topológico. Mais recentemente, encontram-se em Lacan seguidas referências ao "plano projetivo", ou aos "nós borromeanos", além de estarem presentes o "toro" ou a "faixa de Möebius", sempre representando relações de natureza psicológica.

Não pretendemos aqui examinar a presença das metáforas envolvendo objetos matemáticos nos dois sentidos anteriormente referidos, mas sim no caso em que elas são concebidas e as alegorias arquitetadas tendo em vista a compreensão ou o ensino da própria Matemática.

A função como um máquina

É o que ocorre, por exemplo, quando imaginamos que uma **função** $y = f(x)$ é uma **máquina** onde os elementos x são "transformados" nas imagens correspondentes f(x); o processo de transformação é determinado pela lei de correspondência.

função é uma máquina

entra x → **processo de transformação: f.** → sai $y = f(x)$

Tecnicamente, seria necessário distinguir as alegorias das fábulas, das parábolas ou dos mitos, na medida em que, cada qual a seu modo, todos apresentam como característica básica o sentido figurado em contraposição ao literal, as comparações implícitas tendo por base analogias ou relações estruturais. Não nos alongaremos a esse respeito, asism como não o fizemos na caracterização da metáfora, que também comportaria uma abordagem técnica na distinção de seus parentes próximos como são a metonímia, a sindédoque, a hipérbole ou a catacrese, entre outros. Em todos os casos citados, o que permanece em tela como conteúdo relevante para a discussão que pretendemos é a contraposição entre os sentidos literal e metafórico, com a explicitação da importância do segundo na linguagem matemática ou no ensino de matemática.

Outras conotações parecem sedimentar a noção de modelo, quando nos restringimos ao seu uso mais comum. A associação quase automática entre as palalvras "modelo" e "matemático", ou entre "modelo" e "teórico" são sintomas da caracterização de uma aura mais técnica ou de uma maior respeitabilidade científica para os modelos. Em seu "Modelos Y Metáforas" (Black, 1966), Max Black, no entanto, aproxima decisivamente as duas noções, transformando-se em referência obrigatória para todos os que perquirem tais terrenos. Segundo Black,

> "Falar de 'modelos' em relação a uma teoria científica tem já certo sabor de metáfora: se nos fosse pedido apresentar um exemplo perfeitamente claro e indiscutível de modelo no sentido literal desta palavra, nenhum de nós, segundo me parece, pensaria em falar do modelo atômico de Bohr, nem do keynesiano de um sistema econômico".

No mesmo sentido também caminha Petrie, em "Metaphor and Learning" (Petrie, 1979), quando afirma que:

> "Analogias, modelos e soluções de problemas exemplares também desempenham algumas vezes funções muito similares às da metáfora".

Corroborando tais pontos de vista, Turbayne afirma em "El mito de la metáfora" (Turbayne, 1974):

> "As metáforas podem apoiar-se em sistemas de deduções especialmente construídas, assim como em lugares comuns aceitos; nesse caso, chamam-se modelos".

Neste ponto, no entanto, urge que estabeleçamos algumas distinções mínimas, para que o quadro de referência esboçado não resulte em mero amálgama de manchas. Recorrendo ainda a Turbayne, destacamos que, embora a fábula, a parábola, a alegoria sejam, como o modelo, metáforas estendidas, continuadas, não sendo exatamente o que aparentam,

> "Diferentemente do modelo, a fábula, a parábola e a alegoria estão destinadas a inculcar um comportamento melhor. Diferentemente do mito, que cresce como uma árvore, a fábula, a parábola e a alegoria são invenções deliberadas".

Além disso,

> "no caso da fábula, o autor explicitamente revela a presença da metáfora, em uma declaração de um tipo superior, que pode surgir repentinamente no final. Nos outros casos, o usual é deixar que o público dê sua própria interpretação. No mito, esta se deixa para a posteridade".

e como as fábulas estão usualmente associadas a discursos morais, enquanto as alegorias podem extrapolar o discurso argumentativo ou os limites do verbal, assumindo formas múltiplas como a pintura, a escultura ou a pantomima, enfeixaremos nossoas considerações sobre a presença e a importância do sentido figurado em Matemática destacando genericamente a alegoria como elemento mais abrangente nesse quadro de referência. Embora os modelos não se situem muito distantes das questões ou dos exemplos discutidos, deixaremos tal aproximação para um outro momento, remetendo o leitor para o livro de Max Black, anteriormente referido.

