CONCLUSÕES

Neste estudo participatório, nós analizamos artigos da escrita livre e crônicas selecionadas de um estudante de primeiro ano, e também co-autor, que se inscreveu no curso de "Developmental Mathematics." Fez-se a análise das reflexões e das reflexões críticas neles contidas para se determinar o grau de validade da afirmação segundo a qual a escrita pode facilitar a aprendizagem da Matemática. Como se viu neste estudo, a escrita é um instrumento heurístico com o qual se negociam significados; nessa negociação a pessoa gera conhecimentos e aprende. Assim, a afirmação acima é mais do que racional. Além disso, nós tiramos outras conclusões embora estas sejam proferidas em termos gerais mais abaixo, nós dicutiremos limitações na sua interpretação. Finalmente, mencionaremos algumas questões sugeridas por este estudo.

As nossas conclusões são agrupadas em três áreas: comunicação estudante-professor, afetividade dos estudantes e aprendizagem dos estudantes. Quanto à comunicação estudante-professor, encoraja-se os estudantes que a escrevam expressivamente e estes têm-no feito espontaneamente. As crônicas são meios poderosos de diálogo entre o professor e o estudante. Além disso, este meio pessoal de diálogo pode servir para assegurar aos estudantes de que as suas preocupações são tomadas em consideração. Desta maneira, os professores têm uma oportunidade de proporcionar aos estudantes um "feedback" sobre as suas afirmações, interpretações, questões, descobertas e falhas de concepção. Apresentam-se assim oportunidades ricas para o encorajamento dos estudantes não só a reconsiderarem as suas conceitualizações como também a ampliá-los e a aprofundarem-nos. Além disso, a natureza reveladora da escrita expressiva dos estudantes proporciona aos professores um "feedback" sobre importantes dimensões da sua pedagogia.

A reflexão crítica pela escrita sobre a Matemática que os estudantes aprenderam proporciona-lhes uma maior capacidade de controle da sua aprendizagem e também permite-lhes estabelecer critérios de monitaração de seu progresso. O desenvolvimento de capacidades de controle e de monitoração engendra nos estudantes sentimentos de realização. Estes sentimentos, por seu turno, têm um efeito positivo nas suas respostas afetivas em relação ã Matemática que estiverem a aprender. Finalmente, como resultado da aquisição dum maior controle sobre a sua aprendizagem, do desenvolvimento de critérios de avaliação dos padrões pessoais de progresso e duma compreensão conceitual da Matemática em que estejam envolvidaos, os estudantes conseguem uma grande satisfação com o fato de eles próprios se tornarem educandos capazes de "fazerem" e compreenderem a Matemática.

A reflexão crítica por escrito sobre as experiências matemáticas pessoais pressupõe um educando ativo e não passivo. Esta ação, de parceria com a natureza reveladora da escrita refletiva, sugere que a escrita pode ter um impacto significativo na cognição e na meta-cognição. A partir da observação do que se escreve uma pessoa pode explorar relações, construir significados e manipular pensamentos; pode ampliar, enriquecer ou abandonar idéias; pode ainda rever, comentar e monitorar as suas reflexões. A escrita expressiva sustenta estes atos cognitivos e meta-cognitivos. Depois que a pessoa adquire uma certa confiança nas suas idéias torna-selhe quase natural passar duma prosa expressiva para uma prosa transacional. É o que aconteceu com o José à medida que ele se confrontava com as suas idéias sobre a maneira como se devia calcular o MMC dum grupo de números inteiros. Ele construiu e reconstruiu idéias. Ele escreveu e reviu as suas reflexões. O processo foi mediado por comentário do professor. À medida que José começava a expressar as suas idéias com clareza e confiança e começava a selecionar a linguagem com mais precisão, descrevia as suas preocupações e ações, a sua escrita passou do expressivo para o transacional.

Além deste caso, nós também conseguimos mostrar que a escrita ajuda os estudantes não só a adquirirem um vacabulário rico como também a usarem-no no contexto da sua compreensão matemática. Mayher, Loster, & Pradl (1983) abordaram este ponto em relação à aprendizagem em geral:

> A capacidade da escrita em colocar o educando no centro da sua própria aprendizagem pode e deve tornar-se um elemento facilitador importante da aprendizagem de tudo que envolva a linguagem. A escrita que envolve escolha de linguagem requer que quem escreve encontre as suas próprias palavras para expressar tudo que esteja a ser aprendido. Tal processo pode inicialmente servir para a revelação de mais falhas do que compreensão do estudante em relação a uma determinada disciplina, mas mesmo isso pode ser de grande valor diagnóstico tanto para o professor como para o educando. E à medida que o processo se repete, adquire-se um domínio real e duradouro da disciplina e do seu vocabulário técnico (p. 79).

Ao proporcionar aos estudantes oportunidades para trabalharem com conceitos e termos matemáticos na sua própria linguagem, a escrita ajuda-os também a tornarem-se mais confiantes na Matemática e a engajarem-se no material aprendido mais profundamente. A escrita como meio da aprendizagem da Matemática é transformativa não só para os educandos como também para os professores. As atividades escritas úteis são aquelas que enganjam os estudantes na exploração dos conteúdos das suas mentes; quer dizer, elas devem maximizar a medida do quanto os educandos escolhem a linguagem com que escrevem os seus pensamentos, as suas ações e as suas percepções. Tal como Mayher, Lester, & Pradl (1983) o descrevem, "a escrita que envolva escolhas lingüísticas mínimas tais como os exercícios em que se pede para se preencherem espaços em branco usando a linguagem duma outra pessoa — a dos manuais ou a do professor — são de valor limitado na promoção tanto da escrita como da aprendizagem" (p.78). Quanto mais o educandos se envolvem na escolha da linguagem, mais se engajam na constução e na reconstrução de significados e em tornarem a Matemática algo significativo para eles. Para os educandos desenvolverem as suas habilidades de reflexão crítica, o ambiente da aprendizagem deve promover, como o defendeu Freire, "atos de cognição e não tranferência de informação" (1970, p. 67).

