linguagem, o sujeito formula hipóteses e verifica os resultados obtidos. Situações de "desequilíbrio cognitivo" são instauradas a partir de discrepâncias entre resultados esperados e efetivamente verificados, desencadeando-se a reconstrução do conhecimento.

Essa utilização do computador contrasta fortemente com a aprendizagem passiva e receptiva, característica da utilização de sistemas CAI (informação assistida por computador). Esses sistemas consistem de aulas em que a instrução é programada: um conjunto de informações sobre determinada disciplina é armazenado no computador e apresentado ao aluno em diferentes capítulos. Sistemas CAI, que têm por objetivo transmitir informação, focalizam a aprendizagem como um processo passivo e receptivo, em que ao sujeito é oferecida a possibilidade de assimilar uma informação pronta e acabada, construída externamente. Outras utilizações do computador, como a estabelecida por pacotes utilitários, definem de forma igualmente passiva o papel do sujeito numa situação de interação homem-máquina.

Papert considera que "o que" e "como" o sujeito aprende depende dos modelos que ele possui: a existência de um conjunto de modelos facilita, e sua ausência dificulta, a aprendizagem. Esse autor vê o computador como um meio capaz de fornecer vários modelos para o sujeito. Além disso, sugere a introdução do computador na vida da criança, o mais cedo possível, para que o computador deixe de ser algo desconhecido e misterioso, e portanto avaliado como complicado e inacessível, para tornar-se tão íntimo e simples como o uso de um lápis.

Desde 1970, quando foi criado o Projeto Logo, pelo grupo de Inteligência Artificial do Laboratório do MIT, a linguagem Logo no ambiente Logo vem sendo focalizada por estudiosos como um recurso para objetivos como: propiciar a compreensão de conceitos matemáticos; promover o desenvolvimento de estratégias de solução de problemas; facilitar a compreensão de técnicas de programação; desenvolver no aluno o senso de controle do computador; facilitar o aprendizado de alunos que não se adaptam ao ensino tradicional, etc.

Relatórios de pesquisas, no entanto, são ainda escassos e pouco conclusivos, o que tem gerado algumas críticas de autores como Pea (1983), sobre aspectos relacionados à compreensão de recursos mais complexos da linguagem. Essas críticas, por sua vez, têm provocado contra-argumentações de Papert (1984, 1987).

1.2 Inteligência Artificial

1.2.1 Lisp, a linguagem de origem de Logo

Logo é uma linguagem computacional que pode ser considerada um dialeto de LISP.

Lisp desenvolvida no MIT, por McCarthy, nas décadas de 50 e 60, para trabalhos de Inteligência Artificial, foi a primeira linguagem computacional projetada sobre uma forte base matemática e, portanto, a utilizar um modelo independente de arquitetura de máquina (Chezzi e lazayeri, 1985).

Duas conseqüências principais decorrem desse modelo distinto, subjacente à linguagem Lisp:

— linguagens imperativas que podem ser consideradas abstrações construídas sobre a arquitetura da máquina de Von Newman, foram projetadas visando a eficiência de execução, medida pelo desempenho em um computador convencional; Lisp, ao contrário, não reflete essa preocupação;

— a programação com linguagens funcionais, como Lisp, ou com linguagens imperativas apresenta estilos bastante distintos, segundo especialistas em linguagens de programação.

Atribui-se essa diferença de estilo a formas distintas de resolver-se problemas com o uso do computador. A riqueza da notação funcional pode, por um lado, facilitar a reflexão sobre o problema a ser resolvido e, por outro, refletir muito mais claramente a lógica subjacente à sua solução. Lisp processa estruturas inteiras de dados e utiliza-se de recursos de programação como a recursão e a composição funcional, o que permite que a atenção não seja desviada para detalhes de programação como alocação de memória, atribuição de valores a variáveis, repetição de grupos de comandos, etc. Comandos que processam estruturas inteiras de dados e técnica recursiva em lugar de comandos de controle de iterações e de desvios baseados em condicionais, não só induzem uma programação que flui naturalmente, ao invés de apresentar-se como um zig-zag, como também permitem que a atenção se concentre na compreensão e solução do problema.

Algumas características de Lisp são:

— um pequeno repertório de funções primitivas;

— um mecanismo para amarrar um nome a nova função sendo definida;

— um conjunto de dados com estrutura simples e regular;

— um conjunto de formas funcionais (métodos de combinar funções). No Lisp original há uma única forma funcional (função que recebe outras como parâmetros e devolve nova função como resultado):

composição funcional (a função resultante equivale à aplicação de uma função, ao resultado de aplicar outra função).

Esses componentes de Lisp apresentam interesse do ponto de vista de processos intelectuais.

A partir de um fácil aprendizado de pequeno número de funções primitivas, todas as demais podem ser definidas pelo usuário. Conceitos podem ser construídos progressivamente, num processo em que sucessivamente cada definição mais abrangente pode incluir uma anterior.

Além disso, problemas tendem a ser focalizados no seu todo e simultaneamente nas partes que o compõem. Pequenas funções podem ser criadas para subproblemas e interrelacionadas enquanto componentes de um todo.

A testagem de um programa modular, i.é, em seguida à definição de cada função, e finalmente do programa principal (geralmente uma única expressão) facilita a descoberta e compreensão de causas de erros.

1.2.2 De Lips a Logo

Logo, assim como diversos dialetos de Lisp, introduziu modificações no Lisp original, entre as quais algumas são consideradas a seguir.

