medida, ia acabar dando 180º. Então eles são suplementares.	
E: Mas e se estiver? É isso entendeu? Eles são iguais, por isso eu posso trocar.	V: É melhor falar então que $\hat{2}$ + $\hat{4}$ é igual a 180º. É melhor.

BUSCANDO UMA LÓGICA NO DISCURSO:

Vanderson não aceita os argumentos de Silvia, Charlene e Elizângela de que os ângulos $\hat{2}$ e $\hat{4}$ são suplementares, pois para isso, em sua concepção, os ângulos $\hat{3}$ e $\hat{4}$ teriam que mudar de lugar. Em sua fala está implícito que ele aceita que as medidas dos ângulos são iguais – então podem mudar de lugar – mas como estão em posições diferentes então não são suplementares.

Vanderson não aceita a hipótese de Silvia quando essa usa o termo mudar de lugar para a sua justificação. Porém ele não consegue dizer que Silvia está errada e por isso ele opta pelo melhor, pelo preferível. Não é fundamental neste momento para ele classificar os enunciados em certos ou errados, sua preocupação parece residir em identificá-los como significativos ou não.

A idéia de transitividade está subjacente à enunciação de Silvia e Elizângela. Existe algo intuitivamente lógico quando elas usam o transporte do ângulo em suas justificações. Essa forma de justificação difere de uma estrutura matemática formal, pois numa prova matemática usaríamos a transitividade existente entre os ângulos e não o transporte desses ângulos. Pela forma de apresentação da justificação de Elizângela e Silvia, podemos caracterizar seu argumento em quase-lógico.

Vejamos um outro exemplo na seqüência de diálogos referentes a Atividade 1 deste trabalho.

ARGUMENTO	RÉPLICA
A: Se $\hat{d}$ e $\hat{b}$ medem 90º e $\hat{c}$ e $\hat{a}$ também medem 90º e $\hat{a}$ e $\hat{b}$ tem a mesma medida, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também teria.	S: E como você justifica a pergunta?
V: $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais e se eles são iguais, com certeza $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também são.	S: Mas por que "com certeza" eles são iguais?

V: Porque $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais.	S: Mas só porque eles são iguais $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também vai ser?
V: Porque o ângulo R$\hat{S}$T mede 90º.	S: E daí?
V: Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90º e $\hat{a}$ 45º. Então $\hat{b}$ mede 45º. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então eles são iguais.	

A seguir eles continuam:

ARGUMENTO	RÉPLICA
S: Eu acho que tem que ter um exemplo pelo menos. Porque eu acho que se a pessoa olhando, só olhando, eu acho que ela não vai entender.	A: Mas $\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90º e $\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são... Eles medem 90º também. Então se $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$, $\hat{c}$ também é igual a $\hat{d}$.
V: Mas aqui já está afirmando.	S: Está afirmando, mas está afirmando que $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$. Não está afirmando que $\hat{c}$ é igual a $\hat{d}$. Mesmo assim eu acho que tem que ter um exemplo. Tem que ter uma justificativa.
P: Mas a forma como eles estão falando não seria uma justificativa?	S: É seria. Mas só olhando assim não dá para perceber.
P: Mas eles não estão só olhando. Eles estão fazendo mais do que isso. Eles estão olhando, lendo o que já foi afirmado, analisando o que foi dado. Da forma como (V) e (A) falaram não está explicado?	S: Não. Porque eles estão falando que é igual, mas se fosse só para ver e falar eu acho que tinha que Ter um exemplo. Igual como está tendo agora. Seria mais fácil de entender e provar que $\hat{c}$ pode ser igual a $\hat{d}$.
P: Fica mais fácil de aceitar?	S: E de provar também. Pra quem tiver dúvida como eu.
P: Então se eu escrever só	S: Depende do exercício.

um exemplo numérico e mostrar que somados dá 90°, então provei que $\hat{c}$ é igual a $\hat{d}$?	
P: Como assim?	S: Porque a gente já sabe que $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares, então o ângulo mede 90°. A gente sabe, mas fica mais fácil se tivesse número. Eu acho que mesmo com todas essas informações, tem que Ter um exemplo, uma justificativa maior, mais completa.

BUSCANDO UMA LÓGICA NO DISCURSO

Vanderson usa um exemplo como estratégia para convencer Silvia que seu argumento é válido. Fornece a ela um caso particular com o objetivo de esclarecer seu enunciado.

Silvia aceita o argumento de Vanderson e passa a considerá-lo como o "melhor". Segundo ela a justificação não é completa se não tiver um exemplo. Com o exemplo fica mais fácil de entender e de provar o problema.

A fala de Silvia sugere que "provar" para alguns alunos significa "convencer", "mostrar", "verificar". O caso particular tem mais força de convencimento do que a seqüência que o generaliza.

O diálogo em sala de aula, quando bem conduzido, força o aluno a desenvolver argumentos que, algumas vezes, são perfeitas demonstrações. Verificamos isto na fala de Ariadne.

O diálogo força o aluno a completar sua justificação, a transformá-la em uma demonstração.

CONCLUSÃO

As análises feitas sobre os diálogos entre os alunos nos mostram que muitas vezes professores e alunos pensam de formas distintas. Por exemplo, justificar para os professores significa provar, tirar conclusões necessárias e suficientes a partir de premissas ou axiomas enquanto que para alguns alunos, uma justificação não é completa se não tiver um exemplo. Para eles provar significa "convencer", "mostrar", "verificar". O exemplo tem mais força de argumento do que a seqüência de deduções, torna as justificativas mais claras e mais completas e leva, muitas vezes, o aluno a compreender as deduções dando-lhes significados.

O diálogo permite que o aluno se envolva todo o tempo na construção dos conceitos estudados. Permite que eles desenvolvam habilidades básicas de raciocínio e investigação através da argumentação, levando-os a tecer uma rede de raciocínios ao mesmo tempo em que aprendem a defender idéias.