O que é que o estudo dum caso pode dizer-nos sobre a utilidade da escrita na aprendizagem em geral? Parece provável que a maior parte das conclusão apresentadas acima sejam verdadeiras duma maneira geral. Entretanto é também verdadeiro que não se pode generalizar a partir dum caso particular. Mais estudos tornam-se necessários para se determinar com precisão para quantos outros educandos as nossas conclusões são verdadeiras. Reciprocamente, educandos individuais não podem ser conhecidos apenas na base de generalizações derivadas do estudo de grupos. Um bom número das nossas conclusões apontam, contudo, para questões e padrões a serem procurados nas produções escritas dos aprendizes. Este estudo levanta um bom número de questões: como é que se pode estruturar as atividades escritas da melhor maneira possível para se promover a aprendizagem da Matemática? Serão tais atividades diferentes em função dos diferentes níveis matemáticos? Poderão as atividades escritas ser usadas para a promoção colaborativa? Que tipo de respostas dos professores estimulam os estudantes a escreverem mais significativamente e com maior clareza? De que maneira se pode usar a escrita como um instrumento de aprendizagem independente, reflectiva e examinarem estas e outras questões que envolvem os estudantes na escrita como veículo da aprendizagem da Matemática.

AGRADECIMENTOS

Nós gostaríamos de agradecer a colaboração recebida do Centro de Estudo da Escrita de New Jersey, do Gabinete do Decano do Colégio de Artes e Ciências Newark da Universidade de Rutgers e do Fundo para as Oportunidades Educacionais do mesmo colégio. Também beneficiamo-nos dos comentários de Mark Driscoll, Marilyn Frankenstein, Dixie Goswami, William Jones, Anneli Lax, Paul Pedue, Molly Watt e Dan Watt.

NOTAS

[1] A idéia de que os sentimentos são cruciais para a aprendizagem e para a compreensão da Matemática não tem sido, usualmente, tornada explícita pelos educadores matemáticos ou mesmos reconhecida pelos matemáticos. Henderson (1987), um matemático da Universidade de Cornell, afirmou introspectivamente que os sentimentos são uma componente essencial na compreensão Matemática: "Quando eu percebo alguma coisa a minha percepção do universo alarga-se, aprofunda-se... Para ser completa essa compreensão (percepção aumentada, significado modificado) tem de incluir as componentes do *conhecimento, sentimento, e da ação"* (p. 1, ênfase original). Vide também Mason, Burton, & Stacey (1985) para sugestões práticas sobre como considerar a afetividade para um melhor desempenho matemático.

[2] A escrita transacional usa uma liguagem que "faz cumprir recomendações: que informa as pessoas (diz-lhes o que elas precisam ou querem saber ou o que nós pensamos que elas devem saber), que aconselha ou persuade ou instrui essas mesmas pessoas." Ela é usada sempre que uma "referência exata e específica ao que se sabe sobre a realidade" é necessária. A escrita expressiva é "pensar alto no papel. Ela tem a função de revelar o falante, verbalizando a sua consciência... submete-se ao fluir livre de idéias e sentimentos..." (Britton et al., 1975, pp, 88-90).

[3] Alguns educadores, tais como King (1982), classificam e descrevem as atividades escritas como sendo ou expressivas ou transacionais. Contudo, isto tem resultado num esquema de classificação problemático devido principalmente a duas razões. Primeiro, como categorias da escrita, os termos expressivo e transacional referem-se à função duma parte escrita para o escritor e não às características duma tarefa escrita ou as expectativas do professor (Brtton et al., 1975, pp. 88-91). Entretanto o tipo de escrita a que o professor dá mais valor pode ser distinguido como expressivo e transacional. Segundo, como o descreveu o King, todas as atividades, incluindo aquelas que se classificam como "expressivas" são realmente do tipo abordagem-produto e, duma perspectiva desenvolvemental, são estáticos. O que acontece é que qualquer das atividades de King pode ser efetivamente usada para se passar duma escrita "próxima-do-eu," ou seja, a escrita expressiva para uma escrita do tipo abordagem-produto impessoal ou transacional.

BIBLIOGRAFIA

Azzolino, A., & Roth, R. G. (1987). *Questionbooks: Using writing to learn mathematics. The AMATYC Review, 9(1), 41-49*

Bell, E. S., & Bell, R. N. (1985). *Writing and mathematical problem solving: Arguments in favor of synthesis. School Science and Mathematics, 85(3), 210-221.*

Britton, J. Burgess, T., Martin, N, McLeod, A., & Rosen, H. (1975). *the development of writing abilities (11 - 18). London: Macmillan.*

Bruner, J. S. (1968). *Toward a theory of Instruction. New York: W. W. Norton.*

Burton, G. M. (1985). *Writing as a way of kowing in a mathematics education class. Arithmetic Teacher, 33, 40-45.*

Coutryman, J. (1992). *Writing to learn mathematics: Strategies that* *work, K-12. Portsmouth NH: Heinemann.*

Emig, J. (1977). *Writing as a mode of learning. College Coposition and Communications, 28(2), 122-128.*

Frankenstein, M. (1983). *Teaching radical math: Taking the numb out of numbers. Science for the People, 15(1), 12-17.*

Freire, P, (1970). *Pedagogy of the oppressed. New York: Seabury.*

Gattegno, C. (1971). *What we owe children: The subordination of teaching to learning. New York: Discus.*

Geeslin, W. E. (1977). *Using writing about mathematics as a teaching technic., 70(2), 112-115.*

Goldberg, D. (1983). *Integrating writing into the mathematics curriculum. The Two-Year College Mathematics Journal, 14(5), 421-424.*

Gopen, G. D., & Smith, D. A. (1989). *What's an assignment like you doing in a course like this?: Writing to learn mathematics. In P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), Writing to learn mathematics and Science (pp. 209-229). New York: Teachers College Press.*

Henderson, D. W. (1987). *What does it mean to understand a piece of mathematics? Unpublished manuscript.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1988). *A multivalent tool for teaching computation. Mathematics in College, 43-51.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1989). *Mathematical and commentary writing: Vehicles for student reflection andempowerment. In C. Keitel, P. Damerow, A. Bishop, & P. Gerdes (Eds.), Mathematics, Education, and Society (pp. 157-159). Paris: UNESCO.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1991a). *Gattegno and Freire: A model for teaching mathematically underprepared, working-class students, In Political dimensions of mathematics education: Action andcrititque: Proceedings of the First International Conference, 1-4 April 1990, Revised Edition, eds. R. Noss, A Brown, P. Drake, P. Dowling,* *P. University of London.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1991b). *Circle expression and equations: Multivalente pedagogical tools. In D. Pimm & E. Love (Eds.) Teaching an Learning School Mathematics. London: Hodder & Stoughton, 91-96.*

James, G., & James, R. C. (Eds). (1963). *Mathematics dictionary. Princeton, NJ: D. Van Nostrand.*

