A LIÇÃO DE PEDRO MARIANI SERRA

Artigo publicado no Jornal O Globo de 04/02/1987[1].

Guilherme Figueiredo

Há cem anos nasceu Pedro Mariani Serra, filho do abolicionista, jornalista, poeta, dramaturgo Joaquim Serra, o amigo de Machado de Assis é Joaquim Nabuco. Professor de matemática, a ele devo o meu primeiro susto e o meu primeiro deslumbramento no pensamento abstrato. Não resisto à tentação de relembrar o episódio de há sessenta e dois anos. Como agradecimento pelo estalo que provocou na minha cabeça e nas de toda uma geração.

Havia no colégio no passadiço, nas salas de aula no pátio em torno do busto do Conselheiro, Tomás Coelho, um silêncio de verão. Adeus às férias, à infância. Só mesmo as cigarras se despetalavam nos oitis. Como se não existissem os oitocentos alunos convocados antes por uma corneta de som amarelo.

Nós, os quarenta “bichos” nem mesmo tínhamos ainda os uniformes. A paisana submetemo-nos ao trote no recreio até que o corneteiro encerrou a tortura. Marchamos, sentamo-nos. Tiniu uma campainha “A porta se abriu”. O Inspetor Leitão nos levantou com um gesto.

Entrou um homem magro, nervoso, de miúdo rosto vermelho, de olhos azuis inquietos algemados em óculos de aros de ouro. Vestia farda de coronel. Sentou-se, esperou que o inspetor terminasse a chamada. Aprendemos que não se respondia “Presente!” e sim “Pronto!”. As cigarras estridulavam, no recreio. O Coronel foi ao quadro-negro.

___Suponhamos o número “a”...

Escreveu no quadro. O número “a”? Para meus dez anos, a aritmética, “a” era a primeira letra que aprendi a desenhar com a língua entre os dentes. O número “a”? Então era aquilo a Aritmética Teórica? As cigarras repetiam desbragadamente o seu canon, interminável.

___E agora tomemos o número “b”...

As duas letras estavam escritas numa caligrafia enérgica.

___Somando, temos: “a” mais “b”, igual a “c”

Escreveu.

Aí comecei a chorar. Podia somar duas letras dando como resultado uma terceira?

___”a” e “b” são números quaisquer ...

Como seriam, ao mesmo tempo, números e quaisquer? O professor suspendeu o giz:

___Que é que você tem, aluno?

Nunca eu poderia explicar, nunca. Tentei. As cigarras riam, riam. O professor me mandou sentar. Como eu poderia explicar, se, minha perturbação vinha do chamado das cigarras? Continuou: tratava-se de uma generalização. Não: minha aritmética era exata, feita de laranjas, bolas, balas, personagens de meus problemas da escola pública, onde a professora, namorada de todos, decretara! “Não se somam quantidades heterogêneas”. Dentro dessa verdade vivi, dos seis aos dez anos. Daí por diante tive de me habituar à idéia de que os números podem virar letras. Conheci o número “pi”. Não me impressionei quando o agiota me disse que eu fizesse uma letra de duzentos... Fui entendendo o canto fugado das cigarras concretas, aprendi a formar as cifras como nuvens informes e a congelá-las em fórmulas, em pontos cardeaes da época, em curvas perdidas no infinitivo, em mãos e contramãos no espaço curvo, migalhas de migalhas de átomos, vaguezas imaginárias debaixo de radicais. Esse milagre, o mais prodigioso acontecido no meu cérebro, em o devo a um homem nascido há cem anos, um homem que fez tremer o Colégio Militar inteiro. Um fazedor de milagres. Durante mais de quarenta anos Pedro Mariani Serra, ensinou milhares de meninos a entender os seus milagres. Quando li que havia morrido, a sua imagem me veio à lembrança, exata, perfeita, símbolo precioso sobre o qual meus olhos se turvaram outra vez _ como agora, aos seus cem anos de nascimento_ com as mesmas lágrimas com que me ensinou a pensar, enquanto eu ouvia e ouço _ agora! Agora! _ ou não ouvirei nunca mais? _ o canto da cigarra.

Me pergunto, sessenta e dois anos depois, se usei bem a lição, se as suas letras, os seus infinitos enroscados num oito, os radicais enjaulando anticorpos de números, a inexatidão da ciência exata e a sua poesia feita de pensamentos sem nome, cujo fecho de ouro tanto é um quod erat demonstrandum como um quod demonstrandum non erat, os homens levando a vida e a morte às estrelas, se tudo isto não me acrescenta mais do que a soma das laranjas na escola pública e a soma das letras graças às quais o escritor sobreviveu. Não sei, não sei. Sei que misturei sons e números para tentar entender a vida: o riso das cigarras e a lição de Pedro Mariani Serra.

---

[1] Enviado pela Professora Moema Mariani de Sá Carvalho

Apresentação

Procurando manter uma periodicidade na publicação do GEPEM eis, que estamos apresentando o nosso número 35. É ele o último preparado pela Diretoria cuja a presidência é exercida por Janete Bolite Frant que está se despedindo em maio de 1999.

Esperamos que nossos amigos, sócios do GEPEM, professores de matemática ou de outras matérias, pessoas interessadas em Educação Matemática em todos os níveis e que se preocupam com o desenvolvimento das potencialidades individuais dos nossos jovens, encontrem nos artigos publicados motivos de reflexão, informação e, às vezes, um sorriso divertido.

Contribuem neste Boletim os professores Roberto Baldino da UNESP-Rio Claro e Tânia Cabral com um artigo muito interessante sobre o papel do erro no processo ensino-aprendizagem. O professor Baldino, velho amigo e sócio do GEPEM, tem um traço irônico-bondoso no seu dia a dia com seus alunos e temos certeza que suas experiências nos farão pensar.

A professora Ana Maria M. R. Kaleff Professora da universidade federal Fluminense – UFF, sempre ligada à melhora da compreensão da Geometria, nos mostra um jogo, "Queimada com Obstáculos" que dá vontade de voltar a ser criança e brincar com alunos e filhos para sentir o despontar da compreensão do conceito de simetria.