• Logo Gráfico

Também existente no dialeto Mulisp, foi desenvolvido por Papert de forma a permitir que movimentos relativos sejam expressos de forma mais simples do que através de coordenadas cartesianas: as referências são a posição e a direção de um ponto luminoso — a tartaruga. Apoiando-se em contribuições da Inteligência Artificial, Papert conduz a criança a ensinar a tartaruga a executar um processo. Do ponto de vista cognitivo, nos termos desse autor, ensinar a tartaruga exige da criança uma reflexão sobre a tarefa, visualizar os passos que constituem esse processo é concretizar uma abstração (Papert, 1980).

• Simplificação da notação

Logo mantém a simplicidade e regularidade da sintaxe de Lisp, eliminando fonte de erro com a redução de parênteses necessários. Além disso, à notação funcional, reversa da polonesa, foi adicionada a notação infixada em funções numéricas, padrão para operadores artiméticos.

• Biblioteca de funções

Embora funções tenham sido acrescidas ao Lisp original em diversos dialetos, em Logo elas se apresentam de forma mais sistematizadas e favoráveis à compreensão.

• Comandos não aplicativos

Se, por um lado, a introdução de comandos não aplicativos pode levar a maior eficiência em termos de execução de máquina, por outro pode ser necessária, se um dos objetivos da linguagem é ser acessível a crianças. Com base em resultados obtidos no Centro de Epistemologia Genética, supõe-se a impossibilidade da utilização de recursão ou de composição funcional, da programação sem o recurso de comandos de atribuição ou de controle de iteração, em períodos de desenvolvimento anteriores ao operacional formal. (Cunha, 1986a). Mas, coloca-se exatamente nessa questão uma das dúvidas da utilização de Logo com adolescentes ou adultos: a de perder-se a riqueza de uma linguagem que guarda características de uma linguagem funcional, originárias de Lisp, caindo-se numa utilização restrita a comandos típicos de linguagens imperativas. Essa questão é analisada a seguir.

2. A utilização de Logo com recursos do pensamento formal

Fagundes e Petry (1991) levantam a questão de métodos de aprendizagem destinados à introdução de futuros professores à linguagem Logo, considerando que o ambiente Logo não foi planejado para ensinar todos os recursos da linguagem. O problema analisado por esses autores foi focalizado, embora com abordagem distinta, em trabalhos anteriores (Cunha, 1986a; 1990). Supõe-se que futuros professores ou não, aprendizes que possuem um pensamento formal podem beneficiar-se com a descoberta e utilização dos recursos mais ricos da linguagem. Que Logo é não só uma proposta para desmistificar-se o computador desde a mais tenra idade, como também um recurso para introduzir-se a utilização dessa ferramenta em níveis mais abstratos de pensamento. Talvez por dificuldades encontradas nesses níveis, relativas à geração contínua e progressiva de situações de desafio, geradoras por sua vez de "desequilíbrio cognitivo" e da necessidade de novas "acomodações", o uso de Logo vem se mostrando restrito. Uma linguagem que pode chegar a ser utilizada de forma tão rica quanto Lisp é por vezes descartada e rotulada como uma brincadeira de crianças pequenas.

Na Fundação Getúlio Vargas desenvolveu-se linha de pesquisa interdisciplinar (Cunha, 1986a, 1986b, 1988, 1989, 1990, 1991a, 1991b, 1992), em que se buscou a integração de conhecimentos construídos na

Psicologia e na Inteligência Artificial. Dentre os objetivos desse trabalho incluiu-se a introdução de alunos do Mestrado de Psicologia à utilização do computador, com a linguagem Logo, como um passo prévio à análise de questões de interesse das duas disciplinas. A escolha dessa linguagem foi devida a suposições como:

— linguagens imperativas permitem, mais facilmente do que linguagens funcionais, soluções de problemas a um nível parcialmente intuitivo — aspectos pouco compreendidos podem ser contornados e controlados como exceções acopladas à regra, com o uso de comandos de desvio;

— linguagens funcionais requerem um nível de abstração maior e induzem à descoberta de regras mais genéricas e abrangentes que dêem conta simultaneamente de vários fatores em jogo;

— linguagens como Logo, simples o suficiente para a explicitação de um processo com recursos característicos de um pensamento operacional concreto, e poderosas como Lisp no auxílio ao pensamento em nível formal, podem propiciar a passagem de uma solução parcialmente intuitiva à descoberta de conceitos e à reconstrução de conhecimentos.

Logo, que surgiu da integração de descobertas em domínios distintos, pode ser visto como um caminho capaz de originar novas propostas interdisciplinares. Como uma abertura a disciplinas distintas da informática, em especial àquelas que encontram no computador uma ferramenta útil a seu campo de estudo e que trazem, em seu corpo teórico, conhecimentos necessários e ainda não desenvolvidos em disciplinas recentes como a Inteligência Artificial.

REFERÊNCIAS

CHEZZI, C. & IAZAYERI, M. *Conceitos de Linguagens de Programação*. Rio de Janeiro, Campus, 1985.

CUNHA, M.V.G.C.A. Epistemologia Genética e Inteligência Artificial: linguagens Lisp e Logo. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, v. 38, n. 4, pp. 51-56, 1986a.

CUNHA, M.V.G.C.A. Epistemologia Genética e Inteligência Artificial: estratégias cognitivas na solução de problemas. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, v. 38. n. 3, pp. 36-57, 1986b.

CUNHA, M.V.G.C.A. Epistemologia Genética e Inteligência Artificial: Estratégias Heurísticas e Sistemas Especialistas I. *Anais da I Jornada de Atualização do Grupo de Inteligência Artificial da UFRJ*. Rio de Janeiro, 1988.