Johnson, M. L. (1983). *Writing in mathematics classes: A valuable tool for learning. Mathematics Teacher, 76, 117-119.*

Kenyon, R. W. (1987). *Writing in the mathematics classroom. New England Mathematics Journal (May), 3-19.*

King, b. (1982). *Using writing in the mathematics class: Theory an practice. In C. W. Griffin (Eds.), New Directions for Teaching and Learning: Teaching Writing in All Disciplines (pp. 39-44). San Francisco: Jossey-Bass.*

Mason, J. Burton, L. & Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically (Revised ed.). Reading, MA: Addison-Wesley.*

Mayher, J. S, Lester N., & Pradl, G. M. (1983). *Learning to write/Writing to learn. Upper Montclair, New Jersey: Boynton/Cook.*

McKnight, C. C., Crosswrite, J. F., Dossey, J. A., Kifer, E., Swafford, J. O., Travers, K. L., & Cooney, T. J. (1987). *The underachieving curriculum: Assessing U. S. school mathematics from an international perspective. Champaign, IL: Stipes.*

Mett, C. L. (1987). *Writing as a learning device in calculus. Mathematics Teacher, 80, 534-537.*

Nahrgang, C. L., & Petersen, B. T. (1986). *Using writing to learn mathematics. Mathematics Teacher, 79, 461-465.*

Pallmann, M. (1982). *Verbal language processes in support of learning mathematics. Mathematics in College, 49-55.*

Pimm, D. (1987). *Fear safety and dangerous things: Reasons for belief. In*

L. P. Mendoza & E. R. Williams (Eds.), Proceedings of the tenth Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, 29 May-2 June (pp. 60-61). Queens University, Kingston, Ontario.

Powell, A. B. (1986). *Working with "underprepared" mathematics students. In M. Driscoll & J. Confrey (Eds.), Teaching Mathematics: Strategies that Work (pp. 181-192). Portsmouth, NH: Heinemann.*

Powell, A. B. (1993). *Pedagogy as ideology: Using Gattegno to explore functions with graphing calculator and transactional writing. In C. Julie, D. Angelis, & Z. Davis (Eds.), Political dimensions of Mathematics Education 2: Curriculum Reconstruction for Societ in Transition, 356-369. Cape Town: Maskew Miller Longman.*

Powell, A. B. Ramnauth, M. (1992a). *Beyond questinos and answers: Prompting reflectons and deepening understanding of mathematics using multiple-entry logs. For the learning of Mathematics 12(2): 12-18.*

Powell, A. B. Ramnauth, M. (1992b). *Multiple-entry logs: A writing tool for responding to, discussing, and lerning mathematics. In P. A. Malinowski and S. D. Huard (Eds.), Perspectives on Practice in Developmental Education, 46-49. New York: New York College Learning Skills Association.*

Reyers, L. H., & Stanic, G. M. A. (1988). *Race, sex, socioeconomic status, and mathematics., 19(1), 26-43.*

Selfe, C. L., Peterson, B. T., & Nahrangang, C. L. (1986). *Journal writing in mathematics. In A. Young & T. Fulwiler (Eds.), Writing Across the Disciplines--Reserch into Practice (pp. 192-207). Upper Montclair, New Jersey: Boynton/Cook.*

Stempien, M., & Borasi, R. (1985). *Student's writing in mathematics: Some ideas and experiences. For the learning of Mathematics, 5(3), 14-17.*

Watson, M. (1980). *Writing has a place in a mathematics class. Mathematics Teacher, 73, 518-519.*

VAMOS RIR UM POUCO

Anônimo

Um meteorologista, um geógrafo e um matemático estão fazendo estudos em um balão.

De repente uma tempestade faz com que eles percam o rumo.

Baixam um pouco o balão para tentar se orientar.

Vêm um homem andando em uma estrada.

— Bom homem! Onde estamos nós? - perguntam.

O homem olha para cima, para os lados, coça a cabeça e diz:

— Vocês estão em um balão.-

— Que homem bobo! - dizem o meteorologista e o geógrafo.

— Nada disto - diz o terceiro - Ele é um matemático. -

— Por quê? -

— Vejam: a) Ele pensou antes de responder.

b) Sua resposta está absolutamente correta.

c) Sua resposta não serve para nada.

Ele só pode ser um matemático!-

DIFICULDADES NA ACEITAÇÃO DA PROPRIEDADE TRANSITIVA

*Relato de uma Experiência com Alunos de Lógica Simbólica**

Franca Cohen Gottlieb
USU - Rio de Janeiro

Minha experiência com o ensino de Lógica remota ao ano 1969, logo há 26 anos, quando entrei para o corpo docente da Universidade Santa Úrsula e comecei a lecionar as cadeiras da Álgebra. Antes disto fizera cursos de especialização em Lógica, disciplina que não era lecionada no meu curso de Graduação na Universidade do Brasil nos anos quarenta. Estudara com o professor Leónidas Hegenberg do ITA, e com o professor Sebastião e Silva da Universidade de Lisboa entre outros.

Lógica Simbólica ou Lógica Matemática pretende dar uma forma algébrica aos caminhos que a mente trilha quando se raciocina. A linguagem matemática e a linguagem natural são duas linguagens que usamos no nosso dia a dia. Existe uma relação entre elas mas elas não são equivalentes. Nem sempre uma corresponde exatamente à outra. Há nuances nas sentenças formadas com palavras que não podem ser transpostas na linguagem matemática. Esta é uma das dificuldades da versão e da tradução de uma das linguagens para a outra. Mas não é desta dificuldade que venho tratar aqui. Venho trazer uma experiência que se refere à bagagem de tradições que cada um de nós vem acumulando pela vida afora.

Uma definição em Matemática é dada por uma sentença que é geralmente mais compreensível quando expressa por uma condicional em linguagem simbólica. Mas qualquer que seja a linguagem usada, dizemos que tudo que goza de certa propriedade, e somente ele, tem o nome que queremos definir.

Por exemplo, dada uma relação R em um conjunto A, dizemos que:

R é transitiva $\Leftrightarrow \forall\ x \in A, \forall\ y \in A, \forall\ z \in A, x\,R\,y$ e $y\,R\,z \Rightarrow x\,R\,z$

Todos nós conhecemos esta definição e sabemos reconhecer se uma relação é transitiva ou não. Ou melhor, pensamos que sabemos reconhecer, mas às vezes nossa bagagem de experiência nos trai.

Vejamos o caso de nossa experiência.