O mestrando em Educação Matemática, Alzir Fourny Marinho com a colaboração de suas orientadoras da sua dissertação, nos dá uma visão de sua experiência sobre a maneira dos alunos apropriarem-se do significado da resolução da inequação e sobre sua hipótese de que a visualização geométrica dá ao estudante confiança para as afirmações provindas da manipulação algébrica.

A professora Gilda Campos da USU em colaboração com as professoras da COPPE Paula Cunha Mello e Lidia Segre, nos mostra uma interessante experiência de educação à distância.

Alunos do MEM/USU, sob a supervisão da professora Gilda Campos nos dão o panorama do trabalho desenvolvido na linha de pesquisa Informática – Educação Matemática.

O professor Renato Valladares do IEM/USU apresenta um artigo que já foi publicado na Revista de Ciência e Tecnologia nº 11/12, vol. 6 de junho/1998 e cuja reprodução foi autorizada pela citada revista. Mesmo não sendo um artigo original, parece-nos que os nossos amigos sócios gostarão de ler as colocações de prof. Renato que faz uma ponte entre a Matemática e a Física.

As professoras Janete B. Frant e Monica Rabello de Castro do IEM/USU nos contam um "caso" da perplexidades de uma jovem professora amiga ao tentar compreender o pensamento de um aluno.
Quanto a parte mais amena do Boletim a professora Moema de Sá Carvalho, uma das fundadoras que exerceu a presidência por muitos anos do GEPEM, nos traz um artigo de jornal com recordações das aulas de Matemática do conhecido escritor Guilherme Figueiredo.
E, para encerrar o Boletim, trazemos uma observação de nossa professora de Matemática, nossa colega do GEPEM e do IEM/USU, Franca Cohen Gottlieb sobre o abismo que existe entre o saber linguístico e o saber matemático de um homem culto e a importância da leitura e interpretações de jornais.
Tenham prazer com nosso Boletim 35 e até o próximo.

COMISSÃO ORGANIZADORA
Estela Kaufman Fainguelernt, Franca Cohen Gottlieb, Janete Bolite Frant, Rosana de Oliveira

ERRO DO SIGNIFICADO OU SIGNIFICADO DO ERRO? [1]

Roberto Ribeiro Baldino[2]
Tânia Cristina Baptista Cabral[3]

Resumo

Este artigo trata de um caso exemplar, em que as dificuldades de um aluno de cálculo ao calcular uma integral indefinida, quando examinadas de perto, revelam-se dificuldades de manipulações algébricas em nível de sétima série. O estudo do caso é precedido de considerações que deslocam a questão dos erros cometidos pelos alunos do domínio cognitivo para o pedagógico: a predisposição de o professor ouvir o aluno e de este se responsabilizar por sua aprendizagem. A observação do caso relatado foi possível porque ocorreu em uma sessão de recuperação paralela de um curso universitário (cálculo) organizado segundo a pedagogia da Assimilação Solidária. Discute-se, também, o encaminhamento didático adotado.

O erro no universo do ensino

O senso comum que domina o ensino tradicional vigente tende a desvalorizar o que é categorizado como erro. Há pesquisas que se dedicam a detectar os erros cometidos pelos alunos com o mesmo empenho com que se procura o inimigo no campo de batalha e a exterminá-los empreendendo campanhas de ensino semelhantes às militares. Com essa estratégia consegue-se um certo grau de amestramento do ser humano, a gosto das aparências oficiais. Entretanto, logo que as pergunta se afastam dos padrões do treinamento ressurgem as respostas estapafúrdias. Ressurgem os casos em que, por mais que se "mostre" para o aluno o "**erro**" em sua resposta, ele "não vê". Para o aluno nada está mal. Cabe, então perguntar, o que significa dizer que o aluno não vê"? O que o aluno "está vendo" para não ver o que se quer que ele "veja"?

Focalizar as dificuldades dos alunos pelos **erros** por eles cometidos também tem gerado algumas pesquisas. Há trabalhos que compreendem os erros, ou concepções, como efeitos de um conhecimento precedente, que teve um domínio de validade bem definido e que, diante de novos problemas, fracassa. Essa é a concepção de obstáculo epistemológico [4]. As pedagogias fundamentadas na transposição de obstáculos apontam para a posição e o trabalho com conflitos. Deste ponto de vista, o professor precisa conhecer que obstáculo deverá ser transposto para escolher situações em que as concepções dos alunos não podem mais funcionar, por um lado. Por outro lado, o grande desafio que se apresenta é ser preciso que o novo conhecimento apareça como necessário ao aluno, levando-o a concluir que: 1) com seus instrumentos atuais ele não poderá dar conta da situação; 2) com esse novo instrumento ele poderá dar conta da situação; 3) o novo instrumento está ao alcance de sua capacidade. Portanto, incidir obre os obstáculos para obter uma modificação das concepções dos alunos, em situação de aprendizagem é tarefa

---

[1] Resultado parcial de pesquisa realizada no Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática da UNESP, - Rio Claro, apresentado por um dos autores na mesa redonda *O erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática* no I Simpósio de Educação e Ensino, UNESP - São José do Rio Preto, Departamento de Educação, 16 a 18 de outubro de 1997.

[2] Docente da UNESP - Rio Claro.

[3] Docente da UFSCar, doutoranda da USP, membro da Escola Brasileira de Psicanálise.

[4] Conceito cunhado por Bachelard [1980] para se referir às condições psicológicas que impedem ou permitem a evolução da razão científica. Esse conceito foi introduzido tanto na Educação Matemática quanto no Ensino de Física pela escola de didaticistas franceses.

que, desde já, se apresenta como escapando ao domínio meramente cognitivo e abrangendo, também, o domínio pedagógico, ou seja, a organização e os valores da sala de aula.