Com o uso da teoria da argumentação o professor percebe o quanto é importante a construção de significados. Através da análise dos argumentos dos alunos o professor identifica como o aluno aprende, como os erros se estruturam.

A teoria de Van Hiele nos permite identificar algumas dificuldades dos alunos para o estudo da geometria. Propõe também modelo de atividades que auxiliam esses conceitos. A teoria da argumentação possibilita os alunos a atuarem ativamente no processo de descoberta.

O incentivo ao diálogo pode ser um primeiro acordo a ser estabelecido entre professor e aluno para a construção de conceitos. "Ter dúvidas" passa a ser algo que os alunos conseguem lidar com tranqüilidade pois essa fica transformada por uma situação de debate e investigação.

A partir do momento que se quer que o processo de aquisição do conhecimento matemático surja com significado para os alunos devemos aliar o campo da lógica formal ao da lógica argumentativa.

BIBLIOGRAFIA

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; CHAVES, Luiz; KOHN, Maurício; BARRETO, Sandra Maria; SINISCALCHI, Solange:

Trabalhando com geometria; Editora Ática, Vol 3; SP; 1989.

PERELMAN, Chaïn: *O Império Retórico – Retórica e Argumentação*; Tradução: Fernando Trindade e Rui Alexandre Grácio; Edições Asa; 1993.

PERELMAN, Chaïn; TYTECA, Lucie Olbrechts: *Tratado da Argumentação – A Nova Retórica*; Tradução: Maria Ermantina Galvão G. Pereira: Editora : Martins Fontes – SP; 1ª Edição; 1996.

PESSANHA, José Américo: *A Teoria da Argumentação ou Nova Retórica*; In: Maria Cecília M. de Carvalho (org.); Paradigmas Filosóficos da Atualidade – Papirus Editora; Campinas; pp.221-247; 1989.

RABELLO DE CASTRO, Monica: *Estratégias do diálogo malandro: a retórica da rua*; Tese de doutorado (mimeo), 1985.

SILVA, Maria Solange: O papel da argumentação no ensino da geometria: um estudo de caso; Tese de mestrado; 1996.

VAN HIELE, Pierre M: Structure and Insight – A theory of Mathematics Education; Academic Press;1986.

[1] Trabalho apresentado no 1º Encontro de estudantes de Pós-Graduação em Educação matemática na UNESP - Rio Claro - em setembro de 1997.

[2] Mestre em Educação Matemática - USU/RJ

PENSANDO ALGEBRICAMENTE ANTES DA 7ª SÉRIE: UMA OUTRA PERSPECTIVA SOBRE OS PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.

Rosana de Oliveira[1]

1-INTRODUÇÃO.

Na matemática da escola de 1° grau, predomina o ensino da aritmética e da álgebra.

Nos primeiros anos da vida escolar o ensino está voltado, exclusivamente, para a aritmética, embora na 5ª série inicie-se o ensino de equações, os professores de matemática, respaldados pela força dos livros didáticos, acreditam que a introdução da álgebra, aconteça realmente na 7ª série. É nesta série, que introduz-se o cálculo com letras, iniciam definindo expressão algébrica, monômio, polinômio e operações algébricas. Após um longo convívio com uma aritmética "pobre" e nenhuma preocupação com a educação algébrica, é natural, que nossos alunos, mostrem estranheza ao se depararem com objetos matemáticos diferentes de números.

Os estudantes, mesmo aqueles considerados mais habilitados, acomodam-se na idéia de álgebra como manipulação técnica e não avaliam a cada passo seus procedimentos. Seguem modelos, transformando problemas simples em representações algébricas e na busca de soluções, mergulham em manipulações, sem perceber que a manipulação em si pode conduzir a erros (Arcavi - 1995).

O meu trabalho vem propor que podemos e devemos começar o aprendizado da álgebra antes da 7ª série. Como sou professora de 5ª à 8ª série, realizei este trabalho com alunos de 5ª série. O objeto matemático envolvido nesta pesquisa, foram as seqüências, que só aparecem como tópico, no 2º grau, sob a forma de PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica), pude constatar que meus alunos na 5ª série são capazes de produzir resultados bastante sofisticados.

2-O PROBLEMA.

O objetivo desta pesquisa foi identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos da quinta série do primeiro grau. Especificamente, observamos as "marcas" que indicam como os alunos produziram significados, enquanto o buscavam um termo geral para seqüências.

Algumas questões nortearam a nossa pesquisa:

- Identificar e analisar as crenças e justificações que os alunos utilizam para trabalhar os diversos conceitos que envolvam as operações aritméticas;
- Avaliar como os alunos constróem uma regra geral para Seqüências numéricas e não numéricas;
- Avaliar como os alunos constituem o objeto Seqüência e a relação deste com outros objetos;
- Avaliar como os alunos produzem significados para Seqüência.

4 - METODOLOGIA.

4.1 - Concepção de Conhecimento

A forma como concebemos a construção do conhecimento tem influência direta nas práticas pedagógicas dos professores e nas relações que se estabelecem na sala de aula. Todo professor tem uma concepção de conhecimento, consciente ou não e é essa concepção que norteia sua prática pedagógica. Para podermos falar de ensino e aprendizagem de Álgebra e de como os alunos constróem conhecimento ou produzem significado para Álgebra, precisamos dizer como concebemos conhecimento.

Podemos dizer que existem duas grandes correntes que encaram a aquisição do conhecimento de formas distintas. Para o empirismo, que acredita que conhecimento se adquire diretamente através da experiência, o sujeito é visto como uma folha em branco. O sujeito aprende a partir do contato direto com o objeto do conhecimento através dos órgãos dos sentidos. Nossos conhecimentos derivam da observação de casos particulares sobre os quais se aplicam processos de generalização. Esta corrente é geradora do modelo da Escola Tradicional e predomina muito fortemente na maioria de nossas escolas. A outra grande corrente, o apriorismo, acredita que o conhecimento se produz uma vez que o sujeito possui uma capacidade inata: o sujeito já nasce com as condições de funcionamento para construir as estruturas do conhecimento. Esta corrente é geradora da Escola Nova. Enquanto no empirismo a ênfase recai sobre o objeto, no apriorismo a supremacia é do sujeito.