CUNHA, M.V.G.C.A. Epistemologia Genética e Inteligência Artificial: Estratégias Heurísticas e Sistemas Especialistas II. *Anais do II Simpósio Brasileiro de Pesquisa e Intercâmbio Científico*, Gramado, Rio Grande do Sul, 1989.

CUNHA, M.V.G.C.A. *Psicologia Genética e Inteligência Artificial: uma Proposta de Estudo Interdisciplinar*. Tese de Mestrado, Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE-UFRJ, 1990.

CUNHA, M.V.G.C.A. Man and machine as co-authors of a discovery process. *Educational Computing Organization of Ontario* / International Conference on Technology and Education, Canadá, pp. 195-197, 1991a.

CUNHA, M.V.G.C.A. Informática e pesquisa interdisciplinar. *Workshop em Informática na Educação: Paradigmas em Torno do Uso do Computador na Educação*, COPPE/UFRJ, pp. 9-16, 1991b.

CUNHA, M.V.G.C.A. Concretizando o conceito de recursão com experimentações em computação gráfica. Artigo enviado à *Revista Brasileira de Computação*, Rio de Janeiro, UFRJ.

PEA, R.D. *Logo Programing and Problem Solving*. Simpósio: American Educational Research Association, "Chamelon in the Classroom: developing Roles for Computers", Montreal, Canadá, 1983.

PAPERT, S. *Mindstorms: Children, Computers and Powerfull Ideas*. New York, Basic Books, 1980.

PAPERT, S. *New Theories for New Learnings*. Conferência: National Association of Schools Psychologists, 1984.

PAPERT, S. *A Critique of Technocentrism in Thinking about the School of the Future*, Conferência: Children in an Information Age: Opportunities for Creativity, Innovation & New Activities, 1987.

PETRY, P. & FAGUNDES, L. Why some Works fail to Reproduce the Logo Environment. *Educational Computing Organization of Ontario* / International Conference on Technology and Education, Canadá, pp. 227-228, 1991.

SOBRE A ORIGEM HISTÓRICA DO CONCEITO DE NÚMERO

Paulus Gerdes
(reprodução de "Ciência e Tecnologia", vol. 1, 1980, páginas 53-57)

0. RESUMO

A origem do conceito de número é histórica. Na base de dados de arqueologia, lingüística e etnografia, apresentam-se respostas às seguintes perguntas: Como se foi desenvolvendo a noção de número natural? Como nasceram, historicamente, as relações entre os números e as operações com eles? Porque é que os resultados da aritmética são tão convincentes e encontram tantas explicações?

Conclui-se que a origem e o desenvolvimento do conceito de número retiram qualquer base para uma visão idealista de que a matemática é, "a priori", um produto do pensamento puro, ou duma intuição inata.

1. O título deste ensaio "Sobre a origem histórica do conceito de número" já marca uma determinada tomada de posição, no sentido de esta origem ser **histórica.**

Leopold Kronecker (1823-1891) afirmou em 1886, falando na Conferência Berlina de Cientistas de Natureza: "Os números inteiros são criados pelo Senhor Deus, tudo o resto é trabalho dos homens"[1].

Para o filósofo Immanuel Kant (1724-1804) as afirmações matemáticas eram, "a priori", no sentido de que elas não dependem da experiência, mas são apenas produtos do pensamento puro. Segundo a Escola dos Pitagóricos (6º, 5º séc. A.C.) as relações quantitativas constituem a essência das coisas. Para os Tsongas, do sul de Moçambique, havia um tabu quanto à contagem dos homens: "Quê? Tu estás a contar-nos? Quem desejas tu ver desaparecer".[2]

Assim, estamos a ver que na história do pensamento humano, na história da filosofia, o conceito de "número" deu motivo a especulações diversas e freqüentes, onde a sua origem era suposta fora da história, numa imaginada força sobrenatural ou apenas nas potências inatas do homem.

Na seqüência da tomada de posição acima mencionada, para a qual apresentarei argumentos neste meu ensaio, queria afirmar que a origem destas especulações está na própria história, tal como na conexão da Escola dos Pitagóricos com a aristocracia escravagista nas condições de então do sul da Europa.

2. Agora pode-se pensar em "um", "dois", "três"... isto é tão fácil, o homem sempre soube contar! Mas no fim do século passado descobriu-se — a que é que se chama "descobrir"? — no deserto de Calahari algumas etnias que, na sua língua, apenas podiam exprimir "um", "dois",e "vários". Faltavam-lhes palavras para quatro, cinco, etc. Como é possível? Uma explicação tribalista podia ser: "esta tribo é tão estúpida, mas...". Porém, uma tal explicação não tem consistência, uma vez confrontada com as línguas Bantu. Na maioria das línguas Bantu, os três primeiros numerais (um numeral é o nome de um número) são apenas adjetivos, conjugados conforme a classe do substantivo correspondente, enquanto que os numerais seguintes são substantivos. Por exemplo, temos na língua Changana:

munhu-munwe ('pessoa uma', uma pessoa)	mas: sinha hunwe (uma árvore)
vanhu vambiri (duas pessoas)	misinha mimbiri (duas árvores)
vanhu vanharh (três pessoas)	misinha minharh (três árvores)
mune wa vanhu ('um quarteto de pessoas', quatro pessoas)	mune wa misinha (quatro árvores)

Esta diferença linguística sugere uma origem diferente. Por outras palavras, num passado remoto os antepassados dos atuais povos Bantu só tinham igualmente os números: "um", "dois",... Ainda se pode refugiar numa explicação racista: "... mas o homem civilizado sempre soube contar". Que orgulho tinha o colonizador da sua pretendida civilização! No entanto, também esta explicação desaparece como neve perante o sol da linguística. No português, as palavras "um" e "dois" conhecem também uma forma feminina, a saber "uma" e "duas", enquanto que os outros numerais não a conhecem e, ainda por cima, a palavra "três" está relacionada com a palavra francesa "trés"(muito) e com a palavra latina "trana"(= para além), quer isto dizer que, de igual modo, os antepassados dos povos europeus somente sabiam contar um pouco.