Miriam Amit [1992], por exemplo, mostra como abordou a questão da aprendizagem dos alunos sobre o conceito de derivada e suas aplicações. Esse trabalho teve por objetivo realizar um diagnóstico baseado na análise sistemática de erros cometidos por calouros em Matemática. Foram examinadas 294 soluções de problemas conceituais que compuseram um questionário e foram realizadas entrevistas individuais acerca dos problemas evidenciados. A análise fornece um quadro a respeito dos erros que são denominados *distorções de teoremas matemáticos*. Ou seja, interpreta-se que os alunos usam os resultados de maneira *distorcida*. As maneiras como os alunos manipulavam resultados e teoremas serviram para elaborar categorias que as incluem: aplicação de proposições em condições que diferem das estabelecidas pelos teoremas, modificação da proposição original, mantendo intactas as condições e aplicação e inferências lógicas inválidas.

Dando um passo à frente, encontramos trabalhos que admitem as idéias trazidas pelo aluno como elementos fundamentais a serem relevados na aprendizagem. Em alguns deles, vemos as dificuldades de aprendizagem referentes a temas como conceito de limite, conceito de função, processos infinitos e números reais serem tratadas, por exemplo, a partir de idéias como obstáculos epistemológicos, idéias intuitivas, concepções primeiras ou espontâneas, concepções malformadas, conceituação ingênua, imagens-conceito e representações mentais [ARTIGUE, 1992; CORNU, 1983; DAVIS & VINNER, 1986; MOURA, 1993; PINTO & GRAY, 1995; PONTE, 1984; ROBINET, 1986; SIERPINSKA, 1983, 1985 e 1987; TALL & VINNER, 1981; VINNER & DREYFUS, 1989].

De maneira geral, esses trabalhos consideram as idéias dos alunos como fontes de problemas cognitivos no ensino de CDI. Outras fontes de problemas cognitivos têm sido consideradas: inconsistências decorrentes da incapacidade de o aluno compreender uma demonstração matemática e lidar com estruturas lógicas [ALIBERT & THOMAS, 1991; AMIT, 1992; BERNARD, 1995; HANNA, 1991]; inconsistências associadas à percepção, ao conteúdo e à comunicação [TALL, 1991] e a dificuldade de lidar com os vários significados que um mesmo símbolo, em nível da sintaxe, pode conjugar [ALIBERT et al., 1988; BALDINO, 1992].

A relação entre dificuldade de ensinar e construir estratégias é praticamente direta: tanto mais vasto é o campo das dificuldades levantadas, tanto mais amplo será o campo de estratégias para com elas poder lidar. As estratégias formuladas na literatura repousam em idéias de aprendizagem ativa e aprendizagem significativa e, para alcançar esse escopo, lança-se mão de: reforçar o uso de intuições e metáforas, construir novos *softwares*, trabalhar com manipulações simbólicas, elaborar engenharia didática, usar mapas cognitivos, resolução de problemas, modelagem, entre outros.

De certo modo, o objetivo dessas e de outras estratégias é criar condições de modo que o aluno possa ter modificadas suas concepções. Em resumo, espera-se que o aluno possa incorporar novos procedimentos técnicos, articular os conceitos nos vários domínios em que emergem, desenvolver competências para trabalhar com a lógica e, sobretudo, desenvolver atitudes que possibilitem desempenhar-se satisfatoriamente no que diz respeito aos processos de abstração a que está submetido.

Os estudos sobre concepções espontâneas e alternativas permitem que sejam evidenciadas cenas das quais o professor, de modo geral, procura distanciar-se, por saber muito pouco a respeito de como conduzir, aí, a aprendizagem. As cenas a que nos referimos dizem respeito às situações em que muitos problemas matemáticos são satisfatoriamente resolvidos sem que seja necessário o uso de definições formais. Essas situações são consideradas estorvos pela visão clássica porque impedem que os "verdadeiros conceitos", ao serem ensinados, possam ser assimilados pelo aluno. O grande mérito das pesquisas, então, acerca das concepções alternativas, é mostrar que as idéias usadas e muitos dos erros que aparecem são legítimos e que é preciso trabalhar com todo esse quadro. Nesse ponto, é fundamental indagar: como fazer com que o aluno responda de outra maneira?

O fracasso do ensino da matemática em todos os níveis de ensino e as rotinas de sala de aula que o sustentam, deve-se, sobretudo, ao desencontro de imaginários de professores e alunos, imaginários que, por não terem passado pelo simbólico, levam ao desacerto. O desencontro de imaginários refere-se às maneiras contrárias de professor e aluno encararem certas situações, isto é, quanto à demanda a que cada um pensa estar respondendo. Para completar, argumentamos o seguinte. Qual é a eficácia de adiantar para o aluno uma dúvida ou uma dualidade se, enfim, para ele não existem dúvidas, não há contradições, não há sobreposições? De fato, é possível constatar que a maioria dos alunos pode não estar "bem preparada" para isso ou aquilo, da maneira como se gostaria. Entretanto, é preciso encontrar um modo de compreender, no sentido mesmo de interpretar, as respostas que o aluno dá quando defronta com certas situações, através de nelas tentar evidenciar as justificações que lhes dão sustentação. Assim, As respostas não deveriam ser interpretadas pela ausência do modo correto de pensar, mas, sim, como a maneira própria de o aluno justificar.

Dessa perspectiva, além da transferência de conhecimento de um campo para o outro, passa ser possível falar de transferência de habilidade. A preocupação que ocupa lugar central para a Zacary [1989] é que a Matemática usada em Ciências é vista como enfadonha e desinteressante. As reflexões da autora sobre esses dois aspectos que aparecem quando o aluno tem de lidar com Matemática levaram-na a pôr em questão, principalmente, uma situação significativamente relevante: aprendizagem centrada no professor ou centrada no aluno? Que modelo se quer usar? Essa questão desloca a discussão das dificuldades do ensino para as dificuldades de aprendizagem. O que nos chama atenção nessa discussão é a autora enfatizar que projetos assentados em tais concepções exigem um pré-requisito interessante: uma predisposição do professor ouvir o aluno e uma predisposição de o aluno dividir responsabilidades por sua aprendizagem" [ZACHARY, 1989: 342].