Uma discussão que tornou-se relevante a partir dos trabalhos de Piaget foi, sobretudo, a construção do conhecimento. A palavra Construtivismo passou a ser usada por educadores diversos para designar a maneira pela qual o conhecimento deveria ser tratado (visto) na escola. A teoria piagetiana surge do debate entre o empirismo e o apriorismo, diferenciando-se dessas outras ao afirmar que a ênfase não recai sobre o sujeito ou objeto, mas que o conhecimento se constrói na interação entre o sujeito e o objeto.

A partir da segunda metade desse século, as discussões sobre a relação entre pensamento e linguagem começam a sofrer transformações. Até então havia um certo consenso de que o sujeito falava a partir de um conjunto de "códigos" disponíveis e que a linguagem era um veiculo que o sujeito utilizava para expressar o pensamento. Uma nova visão parte da premissa de que o indivíduo não pensa sem uma linguagem, a linguagem sendo um elemento constituinte do pensamento. Esta corrente é conhecida como relativismo ou pragmatismo. Numa nova visão pragmática da linguagem, a relação entre sujeito e objeto fica redimensionada, pois o objeto é constituído também pela linguagem. Pode-se dizer que o objeto passa mesmo a existir a partir de um conjunto de significações que podem ter origens diversas. Neste caso, torna-se sem significado a dicotomia entre realidade interior e exterior uma vez que se torna muito tênue esta fronteira.

Sob o nosso ponto de vista, a maneira de podermos avaliar o processo de produção de conhecimento do sujeito é através da linguagem, entendendo que não existe pensamento sem linguagem. Consideramos que a linguagem não é apenas a escrita ou a fala, mas também gestos, entonações, olhares., desenhos e etc. Acreditamos que o objeto se constitui pela linguagem. Mesmo quando, aparentemente, o sujeito interage diretamente com um objeto, fazendo uso dos sentidos, estão presentes todos os mecanismos sociais que o envolvem. Significa dizer que mesmo quando a relação parece ser direta, na realidade estão presentes as convenções sociais, os sentimentos, as convicções, e todo este conjunto dá sentido a interação do indivíduo com o objeto. Usando de força de expressão, poder-se-ia dizer que a relação entre o sujeito e o objeto é, na realidade, uma relação entre sujeito e sujeitos.

Qualquer professor já deparou-se com aquela célebre afirmação de um aluno, que nos incomoda profundamente. Após nos esforçarmos para "transmitirmos o *nosso* conhecimento", ele responde: - Não entendi nada. E nós ficamos nos perguntando (por vezes chegamos a lhe perguntar), não entendeu o quê? Não entender nada parece muito. Esta é uma afirmação bastante incomoda, para quem pretende "transmitir conhecimento". Nós a consideramos de grande importância. Ela reflete que o conhecimento do aluno, não é o mesmo conhecimento do professor. Mas o que nós entendemos por aquela afirmação do aluno? Entendemos: - "Professor, isso não quer dizer nada para mim"; ou - "Não consigo fazer relação disso com nada do que conheço"; ou ainda; - "Isso não tem nenhum significado para mim". É neste ponto que queremos insistir.

Quando nós, professores, nos colocamos numa posição de "transmitir conhecimento" para o aluno, esta postura traduz que pretendemos falar de um *texto* matemático sob a nossa perspectiva, sobre o nosso conhecimento. O que acontece, na prática, é que o professor investe-se da tarefa de ensinar. Mas sob essa perspectiva, o ensino pode levar os alunos a desqualificarem seus conhecimentos, podendo abandoná-los e supervalorizarem o conhecimento do professor. Em outras palavras, o professor crê que o seu conhecimento é legítimo enquanto o conhecimento do aluno não.

Concordamos com Lins (1993) quando, em seu Modelo Teórico dos Campos Semânticos, ele define conhecimento como o par (crença-afirmação, justificações). Para uma mesma crença e diferentes justificações teremos diferentes conhecimentos.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), traz uma perspectiva diferente, admite que o conhecimento do aluno não é o mesmo do professor porém, ambos, são considerados legítimos e portanto é preciso saber sobre o conhecimento do aluno que objetos ele constitui para *textos* que o professor lhe oferece, como ele produz o seu conhecimento.

> "Conhecimento é entendido como uma **crença,** algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza portanto como uma **afirmação** junto com que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação**" *(Lins - 1993).*

Esta concepção nos permite fazer a seguinte interpretação da situação a seguir. Um aluno de 5ª série e um professor de Matemática, ao serem questionados sobre qual o próximo termo da seqüência 6,9,12,15..., ambos sabem responder e afirmam ser 18. Porém, se pede para justificarem suas crenças-afirmações, o aluno justifica, dizendo que a seqüência caminha de 3 em 3 logo o próximo termo é, 15 mais 3 igual a 18, e o professor justifica dizendo que, como o termo geral da seqüência é 3n +3, onde n é a posição dada, como o próximo termo é o 5°, então 3 vezes 5, 15, mais 3 igual a 18. Enquanto o aluno apoia-se no que está "vendo", nas relações ali estabelecidas, o professor estabelece uma regra geral para encontrar qualquer termo da seqüência. Segundo o MTCS, os dois, possuem conhecimentos diferentes, porque apesar de partilharem da mesma crença, utilizaram justificações diferentes. Quando um sujeito se depara com um *texto*, no nosso caso o *texto matemático* das seqüências, ele começa a dirigir sua atenção para aquele texto, pensa e fala sobre este texto, produz significado para esse texto. O sujeito constitui objetos a partir desse texto. O objeto para nós será sempre um **objeto de pensamento**[2].

