conhecimentos da Física Relativista e revolucionaram as Ciências do nosso século.

Desconhecendo as considerações anteriores, não é de se admirar que nos meios educacionais:

- surjam dúvidas quanto à natureza da Geometria, chegando a mesma a não ser, sequer, reconhecida como um ramo da Matemática;
- se desconheça a evolução histórica da Geometria, a importância filosófica do Método Dedutivo e as conseqüências para o ensino elementar das tentativas de se substituir a Geometria Euclidiana por estruturas algébricas formalmente mais abrangentes.

Acreditamos que os fatos aqui apresentados sejam relevantes para a formação do Educador Matemático, pois vemos, como produto final da Educação, o Homem como indivíduo, que deve, não somente, estar integrado no seu meio social e consequentemente dominar as ferramentas básicas para o mercado de trabalho, mas também, estar consciente da sua condição de ser em transformação, integrado com sua natureza interior e participante ativo na construção de seu destino e da História.

Meus mais sinceros agradecimentos à professora Estela Kaufman Fainguelernt, por ter me propiciado esta oportunidade de expressar algumas de minhas preocupações sobre o ensino da Geometria.

BIBLIOGRAFIA

BERTONI, Nilza E. Currículo de matemática de 1º grau - Pressupostos para o estabelecimento de linhas gerais. Projeto Um novo Currículo de 1ª a 8ª série": UNB - MEC/CAPES/PADCT, 1980.

MACHADO, Nilson José. Matemática e Lingua Materna; Cortez Editora : São Paulo, 1990.

PRADO, Ema L.B. História da matemática : Um estudo de seus signficados na Educação matemática. Dissertação de Mestrado : Rio Claro, 1990.

A IMPORTÂNCIA DA ARGUMENTAÇÃO, NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ALTURA DE TRIÂNGULO

Maria Solange da Silva
Mestranda da USU

Introdução

Este trabalho teve como fonte de inspiração a exposição de uma pesquisa da professora Rina Hershkowitz, feita em escolas de Israel.

Após conhecer os resultados obtidos em tal pesquisa, surgiu-me a curiosidade de saber como resultaria no Brasil um trabalho semelhante.

O trabalho consiste em verificar quais as dificuldades que os alunos apresentam para registrar o conceito de <u>altura de triângulo</u>, que julgamos ser de fácil compreensão.

Em Israel a pesquisa foi feita em turmas de 5ª a 8ª séries e em uma turma de Formação de Professores, aqui, o trabalho foi realizado em Abril de 1993, de acordo com o nosso currículo escolar e foi apresentado em uma turma de 7ª série a um grupo de 28 alunos, numa de 8ª série a um grupo de 26 alunos e em uma turma de 3º ano de Magistério, com 9 alunas, no Colégio Maria José Imperial da Rede Particular de Ensino do Rio de Janeiro.

Na turma de 7ª série os alunos ainda não haviam estudado o conceito de altura de triângulos pois, segundo o calendário escolar, seria matéria a ser ministrada no segundo semestre. Enquanto na 8ª série e no Normal os alunos já haviam estudado o assunto.

Objetivos do Trabalho

Os principais objetivos da realização do trabalho são:

1 - fazer com que os professores que ensinam geometria, percebam que não é muito fácil para o aluno dissociar a <u>noção natural de altura</u> (a posição vertical), do conceito matemático de altura de triângulo em relação a um de seus lados.

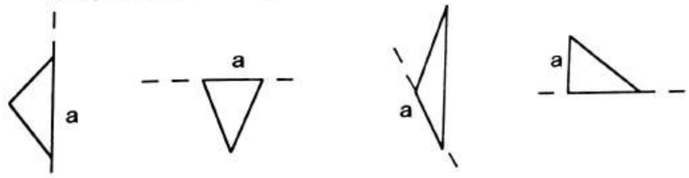
2 - fazer com que os alunos desenvolvam a habilidade de argumentação para que possam construir uma definição completa para altura de triângulo, incluindo todas as

orientações que estão dispostas no conceito matemático e percebê-las passo a passo no decorrer da mostração.

Desenvolvimento do Trabalho.

Foi apresentada a seguinte atividade para as três turmas:

- Desenhe a altura de cada um dos triângulos abaixo em relação ao seu lado <u>a</u>.