Um dos exemplos exibidos por essa autora e no qual tocaremos abaixo, é o seguinte: pedia-se que fosse encontrado o valor da incógnita relativa ao tempo, na equação $v = u + at$, em função dos valores atribuídos às velocidades u e v e à aceleração a. O problema, de certo ponto de vista, é simples. Todavia, a julgar pelos "erros" que foram observados, o problema não era simples para os alunos. Em termos matemáticos, solicitava-se aos alunos que resolvessem uma equação linear. Três métodos de resolver a equação foram propostos, após alguns alunos terem sido ouvidos. O primeiro método era o de entender a equação, socorrendo-se do modelo de uma balança que deve permanecer em equilíbrio: todas as operações realizadas de um lado devem ser efetuadas sobre o outro lado. O segundo método dizia respeito à utilização de propriedades algébricas. O terceiro se referia ao modelo de "diagrama de fluxo" em que as operações efetuadas sobre o lado direito da equação deveriam ser feitas inversamente sobre o lado esquerdo [ZACHARY, 1989: 341].

Destacamos esse exemplo com a finalidade de fazer ver ao leitor o seguinte. Nos termos da autora, esses procedimentos são entendidos como modelos matemáticos. Nos termos que propomos, diremos que são **modos de significar**. Qual o significado do sinal de igualdade para o aluno? Como e por que ele irá elaborar um novo significado?

Esse trabalho permitiu, em primeira instância, estabelecer uma diretriz de como ver as respostas dos alunos. Os "erros" identificados nas falas dos alunos – e mesmo de professores – caracterizam maneiras de significar ou representar um conceito. Tais respostas têm sido designadas na literatura como concepções espontâneas, raciocínios alternativos ou representações espontâneas. Tentando caminhar na direção de incorporar elementos que estejam articulados a uma teoria da produção de significado, pensaremos as **concepções** (espontâneas ou não) como um encadeamento de falas de um sujeito diante da demanda. Falar deve ser entendido como: o sujeito está trabalhando sobre a produção de sentido na relação entre fluxo de significantes e fluxo de significados.

Estudo de um caso: do terceiro grau à sétima série

Relataremos a aula de recuperação paralela de 9 de outubro de 1997 da turma de cálculo I para alunos do curso de Física da UNESP, Rio claro[5]. A disciplina é anual e está organizada segundo a pedagogia da Assimilação Solidária [Melo, 1997, Silva, 1997]. As técnicas de integração foram objeto das aulas das quartas-feiras, desde o mês e maio. O método de integração por substituição tinha foi iniciado em maio e foi objeto de duas provas, em 18 de junho e em 30 de setembro. O episódio abaixo ocupou 1 hora e 45 minutos da aula de recuperação paralela, destinada apenas a alunos com nota da prova individual abaixo da média a turma. Não se trata de um caso excepcional. Cerca de uma quarta parte de alunos dessa turma comete erros semelhantes ao relatados aqui e persiste neles com igual insistência. Estão presentes 4 alunos da turma e uma aluna de Pós-Graduação em Educação Matemática. O professor pede a TEN que vá ao quadro calcular uma primitiva: $\int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}\,dx$. Ele escreve:

TEN: $\int u|v = \int \frac{u'v - v'u}{v^2}$

PROF: Não entendi. O que você fez?

TEN: É a *integral da divisão.*

PROF: Como assim? De onde veio essa fórmula? (TEN tenta explicar, mas apenas aponta o que escreveu.) Onde você a viu?

TEN: No Swokowski.

PROF: Mostre onde.

O aluno vai olhar o livro, nas páginas iniciais:

TEN: Ah. Esta é para a Derivada.

COMENTÁRIO: Do ponto de vista do leigo, o aluno teria “se enganado”, cometido um deslize momentâneo, etc. Do ponto de vista do matemático, a natureza desse erro indica que o aluno está muito longe de poder realizar o que se pede que ele faça. O professor do ensino tradicional vigente, diante dessa situação, optaria por mandar o aluno sentar-se, ajudando-o

[5] Os diálogos foram reproduzidos de memória após a aula, a partir das anotações do professor e da aluna de pós-graduação, Andréia Büttner Ciani. A leitura do relato não exige conhecimentos de cálculo.

a se desculpar, por “ainda não ter estudado a matéria”, aconselhando-o paternalmente a estudar mais. Pediria a um de seus favoritos para vir ao quadro e dar conta do recado. Aqui, entretanto, nas sessões de recuperação paralela, coloca-se como missão da turma, não a de resolver o problema, mas, sim, levar o aluno que está ao quadro a resolvê-lo, procurando o diálogo a partir de pontos tão elementares quanto necessário. O aluno jamais vai se sentar sem ter produzido um discurso e sem ter a certeza de que o que disse foi ouvido.

PROF: OK, tente outra coisa.

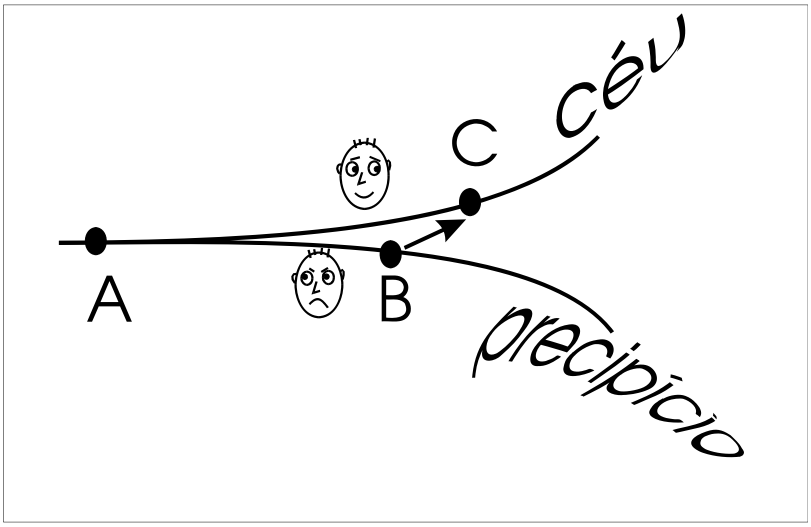
TEN: $\int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}\,dx = \int \frac{\left(81x^{\frac{2}{3}}+16\right)^{\frac{1}{2}}}{9x^{\frac{1}{3}}}\,dx = \int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}}}{9x^{\frac{1}{3}}} + \frac{\sqrt{16}}{9x^{\frac{1}{3}}}\,dx$

PROF: Como você fez?