Vale ressaltar que, nesse processo, se estabelece uma relação dinâmica entre o sujeito e o objeto, que sob o nosso ponto de vista, traduz - se numa relação íntima entre o pensamento do sujeito e o seu objeto de pensamento.

Quando o aluno entra em contato com seus *interlocutores* (ou de alguma forma é cobrado por outros colegas, pelo professor, ou por ele mesmo) e é posto a falar sobre determinado texto, o aluno estará produzindo significados e portanto constituindo objetos. A medida em que o aluno produz significados para um objeto, constituindo objetos de pensamento, este se modifica passando a ser outro, num processo que é dinâmico. O que queremos dizer com isso é que o texto, que foi posto a disposição do sujeito, vai dar origem a construção de conhecimentos num processo dinâmico que recria algumas das suas características, abandona outras, podendo mesmo haver resgate de características abandonadas, sem que isso obedeça a nenhuma hierarquia.

Quando o sujeito volta a sua atenção para o *texto,* no nosso caso o texto matemático das seqüências, ele produz significado para esse texto e constitui objetos. Quando o sujeito, a partir desses objetos, enuncia crenças e as justifica então produz conhecimento. Sob este ponto de vista, o conhecimento não está no *texto*, e sim no sujeito que se propõe a falar sobre determinado *texto*.

Nesse sentido, concordamos com Lins quando ele diz que:

> "conhecimento é algo do domínio da **enunciação** e que **todo conhecimento tem um sujeito** e não do domínio do **enunciado**, podemos também expressar esse fato dizendo que conhecimento é do domínio da **fala**, e não do texto. Deste ponto de vista, a Matemática é um **texto** e não **conhecimento**, tem-se **conhecimento** apenas na medida em que as pessoas se dispõem a **enunciar** este **texto**. A um **conhecimento** que **fala** deste **texto**, a Matemática, chamaremos, naturalmente ,de **conhecimento matemático**." *(Lins, 1994).*

Lins define a Matemática como um *texto*. Sob o nosso ponto de vista, um *texto* pode ser entendido como o conhecimento produzido pelo outro. Dito de uma outra forma, um livro texto é conhecimento para o autor, porém para o leitor (aluno ou professor) é apenas um *texto*. Numa aula expositiva, por exemplo, o que o professor diz é conhecimento para o professor, porém é *texto* para o aluno.

Muitos professores associam conhecimento a informação. Acreditamos que as informações são necessárias para se produzir conhecimento, algumas coisas no processo de ensino aprendizagem precisam ser informadas / ditas[3]. Mas informações são afirmativas, muitas das vezes, não justificadas. Ter mais informação não garante que o sujeito tenha mais conhecimento, embora , para aqueles que têm essa concepção de conhecimento, muitas vezes uma informação dita da forma esperada pelo outro assegure a este "a posse" do conhecimento.

Se nos remetermos à sala de aula, uma prática comum é o professor dar atenção às respostas certas: ele dialoga com aqueles que emitem as crenças esperadas por ele. As justificações, os porquês, são muito pouco valorizados em nossas aulas, não importa ao professor se na maioria das vezes a resposta certa é uma reprodução da fala do próprio professor ou de um livro texto.

É muito importante fazer esta distinção entre conhecimento e informação, pois aqueles que vêm o conhecimento como dado acreditam que o conhecimento está pronto, é o próprio *texto*, enquanto que nesta outra visão, as informações sempre são enunciações de um outro e portanto podem ser vistas como texto, mas jamais como conhecimento.

Um *texto* pode ser entendido como um conhecimento produzido por alguém, mas jamais será conhecimento para quem o lê este texto só se tornará conhecimento para quem o lê, quando este sujeito produzir seu próprio texto. Um intertexto seria um texto produzido por um sujeito a partir de um texto produzido pelo outro (Vital Brazil - 1995). Num certo sentido, intertexto é um texto que não é **o** texto.

Estaremos analisando a linguagem, no nosso caso, a fala do aluno, e através dessa análise, levantando alguns significados que o aluno produz para as seqüências, e alguns objetos que o aluno constitui. A partir desses objetos, quais as crenças que ele enuncia sobre este objeto, como ele justifica essas crenças, que conhecimentos ele produz.

Os sujeitos são indivíduos e indivíduos vivem socialmente e partilham uma linguagem. Esta linguagem modifica-se na interação com o outro, isto é, ela se reconstrói a cada momento. Quando o sujeito volta a atenção para o texto, o debate com o texto constitui objetos de pensamento. Acreditamos que o sujeito só produz conhecimento em direção a uma demanda "imposta" pelo outro. É a partir da sua relação com o mundo, com os outros indivíduos que a dinâmica do processo ensino-aprendizagem se estabelece.

Na nossa pesquisa, o texto matemático utilizado constitui-se de seqüências numéricas e não numéricas que compuseram as atividades. Os sujeitos envolvidos foram os alunos de uma turma de 5ª série e sua professora de Matemática. Na análise, nos Capítulos 3 e 4, estaremos fazendo um levantamento das crenças e justificações enunciadas pelos sujeitos, procurando que conhecimentos os alunos envolvidos na pesquisa produzem.

Para termos uma mostra de como se dará a análise, tomemos como exemplo a seguinte situação: ao serem questionados sobre quem seria o quinto termo da seqüência 6, 9, 12, 15,... os alunos afirmam que o quinto termo é 18. Num momento sua justificação era porque a seqüência "caminha de 3 em 3" , num outro, a justificação era a relação que se estabelecia entre a seqüência 3, 6, 9, 12,... e a seqüência dada anteriormente. Pudemos perceber isso quando o aluno afirma que se na seqüência 3, 6, 9, 12,... o quinto termo é 15 então na seqüência 6, 9, 12, 15,... o quinto termo é 18. Os alunos produziram significados, constituíram objetos e ao emitirem crenças e justificá-las produziram conhecimentos Podemos perceber, através de suas justificações, que os conhecimentos produzidos pelos alunos, naqueles dois momento, foram diferentes. A seguir estaremos descrevendo uma caracterização para os tipos de processos de conhecimentos produzidos pelos alunos.