Obs.: Nesta etapa não lhes foi dada a definição do que seria altura de triângulo, no conceito matemático. Por conseguinte, somente os alunos da 8ª série e os do Curso Normal já deviam ter tomado conhecimento desse conceito.

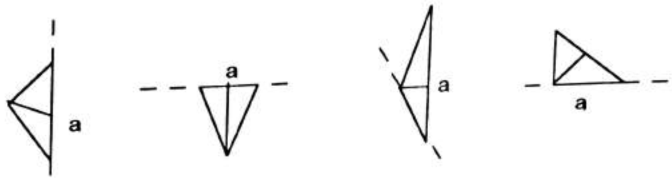
Análise de Algumas Soluções que não Conduziam ao Conceito

Na 7ª Série.

1 - Um grande número de alunos apresentou como sendo altura de triângulo relativa a um determinado lado <u>a</u> um segmento de reta que partia dos vértices até o lado oposto a este, sem analisar:

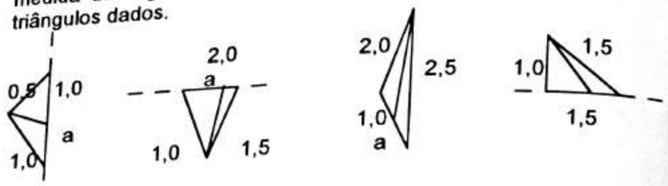
a) se este lado era o fixado no enunciado;

b) se o segmento que desenharam era perpendicular ao lado escolhido por eles.



Este tipo de solução foi apresentada pela maioria dos alunos nas três turmas.

2 - Uma aluna somou os lados do triângulo e dividiu o resultado por 3. Para ela, este quociente representaria a medida do segmento de reta que determinaria a altura nos triângulos dados.

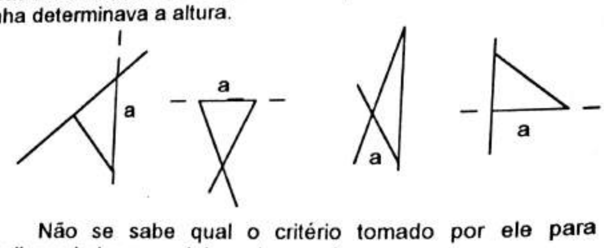


= 0,8 = 1,3 = 1,8 = 1,3

Esta aluna relacionou a altura com medida. Porém, em nenhum momento se tinha falado, em medida, e muito menos em média.

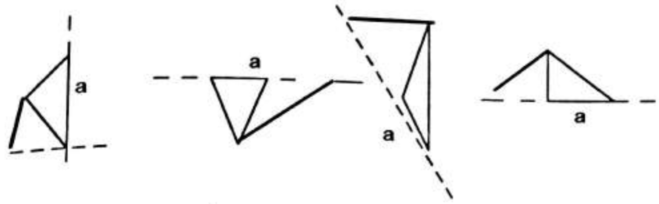
Na 8ª série.

1 - Um aluno traçou uma linha sobre um dos lados do triângulo. No triângulo isósceles traçou uma linha em dois de seus lados excluindo sempre o lado pré-fixado. para ele, esta linha determinava a altura.



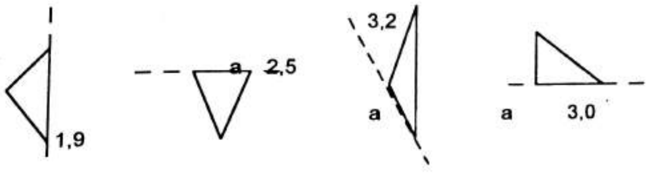
Não se sabe qual o critério tomado por ele para escolher o lado no qual desenhou a altura.

2 - Alguns alunos desenharam um segmento fora do triângulo, partindo do vértice oposto ao lado a, até a reta suporte, formando um novo triângulo. O segmento em linha cheia seria a altura do triângulo dado.



No Magistério.

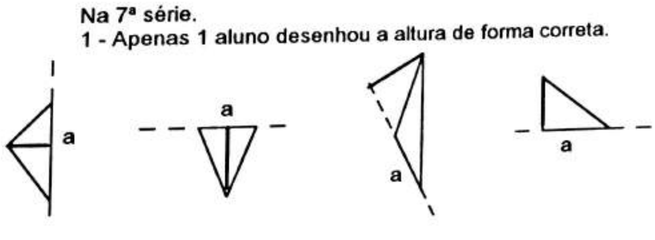
1 - Uma aluna atribuiu uma medida à parte da reta suporte do lado fixado, concluindo que aquela medida representava a altura do triângulo.