TEN: *Separei* aqui.

PROF: (Encaminhamento:) Calcule $\frac{\sqrt{9+16}}{5}$ do jeito que você fez aqui. (Ele termina reconhecendo que não dá o mesmo resultado e que, do jeito que fez, está errado.)

PROF: (Interpretação:) Esse tem sido um erro muito comum no curso de cálculo. Tenho assinalado muitas vezes que $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$, mas não adianta. Os alunos têm preferências pelas justificações que dão. Já desenhei esse diagrama noutro dia. Você segue preferencialmente por esse caminho aqui e termina no abismo (ver figura). Quando você está em B, como agora, nós o avisamos de que está errado e transportamos você para C, que é o caminho do céu. Porém, da próxima vez que você vier por essa estrada, talvez ainda hoje, você segue de novo no caminho B. É preciso que você mesmo construa uma espécie de aviso, que marque esse caminho com um sinal vermelho para não entrar mais nele e possa optar, quando estiver na posição A, em seguir na direção de C. Essa é a dificuldade do ensino. Pode-se mostrar o caminho, mas, seguir por ele é uma opção sua. É a isso que se chama "estudar" de maneira correta. Não adianta mandar você para casa fazer mil exercícios de álgebra, porque você poderá estar apenas reforçando esse caminho.



PROF: (Instrução:) Faça outra coisa.

TEN: $\int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}dx = \int \frac{9x^{\frac{1}{3}}+4}{9x^{\frac{1}{3}}}dx$

PROF: Como você fez?

TEN: (Justificação:) *Extraí a raiz.*

PROF: (Encaminhamento:) Calcule $\sqrt{3^2+4^2}$. TEN calcula dos dois jeitos e conclui que do jeito que fez está errado.

PROF: (Interpretação, dirigindo-se à turma:) O que foi que ele fez?

TURMA: Caiu no precipício de novo.

COMENTÁRIO. Por que o aluno repetiu o erro? Porque, para ele, não se tratava de repetição. Ele estava fazendo "outra coisa". Em nenhum momento ele estava fazendo $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$. Ele já sabia que isso não poderia fazer, tanto que teve o cuidado de escrever o radical sob forma de expoente ½ antes de operar. No primeiro caso ele estava executando uma operação, "separar", no segundo, estava executando outra operação, "extrair a raiz". O fato que, do ponto de vista matemático, as duas levem ao mesmo "erro" apenas nos indica a insuficiência da conceituação matemática para dar conta da situação didática. A situação didática deve ser capaz de prover este aluno com meios para acender o sinal vermelho antes de entrar no caminho B. É inútil ameaçá-lo, puni-lo ou reprová-lo. Quando ele se dá conta o erro, já é tarde. É preciso acompanhá-lo desde A, prever que ele vai entrar em B e mostrar a ele a entrada de C. É preciso fazer isso várias vezes, até que AC se constitua como um trilho, um sulco no terreno, um caminho natural que faça sentido para ele. Vejamos como isso pode ser e a que preço.

PROF:(Instrução:) Faça outra coisa.

COMENTÁRIO. Este aluno costuma permanecer vários minutos em silêncio, olhando o quadro-negro. Quando fala, usa poucas palavras, em voz muito baixa e fica cobrindo o que escreve com o corpo. Agora vai ocorrer uma exceção:

TEN: (Verbalização, para a turma:) Já que tem céu, não haverá um anjo-da-guarda?

COMENTÁRIO: Nas sessões de recuperação paralela a turma tem por atribuição ajudar o aluno que está no quadro, levando-o a compreender através de perguntas e encaminhamentos, sem resolver o problema por ele. Agora o aluno solicita ajuda da turma. É só nesse momento que é possível fazer o que se denomina "ensinar". O aluno reconhece que esgotou suas possibilidades, que suas tentativas de transformar a expressão em outra, mais simples, com recursos só algébricos não são suficientes. Apesar de ter resolvido muitos exercícios de integração pelo método de substituição durante as aulas regulares, ele não entra por aí. Entretanto, à medida que nota que seus recursos são insuficientes, abre-se para aceitar algum tipo de ajuda. Antes disso, toda sugestão seria inútil, porque estaria cortando um caminho que ainda não teria sido explorado até o fim. Esse é o momento em que Lacan diz que se "abriu o postigo".

PROF: (Sugestão:) Tente uma substituição

COMENTÁRIO: O Professor de Mecânica, referindo-se às disciplinas do primeiro ano, diz que "é como se eles nunca tivessem visto nada". Estranho fenômeno, esse, pelo qual todas as condições são dadas para que os alunos aprendam X, todas as barreiras são interpostas aos que não aprenderam X e, na verdade, o que eles aprendem é Y. Em vez de substituição, eles aprendem a "separar" e "extrair a raiz", a "integrar a divisão".

PROF: (Diante da longa quietude de TEN:) Em que você está pensando?

TEN: (Verbalização:) O problema é achar uma substituição conveniente.

PROF. Antes de procurar a conveniente, faça uma qualquer, para aprender a fazer substituições. A conveniente surge com o tempo.