4.2- Tipologia

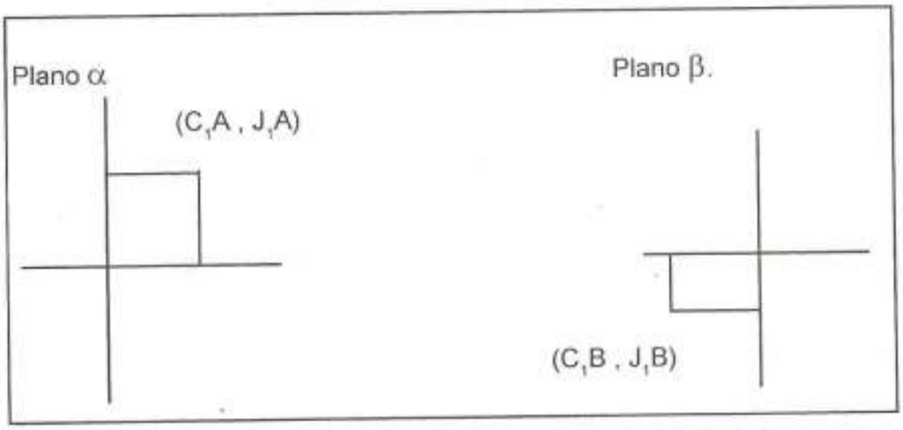
O nosso objetivo é buscar compreender como os alunos constróem uma rede de significados para seqüências. Não estaremos preocupados com o fato deles chegarem ou não ao termo geral esperado. Chegar ou não ao termo geral de uma seqüência é apenas mais uma possibilidade nessa rede de significados que eles produzem.

A nossa procura será pelas "marcas" que indicam como os alunos estão produzindo significados para seqüências, como os alunos constituem objetos de pensamento, e como a linguagem revela esses objetos, envolvidos numa atividade algébrica. Essa procura não será aleatória e levará em conta algumas premissas.

Acreditamos que o conhecimento não se processa de forma linear, discordando daqueles que acreditam que o conhecimento se constrói através de "estágios" seqüenciais. A nossa conjectura, que pretendemos mostrar através deste trabalho, é que os alunos, ao buscarem o termo geral para uma seqüência, percorrem caminhos não lineares. Criamos para isso uma tipologia de processos de produção de conhecimento. Dependendo da seqüência proposta, eles se apropriam de alguns tipos de conhecimentos, e quando são propostas novas seqüências eles utilizam-se, ou não, desses tipos de conhecimentos, não necessariamente numa mesma ordem.

Definindo conhecimento como um par (Crença , Justificação), podemos usar uma metáfora[4] Matemática e dizer que no nosso caso, esse conhecimento representa um ponto no plano. Como estamos considerando que o conhecimento é do sujeito, cada plano representa um conjunto de conhecimentos, não necessariamente do mesmo tipo, impossíveis de serem hierarquizados. Dizemos que um aluno A tem um conhecimento (C_1A , J_1A) do tipo Termo Seguinte e que este conhecimento pertence ao plano α, porém o aluno B pode ter um conhecimento (C_1B , J_1B) do tipo Termo Seguinte que está no plano β.

Cada tipo de processo de produção de conhecimento, foi definido a partir de aspectos observáveis nos debates promovidos pela pesquisa. Se duas ou mais pessoas conversam sobre o mesmo texto, isso não quer dizer que elas estejam se entendo. Quando através da linguagem elas estabelecem acordos, só então estarão argumentando sobre os conhecimentos produzidos. As estratégias utilizadas na busca da adesão do outro gera novos acordos e, portanto, novas crenças e justificações sobre os objetos, ou seja, novos conhecimentos. Estas estratégias são reveladoras dos tipos de processo de construção de conhecimento. Portanto, a tipologia proposta aplica-se à análise das estratégia argumentativas que entraram em cena durante a pesquisa.



É importante observar que o nosso olhar estará dirigido para dois focos distintos: um deles estará voltado para a análise da relação entre uma crença e sua respectiva justificação, o outro para a relação dinâmica que se estabelece entre crenças e justificações, no calor do debate. Em ambos os casos o interesse estará voltado para a produção de significados.

Para análise do primeiro foco estabelece-se quatro tipos pelos quais os alunos transitam na busca do termo geral de uma seqüência.

Termo Seguinte.

Neste campo o aluno identificava a relação que se estabeleceu entre os termos dados, identificava o próximo termo, enunciando através da fala e da escrita o próximo termo e enunciando através da fala e da escrita qual a razão da seqüência. Era capaz também de escrever a seqüência termo por termo em busca de uma posição pedida.

Relação Entre Posição e o Termo.

Neste campo o aluno buscava relações entre os termos e suas respectivas posições, precisava visualizar o termo pedido da seqüência para criar relações, usava algumas relações (que se tornaram crenças) que estabelecidas anteriormente, como ponto de partida para descoberta de novas relações.

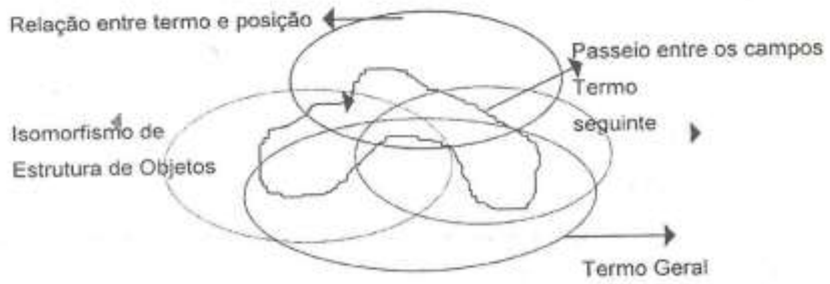
Termo Geral.