Passemos, então, a explicitar a presença do pensamento figurado em Matemática, sob a forma de iluminadoras metáforas ou de sugestivas alegorias, tendo em vista o relevante papel que tais instrumentos podem desempenhar no exercício da função docente.

a máquina $f(x) = x^2$

entra x →	**transformação:**	sai x^2 →
entra $a+1$ →	**elevar ao quadrado**	sai $(a+1)^2$ →

Tal modo metafórico de conceber-se uma função pode-se constituir em interessante recurso para uma compreensão efetiva da determinação da função inversa de uma dada função $Y = f(x)$, em vez das técnicas usuais onde o Y é substituído por X (e vice-versa), sendo depois explicitado. Em vez disso, pode-se imaginar a função $g(x)$, inversa de $f(x)$, como sendo uma máquina que executa as operações inversas das correspondentes em $f(x)$, na seqüência inversa, quer dizer, de trás para diante.

$f(x) = 3x + 7$

máquina $f(x)$

entra x →	**multiplicar por 3 depois, somar 7**	sai $3x + 7$ →

máquina $g(x)$ (inversa de $f(x)$)

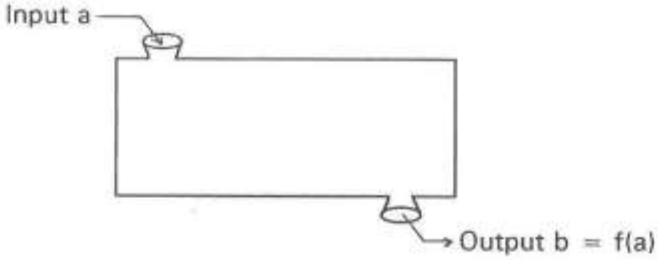
entra x →	**subtrair 7 depois, dividir por 3**	sai $\frac{x-7}{3}$ →

$g(x) = \frac{x-7}{3}$

Também no caso da composição de funções, a imagem da associação de máquinas pode resultar significativa e esclarecedora. Para destacar o fato de que tais recursos não podem ser considerados apenas eventualmente apropriados para uma abordagem do tema com crianças ou adolescentes, reproduzimos a seguir uma página relativa ao tema extraído de um texto didático destinado ao ensino universitário (Bishir/Drewes, 1970)

"Still another way of visualizing a function is as a machine or system which accepts elements of D(f) as input and which produces corresponding elements of R(f) as outputs (see Figure 5). If we insert an element a D(f) into the system, the corresponding value f(a) comes out. If another element c D(f) is inserted, we obtain another (not necessarily different) value f(c). If we try to insert something not contaianed in the domain of f, it is rejected, for f operates only on elements belonging to its domain. Interpreting a function in this way makes clear the distinction between a function (the machine) and its values (outputs of the machine). A function should no more be confused with its values than a vending machine should be confused with a soft drink."

FIGURE 5 A function as a machine



O hotel natural

Examinemos agora um outro exemplo, onde pensar-se o conjunto dos números naturais como um hotel engendra uma alegoria que pode contribuir significativamente para que as idéias de Cantor (1845-1918) sobre uma aritmética transfinita resultem mais accessíveis a quem nelas se inicia. A história que se segue é devida ao matemático David Hilbert (1862-1943), um dos expoentes do Formalismo, uma das três grandes correntes do pensamento matemático a partir da segunda metade do século XIX. Ela é descrita por Hans Freudenthal, um matemático holandês em seu livro "Perspectivas da Matemática" (Freudenthal, 1975).

> "Certo hotel tem uma infinidade de quartos numerados: 1, 2, 3, ... Esse hotel está hoje completamente cheio. No fim da tarde, chega mais um hóspede. - Lotado - diz o porteiro. - Não importa - diz o gerente - o hóspede do quarto 1 passa para o 2, este do 2 vai para o 3, o do 4 para o 4 e assim por diante, de modo que o novo hóspede pode entrar no quarto 1, vazio. Mais tarde, porém, chegam outros 1.000 novos hóspedes. - Lotado - diz o porteiro. - Não importa - diz o gerente - o hóspede do quarto 1 vai para o 1001, o do 2 para o 1002, e assim por diante e os novos hóspedes podem entrar livremente nos quartos de 1 a 1.000.
> Subitamente, aparecem pessoas em número infinito: senhores A1, A2, A3,... - Lotado, diz o porteiro. - Não importa - diz o gerente - nós

mandamos o hóspede do quarto 1 para o quarto 2, o do quarto 2 para o 4, o do 3 para o 6, cada um para o quarto com o número dobrado, e então as pessoas A1, A2, A3... podem ser acomodadas como hóspedes nos quartos 1, 3, 5,..."