TEN:

$$u = \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}} + 16}}{9x^{\frac{1}{3}}} \qquad D\frac{u}{v} = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$du = \frac{(81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{\frac{1}{2}}}{9x^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{2}((81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{-\frac{1}{2}} 3x^{-\frac{2}{3}} - (81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{\frac{1}{2}} 9x^{\frac{1}{3}}}{81x^{\frac{2}{3}}}$$

COMENTÁRIO: Há, em primeiro lugar, um erro de denominar *du* a cópia do *u*, onde ele apenas substituiu o radical pelo expoente fracionário. Descuido? Pressa? Economia de escrita? Veremos que esse "erro", na verdade é sintoma de toda uma estratégia de procedimentos. O sinal de igualdade não tem, para esse aluno (e para muitos outros) o significado que o professor gostaria que tivesse. Depois há o duplo erro da derivação, primeiro porque não seguiu a fórmula que ele mesmo propôs e, segundo, porque a derivada da potência está incompleta. O aluno confundiu? Atrapalhou-se? Não aprendeu a regra da cadeia? Veremos que não é bem isso.

PROF: O que você fez?

TEN: (Justificação:) Fiz a derivada da divisão.

PROF: (Apontando ao primeiro sinal de igual:) Aqui você já derivou?

O aluno concorda que apenas substituiu o radical. Com ajuda do professor, ele conserta a escrita. O professor se detém sobre a aplicação da fórmula de derivação.

PROF: Aqui você derivou *u*? E aqui copiou *v*?

TEN. Foi.

PROF: Não está parecendo...

O aluno concorda que errou e refaz a conta, sem contudo corrigir a derivada da potência. O professor escreve em separado $(81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{\frac{1}{2}}$ e pede que TEN calcule a derivada.

TEN: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}81x^{-\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

PROF. Que regra de derivação você está aplicando?

TEN: Da soma.

PROF: Olhando para cá você vê uma soma? Esse expoente, aqui, não conta? Que tipo de função é?

TEN: É uma exponencial.

PROF: Como x^2 ou como 2^x. A variável está na base ou no expoente?

TEN: Está na base.

PROF: Então, é preciso informá-lo, porque é uma questão de nome que você não pode descobrir sozinho. Quando a variável está na base, a função se chama:...? (Nem o aluno nem seus colegas sabem. O professor continua.) Chama-se potência. Exponencial é quando a variável está no expoente. Qual é a regra da derivada da potência? (TEN não se lembra.) Onde está a ficha que dei a vocês com as regras de derivação? Há uma versão recente, distribuída duas semanas atrás. (TEN vai buscá-la na carteira.) Procure e leia a regra.

TEN: (Localiza a regra da derivada da potência entre treze outras. O professor pede que ele a leia.) *A derivada de uma potência é o expoente vezes a base elevada ao expoente menos uma unidade, vezes a derivada da base.*

PROF: (Interpretação:) Observe que esta foi a maior seqüência de palavras que você pronunciou até aqui. (Instrução:) Execute o que você leu. Vá repetindo a regra à medida que deriva. (O mesmo processo é repetido com a derivada do quociente, até que a expressão do *du* fica completa.)

COMENTÁRIO: A leitura da frase, com a permanência do som da voz de TEN durante vários segundos, contrastou com seu silêncio habitual. Foi quase como se outra pessoa estivesse lendo a regra. Inúmeras vezes o professor tinha insistido em que as regras de derivação deveriam ser repetidas em voz alta à medida que fossem aplicadas. Fez isso, tanto nas aulas regulares, indo de grupo em grupo, quanto nas aulas de recuperação paralela, não só com colegas de TEN, diante dele, mas também com o próprio TEN, mais de uma vez. Enfatizou, o quanto pôde, que isso era muito importante. Entretanto... O que ele esteve fazendo para deixar de fazer o que se pediu que fizesse? Em que acreditou? Que importância deu a essa instrução do professor? Acreditou que poderia continuar e obter aprovação sem verbalizar a regra, que poderia achar outro caminho que não o indicado?

Não se pode concluir que TEN seja um aluno que "não quer nada", como os matemáticos costumam dizer. No último bimestre sua estratégia foi a seguinte: ele teve 98% de participação nos trabalhos de sala de aula, em grupo, e 41% de presença nas sessões de recuperação paralela. Obteve 1,98 na prova escrita individual e 10 na prova em grupo. Apesar de todos os integrantes desse grupo terem tido notas baixas na prova anterior, dois deles tinham se recuperado e obtiveram notas individuais acima de 5, enquanto a média da parte individual da prova foi 2,89. A nota da prova de TEN ficou em 3,99, enquanto a média da turma foi 3,14. Sua nota do bimestre foi essa mesma, uma vez que, não participando das recuperações paralelas, não se beneficiou da nota em Assimilação Solidária. Se tivesse vindo a mais algumas dessas sessões, sua nota teria subido para uma nota de aprovação. Porém, a participação nas sessões de recuperação paralela requer que o aluno vá ao quadro, onde agora ele está. Depois da última vez que ali esteve, quando ficou evidente a impossibilidade de lidar com a álgebra a partir dos esquemas que usava, passou três semanas sem retornar. A sessão que estamos descrevendo é a primeira do quarto bimestre. Cabe então perguntar: Por que ele veio? Convenceu-se de que sua estratégia no o levará à aprovação? O que ele quer? E ao procurar isso que busca, o que ele vai encontrar?

PROF: (Encaminhamento:) A integral que você obteve é $\int u dx$. Parece mais fácil, mas ainda falta substituir o dx. O *du* que você obteve está cheio de *x*; vai ser preciso passar tudo para u. Isso vai dar muito trabalho. Recomece, como fez há pouco o colega que o precedeu. Calcule x a partir de $u = \dfrac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}} + 16}}{9x^{\frac{1}{3}}}$, isole o *x* para depois calcular o *dx*.

COMENTÁRIO: Teria valido à pena o professor manter a estratégia que vinha usando e deixar o aluno esgotar o caminho das tentativas de substituir x?

TEN: (Silêncio.)

PROF: O que você está querendo fazer?

TEN: *Extrair a raiz*.

PROF: Como?

TEN: Cortando aqui (indica a simplificação do índice do radical com os expoentes).

PROF: Como você fez antes?

TEN: Ah é!

PROF: (Interpretação, para a turma:) Parece que o sinal vermelho está começando a funcionar. (TEN concorda.)

TEN: Então como é?