O aluno enunciava através da fala a regra, verificando seu funcionamento, convencia-se que ela funcionava para todos (esse convencimento vinha a partir de algumas tentativas bem sucedidas).Utilizava esta regra para encontrar qualquer termo e enunciava através da escrita.

Isomorfismo de Estrutura de Objetos

Quando o aluno conseguia identificar num problema isomorfo o tipo de estrutura de uma outra seqüência, ele estabelecia relações entre as estruturas isomorfas, em busca do termo geral de uma seqüência.

Esquema que indica como acontece a relação entre os campos.



Para análise do segundo foco, estabeleço quatro modelo que indicam como acontece essa relação entre crenças e justificativas.

No **Modelo A (crenças diferentes, justificações diferentes)-** o aluno enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, na relação com seus interlocutores, ambos são abandonados, e uma nova crença é enunciada com uma nova justificativa.

Modelo A

(A1 , J1)

(A2 , J2)

(A3 , J3)

No **modelo B (crenças iguais, justificações diferentes)-**, o aluno para uma mesma crença utiliza justificativas diferentes, ele enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo seus interlocutores, para uma mesma crença ele busca uma nova justificativa, nesse processo ele pode voltar a usar justificativas anteriores.[6]

No nosso caso este modelo se aplicará por vezes ao próprio aluno, por vezes a alunos distintos, como o processo é dinâmico, ele aconteceu no diálogo, as crenças e justificativas foram enunciadas pelos alunos, ou pelo professor.

Modelo B

(A1 , J1)

(A1 , J2)

(A1 , J3)

No **modelo C, (crenças diferentes, justificações iguais)-** o aluno diante de novas crenças, utiliza a mesma justificativa, enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo entre seus interlocutores, ele enuncia uma nova crença e utiliza a mesma justificativa.

Modelo C

(A1 , J1)

(A2 , J1)

(A3 , J1)

No **modelo D, (justificações transformam-se em crenças e vice-versa)-** o aluno parte de uma crença (A), e enuncia sua justifica (J1) , num outro momento utiliza essa justificativa (J1) como uma nova crença (J1), e enuncia a justifica (J2), J2 passa a ser uma nova crença e enuncia a justificativa (J3) e assim por diante.

Numa primeira análise esse modelo se evidencia nas relações que se estabelecem entre seqüências distintas.

Modelo D

(A1 , J1)

(J1 , J2)

(J2 , J3)

Estes modelos e a tipologia são usados para analisar os diálogos dos alunos com os alunos (grupo) e entre os alunos e a professora.

4.3 - Procedimentos Metodológicos.

O trabalho de campo, foi realizado numa Escola Pública de Angra dos Reis, Rio de Janeiro e se desenvolveu da seguinte forma: o primeiro momento aconteceu nos meses de março, abril, maio e junho de 1996, com uma turma de 5ª série, formada por 35 alunos divididos grupos. As atividades propostas eram problemas simples envolvendo os diversos conceitos das operações aritméticas. O segundo momento aconteceu nos meses de agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro de 1996, com um grupo de três alunos, escolhidos aleatoriamente, onde as atividades exploravam situações problemas em busca por leis de formação. A análise do primeiro momento foi realizada através de material escrito e de gravações das falas dos alunos, e a do segundo momento além dos instrumentos já usados foi acrescentada a análise de gravações em vídeo. As atividades foram divididas em dois episódios:

1) "Sondagem de Esquemas de Algebrização" analisei como os alunos trabalharam com os diversos conceitos das operações aritmética, com que flexibilidade (ou reversibilidade) estão operando. 2) "Busca por Leis de Formação" observamos e analisamos, especificamente o processo de produção de significados, embora o ponto de chegada seja o termo geral de uma seqüência, considero esta, apenas mais uma etapa na rede de significados que ele produz.

4- Uma Mostra da Análise das Falas dos Alunos.

Seqüência dos└ , ┐,└ ,┐,└ ,┐, ..[7].

Participaram deste encontro o Jairo e a Angélica. A seqüência trabalhada neste dia foi apresentada aos alunos escrita, pois eram desenhos, a própria descrição da seqüência através da fala, denuncia algumas regularidades.

Atividade entregue por escrito aos alunos.

Observem a seguinte seqüência:
L, ⅂, L, ⅂, L, ⅂, ...
1)Escrevam os próximos termos da seqüência.
2)Como a seqüência caminha?
3)Qual o 20º termo da seqüência?
4)Qual a regra que posso criar para descobrir qualquer termo sem ter que caminhar termo a termo?

Ao descrever a seqüência, Angélica diz o seguinte:

N - Eu entendi que vai formando um quadrado, só que aberto, tipo um "ele em pé" e um ele ... Eu descobri que era sempre um "ele certo" e um "ele de cabeça pra baixo", e sempre o que a gente usava. Se a gente so..., se a gente soubesse, por exemplo o 1º está 1 "ele de cabeça pra baixo" então o 3º também ia. Ia sempre de 3 em 3 um "ele certo" e sempre de 2 em 2 o "ele de cabeça pra baixo" foi o que eu descobri e o 1º elemento era o "ele certo" era esse aqui [falou isso apontando para o papel].

Consideramos que ao descrever a seqüência, Angélica enuncia duas crenças:

-C_1 Que o "ele de cabeça pra baixo" caminha sempre de 3 em 3.

-C_2 - Que o "ele certo" caminha sempre de 2 em 2.

Angélica abandona a crença C_1 e adere a crença C_2 do Jairo em que para toda a seqüência, para os dois termos da seqüência a razão é 2.

Mais adiante ela justifica sua crença.