Análise de Algumas Soluções que Conduziam ao Conceito.

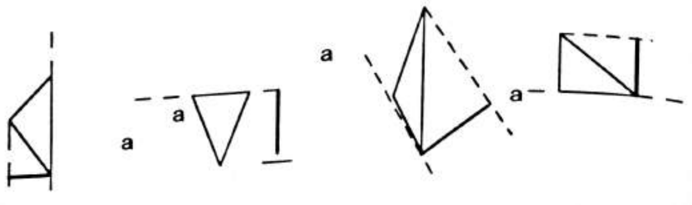
Na 7ª série.

1 - Apenas 1 aluno desenhou a altura de forma correta.



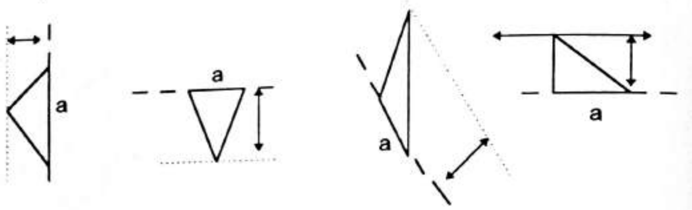
Na 8ª série.

1 - Alguns alunos traçaram a linha paralela ao lado a, partindo do vértice oposto a este lado, traçando a altura externamente ao triângulo.



Neste caso as respostas estão corretas, no entanto é estranho que nos triângulos obtusângulo e retângulo, eles tenham seguido um caminho mais longo.

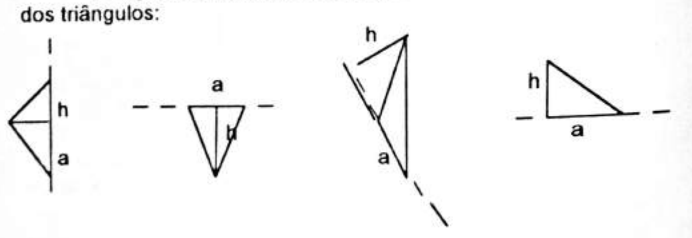
2 - Sessenta por cento da turma traçou primeiro uma linha paralela ao lado pré-fixado por sobre o vértice oposto a este lado. A altura está representada pelo segmento que separa estas duas linhas, perpendicularmente.



Apesar destes alunos terem desenhado as alturas dos triângulos da forma mais geral, foi-lhes perguntado porque haviam procedido daquela maneira, e eles responderam que os professores também faziam daquele modo.

No Magistério.

1 - Apenas uma aluna acertou como desenhar a altura dos triângulos:



Após estas análises retornei às salas de aula para explorar os seus trabalhos, no entanto apresentou-se da mesma maneira que o aluno da 7ª série.

De início, perguntei aos alunos, o que seria para eles altura de triângulos, no conceito matemático.

Respostas apresentadas:

Na 7ª e 8ª séries: - é uma linha que vai da base ao ponto mais alto.

No Magistério:

a) é o tamanho

b) limite entre um ponto e outro

c) é uma linha perpendicular à base (resposta da aluna que soube representar a altura dos triângulos).

Observei que os alunos não tinham chegado ao conceito completo. Alunos da 7ª e 8ª séries e a aluna do Normal, que deu a resposta do item (c), faziam uma correlação com a noção primária e elementar de altura, tais como: - altura de uma árvore, de uma pessoa, etc..., sempre idealizando-a n.ª posição vertical e projetando tal noção ao problema suscitado.

As alunas do Normal que deram as respostas dos itens (a e b), não conseguiram associar à altura dos triângulos dados nem essa noção primária, vislumbrada pelas suas colegas.

O Emprego da Mostração

Após esse levantamento de dificuldades, resolvi fazer uma mostração em concreto para suprir-lhes a falta de uma visualização, do que seria esse conceito matemático do assunto tratado.