COMENTÁRIO: Novo momento de abertura do postigo, em que o aluno se torna receptivo à aprendizagem.

PROF: (Encaminhamento:) Você está diante de uma igualdade. A única coisa que você pode fazer é operar do mesmo modo nos dois membros. Pode multiplicar, dividir, somar, fazer qualquer coisa, desde que faça a mesma coisa dos dois lados. Sua colega ILA, relutou muito, mas terminou aprendendo a fazer isso. Tente fazer desaparecer essa raiz.

TEN: (Quietude.)

PROF: (Encaminhamento:) Se x $\sqrt{x} = 3$, quanto é x?

TEN: x = 9.

PROF: O que você fez?

TEN: Elevei ao quadrado.

PROF: E sumiu a raiz?

TEN: É.

PROF: Então faça a mesma coisa ali.

TEN: $u^2 = \dfrac{81x^{\frac{2}{3}} + 16}{81x^{\frac{2}{3}}} = 1 + 16$

PROF: O que você fez?

TEN: (Justificação:) Dividi.

PROF: (Encaminhamento:) $\dfrac{2+6}{2} =$

TEN: (Escreve:) $\dfrac{8}{2} = 4$

PROF: Faça como você fez ali.

TEN: (?)

PROF: Você dividiu este por este e copiou esst aqui. Faça a mesma coisa ali.

TEN: $\dfrac{2+6}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$ $\dfrac{2+6}{2} = 1 + 6 = 7$

PROF: (Encaminhamento:) É assim que você tem que fazer ali.

TEN: (Silêncio.) (O postigo não estava aberto.)

PROF: (Encaminhamento:) Vamos tomar uma equação mais fácil: $5 = \dfrac{y+7}{y}$

TEN: O que é pra fazer?

COMENTÁRIO: Aqui não é o postigo que se abriu. Ele pede uma instrução que o livre da responsabilidade de decidir. Em geral, quando o aluno pede uma diretriz, ele não está receptivo à aprendizagem.

PROF: Resolva. Ache o y.

TEN: (Escreve:) $y = \dfrac{y+7}{5}$ (Olha para o professor, como esperando a confirmação de que está pronto.)

PROF: (Encaminhamento:) Calcule o valor de y. Prossiga.

TEN: $y - y = \dfrac{7}{5}$

PROF: O que você fez aqui?

TEN: *Passei dividindo* (5) e *passei multiplicando* (y).

PROF: E aqui?

TEN: *Passei subtraindo.*

PROF: Como?

TEN: Estava somando, passei subtraindo.

COMENTÁRIO: Do ponto de vista matemático o erro eqüivale a $y = \frac{y+7}{5} = y + \frac{7}{5}$, o mesmo cometido antes. Para TEN é algo diferente.

PROF: (Para a turma:) E agora, pessoal? O que a gente faz?

ALUNO: (Encaminhamento:) Você só pode operar dos dois lados da equação. Não pode "passar" nada.

TEN: $25 = \frac{y^2+49}{y^2}$

COMENTÁRIO. O aluno aprendeu recentemente que pode elevar dos dois lados ao quadrado. Tenta fazer isso aqui. Ele está atento e aprende rápido. Se, lá, deu certo elevar ao quadrado, aqui também isso pode funcionar, principalmente quando não se sabe o que fazer e a escola pede que se faça alguma coisa.

PROF: Não falta um pedaço?

TEN: (Corrigindo:) $25 = \frac{y^2+49+14y}{y^2}$

PROF: Como se faz para passar este y para cá, só operando dos dois lados?

TEN: $25y = \frac{y^2+49+14y}{y^2} y = \frac{y^2+49+14y}{y}$

PROF: E como se faz para passar este 5 pra lá, aqui, nesta equação? $y = \frac{y+7}{5}$

TEN: (Escreve rápido:) $5y = y + 7$

PROF: Como você fez?

TEN: *Passei multiplicando*.

COMENTÁRIO: O aluno retoma sua justificação preferencial: as regras do passa-passa cuja aprendizagem lhe custou tanto e cujo sucesso o trouxeram à universidade. Mesmo que esteja convencido de que sua estratégia diante do curso, evitando expor-se ao quadro negro, não o levará à aprovação, isso não implica que ele queira abrir mão dessas regras.

PROF: Sem "passar", só operando. Existe um sinal, o de igualdade, que é o único verbo usado aqui. Só quando você afirma "é igual" é que pode errar. Esse sinal é o centro de tudo.

TEN: $5y = \frac{y+7}{5} 5 = y + 7$

PROF: (Encaminhamento:) Prossiga. Calcule y.

TEN: (Silêncio.)

ALUNO: (Encaminhamento:) Para eliminar o 5 do denominador o que você fez?

TEN: Multipliquei por 5.

ALUNO: Por quê? Porque 5 dividido por 5 da 1. Agora, para eliminar este y, o que você tem que fazer para dar zero?

TEN: Subtrair y?

PROF: Tente.

TEN: $5y - y = y + 7 - y$, $4y = 7$, $y = 7/4$

PROF: (A última passagem foi rápida.) Como você achou este 7/4?

TEN: *Passei dividindo.*

PROF: Sem "passar"!

TEN: (Finalmente parece se dar conta de que tem outro jeito de fazer, sem "passar" e tenta conscientemente aprendê-lo:) $\frac{4y}{y} = \frac{7}{4}$ $y = \frac{7}{4}$

TEN: (Verbalização:) Eu nunca tinha feito desse jeito. (Pouco depois:) Eu sempre tento aprender.

PROF: (Interpretação:) O tempo está esgotado. A integral não chegou a ser calculada. Eu não sei se isso que faço com vocês dá certo. Não sei quanto tempo leva. Alguns se recuperam em um ano, outros, em dois, outros em três, como o CAP, que tirou a nota mais alta nessa prova. Outros ficam ano após ano do mesmo jeito. Não sei que tempo você vai levar. Faço assim, porque não conheço outro jeito. Se alguém souber, que me diga, porque eu começo hoje mesmo.