8. P – Será que a gente consegue criar uma regra para descobrir qual é o 20º termo sem ter
9. que ir de um em um.
10. N – Será que não é esse aqui, o "ele de cabeça pra baixo".
11. P – Porquê você acha que é esse aqui?
12. N – Porque se 10 é a metade de 20, do 20º, então se a gente somasse 10 + 10 vai dar
13. esse do mesmo jeito.

Angélica enuncia então a seguinte justificação (linhas 12 e 13).

> J_1 - Que o vigésimo termo da seqüência vai ser o mesmo que o décimo termo da seqüência.

Essa justificação está relacionada com dobros e metades mas na justificação da Angélica ela quis chamar a atenção para o fato da seqüência se repetir em blocos, ou seja o 10º, o 20º, o 30º . Essa é uma colocação bastante interessante pois nesse tipo de seqüência não existe uma relação direta entre termo e posição da seqüência, num certo sentido o que existe é uma relação entre posições e posições.

14. P – Então Jairo se eu quiser saber qual a posição do 40, do 40º termo, qual vai ser a
15. posição.
16. R – Vai ser o 2º, a mesma coisa.
17. P – Qual é o 2º? Aponta para mim.
18. R – É esse aqui.
19. P – Você concorda? [Falava com Angélica].
20. N – Concordo, só que tem um problema quando for impar não tem metade
21. N – E o 23º?
22. R – Vai ser o primeiro elemento.
23. R – É porque o 2º elemento é dos pares e o 1º é dos impares.

Nesse trecho podemos identificar que Jairo enuncia a seguinte crença (linha 22):

> C_3 - O primeiro elemento é igual a posição ímpar e o segundo elemento é igual a posição par.

24. N – Espera aí deixa eu ver [Falou isso e foi conferir no papel]. Mas como é que a gente
25. vai. achar a metade dele? Como é que a gente vai saber qual é?
26. P – Convence ela da sua explicação. Se precisar desenha. Ela está falando uma coisa de 27. metade.
28. R – Metade? Mais aí vai ter sempre que ficar um sem a metade. Por que aí vai ter o 22 e
29.vai estar tudo completo, aí o 23 vai ficar só um. Não vai ficar o quadrado.

Ao tentar convencer a Angélica de sua crença, Jairo enuncia sua justificação(linha 27 e 28).

J_2- Se o quadrado for fechado vai ser um número par, se o quadrado for aberto o número é ímpar.

Essa crença aparece por se tratar de uma representação pictórica observando o desenho └ , ┐, └ , ┐, └ , ┐ ... podemos perceber que as posições pares sempre completam um pseudo quadrado, e nas posições ímpares o pseudo quadrado fica aberto. Após esse momento a professora sugere alguns exemplos para que eles respondam qual o elemento que ocupa as posições pedidas.

Mais adiante, Angélica se apropria da crença (C_3) do Jairo e a enuncia como sua ampliando a linguagem:

30. N – Tem uma coisa também que começa sempre o primeiro é ímpar e contando de
31. .número em número o primeiro é 1 e o segundo é 2 então sempre começa com 1 então é
32. ímpar, o 2 é par, 3 ímpar, 4 par vai usando essa regra até 20.

C_4 - Qualquer número ímpar é igual ao primeiro, qualquer número par é igual ao segundo.

Angélica justifica sua crença:

J_3 - Utiliza a propriedade dos números serem pares ou ímpares.

Essa propriedade pode ser entendida da seguinte forma: um número é par quando ao dividi-lo por dois deixa resto zero e é ímpar quando ao dividi-lo por dois deixa resto um.

Ao final a professora pergunta se podemos ter uma regra geral para esta seqüência Jairo afirma que a crença C_4 da Angélica "está mais completa".

Crença	Justificação	Conhecimento	Tipo
Seqüência	dos	└, ┐, └, ┐, └, ┐,...	
C_1 - Que o "ele de cabeça pra baixo" caminha sempre de 3 em 3.	Crença abandonada		
C_2 - Que o "ele certo" caminha sempre de 2 em 2.	J_1 - Que o vigésimo termo da seqüência vai ser o mesmo que o décimo termo da seqüência.	(C_2, J_1)	Relação entre Posição e Termo
C_3 - O primeiro elemento é igual a posição impar e o segundo elemento é igual a posição par.	J_2 - Se o quadrado for fechado vai ser um número par, se o quadrado for aberto o número é impar.	(C_3, J_2)	Termo Geral
C_4 - Qualquer número impar é igual ao primeiro, qualquer número par é igual ao segundo.	J_3 - Utiliza a propriedade dos números serem pares ou impares.	(C_4, J_3)	Termo Geral

Na seqüência dos └, ┐, └, ┐, └, ┐, os conhecimento construídos foram do tipo Relação entre Posição e Termo e Termo Geral, os alunos retomaram a crença que leva em conta Metade e Dobro, mas ela não se adequava a seqüência proposta. A regra do termo geral foi enunciada pelos alunos sem muitas indas e vindas no diálogo.

Objetos Constituidos	**Fala dos alunos**
Razão	• Caminhar em blocos • O 10º, o 20º, 30º.
Par e Impar	• Quadrado fechado • Quadrado aberto
Funções	• Se par └ Se impar ┐

5- Conclusão

Esta dissertação pretendeu, a partir de uma concepção específica quanto ao que seja pensamento algébrico, explicitar como alunos de 5ª série produzem conhecimento quando envolvidos em atividades algébricas.

O nosso objetivo nas atividades propostas aos alunos era que eles construíssem uma regra geral para o termo das seqüências apresentadas, mais especificamente, pedimos que os alunos encontrassem uma regra que, para uma dada a posição permitisse encontrar o termo geral da seqüência. Queríamos que os alunos estabelecessem uma função que relacionasse termos e posições. É importante ressaltar que este não é o único caminho para se chegar ao termo geral. Os termos gerais das Progressões Aritméticas e Geométricas (P. A . e P. G.) envolvem também o conceito de recorrência, onde se pode inferir o termo geral a partir do primeiro termo e da razão da seqüência.