Naturalmente, com algumas adaptações, essa história pode ser utilizada para a compreensão do fato de o conjunto dos números racionais ser enumerável, como poderia sê-lo para a percepção da não-enumerabilidade do conjunto dos números reais. É difícil negar-se seu valor no que se refere à dimensão retórica da linguagem. Dela, no entanto, não se pode afirmar: "é pura retórica!" Nela, a lógica e a retórica parecem caminhar harmoniosamente juntas.

A cabra-cega e os irracionais

Ainda com relação à cardinalidade dos conjuntos dos racionais e dos irracionais, uma situação concreta, estruturada a partir de uma brincadeira infantil bastante conhecida - a cabra-cega - pode lançar um facho decisivo na comparação que se intenta.

Como se sabe, é muito maior presença dos racionais nas atividades cotidianas, mesmo as escolares, onde os números irracionais surgem como casos excepcionais. Dentre eles, os transcendentes não parecem passar de três ou quatro exóticos exemplos. Assim, é natural que, a despeito das demonstrações formais de enumerabilidade ou não enumerabilidade, estabeleça-se uma forte impressão de abundância dos racionais e de escassez de irracionais. Isso pode ser amplamente corrigido com o recurso à cabra-cega.

Imaginemos a reta real estendendo-se como um varal esticado horizontalmente, à altura de nossos olhos. Munidos de uma agulha de ponta bem fina e com os olhos vendados, "espetemos" um número ao acaso; terá sido ele racional ou irracional? Qual a probabilidade de ser racional? Qual a probabilidade de ser irracional? Explorando-se adequadamente tal "experiência de pensamento" ("gedanken-experimente", na expressão de Einstein), é possível construir-se uma ponte conseqüente que conduza da expectativa inicial da abundância dos racionais, a uma espécie de equilíbrio (instável) entre as duas cardinalidades, passando-se ao fato de que a probabilidade de o número na ponta da agulha ser irracional deve ser muito maior do que a de ser racional, e aportando-se, finalmente, na verdade inexorável: a probabilidade de o número "espetado" ser racional é zero; a probabilidade de ele ser irracional é um! Naturalmente, isso não significa que o número na agulha será sempre irracional, nunca racional; inferências desse tipo são válidas em espaços amostrais finitos mas não subsistem em quaisquer espaços. De fato, em linguagem comum, o que se pode afirmar é que quase sempre o número na agulha será irracional, quase nunca será racional.

Prosseguindo-se com a "experiência", imaginemos agora que, de olhos vendados, "espetamos" um número ao acaso e um observador externo informa-nos que esse número é irracional; será ele algébrico ou transcendente? Qual a probabilidade de o número irracional na agulha ser algébrico? Qual a probabilidade de ele ser transcendente? Novamente aqui, a despeito da aparente rarefação dos transcendentes, a resposta correta é: probabilidade zero para a ocorrência de um irracional algébrico; probabilidade um para a ocorrência de um irracional transcendente.

Assim, a experiência da cabra-cega pode, alegoricamente, servir de mote para a compreensão de um fato fundamental a respeito dos números reais, amplamente conhecido, mas freqüentemente situado bem longe da consciência imediata: apesar de, ao longo de toda a vida escolar, não termos contato senão com alguns poucos números transcendentes, quase todos os números reais são irracionais e quase todos os números irracionais são transcendentes.