Em um conjunto genérico de pessoas a relação definida por:

x é mãe de y

não é transitiva. A mãe da mãe de um indivíduo não é sua mãe, é sua avó. Mas se o conjunto não for genérico? Se estivermos em presença de um conjunto onde não haja avós? O que acontece com a transitividade? Devemos nos ater ao significado da senteça que define a relação ou ao valor lógico da sentença obtida quando, por uma instanciação universal, substituirmos as variáveis contidas no aberto que define a relação por todas os seus possíveis valores? Pensamos ser este o reciocínio certo uma vez que

*Trabalho apresentado no V VENEM em Aracaju em julho de 1995

representando a situação em um diagrama, por exemplo o de Venn, o siginificado verbal do aberto deixa de ter importância. Por exemplo:

Seja a relação M definida pelo aberto antes considerado

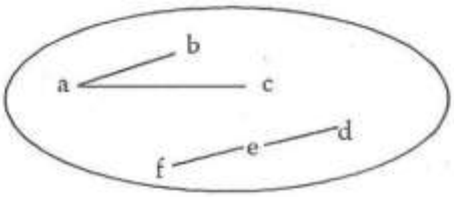
. x é mãe de y.

Pessoas: Amélia: a Beatriz: b Carla: c Daniela: d Ester: e
Franca: f

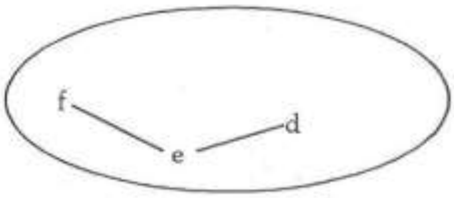
Consideremos que: *Amélia é mãe de Beatriz e Carla*
Daniela é mãe de Ester
Ester é mãe de Franca

Definamos a relação M em quatro conjuntos diferentes formados por algumas, ou todas as pessoas acima enumeradas.

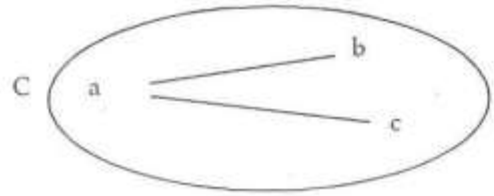
Conjuntos: A = {a, b, c, d, e, f}
B = {d, e, f}
C = {a, b, c}
D = {a, b, d, e}

A


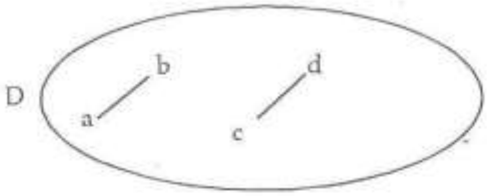
M não é transitiva

B


M não é transitiva



M é transitiva
$3^3 = 27$ possibilidades de valores x, y, z
(a, b, c para cada variável)



M é transitiva
$4^3 = 647$ possibilidades de valores x, y, z
(a, b, d e para cada variável)

Observando estes quatro exemplos percebemos que, desde que a definição de transitividade é uma condicional, a premissa sendo falsa a sentença condicional é verdadeira quaisquer que sejam os valores lógicos da conclusão.

Ministro Lógica em dois níveis: Graduação e Pós-Graduação. a questão da transitividade em conjuntos genéricos e em outros especiais surgiu em um trabalho com grupos de estudos na Graduação. Colocou-se a questão com os casos particulares acima descritos. Os alunos acharam estranho, discutiram muito, houve até quem fizesse sugestões de outros conjuntos particulares, no início com três elementos, depois em casos mais genéricos, mas sempre sem avós no conjunto. Houve quem não aceitasse de maneira alguma, achando que ser, mãe de, não é transitiva e ...pronto.

Observando a dificuldade que tiveram os alunos de Graduação, recém saídos de um curso secundário (Álgebra I é em geral dada no primeiro período) onde não se habitua os alunos a discutirem e sim a reproduzirem noções apreendidas, pensei levar o problema aos alunos de Pós-Graduação: Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula. Os alunos são todos jovens professores de Matemática ou de disciplina afins habituados a discutir resultados, abertos a novas idéias, com muito interesse em aprimorar sua bagagem cultural.

Após um susto inicial, sentiram logo o quanto a definição do conjunto no qual é definida a relação é importante na avaliação das propriedades. Aceitaram com muita tranqüilidade o fato da relação ser transitiva ou não de acordo com a natureza do conjunto.

Relatei por acaso o fato a dois colegas muito conhecidos e conceituados pertencentes a uma geração para a qual os estudos de Álgebra e Lógica não eram tão corriqueiros, quando a importância era mais dada às sentenças que definem uma relação do que o conjunto no qual se trabalha. Qual não foi minha surpresa ao verificar que eles eram decididamente contrários à possibilidade da relação definida por .ser mãe de .ser transitiva.

Foi para mim uma experiência deveras chocante. Percebi o quanto as idéias sedimentadas pela vivência de muitos anos são difíceis de serem erradicadas, mesmo se o raciocínio lógico nos mostre sua incorreção.

BIBLIOGRAFIA

— Hegenberg L. (1966) Lógica Matemática

— Alencar Fº. E. (1986) Iniciação à Lógica Matemática

UMA METÁFORA PARA A TRANSDISCIPLINARIDADE

Eduardo Sebastiani Ferreira
IMECC - UNICAMP

§ 0.INTRODUÇÃO

Antes de discorrer sobre minha metáfora, quero explicitar como entendo os termos interdisciplinaridade e transdisciplinaridade. Quando estou na sala de aula, ministrando algum conteúdo matemático, não importa o método que escolhi, estou usando giz e quadro-negro, falando em português, vestido de acordo com o clima, uso óculos para correção de minha miopia, algumas vezes uso o retroprojetor, etc. Sou então interdisciplinar, pois todo meu proceder determina o país que estou, em que época, usando processos químicos e físicos como suportes metodológicos, etc. Mas se o meu falar se restringir à matemática e só ela, então não sou transdisciplinar, ou seja, não transcedo a minha disciplina. Para que eu seja transdisciplinar eu tenho que sair das "amarras" da matemática e fazer sua ligação com conteúdo de outras disciplinas. Só assim eu ultrapasso as demarcações da própria disciplina e sou capaz de me "elevar acima" dela, como muito bem o Dicionário Aurélio se refere a um sinônimo para a palavra transceder (elevar acima de).

§ 1. A METÁFORA

A metáfora é uma expressão simbólica, que consiste em exprimir o sentido de uma coisa por uma imagem. Vou usar aqui a ruptura semântica (metáfora) viva, isto é, que não tem significado no dicionário, mas vou tentar este significado no presente discurso.