A análise partiu de um levantamento de crenças e justificações dos alunos envolvidos em atividades sobre seqüências numéricas e não-numéricas. Esta análise fortaleceu a nossa crença que o conhecimento não se constrói de forma linear. Os alunos produziram significados bastante sofisticados para o texto matemático Seqüências e constituíram uma rede de objetos para falar sobre elas, possibilitando-nos perceber que precisamos ouvir mais os alunos.

A Tipologia para Seqüências foi criada a partir de um trabalho de pré-análise do material de pesquisa. Após a utilização da Tipologia observamos que ela traz a tona relações sutis que envolvem o conceito de seqüências. O professor, na sua prática cotidiana, quando ensina este conteúdo não estimula o debate que permitiria o aparecimento dessas relações para os alunos.

Os conhecimentos construídos do tipo Termo Seguinte tratavam da relação existente entre um termo e o seu termo seguinte ou entre qualquer termo e o seu termo seguinte. Por exemplo, para que a razão da seqüência 2, 4, 6, 8,.. seja dois, não basta que a diferença entre 6 e 4 seja 2, é preciso que essa razão seja a mesma em toda a seqüência. As falas dos alunos mostraram que se trata de objetos diferentes, quando ele diz que "para encontrar o próximo termo eu preciso somar dois" ele está pensando na relação entre um determinado termo e o seguinte. Quando o aluno diz que a seqüência "caminha de dois em dois" ele está falando da relação entre todos os termos e os seus seguintes, ele fala da "fluência" da seqüência. Nestes debates, os objetos constituídos foram sucessor e razão de uma seqüência.

Os conhecimentos construídos do tipo Relação entre Posição e Termo envolvem as relações entre determinado termo e sua posição e um outro termo e sua respectiva posição. Por exemplo, na seqüência 6, 9, 12, 15,..., os alunos criaram uma regra para as posições pares em que, dada a posição pedida, era possível encontrar a posição que é metade dessa. Ou vice-versa, pegando o termo que ocupa uma posição era possível encontrar o termo que é o dobro desse termo. O aluno estabeleceu relações entre posição e termo em dois "lugares" na seqüência e estabeleceu uma outra relação sobre aquela. Os objetos constituídos nesse tipo de conhecimento foram dobro, metade, par e ímpar. Através da fala dos alunos identificamos como conceberam esses objetos, por exemplo para o número ímpar eles o chamaram de "número que não tem metade" (eles operavam sobre o conjunto dos números naturais).

Os conhecimentos do tipo Termo Geral tratam da relação que se estabelece entre qualquer termo da seqüência e sua respectiva posição. Por exemplo, o aluno disse que na seqüência 1, 5, 7, 1, 5, 7..., dada qualquer posição, basta somar os algarismos dessa posição até que se tenha um número menor ou igual a nove, pois o número que ocupa a posição pedida será o mesmo que ocupa a posição que resulta da soma dos algarismos. Os alunos criaram uma regra que trata da relação que se estabelece entre qualquer termo e qualquer posição daquela seqüência. Nesse tipo de conhecimento foram constituídos objetos como dobro, metade, par e ímpar com significados diferentes daquelas que se estabeleceram no tipo relação entre Termo e Posição. Neste tipo de conhecimento, os objetos constituídos foram funções que se revelaram através das falas dos alunos quando eles enunciaram "O termo é igual ao dobro da posição" , "O termo é igual a posição mais posição", "Se a posição for par é ⌉ se a posição é ímpar é ⌊".

Os conhecimentos do tipo Isomorfismo de Estrutura de Objetos, tratam das relações que se estabelecem entre os objetos constituídos de duas seqüências, os alunos compararam a estrutura de formação de uma com a da outra. São relações sobre outras relações. No tipo Relação entre Posição e Termo isso também acontece, a diferença é que lá a relação se dá no interior da seqüência, enquanto aqui a relação se estabelece entre duas seqüências distintas e ainda considera a "fluência" da seqüência. Esse fato se evidenciou quando o aluno disse a respeito da seqüência 3, 5, 7, 9... "Se a seqüência começasse com dois (ele referia-se a seqüência 2, 4, 6, 8...) a trigésima posição seria 60, mas como ela começa no três e também caminha de dois em dois então o trigésimo termo é só fazer o dobro e somar um". Ele chega ao termo geral através de um isomorfismo.

Os objetos constituídos pelos alunos nos fazem acreditar que essa pesquisa deve servir de subsídios para que o professor possa ouvir seu aluno de uma outra forma, buscando perceber através de suas falas quais objetos eles estão constituindo e, desse modo, poder também falar desses objetos tornando o diálogo com seu aluno mais significativo para os dois.

O trabalho da primeira etapa mostrou-nos que a partir de problemas usados pela maioria dos professores e livros didáticos é possível gerar um debate rico em reflexões pois são as justificações dos alunos que nos permite avaliar as razões que os levam a darem determinadas respostas. Recentemente as atividades de Sondagem dos Processos de Algebrização foram proposta num mini-curso[8] para professores de 1° grau. Estes professores mostraram bastante interesse na possibilidade de fazer questionamentos e discussões em torno do que eles estão habituados a fazer com seus alunos sem dialogar. A forma como esses problemas, considerados "simples", devem ser trabalhados é que deve ser outra.

Os significados e textos matemáticos que emergiram das falas dos alunos nos permitiu ratificar a escolha de uma abordagem em que pensar algebricamente é estar envolvido em atividade algébrica e esta não se restringe ao cálculo com letras. Consideramos que as expressões utilizadas pelos alunos são as "marcas" que nos permitiram discutir este pensamento. Os alunos constituíram o objeto Seqüências, estabelecendo uma rede de significados que envolvem o texto matemático Seqüências em relação com outros objetos constituídos por eles. Portanto, é coerente e razoável apontar os conhecimentos produzidos por esses alunos como modo de pensar algebricamente as Seqüências. É nesta perspectiva que