O mágico logarítmico

Em "O Poder da Matemática" (Dienes, 1975), o professor Zoltan P. Dienes, bastante conhecido pelas transposições para a sala de aula de Matemática das idéias de Piaget sobre a psicogênese do conhecimento, explora intensamente as alegorias como recurso pedagógico. Os princípios da "expressão múltipla" e do "contraste", que Dienes formula inicialmente, servem de base para a construção ao longo do texto de inúmeras "experiências de pensamento", muitas delas de natureza alegórica. Um dos exemplos mais interessantes é o conhecido "mágico logarítmico" que não reproduziremos aqui na sua íntegra. Por sua engenhosidade e sentido social, destacamos o exemplo que tem como título "O Mágico Loogarítmico", no qual um mágico todo-poderoso premia ou pune os habitantes de uma cidade utópica, de acordo com o empenho ou a negligência com o trabalho por eles realizado; as remunerações recebidas pelos hbitantes variam de acordo com os termos de progressões geométricas crescentes ou decrescentes e o exemplo desenvolve-se, pleno de pormenores, ao longo de mais de quinze páginas do texto de Dienes. A meta é a compreensão das propriedades operatórias com potências e logaritmos. Nesse caso, no entanto, muitas outras concepcões são introjetadas, configurando uma situação onde os efeitos colaterais - negativos, no exemplo, sobrepujam os resultados pretendidos.

ALEGORIAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

Uma outra via através da qual o pensamento figurado pode servir de recurso pedagógico no ensino de Matemática é a das parábolas, que se destinam a sugerir uma modificação global no comportamento, nas atitudes, nas concepções gerais relativas ao tema. Ainda que de passagem, examinemos dois exemplos.

A parábola cocotológica

"Amor Y Pedagogia" é o título de uma interessante novela escrita na Espanha, no final do século XIX, por Miguel de Unamuno (Unamuno, 1989). Numa arguta reação a um positivismo exacerbado que então grassava, superdimensionando a importância da Ciência, concebida em sentido demasiadamente estrito, o autor apresenta um personagem que resolve pautar sua vida "cientificamente"; namora "cientificamente", casa "cientificamente", tem um filho "cientificamente", educa-o "cientificamente", etc, etc, etc. As conseqüências são previsíveis demais para que nos alonguemos em minúcias, ficando apenas registrado aqui o convite à leitura da obra de Unamuno. Nosso interesse na referência é decorrente do fato de que a referida novela apresenta um apêndice, com o título "Apuntes para um tratado de Cocotologia", cuja importância para o ensino de Matemática parece-nos extraordinária. Nele, o autor estabelece as bases de uma nova Ciência - Cocotologia -, tratando com pormenores de seu estatuto, seus objetivos, seus métodos, das relações com as outras Ciências, etc. A linguagem utilizada é cuidadosamente formal, pretensamente precisa, impregnada de termos técnicos, bem definidos, e após a leitura de umas poucas páginas, sedimenta-se uma sensação muito forte de respeitabilidade pelo tema, uma aparência de erudição, uma posição de reverência pela nova Ciência que se instaura.

Literalmente, a Cocotologia é a "ciência" que trata da construção de passarinhos de papel, sempre a partir de um quadrado. Etimologicamente, a palavra é derivada de cocotte, palavra francesa com que as crianças se referem as aves em geral. Na construção dos "cocottes", que podem ser machos, fêmeas, hermafroditas ou neutros, percorremos um caminho lingüístico que inclui "conceitos" como os de "óvulo quadrado papiráceo", "blastotetrágono", "endodermo", "ectodermo", "gástrula papirácea", "núcleo tangrâmico", "endocerco", "mesocerco", "metacerco", "protópode", "mesópode", "metápode", "protocéfalo", "metacéfalo", etc.

Em sentido figurado, a Cocotologia é a "ciência" que trata da transformação de uma banalidade em coisa de aparência séria, sobretudo através de uma sofisticação artificial e desnecessária da linguagem.

A construção da Cocotologia pode ter, para professores de Matemática, o significado de uma parábola muito fecunda. De fato, os exageros na utilização de uma linguagem pretensamente técnica, supostamente precisa, exageradamente formal soem apresentar-se como uma efetiva fonte de dificuldades no ensino de Matemática. Quantas vezes já se terá insistido com crianças que apenas se iniciam nas idéias matemáticas na distinção "precisa" entre "número" e "numeral", entre "polígono" e "região poligonal"? Quantas vezes já se terá tentado caracterizar nessa faixa etária uma "relação de equivalência" a partir das propriedades "reflexiva", "simétrica" e "transitiva", e não a partir de classificações onde, acacianamente, "equivaler" quer dizer "ter o mesmo valor"? Quanta energia já se terá dispendido na distinção entre "congruência" e "igualdade", na referência a segmentos, ângulos ou triângulos?