O processo atual de restauração feito pelo arquiteto é totalmente diferente do processo de alguns anos atrás. Quando antigamente um arquiteto tinha nas mãos um prédio antigo e com a proposta de construir algo novo, sua iniciativa era derrubar tal prédio antigo e construir no local um outro com características ditas "modernas". Com isto ele, além de apagar toda uma história, deixava no lugar um "elefante branco" que, sem nenhum traço que o ligava ao lugar, destoava totalmente com seu entorno. O melhor que poderíamos dizer é que seria mais funcional.

Da mesma maneira a escola tradicional quando recebe um aluno , com toda sua história de vida, que levou séculos para ser construída, totalmente coerente com seu meio social, ela "derruba" toda esta construção e tenta colocar no lugar também um "elefante branco mais funcional". Quando consegue é alguém destoado no seu contexto e despersonalizado, e na maioria das vezes alguém revoltado e sem perspectiva para o futuro. Como os prédios ditos modernos que têm uma duração efêmera se tornando logo ruínas sem história, pior que um sítio arqueológico.

Por outro lado a educação não escolar se esforça em educar este ser dentro dos preceitos do seu meio, dentro de sua história. Coerente com o seu entorno social mas sem lhe dar nada de novo. Isto eu comparo com uma restauração onde o prédio retoma suas características antigas, e na maioria das vezes mesmo com materiais da época.

A nova concepção arquitetônica para a restauração de um prédio é conservar toda sua história, sua estética e seu estilo. Completar com elementos da arquitetura novos, que não devem de forma nenhuma destoar com a construção antiga, pelo contrário de valorizá-la, nem tão pouco destoar no contexto onde se situa.

Para mim é também como o professor deve tratar seu aluno, recebê-lo com sua história, suas características étnica, sua cultura e dar a ele elementos da ciência dita institucional, para que o complemente como um elemento novo dentro da sociedade, sem destruir em hipótese alguma toda sua cultura, e mais importante ainda, estes elementos novos, que lhe serão ensinados, devem realçar e valorizar os antigos.

O novo prédio deve ter as características do que hoje os arquitetos solicitam, que além de ser funcional tenha via própria integrada a concepção de vida humana. Para isto é indispensável um espaço interno, muitas vezes jardinado, para o qual todos os andares estão voltados. Este espaço, chamado pelos arquitetos de "espaço para sonhar", é indispensável e deve ser passagem para qualquer outra dependência, e também ser visto toda vez que se desloca no prédio.

Se eu pensar que cada andar corresponde na minha metáfora as disciplinas escolares, eles todos devem estar voltados ao "espaço de sonhar" do meu aluno. Os sonhos deste aluno deve ser passagem obrigatória para qualquer deslocamento entre as disciplinas. Este sonhar deve ser visto por todas as disciplinas curriculares. É o coração do prédio e deve ser também o coração do ato pedagógico. A sobrevivência do aluno como ser humano deve respeitar seus sonhos, e mais ainda proporcionar que seus sonhos sejam vistos como parte essencial de sua educação.

Voltando ao nosso prédio onde cada andar corresponde a uma disciplina acadêmica, a transdisciplinaridade se faz com ligações entre estes andares. Estas ligações hoje são feitas por escadas-rolantes ou elevadores translúcidos e suaves, sempre à vista para o "lugar para sonhar". Nos prédios antigos as ligações entre andares eram por escadas e elevadores escondidos, quase como lugares vergonhosos. Na educação clássica a ligação entre as disciplinas era sempre vista como algo "vergonhoso", "escondido" também.

Uma vez meu professor de matemática do primeiro grau falava sobre a esfera, eu perguntei a ele o que era latitude e longitude, pois eu já sabia que tinha que ver com a forma da Terra. a resposta veio rápida - "Isto não é assunto de matemática, pergunte ao seu professor de geografia". Acho que todos nós tivemos experiências como esta.

A transdisciplinaridade deve então ser passagem de uma disciplina a outra feita suavemente por escadas-rolantes ou elevadores transparentes e sempre voltados para os sonhos de nossos alunos.

INTUIÇÃO E PROPORCIONALIDADE

Renato J. C. Valladares
MEM / USU.

1 - SITUAÇÃO 1: A TERRA, A MOEDA E O GATO.

Abrimos um livro [2] e logo em seu prefácio ao estudante, lá está uma advertência quanto ao uso da intuição na aprendizagem da geometria. Por um lado é classificada como arma indispensável ao estudo; por outro lado, levanta-se dúvida quanto à sua confiabilidade. Dando substância a advertência, o autor continua.

"Faça você mesmo um teste: imagine uma moeda de 10 centavos com um barbante amarrado à sua volta, bem ajustado. Imagine também um barbante amarrado e bem ajustado em volta da Terra, à altura do Equador (haja imaginação!). Se aumentarmos de 1m o comprimento de cada um dos dois barbantes, eles dexarão de estar bem ajustados; haverá então uma folga entre a moeda e seu barbante, assim como entre a Terra e seu barbante. Pergunta-se qual é a folga maior? Se você já está desconfiado e não quer dar a resposta óbvia, com medo de errar, responda a esta outra pergunta: a folga entre a Terra e seu barbante é suficiente para deixar passar um gato? E a folga entre a moeda e seu barbante?"

Ao final do prefácio aparece a resposta, que após alguns cálculos, mostra que ambas as folgas são iguais, medindo cerca de 16cm e, portanto, suficiente para dar passagem a um gato.

Estamos de pleno acordo com o autor quando ele diz que a intuição é uma verdadeira faca de dois gumes para a compreensão da matemática em geral e da geometria em especial. Estamos mesmo convencidos que estes dois gumes são ainda maiores e mais afiados, sendo que um deles "corta do lado certo", contribuindo decisivamente para a percepção dos fenômenos em estudo, tornando-se por isto, um excelente auxiliar no processo de ensino/aprendizagem. Temos que ter cuidado, entretanto, com o outro gume que "corta do lado errado", induzindo a erros, impondo simplificações descabidas e mascarando fatos cruciais ao perfeito entendimento do assunto em estudo.

Estes cuidados devem ser ainda maiores, pois a distinção entre o "gume bom" e o "gume ruim" é por vezes bastantes sutil como veremos na seqüência, onde a história da Terra, da moeda e do gato, será devidamente complementada com outras situações.