Com isto podemos considerar a historicidade do conceito de número como demonstrada.

3. Vejamos agora como se foi desenvolvendo a noção de número. Neste ensaio limitamo-nos às primeiras fases do desenvolvimento do conceito de número natural (1,2,3,4...).

Para poder responder à nossa pergunta "como?" apoiar-nos-emos em resultados da arqueologia, lingüística e etnografia, ciências estas que ainda são relativamente muito jovens. Por exemplo, na África, no sul do Sahara, tiveram lugar muito poucas investigações arqueológicas. Por isso apenas podemos indicar algumas linhas gerais de desenvolvimento do conceito de número.

3.1. As primeiras sociedades humanas foram as de caçadores e coletores, e abrangem um período de 500.000 a 1 milhão de anos. Inicialmente os homens ainda não dispunham duma noção explícita de número mas já aprendiam a tirar determinadas conclusões importantes para a reprodução da sua vida, conclusões às quais, atualmente, se chamam quantitativas.

Assim por exemplo, foram aprendendo a **estimar quantidades** de comida: para hoje já capturamos bastantes animais ou não, para hoje já colhemos frutos suficientes ou não. Este processo de aprender a estimar foi possível na base de, por um lado, a **constituição biológica** do homem, e, por outro, a **experiência acumulada** ao comparar os resultados do trabalho dum dia com os dos dias anteriores.

3.2. Dois caçadores vão em direções diferentes, à descoberta. Ambos encontram por exemplo, alguns mamutes, e voltam à tribo para buscar os outros. Mas como decidir em que direção é que se deve ir à caça? Comparando, um caçador exprime: "Vi tantos mamutes como um pássaro tem asas", enquanto que o outro diz: "Vi tantos mamutes como a minha mão 'conta' dedos".

Este exemplo hipotético ilustra o seguinte: em resposta a determinadas necessidades surgidas — tais como comunicar e tomar decisões em particular no que se refere à reprodução da vida — começou-se a comparar coleções de objetos, de tal modo que a quantidade de uma coleção se torna clara através da **comparação** com a quantidade de uma outra coleção: "tantos mamutes como uma ave tem asas", "tantos cabritos como uma mão tem dedos"...

Ao comparar, deste modo, duas quantidades chama-se, na matemática atual, por numa correspondência biunívoca os dois conjuntos: a cada elemento do primeiro conjunto faz-se corresponder, duma maneira biunívoca, um elemento do outro (por exemplo: a cada asa corresponde um mamute).

Desta fase de desenvolvimento encontramos ainda vestígios em muitas línguas atuais. Assim, para "cinco" os numerais **hlanu, nthlanu** e **tano** em Zulu, Changana e Swahili respectivamente (duma origem comum) significam originalmente "mão", como também acontece, por exemplo, no grego ou no russo. Na língua Banda da África Central, o numeral para vinte significa à letra 'homem completo', referindo-se ao total de vinte dedos de um homem. Um exemplo interessante verifica-se na língua Mandingo falada no Mali. A palavra para "nove", a saber **Kononto**, significa "aquele lá na barriga", dizendo respeito aos nove meses da duração duma gravidez[3].

3.3. Estes vestígios nas línguas atuais, já indicam a transição de comparações individualmente inventadas, que possivelmente não são compreendidas por toda a gente, para comparações mais correntes, geralmente aceitas (dentro de uma determinada cultura). Foram desenvolvendo numerais como abreviatura de comparações que eram claras para cada um. Estes primeiros numerais refletem uma propriedade dum conjunto de objetos e são, por isso, adjetivos, que podem ser conjugados, como nos mostram os seguintes exemplos: em português "dois carros" mas "duas crianças", conforme o gênero do substantivo envolvido. Na língua Changana "**sinha hunwe**" (uma árvore), **xiharhi xinwe** (um animal), **munhu munwe** (uma pessoa), correspondente à classe do substantivo. Aqui vemos uma raiz comum 'nwe' nos numerais para "um". Uma raiz comum pode pertencer a uma fase posterior, como a língua dos índios norte-americanos Tsimshia nos mostra provavelmente: **t'apgat, goupel, gaopskan, g'alpeeltk** e **gulbel** são numerais diferentes, em vez do nosso "dois", que se referem a classes diferentes de objetos, tais como objetos achatados, redondos, compridos, pessoas canoas e medidas respectivamente[4].

Vê-se um desenvolvimento na direção duma substantivação crescente dos numerais no sentido de que, cada vez mais, para mais classes de objetos são utilizados os mesmos numerais, como por exemplo, no português, o numeral "três" pode ser usado para quaisquer objetos e não só para redondos ou achatados. Em muitas sociedades constata-se um outro desenvolvimento paralelo a esta substantivação. É o desenvolvimento para comparar com determinadas coleções padrão, tais como dedos, cortes num pau, pedrinhas (no latim a palavra pedrinhas é "calculi", da qual deriva a palavra portuguesa 'cálculo'), riscos em pedras, etc. Perto de Ishango, no atual Zaire, foram encontrados vestígios de tais riscos localizados entre 9000 a 6500 A.C.[5].

É possível que noutras sociedades estas formas de comparar precedessem e estimulassem essa substantivação dos numerais.