Através de objetos que pudessem ser manuseados, a tentativa foi de lhes causar a percepção e o registro nas suas memórias, fazendo "paripassu" o desmembramento do conceito matemático, associado com as evoluções do material de trabalho na crença de facilitar-lhes a assimilação pela visualização e pela analogia reciprocamente, induzindo-os a construir por eles próprios o conceito de altura de triângulos.

Saulo Aparecido da Silva[3] deu a seguinte idéia:

- "Construa um triângulo acutângulo, um obtusângulo e um retângulo, de madeira. No vértice oposto ao lado suporte prenda uma linha com um pêndulo na outra extremidade. Soltando este pêndulo, os alunos verão que naturalmente, o peso na ponta da linha se deslocará, e posicionará a linha perpendicularmente à base, a qual representará a altura do triângulo".

Na 7ª série, enquanto fazia a ilustração com o pêndulo, perguntava-lhes se havia alguma relação entre a linha posicionada livremente e a base. Após alguns exemplos apresentados, o aluno que havia conseguido desenhar corretamente as alturas, afirmou que sempre haveria um ângulo de 90° entre elas. os outros alunos não concordaram, e alegaram que este fato não aconteceria no obtusângulo. Resolvi esperar que toda a turma constatasse o mesmo fato.

Após mais algumas experiências com o triângulo obtusângulo, finalmente todos concluiram que a linha da altura e a base formavam sempre um ângulo de 90°.

Na 8ª série e no Normal o procedimento foi o mesmo que o anterior e os alunos chegaram à mesma e correta conclusão mais rapidamente.

Aproveitei ainda este momento, para mostrar às turmas que todo triângulo possui três alturas, e que qualquer destas seria obtida sempre perpendicularmente em relação ao lado fixado, de acordo com o conceito matemático recém-esclarecido, ou constrído.

Durante a observação com um triângulo obtusângulo, a aluna do Normal que anteriormente acertara o desenho da altura, no momento em que foi dado um giro de 180° deixou de enxergar o ângulo obtuso, afirmando que este havia sumido, retornando o triângulo à posição originária ela afirmou que ângulo "havia retornado".

(1) (2) (3)

[3] Aluno de graduação em Ciências Jurídicas que desenvolve um trabalho sobre Linguagem para o Curso de Direito.

Percebe-se que a aluna desconhecia que um giro não descaracteriza um triângulo, pensando, ao contrário que modifica seus ângulos.

Essa é outra oportunidade a explorar, no sentido de que os alunos percebam propriedades invariantes das figuras face rotações e translações.

Assim procedendo, acredito que os alunos podem perceber como se constroem conceitos matemáticos e como a Matemática não nasceu feita.

CONCEITOS BÁSICOS DA MATEMÁTICA:
Concepções encontradas em Sala de Aula

Lucia Arruda de A. Tinoco
Projeto Fundão/UFRJ

Há muitos anos, nas universidades e fora delas, acredita-se que o professor, principalmente aquele que se dedica ao ensino de 1º e 2º graus, não tem nada de pesquisador; que as tarefas de ensinar e pesquisar não têm qualquer relação.

Essa crença faz sentido, no caso da Matemática, se considerarmos a pesquisa básica em Matemática. No entanto, ela cai por terra, quando o objeto de pesquisa é o processo ensino-aprendizagem em Matemática, e é precisamente neste sentido que se desenvolve a pesquisa em Educação Matemática.

Como bem observa o Prof. Glaeser (1986/87), o fracasso na aprendizagem de Matemática pelos alunos, mais claramente percebido na medida em que se caminha no sentido da democratização do saber, é a mola do movimento pela Educação Matemática.

Esse fracasso se apresenta sob vários aspectos, dentre os quais destacamos:

- a evasão escolar, particularmente na 1ª e na 5ª série, pela qual, em geral, os professores não se responsabilizam;
- a aversão à Matemática por parte da maioria dos alunos, infelizmente cultivada por muitos professores;
- a retenção quase nula de conhecimentos de Matemática, da qual a população, em geral, se orgulha.

A valorização e o desenvolvimento da pesquisa em Educação Matemática tem como fatores decisivos a visão construtivista do processo de construção do conhecimento e a conseqüente ênfase dada à relação entre a Educação Matemática e as ciências sociais, como Psicologia, Antropologia, História, Filosofia e outras tais como a Lingüística.