Por fim, na última seção deste artigo, a análise que faremos sobre as situções desenvolvidas, deixará bem clara a importância da noção de proporcionalidade como um dos fatores que pode, de acordo com o que se deseja, enfatizar ou negar a intuição. Verifica-se assim, mais uma vez, que a propocionalidade é uma das noções básicas do conhecimento matemático (diríamos mesmos, do conhecimento humano). Assim, esta noção pode (e deve) ser uma das prioridades fundamentais da Educação Matemática em todos os níveis.

2 - SITUAÇÃO 2: TRAVES, GOLEIROS, E GIRAFAS.

Afastemo-nos por ora de situações imaginativas como barbantes envolvendo a Terra e situemo-nos na realidade factível de um jogo de futebol. Lá está o campo devidamente marcado por muitos retângulos. Dentre estes, dois se destacam, por serem os únicos verticais. Sim, ninguém duvida que seja retangular cada gol formado pelas balizas, pelo travessão e pela linha de gol, aquela risca branca marcada no chão, entre as traves, sob o travessão.

Assim, se um campo de futebol tiver sido bem construido; se as duas balizas que delimitam cada gol forem rigorosamente verticais; se tiverem exatamente a mesma altura e se o campo for bem plano, então acreditamos que o travessão e a linha de gol serão horizontais e coincidirão em comprimento, o que nos dá a convicção de que cada um dos gols é retangular (existe aí uma simplificação - aceitável - que não prejudicará os raciocínios desenvolvidos, como será visto na observação ao final desta seção).

Sabemos ainda que o goleiro passa livremente sob o travessão, sem risco de bater a cabeça. Usando agora a imaginação (só um pouquinho), não é difícil conceber uma estrutura semelhante ao gol, só que agora alta o suficiente para que sob ela passe uma girafa. Embora não tenhamos muito conhecimento sobre a altura destes animais, não temos a menor dúvida que um deles, por maior que seja, passará com muita folga sob um super-gol com 16m de altura.

Assim, todos nós acreditamos que seja possível construir uma estrutura retangular com dois lados verticais e dois horizontais, com altura de 16m, suficiente portanto para dar passagem a uma girafa. Nunca é demais reafirmar nossa crença que o lado que está apoiado no chão e o outro que está 16m acima, têm exatamente o mesmo comprimento.

Quanto à largura desta estrutura, acho que também concordamos que pode ser aumentada, possibilitando a passagem simultânea de quantas girafas quisermos. Sem dúvida nenhuma, continuamos a acreditar que por mais largo que fique este super-gol, o lado de baixo e o de cima continuarão coincidindo em comprimento.

Usando novamente a imaginação (agora em dose bem maior) podemos supor que este "retângulo" seja tão alargado que termine por dar uma volta completa à Terra. Será que neste caso, o lado de baixo e o de cima ainda terão o mesmo comprimento?

É claro que a questão agora suscita dúvida. O lado inferior e o superior do "retângulo" transformaram-se em circunferências concêntricas, a primeira ajustada à Terra e a segunda com uma folga de 16m. Seus comprimentos, portanto, não devem ser iguais. Entretanto, a diferença entre eles não pode ser grande, afinal, quando os retângulos tinham larguras factíveis, esta diferença não existia... ou... ou melhor, existia mas era irrelevante, como veremos a seguir.

OBSERVAÇÃO: Rigorosamente falando, nem o gol do campo de futebol nem o super-gol para girafas, são retangulares, uma vez que as retas verticais, por se encontrarem no centro da Terra, não são paralelas. Assim, as traves (verticais) também não são paralelas, logo não podem ser lados opostos de um retângulo. Ainda sob este ponto de vista rigoroso, não é difícil ver que o travessão é sempre mais comprido que a linha de gol. Isto explica porque quando aumentamos o super-gol das girafas até dar uma volta na Terra, evidenciou-se que o travessão era maior que a linha de gol. Como o leitor já deve ter notado, estes fatos não invalidam os raciocínios feitos nesta seção.

3 - A GIRAFA, O GATO E SUAS PASSAGENS.

Assim, se tomarmos duas circunferências, uma ajustada à Terra e outra, concêntrica com a primeira, a uma altura suficiente para dar passagem a uma girafa, acabamos de ser convencidos com auxílio da intuição, que os comprimentos destas duas circunferências devem ser praticamente iguais. Os cálculos a seguir confirmam isso.

Chamando de a e b, respectivamente os raios da circunferência menor e o da maior, e de c e d seus respectivos comprimentos, sabemos que

$$c = 2a\pi \quad \text{e} \quad d = 2b\pi;$$

como b-a = 16m, segue-se que a diferença em metros entre os comprimentos será

$$d-c = 2(b-a)\pi = 32\pi$$

ou seja, a diferença entre os comprimentos será de aproximandamente 100 metros, o que - convenhamos - é muito pequena, tendo em vista as grandezas envolvidas.

Assim, não é difícil aceitar que se ajustarmos uma circunferência ao Equador terrestre e, a seguir, aumentarmos um pouco o comprimento desta circunferência, criaremos uma folga suficiente para passar uma girafa.

Conseqüentemente, para criar uma folga que dê passagem a um gato, precisamos de um acréscimo ainda menor. Como acreditamos que uma folga de 16cm seja suficiente para passar um gato, cálculos similares aos feitos acima, mostram que um acréscimo de cerca de 1m é suficiente para criar esta passagem.

OBSERVAÇÃO: Estes últimos cálculos são dispensáveis pois se (em números redondos) uma folga de 16m é obtida alongando a circunferência ajustada à Terra em 100m, é natural que um alongamento de 1m (100 vezes menor) produza uma folga de 16cm (também 100 vezes menor).

Retornando agora à situação 1, vemos que é exatamente isto que está escrito lá. Mais ainda, as situações 1 e 2 tratam exatamente do mesmo assunto, qual seja, a relação entre o comprimento e o raio de uma circunferência. Entretanto, a abordagem da primeira situação fere a intuição geométrica. Enquanto a da segunda, apoia-se nela.

Num primeiro momento, pode parecer que a primeira situação feriu a intuição porque colocou o problema de forma global, contrariamente à segunda situação, que supondo inicialmente o problema em dimensões pequenas, enfatizou a intuição.

Isto não é exato, como deixará claro a situação 4 a seguir, que dará um tratamento global à questão sem, entretanto, quebrar os aspectos intuitivos.

4 - SITUAÇÃO 3: A MURALHA DA CHINA E O MURO DO EQUADOR.