3.4. Em resumo, podemos constatar que a noção de número (os números naturais mais pequenos) foi nascendo num processo de abstrair, cada vez mais, de determinadas propriedades das coleções de objetos que o homem nas sociedades de caçadores e coletores encontrava, como resposta criadora aos problemas que enfrentava no seu trabalho. Esta noção reflete a experiência prática de "inumeráveis" gerações.

Um processo semelhante de abstração verifica-se na formação de outros conceitos, por exemplo, na noção de 'cor'. Em esquema[6].

objeto considerado como um todo		
comparar	... tal como um corvo	tantos... como uma mão tem dedos
adjetivo (propriedade duma coleção de objetos)	pedra negra	cinco árvores
substantivo (propriedade distinguida dos objetos concretos)	negridão	cinco
	cor	número natural

A propriedade que é comum a todos os conjuntos cujos elementos podem ser postos numa correspondência biunívoca com as asas de um pássaro, é o número indicado pelo nome dois (dizendo-se, muitas vezes, abreviadamente o número dois). Assim é um número (natural) a propriedade que é comum a todos os conjuntos cujos elementos se podem fazer corresponder biunivocamente.

Em que consistem as propriedades do número, representado pelo numeral quatro? Quatro é a soma de um e três, quatro é duas vezes dois... As propriedades de um número consistem nas suas relações com os outros números, tal como, em geral, uma abstração tirada de sua base concreta não tem significado em si própria; ela existe apenas nas suas relações com os outros conceitos. Isto coloca algumas questões: Como foram nascendo historicamente as relações entre os números? E quais foram as conseqüências para o desenvolvimento do conceito de número?

4. As operações sobre números (adicionar, multiplicar, subtrair e dividir) foram-se desenvolvendo como reflexo das operações efetuadas com objetos concretos. Por exemplo, a adição corresponde à operação de juntar duas ou mais coleções (os frutos colhidos por um grupo, com os frutos colhidos por outro grupo, etc). A multiplicação desenvolve-se, em grande medida, a partir do hábito de contar "dois por dois", "três por

três", etc, assim acelerando a contagem do número de animais num rebanho, por exemplo.

4.1. Estas primeiras operações contribuiram para a extensão do conceito de número: mais números naturais como nos mostram os seguintes exemplos:

Uma tribo, vivendo perto do rio Murray, na Austrália[7], usa como numerais: **enea**(=1), **petcheval** (=2), **petchevalenea** (=2+1, ou seja 3), **petcheval-petcheval** (=2+2, ou seja 4), uma estrutura binária semelhante à dos pigmeus Bambuti, e de tribos em Papua Guinea[8]: **urapan** (=1), **okosa** (=2), **okosa-urapan** (=2+1, ou seja 3), **okosa-okosa** (=2+2, ou então 4), **okosa-okosa-urupan** (=2+2+1, quer dizer 5), **okosa-okosa-okosa** (=2+2+2 = 6). Estes numerais partem sempre da base dois. No entanto, encontramos também outras bases. Por exemplo, com os Kamilaroi[9] na Austrália, a base três: **guliba** (3), **guliba-guliba** (3+3 quer dizer 6). Na língua Swahili vestígios da base quatro: **nane** (=4+4 ou seja 8). Freqüentemetne, vê-se mais do que uma base. Com os Ekoi, nos Camarões: **eseresa** (=3+3 = 6), **eniresa** (=4+3 = 7),**enireni** (=4+4 = 8), **eloneni** (=5+4 = 9), ou na língua changana: **nthlanu ni simbiri** (=5+2 = 7) e **tshume ni xinwe** (=10+1 = 11).

Para a multiplicação podemos também encontrar muitos exemplos. Em Changana 'mune wa matshume' (4x10, ou seja 40). Na língua Banda, já mencionada, o nome para quinze significa à letra "três mãos" e o para quarenta "dois homens completos". Estes novos numerais estendidos já pressupõem uma descoberta importante: não só hoje dois leões mais três leões dão cinco leões, mas isto acontecerá amanhã também; não só dois leões mais três leões dão sempre cinco leões, mas também dois antípoles mais três antílopes dão sempre cinco antílopes; não só dois animais mais três animais dão cinco animais, mas também duas plantas mais três plantas dão cinco plantas, etc. Através do trabalho de "inumeráveis" gerações com coleções concretas foram-se descobrindo regularidades cada vez mais gerais, que desaguavam em regras, tais como na nossa linguagem simbólica 2+3=5, ou o que ainda precisa duma base de experiência muito maior e rica, o resultado da adição de dois números é independente da ordem em que se procede, ou então na nossa notação atual 2+3=3+2, e mesmo a+b=b+a, onde a e b representam números quaisquer.

4.2. Passaram entre 10 e 15 mil anos desde esta grande revolução que se verificaria ter influência profunda no desenvolvimento do conceito de número, no desenvolvimento da matemática. Pela primeira vez na história humana, povos romperam com a dependência extrema do meio ambiente que implicava a sua vida de caçadores e coletores; gradualmente aprendia-se a intervir na produção de comida: foram descobrindo a

agricultura e o **pastoreio**.

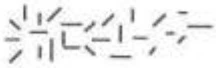
Estas novas possibilidades de produção punham a humanidade perante numerosos problemas novos: 'que quantidade de sementes podemos comer e que quantidade temos de semear para poder comer suficientemente no ano seguinte?'; 'escaparam-se animais do rebanho', 'quando temos de semear?' etc. Estes problemas e possibilidades novas (viver em grupos maiores, estabelecer-se em aldeias, etc.) necessitavam duma extensão do conceito de número: tornava-se necessária a contagem de quantidades maiores.