Muito se discute em todo o mundo, e, particularmente, no Brasil, sobre a caracterização precisa da área de conhecimento "Educação Matemática"(Lopes, M.L.L., 1989,1990; D'Ambrosio, U.; Pitombeira, J.B.; Diniz, M.I.;

Bicudo,I.; Dante, L.R.; Baldino,R.R.,1991). Desse debate depreende-se que:

- há uma imensa diversidade de temas ligados à Educação Matemática, entre os quais se encontra a elucidação do processo de apropriação de determinados conteúdos matemáticos pelos alunos, particularmente em situação escolar, em sala de aula;
- todo trabalho neste último sentido tem que levar em conta os outros, realizados em contextos distintos, que, embora por vezes afastados de sala de aula, certamente são elementos essenciais para a reflexão sobre os fenômenos envolvidos no trabalho e sua compreensão;
- todo trabalho no sentido referido tem que ter por base uma posição clara dos pesquisadores em relação ao papel do professor, do aluno e da Matemática nesse processo.

A título de exemplo, as seguintes perguntas devem ser respondidas:

Que tipo de aluno desejamos ?

O obediente? O quieto? O crédulo? O que gosta de descobrir? O que questiona? O competitivo? O individualista? O que produz para o grupo?

Qual é a posição do professor em sala ?

A do todo poderoso? Do liberal? Do bonzinho? Do que sabe tudo? Do que conduz o processo? Do que respeita o aluno e sua experiência prévia?

A Matemática :

Está pronta a ser "transmitida" para os alunos? Deve ser construída pelos alunos? Deve ser construída dedutivamente? Deve ser trabalhada com o apoio na intuição e na afetividade? Está, de alguma forma e em algum nível, presente entre os alunos?

Tendo em vista todos esses aspectos, o Setor Matemática do Projeto Fundão vem trabalhando há dez anos, no

Instituto de Matemática da UFRJ, com uma equipe de professores e alunos deste Instituto e de professores de Matemática de 1º e 2º graus.

Neste trabalho, salienta-se a figura dos últimos como professores-pesquisadores. São eles os responsáveis pelo papel central da sala de aula e do aluno em toda a produção do grupo, a qual certamente constitui sólido apoio a outros professores que queiram adotar postura análoga em suas aulas.

Ao longo das experiências realizadas, duas tarefas assumem grande importância:

(i) - a transposição didática.

(ii) - a "leitura" das respostas e reações dos alunos.

A transposição didática requer o domínio do conteúdo a ser tratado, não só do ponto de vista da ciência sistematizada, mas, principalmente, da experiência prévia do aluno em relação a esse conteúdo e suas concepções a respeito dele.

Por outro lado, tais concepções só se clarificam no decorrer do experimento, precedido este por alguma forma de transposição didática. O reconhecimento das diversas concepções que norteiam o comportamento dos alunos ao resolverem as questões e tarefas propostas é o núcleo da "leitura"referida no item (ii) e constitui subsídio valioso para qualquer tentativa de aprimoramento do trabalho em sala de aula.

Neste sentido, insistimos no fato de que os erros, em geral, são manifestações das concepções dos alunos em relação ao assunto em questão, que, se reconhecidas, podem permitir o aproveitamento destes erros para acelerar o processo de aprendizagem.

Antes de passar aos exemplos, voltamos à polêmica questão do domínio da Matemática por parte do professor.

Polya, no segundo dos seus "Dez Mandamentos para Professores"(1987), diz: "Conheça a sua matéria".

Para nós, isto significa algo mais do que conhecer as definições e teoremas relativos aos conteúdos matemáticos. Para o professor de Matemática, é necessário conhecer muitos outros aspectos relativos a esses conteúdos. Exemplificando:

Um número racional, para um professor, não pode ser simplesmente um par ordenado de números inteiros, sendo o segundo deles diferente de zero. Pode ser um quociente, uma razão, uma parte do todo, uma medida, um número decimal, um ponto na reta, etc. E cada uma dessas coisas tem aspectos importantes que devem ser conhecidos pelo professor.

Passamos a observar alguns exemplos de situações de sala de aula.