Em conversa com amigos sobre fatos curiosos, soubemos que o material utilizado na construção da Muralha da China seria suficiente para construir um muro de 2m de altura dando uma volta completa na Terra, sobre a linha do Equador. Imaginando este muro construído, poderíamos fazer a seguinte pergunta:

Se medirmos o muro por cima e depois por baixo, será que encontraremos comprimentos iguais ou diferentes?

Num primeiro momento, levando em conta nossa experiência com muros mais razoáveis, nossa intuição diria que os comprimentos são iguais. Entretanto, refletindo um pouco, vemos que mais uma vez, estamos lidando com duas circunferências concêntricas, formadas pela base e pelo topo do muro. São circunferências enormes, a primeira ajustada à Terra e a segunda com uma folga de dois metros. Assim, o comprimento da segunda deve ser pouca coisa maior que o da primeira. Fazendo os cálculos (similares aos da seção 3) vemos que o comprimento do topo do muro deve ser cerca de 12,5 metros maior que o de sua base. Sem dúvida uma diferença mínima, tendo em vista o tamanho do muro.

Mais uma vez, vemos de forma bem intuitiva que uma folga de 2m (suficiente para passar um boi) pode ser obtida aumentando muito pouco o comprimento de uma circunferência ajustada à Terra. Assim, uma folga de 16cm (para passar um gato) pode ser obtida com um aumento bem menor no comprimento da mesma circunferência.

É claro que a situação presente, bem como a 1 e a 2, tratam exatamente do mesmo assunto que, como já foi dito na seção anterior, é a relação entre o raio e o comprimento de uma circunferência. Todos concordamos que na presente situação bem como na 2, a intuição geométrica foi potencilizada, colaborando de forma decisiva para o entendimento do problema, enquanto na situação 1, ocorreu justamente o contrário.

5 - A MOEDA E OS PASSAGEIROS DO TREM.

Antes de mais nada, é bom destacar o aspecto extremamente inverossimil das diversas situações em que se ajustaram circunferências à Terra. Como a intuição tem um forte componente de realidade, as situações descritas acima por serem completamente irreais, puderam ser concebidas de maneira a potencializar ou a negar a intuição; criando uma expectativa de erro ou acerto, de acordo com o que pretendeu quem formulou cada problema.

Como o objetivo de quem formulou a situação 1 foi justamente o de alertar contra o gume ruim da intuição, ela foi concebida de encomenda para criar a expectativa de que inexistiria folga no barbante da Terra. De certa maneira foi reproduzido o jogo do trem, muito comum nas brincadeiras de perguntas e respostas, onde quem formula a pergunta começa contando a história de um trem com 25 passageiros que pára numa estação onde embarcam 5 passageiros e desembarcam 12; na outra estação, embarcam 14 e desembarcam 9. Assim segue o trem, parando em muitas estações nas quais sempre embarcam e desembarcam passageiros em números explicitados de tal forma que se cria a expectativa de que a pegunta será sobre uma das quantidades envolvendo os passageiros. Com esta expectativa criada, o jogo é encerrado com a pergunta praticamente irrespondível:

– Em quantas estações o trem parou?

Se voltarmos à situação 1, vemos que a moeda e seu respectivo barbante têm um papel muito semelhante ao dos passageiros embarcados ou desembarcados no trem. Isto é, sua principal função é esconder a resposta certa.

Como se não bastassem as dificuldades inerentes àquela situação para perceber a existência da folga no barbante da Terra, ainda foi introduzida a moeda que agindo como elemento de comparação enfatizou o aspecto desprezível que a folga do barbante da Terra assumia quando comparada à folga do barbante da moeda. Criou-se assim, no leitor, a expectativa de que se estavam cosiderando grandezas relativas, o que desviou a atenção da questão central, que era relacionada a grandezas absolutas.

6 - BANANAS, MERCEDES, DESCONTOS E PROPORCIONALIDADE.

Ainda com respeito à situação 1 é interessante notar que a idéia de proporcionalidade que escondeu o fato geométrico de que as folgas eram iguais, não apareceu apenas quando se falou na moeda e seu barbante. Em verdade, ela permeou toda a situação 1, como o leitor bem pôde perceber.

Num certo sentido, aquela situação é similar a uma outra em que se comparem os descontos obtidos por duas pessoas que em suas compras tenham conseguido ambas, uma mesma redução de um real no preço pago. A primeira, comprou bananas enquanto a segunda comprou um luxuoso Mercedes-Benz zero quilômetro. É claro que o fato dos descontos terem sido extamente iguais - 1 real - desaparece ante a evidência enfatizada pela noção de proporcionalidade, de que o desconto obtido na compra das bananas foi muito maior que aquele obtido na aquisição do automóvel.

Por outro lado, as outras duas situações puseram-se a favor da noção de proporcionalidade. A do super-gol das girafas fez isso quando constatou que numa estrutura de largura factível inexistiam (praticamente) diferenças entre os comprimentos do travessão e da linha de gol. A partir daí, não foi difícil concluir que as circunferências em que se transformaram estes elementos, diferiam (proporcionalmente) muito pouco em comprimento.

Já no caso do muro, a percepção de que as diferenças entre os comprimentos do topo e da base era (proporcionalmente) pequena se deu porque ao falarmos em muros, nos vêm logo à lembrança uma infinidade deles (bem menores, é claro) onde os topos e as bases têm o mesmo comprimento (praticamente).

Para concluir este artigo, gostaríamos de destacar o aspecto fundamental que tem a noção de proporcionalidade na percepção dos fatos em geral e, em especial, dos fatos matemáticos. Em verdade, este aspecto basilar já foi há muito percebido pela mídia que (por exemplo) há longo tempo vem ilustrando a propaganda de casas, apartamentos e terrenos, com plantas, maquetes ou esquemas de localização, onde a noção de proporcionalidade (que está na essência destes recursos) é sistematicamente utilizada para enfatizar as qualidades do imóvel oferecido.

Mais recentemente, a propaganda de alguns carros também tem se valido da noção de proporcionalidade para mostrar as vantagens do preço do produto à venda, quando divide por trinta o valor da prestação mensal e anuncia que o comprador terá um desembolso bem pequeno... por dia.

Nos festejos do ano novo (95/96) no Rio de Janeiro, pôde-se acompanhar pela imprensa que um dos artista contratados para o show na Praia de Copacabana, conseguiu sentir-se humilhado por haver recebido um cachê de "apenas" 350 salários mínimos, pelo simples fato de outros artistas haverem recebido o triplo. O seu aborrecimento decorreu da constatação de que proporcionalmente aos outros, ele valia três vezes menos.