Uma vez mais, vemos aqui confirmada a teoria de Friedrich Engels segundo a qual o homem desenvolve-se através do seu trabalho[10].

As novas necessidades sociais e econômicas exigiam uma extensão do conceito de número e das operações sobre os números.

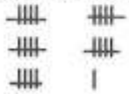
4.3. Saber contar o número de animais num rebanho, o número de dias num ano, o número de produtos numa troca, etc., saber contar coleções cada vez maiores e saber **comunicar** a outras pessoas os resultados das contagens, provocaram inovações.

Como é possível compreender rapidamente um Ekoi se ele falasse de "**enirenirenirenireni**" animais onde nós falamos de vinte animais? Como compreender rapidamente o changana "**nthlanu wa matshume ni matshume manharh ya bsiluva ni xinwe** (5x10+10x3+1), onde se diz em português, oitenta e uma flores? Como obter rapidamente uma impressão do número, quando num pau encontramos os seguintes riscos.



ou mesmo, quando mais ordenados IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII?

Ao anotar



é quase imediato que se trata de vinte-e-seis objetos.

Tornavam-se socialmente necessárias inovações tanto no aperfeiçoamento e na simplificação dos nomes dos números, como na introdução ou no melhoramento de símbolos para representar números.

Em particular, foram alcançados avanços consideráveis nas **civilizações agrícolas dos grandes rios**, como, o Nilo, Eufrates, Tigre, Ganges, Huang Ho e mais tarde Yang-tse, e com os Mayas. Aí, era necessário calcular na computação do calendário, na administração da colheita, na organização de obras públicas, na coleta de impostos, etc. Foi naquelas sociedades que se inventou a **escrita** a partir da contabilidade, a partir do cálculo.

Às vezes, os primeiros novos **símbolos** eram o resultado de traçar rapidamente riscos numa vara ou incisões num pedaço de barro (sem levantar a "caneta") como os nossos símbolos atuais sugerem:

II N

(dois no sistema árabe)

III NV

ou, horizontalmente: (três no sistema árabe)

= z 2

≡ ȥ 3

Aqui ecoa a base material nos símbolos para dois e três, libertando o caminho para a criação de outros símbolos. Baseados em muitas experiências, foram gradualmente introduzidos melhoramentos nas notações simbólicas, tais como a introdução do **sistema de posição** e do **zero**. Por sua vez, a introdução de símbolos para os números tinha um significado importante para o desenvolvimento da aritmética e, mesmo, para o desenvolvimento da matemática. Eles dão uma encorporação simples do conceito de número, mesmo em tal medida que muitas pessoas identificam, embora isto seja incorreto, um número com o seu nome simbólico, como se o país Moçambique fosse idêntico ao conjunto (ordenado) das letras do seu nome. Os símbolos facilitam fazer as contas; podemos calcular no papel (barro, solo, etc.) em vez de precisar de juntar dois rebanhos para saber quantas vacas há no total, etc. Eles estimularam a extensão do conceito de número até números tão grandes que nunca pudessem ser o resultado duma contagem direta: quantas vidas humanas seriam precisas para poder contar até 10^{10}?

Ao terminar, tiremos algumas conclusões a partir destas primeiras fases de desenvolvimento do conceito do número[11]. A origem do conceito de número é histórica. Ele desenvolve-se conforme as mudanças nas necessidades sociais e econômicas. O conceito de número e as operações sobre os números desenvolvem-se através de um processo de abstração, subindo a níveis cada vez mais altos, refletindo a acumulação duma quantidade imensa de experiência prática com coleções de objetos concretos.

Por isso, os resultados da aritmética são tão **convincentes**, como 1+1=2 e são tão aplicáveis: eles refletem a experiência de milhares de gerações humanas.

... tão aplicáveis. Porém nisto reside igualmente a sua limitação, porque a verdade não é abstrata, é sempre concreta (Lenine). Pode acontecer que, em circunstâncias muito particulares, um mais um dê um: 1+1=1 (!?), quando um leão com fome está numa gaiola com um cordeiro, restará apenas um animal, ou quando o Ministro Sérgio Vieira disse no seu discurso "O Homem Novo é um processo" do trabalho coletivo: quando 1 mais 1 trabalham, é mais que 2(1+1>2); ou quando se mistura 1 litro de água com 1 litro de álcool, fica apenas 1,9 litros de líquido: 1+1=1,9.

Assim os números são, por um lado importantíssimos na nossa vida, mas por outro lado, não se deve considerá-los absolutos ou deificá-los. É neste contexto que o matemático soviético Rashevski[12] formulou a hipótese de que a resolução de um número de problemas nas ciências modernas da natureza pudesse pressupor romper com o "dogma dos números naturais" duma maneira análoga ao quebrar o dogma da Geometria Euclidiana no século passado, que constituiu uma das condições necessárias para a elaboração das teorias físicas revolucionárias da relatividade e da mecânica quântica no século 20.

Conceitos (significativos) refletem a realidade objetiva. A origem e o desenvolvimento do conceito de número (tal como o de conceitos geométricos) retiram qualquer base para uma visão idealista de que a matemática é a "priori" um produto do pensamento puro, ou duma intuição inata.

NOTAS

1. Citado por Wussing, H.; Arnold, W., *Biographien bedeutender Mathematiker*, Berlim, 1975, p. 437.

2. Vide Junod, H., *Usos e costumes dos Bantos*, 1974, vol. 2., p. 152.

3. Vide Zaslavsky, C., Black african traditional mathematics, in: *The Mathematics Teacher*, 1970, 4, p. 366.

4. Vide Conant, L., *The number concept*, New York, 1896, p. 87.

5. Vide Zaslavsky, p. 348.

6. Compare Aleksandrov, A. A general view of mathematics, in: *Mathematics, its contents, methods ans meaning*, New York, 1969, vol. 1. p. 10.]