1) Em uma tarefa na qual se pedia aos alunos que escrevessem frases envolvendo palavras como vertical, horizontal, triângulo, retângulo, ... , foram escritas as três frases abaixo:

i) "O perímetro serve para o cálculo da área das figuras".
ii) "O triângulo é descendente da pirâmide".
iii) "O retângulo tem duas verticais e duas horizontais".
(Portela, G. e outros, 1991)

Por meio de entrevistas com os alunos, foi possível concluir que:

- na frase (i), o aluno considera perímetro como a medida de um lado da figura (no caso, um polígono);
- na frase (ii), a aluna tem a perfeita noção de que o triângulo é a figura que aparece nas faces laterais da pirâmide;
- o autor da frase (iii) considera retângulo apenas aquele que está em uma determinada posição, ou seja, não conceitua o retângulo a partir de suas propriedades.

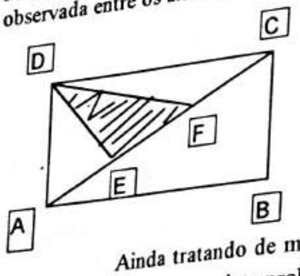
2) Ao perguntarmos a alunos do 1º ano do 3º grau o que é medir a superfície de uma figura plana, obtivemos a resposta:

"Dependendo da figura, a fórmula é diferente".

Entre alunos de 7ª série do 1º grau, em várias ocasiões, ouvimos: "área é base vezes altura". A mesma concepção foi observada por Tierney, C. e outros (1990) entre alunos de curso de formação de professores.

Em ambos os contextos, observa-se a concepção de medida de área como sendo uma fórmula. No caso da 7ª série, a fórmula da área dos retângulos e dos paralelogramos em geral. Isto reflete a ênfase dada às fórmulas no ensino da Geometria, em detrimento das idéias e das relações.

Para confirmar esta ênfase, citamos a dificuldade freqüentemente observada entre os alunos ao resolver o problema:



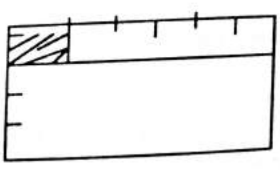
"Calcular a área do triângulo DEF, sabendo que o retângulo ABCD tem área *A*, e que a diagonal AC foi dividida em três partes iguais pelos pontos E e F ".

Ainda tratando de medida de área, foi proposto a um aluno de 7ª série o seguinte problema:

"Com quantas folhas de papel retangular, de 25cm por 20cm, pode-se cobrir um quadro retangular de 150cm por 100cm ?"

Alguns alunos calcularam a área das folhas de papel e do quadro, mas não conseguiram completar o problema. No diálogo provocado pela professora, ficou claro que estes alunos não viam a possibilidade de usar a divisão para responder à pergunta: quantos cabem?

Um aluno começou a esboçar um desenho do quadro dividido em partes retangulares iguais à folha, mas parou, dizendo: "não dá, não são quadrados".



Também neste caso, foi possível concluir que, para o aluno, uma unidade de medida de área teria que ser sempre quadrada.

Em outra experiência envolvendo unidades de medida de comprimento, alunos de segundo grau - magistério foram questionados sobre as medidas diferentes de um mesmo comprimento, obtidas com unidades distintas. Responderam então que as medidas eram diferentes porque os "centímetros"eram diferentes. Neste caso, a concepção de centímetro como unidade genérica de medida de comprimento é clara, e muito provavelmente não foi construída em sala de aula.

3) Ao trabalharmos com razões e proporções, num trabalho voltado para desenvolver as estruturas multiplicativas, nos defrontamos com o estágio da concepção de número entre os alunos: número é número natural. Daí a resposta "não existe" à pergunta:

"Qual é o número que multiplicado por 6 dá 9 ?"

Esta concepção está implícita no procedimento de uma aluna ao resolver o problema:

"Com 4 litros de leite, a babá de uma creche faz 10 mamadeiras iguais.

Quantas mamadeiras iguais a essas ela fará com 10 litros de leite?"

Solução:

4	-	10
4	-	10
2	-	5
10	-	25

Note-se que o modelo multiplicativo foi usado na última etapa (de 4 para 2, de 10 para 5), mas não de 4 para 10. A aluna não admite a existência de um número que multiplicado por 4 dê 10 (Tinoco, 1989).

Em relação a este exemplo, observa-se que à aluna nunca tinha sido ensinado a propriedade aditiva da proporcionalidade (funções lineares). No entanto, ela a usou