Assim, fica claro que a noção de proporcionalidade é muito bem compreendida por uma enorme quantidade de pessoas, independentemente da formação matemática que tenham. Este fato, se devidamente explorado, pode facilitar a compreensão de vários tópicos nas mais diversas etapas do conhecimento matemático. Assim, ele deve ser trabalhado e aprimorado em todos os níveis de ensino, de tal forma que se incorpore não somente à formação matemática que se pretenda dar, mas que se integre à cultura geral das pessoas como uma das muitas contribuições que a matemática tem a dar na formação humana. Esta, sem sombra de dúvida, é mais uma dentre as muitas tarefas que tem pela frente a Educação Matemática.

Para finalizar, vamos relacionar alguns das noções (matemáticas e gerais) que se baseiam na idéia de proporcionalidade. Evidentemente, não temos a pretensão de sermos completos. Divisão; média; desconto; ângulo; longevidade; porcentagem; comissão; mapa; planta; maquete; miniatura; economia de escala; ampliação; lucro; imposto; juro; correção monetária; seguro; risco; fração; número racional; comparação; esquema gráfico; fotografia; radiografia; amostra; probabilidade; caro; barato; muito; pouco; grande; pequeno; inclinação; derivada...

Sobre esta última, é interessante observar que com o auxílio dos limites, a derivação termina por contornar a impossibilidade aritmética, da divisão por zero e assim criar uma nova etapa no conhecimento matemático, cuja relevância é do conhecimento de todos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

[1] Averbuch, Anna e Gottlieb, Franca C.
Curiosidade - Bol. GEPEM nº 20 PP 27 e28 - 1987.

[2] Boulos, Paulo e Oliveira, Ivan C.
Geometria Analítica - McGrow - Hil
São Paulo - 1986.

[3] Jornais e revistas com circulação no Grande Rio, nos primeiros dias de 1996.

[4] Material publicitário de venda de imóveis e automóveis.

A PRÁTICA DE ENSINO E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.

Estela Kaufman Fainguelernt
Diretora de Pós-Graduação da
Universidade Santa Úrsula
Presidente do GEPEM

A questão da formação do professor de Matemática é na maioria das vezes considerada como competência exclusiva da área da educação.

A metáfora abaixo nos revela a necessidade de um professor dessas competências.

Papert (1994) no seu livro "A Máquina das Crianças" nos leva a imaginar uma viagem no tempo onde um grupo de cirurgiões e um grupo de professores de Matemática do século XVIII atravessassem a barreira do tempo e viessem nos visitar ao final o século XX em plena era da informação e comunicação com o mundo todo em função da rapidez no desenvolvimento tecnológico.

É fácil imaginarmos o quão maravilhados e boquiabertos ficariam os cirurgiões num centro cirúrgico moderno todo equipado. Além disso seria muito difícil, senão impossível, para eles acompanhar uma cirurgia onde o computador, o laser e outras inovações estejam em uso como por exemplo a tomografia computadorizada. Por outro lado, o grupo de professores de Matemática seria capaz de acompanhar uma aula de Matemática com facilidade e certamente poderiam até substituir o professor da turma, caso fosse necessário.

A sociedade atravessou a era industrial e ingressou na era da Informática. Neste caminhar o crescimento científico-tecnológico impôs e implementou mudanças em diversas atividades. No entanto, para que o médico usufrua de uma "tomografia computadorizada", é necessário que cientistas da computação, matemáticos, engenheiros, médicos e desenhistas trabalhem de forma integrada. Esta é a nova característica do profissional.

A sociedade não deseja mais contratar aquele trabalhador que sabe apertar parafusos muito bem mas não consegue saber para que e nem por que os aperta desta forma. Hoje no mercado de trabalho é valorizado o trabalhador holístico, aquele que tem capacidade para aprender rapidamente coisas novas e sugerir novas idéias, que tem uma visão voltada para o futuro sem perder de vista o passado e o presente e tem coragem para ousar.

Há necessidade do trabalho em equipe não seqüencial e repetitivo como ocorre na linha de montagem.

Os novos professores de Matemática devem ser formados para atender à demanda da sociedade diante de toda evolução tecnológica e para ajudarem na formação dos futuros profissionais das diferentes áreas ou nas gerações futuras, não apenas para elas se adaptarem à era da Informática, mas para darem o pontapé inicial numa nova era. Eles devem também serem preparados para poder fornecer aos alunos conteúdos ligados a sua realidade tendo cuidado especial na aprensentação da linguagem matemática.

Torna-se clara a necessidade de mundança tanto na postura e atuação do professor como na do aluno. O professor deve ser considerado como um profissional de respeito a quem se oferece um espaço de reflexão e discussão acerca de sua praxis, grupos de estudo, cursos de formação contínua, participação em pesquisa a fim de se tornar possível a superação da divisão entre o trabalho intelectual e o de execução presentes nos diferentes níveis de ensino (Carvalho 1990) e o aluno que tem que ser considerado como alguém dot[illegible]o de capacidades exploratórias, criativas e de descoberta.

Segundo Beatriz D'Ambrósio, há uma necessidade dos novos professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação e não de conteúdo pronto e acabado. Uma disciplina em que o avanço se dá como conseqüência do processo de investigação e de resolução de problemas.

É importante que o professor de Matemática entenda que a Matemática não é disciplina de conteúdo físico pronto e acabado, ela é um espaço de ação e criatividade. A Matemática que deve ser estudada tem que ser de alguma maneira útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade.

É importante diante desta visão que os alunos vivenciem legítimas experiências matemáticas, levando aos processos de redescoberta, caracterizadas pela identificação de problemas, solução desses problemas, argumentando sobre a legitimidade das soluções propostas, tendo possibilidade de refletir sobre o seu fazer matemático para construir o saber matemático.

No ambiente de sala de aula, os alunos devem propor, explorar e investigar problemas de Matemática. Estas atividades podem vir tanto de situações reais como lúdicas, como de investigações e que levem a discussão e a argumentações para propiciar a construção do conteúdo matemático.

Para isso é necessário mudar a dinâmica de sala de aula de tal maneira a propiciar um ambiente de pesquisa matemática onde a curiosidade e o desafio servem de motivação intrinseca aos alunos.

O Professor de Matemática deve ser formado para poder atender a esta demanda. Ele deixa principalmente de ser um detentor do saber e passa a ser um membro integrante dos grupos de trabalho que tem mais experiência e possibilidade de propor atividades disparadoras