7. Vide Conant, p. 106.

8. Vide Dantzig, T., *Number the language of science*, New York, 1976, p. 28.

9. Vide Conant, p. 107.

10. Vide Engels, F., *Dialektik der Natur*, Berlin, 1975, p. 444-456.

11. Compare Aleksandrov, p. 15-17.

12. Vide Rashevskii, P., On the dogma of the natural numbers, in: *Russian Mathematical Surveys*, vol. 28, 1973, 4, p. 143-148.

BOLETIM DO GEPEM ASSUNTOS TRATADOS

BOLETIM Nº 18

- Apresentação
  Profª Maria Laura Leite Lopes
- Comunicação
- Relatório sobre o Seminário Interestadual de Educação Matemática
  Profª Moema Sá Carvalho
- Pós-Graduação em Educação Matemática, a Experiência de Rio Claro
  Prof. Luiz Roberto Dante
- A Heurística e o Ensino da Resolução de Problemas
  Profª Zaíra Cunha Melo Varizo
- Aconteceu Comigo
  Eloi Tavares de Souza
- Grupos Cíclicos (continuação)
  Prof. Eduardo Fernandes Quadra
- A Desigualdade Isoperimétrica
  Prof. Augusto José Maurício Wanderley
- Tabelas de Medidas e Moedas em Circulação na Judéia no Tempo de J.C.
  Transcrição da Aritmética de Trajano
- Resenha de Artigos sobre Polígonos e Experimentações Didáticas, publicados na Revista "L'Educazione Matematica, ano V — nº 2, Cagliari, Itália
  Profª Maria Laura Leite Lopes
- Boletim do GEPEM — Assuntos Tratados

BOLETIM Nº 19

- Apresentação
  Professoras: Maria Laura M. Leite Lopes e Regina Monken
- Ensino da Matemática — Um Processo entre a Exposição e a Descoberta
  Profª Martha de Souza Dantas
- A Difícil Hora da Decisão — A Escolha do Livro Didático em Matemática
  Prof. Antonio José Lopes

BOLETIM Nº 20

BOLETIM Nº 21

- Uma Experiência em Educação Matemática desenvolvida na Universidade de Pernambuco — Reportagens JB e Diário de Pernambuco
- Jogo Matemático
  Professoras: Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb
- Pesquisa em Ensino de Matemática
  Prof. Douglas A. Grouws — Tradução de Radiwal Alves Pereira
- Relatório da Secretaria do GEPEM

BOLETIM Nº 22

- Apresentação
  Professoras: Maria Laura M. Leite Lopes e Regina Monken
- Resolução de Problemas — Uma análise dos fatores envolvidos
  Profª Lilian Nasser
- Resolução de Problemas de Matemática Elementar
  Profª Maria Ignez de Souza V. Diniz
- Uma Experiência Educativa a Nível de Bacharelado
  Tradução de *Moema de Sá Carvalho*
- Uma Experiência em um Curso de Álgebra Superior
  Tradução de *Moema de Sá Carvalho*
- A Alegria da Matemática ou a Vingança de Fermat
  Tradução de *Alexandre Lissovsky*
- Caminhos Alternativos na Resolução de um Problema Relativo às Progressões Aritméticas
  Professoras: Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb
- Resolução de Problemas apresentados no Boletim 21.
- Informes
  Profª Regina Monken

BOLETIM Nº 23

- Apresentação
  Profª Regina Monken
- As Idéias Fundamentais da Matemática Moderna
  Prof. João Bosco Pitombeira de Carvalho
- Cultura e Computadores nas Aulas de Matemática
  Tradução de *Radiwal Alves Pereira*
- Há Alunos Irrecuperáveis?
  Professores: Elza Maria Braga e Vera Maria Rodrigues
- Analisando Livros Didáticos de Matemática
  Professoras: Katia Regina Ashton Nunes e Maria Antonieta Pirrone

• Olimpíada Estadual de Matemática

BOLETIM Nº 24

• Apresentação
Profª Regina Monken
• Comemoração do Cinquentenário da Universidade Santa Úrsula e Implantação do Curso de Mestrado em Educação Matemática — GEPEM/USU — 28.03.89
• Aula Inaugural — Madre Maria de Fátima Maron Ramos
Breve Histórico do GEPEM — Profª Maria Laura M. Leite Lopes
• Homenagem ao Professor Mello e Souza
Profª Estela Kaufman Fainguelernt
• Um Método Geral para Construir Polígonos Regulares, Inspirado numa Técnica Moçambicana de Entrelaçamento
Prof. Paulus Gerdes
• O Professor de Matemática e a Seleção Chamada Avaliação
Professores: Roberto Baldino e Tânia Cabral
• Dificuldades Matemáticas dos Futuros Professores Primários
Profª Vânia Maria Pereira dos Santos
• Questionamento da Conceituação dos Trapézios Isósceles e Escaleno
Prof. Hideo Kumayana
• Matemática Divertida: Números Cruzados
Professoras: Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb
• Conseqüências Pedagógicas da Pesquisa em Álgebra
George Booker — Tradução de Radiwal Alves Pereira
• Problema não é Problema
Apenas Três "Dois" (contribuição de Wilson Belmonte)
Por quê a Fórmula? (contribuição de José Carlos de Mello e Souza)
• GEPEM Notícias
• Olimpíada Estadual (RJ) de Matemática