A nosso ver, nesses casos, o preço que se paga pela filigrana de precisão terminológica inclui um distanciamento muito além do desejável entre a língua corrente e a linguagem matemática. Corre-se o risco, em alguns casos, de tornar os termos utilizados em Matemática tão artificialmente sofisticados quanto os da linguagem cocotológica da construção de passarinhos de papel.

Os fantasmas axiomáticos

Para chamar a atenção com relação ao fato de que o tratamento matemático de um tema não se limita apenas à reapresentação do mesmo em linguagem matemática nem transforma automaticamente este tema em Matemática, examinaremos agora uma construção alegórica que pode ser explorada didaticamente como uma fecunda Parábola: trata-se da **Teoria Axiomática dos Fantasmas.** Com intenção acima referida, tal exemplo é apresentado por Mário Bunge, em "La Investigación Científica" (Bunge, 1983).

Teoria Axiomática dos Fantasmas
Noções Primitivas

U é um conjunto de fantasmas; E é a energia fantasmal; d é a densidade ectoplasmática; t é a idade do fantasma; N é o número de perversidades realizadas pelo fantasma até o tempo t.

Axiomas

A1: para todo x de U, a energia de x é diretamente proporcional à densidade do ectoplasma de x e inversamente proporcional à idade de x:

$$E = \frac{k_1 d}{t} (t > 0,\ k_1 = \text{constante} > 0)$$

A2: para todo x de U, a densidade do ectoplasma de x é uma função do 1º grau do número de perversidades que x já realizou.

$$d = k_2 N + d_0$$

A3: para todo x de U, o número médio de perversidades realizadas até o tempo t é constante:

$$N_{\text{médio}} = k_3$$

Teoremas mais interessantes

T1: De A1 e A2, pode-se concluir que

$$E = \frac{k_1k_2N + k_1d_o}{t}$$

T2: De A3, segue que

$$N = k_3t$$

T3: De T1 e T2, segue que

$$E = k_1k_2k_3 + \frac{k_1d_o}{t}$$

T4: De T3, pode-se concluir que quando t se aproxima do infinito, a energia tende a uma constante:

$$\lim_{t \to \infty} E = k_1k_2k_3$$

A partir de uma teoria assim apresentada, rapidamente muitos problemas podem ser formulados, ora sendo dados os valores de t, d, e N e pedido o valor de E, ora sendo dados t, d, e E e pedido o valor de N, etc. Pode-se pedir, ainda, a partir de condições iniciais bem definidas, o valor da energia fantasmal no infinito, bem como o gráfico de E em função de t, e outras tecnicidades mais.

Pode-se perceber facilmente, no entanto, que o "conhecimento" a respeito de fantasmas não avançou um milímetro sequer, em decorrência de tal formulação teórica. Também parece claro que nem mesmo a resolução de uma extensa lista de exercícios relativos ao tema dará ao mesmo um sentido "prático". De pouco adiantaria, ainda, apresentar previamente aos alunos um filme sobre fantasmas, como "material concreto" para ilustrar a aula. O tratamento dos fantasmas de modo axiomático, a despeito de matematicamente correto permanece completamente vazio em termos de significado concreto. Tal como um bom número de temas, tratados em aulas de Matemática, nos diversos graus do ensino.

CONCLUSÃO: O CÍRCULO LITERAL - FIGURADO

Nosso ponto de partida foi a contraposição muito frequente entre a linguagem matemática, com o predomínio da denotação, da monossemia, do sentido literal, e a língua corrente, com as conotações, a polissemia, os sentidos figurados.

A meta pretendida era alertar para a importância das metáforas, das alegorias e, de uma maneira geral, dos sentidos figurados no ensino de Matemática.

Intencionalmente, deixamos de lado tanto a utilização de termos ou expressões matemática na linguagem ordinária em sentido figurado, quanto o emprego de expressões do mesmo tipo em outras áreas do conhecimento, como a Psicologia, onde necessariamente estariam presentes os sentidos metafóricos.

Tratamos, então, exclusivamente, de apresentar exemplos de situações concebidas para o ensino da própria Matemática, e examinamos tanto a utilização de metáforas ou alegorias arquitetadas para facilitar a aproximação de determinados assuntos quanto parábolas destinadas a servir de alerta com relação a certos desvios na docência que conduzem a abusos no formalismo ou na linguagem. Especialmente se nos abríssemos às ciências em geral, os exemplos poderiam ser facilmente multiplicados: o Paradoxo de Russell, o Demônio de Maxwell, o Gato de Schroendinger, a Função de Sísifo, a Razão Áurea, etc. Para continuar, no entanto, seria necessário que examinássemos com mais vagar o carater essencial - e sem trocadilhos - a função e os limites do pensamento figurado no ensino de Matemática e nas ciências. Seria necessário aprofundar, então, a caracterização do pensamento figurado como o proto-científico, a caminho do científico, ou situá-lo na linha de frente da Pesquisa, como o recurso fundamental para a compreensão do novo. Naturalmente, o "ou" acima não é exclusivo. Quando Max Black afirma que

> "Talvez toda ciência tenha que começar com metáforas e terminar com álgebra; e é possível que sem a metáfora nunca houvesse existido "álgebra alguma". (Black, 1966)

não se pode inferir daí que a construção do conhecimento segue uma via de mão única que conduz da metáfora à álgebra, do sentido figurado ao literal. Na verdade, o pensamento algébrico ainda quando literal no sentido literal, engendra legítimas metáforas sistêmicas, não-tópicas, possibilitando fecundas transferências globais de significados entre contextos bastante diversos. No interior da própria Matemática, o literal e o figurado interagem continuamente, numa ação recíproca cuja representação aproxima-se muito mais de um círculo do que de um vetor. Nesse sentido é que se podem compreender proposições matematicamente corretas como são as que afirmam ser o conjunto das soluções de uma equação diferencial linear ordinária de 2ª ordem um "espaço vetorial de dimensão 2".

Analogamente, no que se refere ao ensino de Matemática, é notável e sintomática a utilização que Van-Hiele faz da moderna Teoria das Categorias, no seio da Álgebra Homológica, para caracterizar os níveis de conhecimentos e os processos de aprendizagem: cada nível seria uma categoria; o processo que conduz de um nível até outro não passaria de um funtor...(Van-Hiele, 1986).

Numa palavra, a permanente transação entre os sentidos literal e figurado é o motor dos processos criativos, das iniciativas diante do novo, das transcendências da imaginação. Em tais situações, tão freqüentes na construção do conhecimento como nos processos de ensino, a primeira como a última palavra parece estar sempre com a metáfora, com a imaginação.

BIBLIOGRAFIA

1. Bishir, John W. e Drewes, Donald W. Mathematics in the Behavioral and Social Sciences. New York: Harcourt/Brace, 1970.
2. Black, Max. Modelos y Metáforas. Madrid: Tecnos, 1966.
3. Borges, Jorge Luís. Obras Completas. Buenos Aires: Emecé, 1974.
4. Bunge, Mário. La Invenstigación Científica. Barcelona: Ariel, 1983.
5. Dienes, Zoltan P. O Poder da Matemática. São Paulo: EPU, 1975.
6. Fontela, Orides. Trevo. São Paulo: Duas Cidades, 1988.
7. Freudenthal, Hans. Perspectivas da Matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.
8. Granger, Gilles-Gaston. Filosofia do Estilo. São Paulo: Perspectiva/Edusp, 1974.
9. Hansen, João Adolfo. Alegoria. São Paulo: Atual, 1986.
10. Lewin, Kurt, Princípios de Psicologia Topológica. São Paulo: Cultrix, 1973.
11. Lorenzo, Javier. Introducción al Estilo Matemático. Madrid: Tecnos, 1989.
12. Minsky, Marvin. A Sociedade da Mente. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.
13. Ogden, C.K e Richards, I.A. The Meaning of Meaning. New York: Harcourt/ Brace, 1938.
14. Paz, Octávio. O Mono Gramático. Rio de Janeiro, Guanabara, 1988.
15. Petrie, Hugh G. "Metaphor and Learning". In: Metaphor and Thought, Ortony, A. (org.). Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
16. Swift, Jonathan. Viagens de Gulliver. São Paulo: Abril, 1979.
17. Turbayne, Colin Murray. El Mito de la Metáfora. México: Fondo de Cultura Económico, 1974.
18. Unamuno, Miguel de. Amor y Pedagogia. Madrid: Alianza, 1989.
19. Van-Hiele, Pierre. Structure and Insight. New York: Academic Press, 1986.
20. Waldron, R.A. Sense and Sense Development. London: Andre Deutsch, 1979.