BOLETIM Nº 25

• Apresentação
Profª Regina Monken
• Matemática Moderna, Sua Origem e Aspectos de seu Desenvolvimetno em alguns Países Ocidentais
Profª Ana Maria Kaleff
• O Ensino da Adição e da Subtração para Alfabetizandos Adultos
Prof. Newton Duarte
• Sobre uma Propriedade Métrica do Paralelogramo
Prof. Luiz Adauto Medeiros

- Problemas, Idéias, Sugestões — Transcrito da Revista Educação e Matemática da Associação de Professores de Matemática de Portugal, ano I, nº 1, jan./87.
- Uma Dose de Humor em sua Reflexão
  Profª Walderez F. Fraga
- Resenha do livro "Infinite Processes, Background to Analysis", de A. Gardiner, Springer, NY, 1982.
  Prof. João Bosco Pitombeira de Carvalho
- Solução de problema proposto no número anterior.
  Professores: Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb

OBSERVAÇÃO: Por problemas financeiros o Boletim GEPEM vem sendo editado fora do semestre planejado. Dessa forma, a partir do primeiro semestre de 1990, editamos:

BOLETIM Nº 26

— referente ao 1º semestre de 1990.
— edita palestras apresentadas na I Semana da Matemática (GEPEM/USU), realizada de 13 a 16 de março.

- Apresentação
  Profª Franca Cohen Gottlieb
- Abertura da Semana da Matemática
  Prof. José Carlos de Mello e Souza
- The Teaching and Learning of Algebra in the Secondary School
  Prof. Abraham Arcavi
- Visão Geral da Informática no Brasil: enfoque na área educacional
  Prof. Robert Kopp
- Sobre a Construção dos Números Reais
  Prof. Luiz Adauto da Justa Medeiros
- A Pesquisa e o Saber Social
  Prof. Circe Navarro Vital Brazil
- A Educação Matemática, sua evolução
  Profª Maria Laura Mouzinho Leite Lopes
- Idéias Fundamentais da Matemática
  Prof. João Bosco Pitombeira de Carvalho
- Informática: o Século XXI já chegou. Precisamos correr para alcançá-lo e, mais do que nunca, raciocinar.
  Prof. Paulo Afonso Lopes da Silva
- Estruturas Cognitivas e o Ensino da Matemática
  Profª Angela Valadares Dutra de Souza Campos
- Encerrando a Semana da Matemática
  Prof. José Carlos de Mello e Souza

BOLETIM Nº 27

— referente ao 2º semestre de 1990.

— em homenagem à memória do Professor José Carlos de Mello e Souza

- Apresentação
- O Ensino da Matemática nos Ciclos Básicos das Universidades: Identificação dos Problemas e Tentativas de soluções
  Profª Maria Laura Mouzinho Leite Lopes
- Papel da Matemática na Educação
  Profª Moema Sá Carvalho
- O Professor Mello e Souza — depoimento sobre sua visão e sua sensibilidade na adequação do ensino da Matemática ao aluno
  Professoras: Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb
- Técnica Moderna para o Ensino da Matemática
  Professoras: Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb
- Translações e Simetrias no Plano
  Professoras: Estela Kaufman Fainguelernt e Noelir de Carvalho Bordinhão
- Ao Nosso Saudoso Mestre José Carlos de Mello e Souza
  Alunos da USU da última turma por ele regida
- Cálculo Numérico da Raiz Quadrada
  Prof. José Paulo Carneiro
- Ensinando M.M.C e M.D.C. de Dois Números Nåturais
  Professoras: Lúcia Arruda de Albuquerque Tinoco e Marién Martinez Gonçalves
- O Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria
  Profª Lilian Nasser
- Curso Sobre Material Dourado
  Profª Nicola Siani

BOLETIM Nº 28

— referente ao 1º semestre de 1991.

— edita palestras apresentadas na II Semana da Matemática (GEPEM/USU), realizada de 13 a 16 de maio.

- Introdução
- Homenagem ao Professor Mello e Souza
  Profª Estela Kaufman Fainguelernt
- Abertura da II Semana da Matemática
  Profª Maria Laura Mouzinho Leite Lopes
- Razão Matemática X Argumentação
  Prof. José Américo Peçanha

- Sobre o Ensino de Função Linear
  Prof. Luiz Adauto da Justa Medeiros
- Influência das Olimpíadas de Matemática no Ensino de 2º grau
  Prof. Frederico Palmeira
- Informática na Educação
  Prof. Jácomo Palladino
- Aplicações da Álgebra Linear
  Prof. José Paulo Quinhões Carneiro
- Critérios para a Avaliação de Softwares Educacionais
  Profª Ana Regina Cavalcanti da Rocha
- A Alegoria em Matemática
  Prof. Nilson José Machado

BOLETIM Nº 29

— referente ao 2º semestre de 1991.
— transcrição de falas da II Jornada de Educação Matemática e outros artigos.

- Apresentação
- II Jornada de Educação Matemática
  Fala da Profª Circe Navarro Vital Brazil
  Fala da Profª Maria Aparecida Viggiani Bicudo
  Fala do Prof. Eduardo Sebastiani Ferreira
- Afinal, Por Que Ainda se Ensina Logaritmo?
  Profª Gilda de La Rocque Palis
- Níveis de Van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria?
  Profª Lilian Nasser
- Etnomatemática e Educação
  Prof. Marcelo C. Borba
- Os Disparadores no Ensino de Alguns Tópicos de Matemática
  Profª Alciléa Augusto
- Padrões para Ternos Pitagóricos Primitivos
  Prof. Ruy Madsen Barbosa
- Recolocando a Questão
  Profª Zaíra da Cunha Melo Varizo