COMENTÁRIO: No final da sessão os silêncios de TEN ficaram consideravelmente mais curtos. Havia, quase, um diálogo entre ele e o professor. Seu olhar passou a revelar uma certa aproximação. Sua frase final, referindo-se a "esse jeito", mostra que ele reconhece que está diante de um método, a que ele se refere como o "jeito". A estratégia da sessão, com os encaminhamentos adotados pelo professor, levou à revelação da precariedade dos esquemas que ele vinha empregando: passa-passa, "extrair a raiz", "separar", "passar subtraindo", etc. Como aluno esforçado, ele aprendeu a descobrir regras para cada caso. Falta saber se ele vai se comprometer em desenvolver esse método como método preferencial seu, ou se vai recair nos esquemas antigos.

Para chegar nesse ponto, foi preciso que ele reconhecesse a ineficácia dos esquemas que são, afinal, estratégias diante, tanto da matemática quanto do curso em si. Ele tentou o quanto pôde permanecer como era. Não vir à recuperação paralela significava a possibilidade de conservar esses esquemas. Porém, ficou evidente que, sem a recuperação paralela não obteria aprovação. Então não tinha outra alternativa. Parece que o aluno só aprende em última instância.

Em seguida, ele parece ter reconhecido, ao final da sessão, que esse esquema de operar sobre os dois membros da igualdade é possível, que ele pode aprendê-lo. Isso porém, ele parece perceber, vai implicar uma mudança geral e desestruturação de toda a teia de regras *ad hoc* armadas para lidar com a matemática. O tempo está esgotado a integral não chegou a ser calculada. ai ter de se "reciclar" desde a sétima série. Essa teia teve sua época de sucesso. Constituiu-se como obstáculo epistemológico. A verbalização antecipada da regra de derivação vai em paralelo com a verbalização de decidir vir ou não vir à recuperação paralela. Este aluno votou contra o contrato de trabalho em AS, mas não verbalizou sua oposição na plenária. A estratégia do silêncio, adotada por muitos alunos diante da escola e estimulada pelos professores do ensino tradicional vigente, está presente, não só na matemática, mas na pedagogia também. Está arraigada na cultura: não se expor enquanto se espera que surja alguma vantagem pela qual seja possível a ascensão social.

O conceito de erro matemático revelou-se insuficiente para encaminhar a situação didática. Porém a repetição do erro indicou o ponto a ser trabalhado. É preciso levar o aluno a percorrer o caminho C várias vezes, percorrer o caminho junto com ele, fazer com que opere sobre o sinal de igualdade em vez de "passar", fazer com que ele substitua em vez de transformar o integrando. O sinal "=" que lhe parecia, e talvez ainda pareça, mera burocracia, ficou claro ao calcular o *du.* Esse sinal deve adquirir a importância, o *significado* de um princípio a ser seguido e procurado em todos os casos. A interpretação e o reconhecimento pelo professor e pela turma, do modo pelo qual ele está dando a resposta, o reconhecimento pelo aluno do significado que está sendo atribuído ao que diz, isso constitui um retorno do ponto B ao ponto A, a partir do qual se pode prosseguir junto com ele ao ponto C.

É surpreendente que esses alunos consigam promoção no sistema de créditos escolar e ultrapassem a barreira do vestibular. Chegam à universidade, ficam nela mais tempo do que o oficialmente exigido, aperfeiçoam seus esquemas *ad hoc* e terminam colando grau. Uma vez professores, realimentam o processo pelo qual obtiveram êxito. Contribuem para o que se chama "custo Brasil". Se educação é adaptação ao meio, como se depreende de uma das acepções do Aurélio, estes alunos estão muito bem educados e adaptados à sociedade em que vivem. São extremamente inteligentes e esforçados. Para eles o sistema escolar é perfeito.

Relato de um caso: tirei o mínimo

É a aula de recuperação paralela de 3 de setembro de 1997. Estão presentes 9 alunos. O professor pede a XEN que vá ao quadro.

XEN: Não posso, estou com bronquite, foi a resposta.

FAB, sentada a seu lado, ri. Ele fica vermelho.

XEN: Sério. Estou com bronquite; o giz é um veneno.

PROF: De fato, eu estava alarmado com sua tosse durante a aula. É sério.

Todos riem.

PROF: Eu tenho dois problemas, o joelho do WAN e sua tosse. Há dois anos o WAN disse que não podia ir ao quadro porque estava com muita dor no joelho. Perguntei-lhe como ele chegara na aula. De carro? Não, disse, ele, à pé. Uma vez o FAM também falou que tinha alergia ao giz. Na aula seguinte eu trouxe uma caixa de giz anti-alérgico. Se você está com bronquite, tudo bem; nas duas aulas seguintes, quando você estiver melhor, você virá ao quadro. Todos pareciam se divertir muito com a cena. Ele terminou se levantando e foi ao quadro. O professor colocou a integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}}\,dx$. XEN ficou muito tempo olhando. O professor esperou pacientemente. Finalmente escreveu:

XDN: $\sqrt{x} = u$

Ao calcular $u^2 = x$ começou a rabiscar alguma cisa sobre a igualdade $\sqrt{x} = u$. O professor se levantou e marcou essa igualdade com uma roda. Insistiu:

PROF: Esse é o seu compromisso fundamental. Tudo mais vai decorrer daí. Não escreva mais nada dentro dessa roda. Calcule tudo em separado.

XEN escreveu $u^2 = x$. Apontou para a raiz cúbica:

XEN: Posso chamar de v?

PROF: Não. Na integral só pode aparecer u, nenhuma outra letra.

COMENTÁRIO: Provavelmente, logo que tivesse escrito v, XEN tentaria integrar por partes, que é o método preferido dos alunos nesse estágio. Várias vezes XEN tentou colocar um v na integral. Finalmente, reclamou:

XEN: Se não posso usar outra letra, como é que vou substituir isso?

COMENTÁRIO: Abriu-se o postigo, ele se tornou receptivo ao encaminhamento.

PROF: Se u^2 é x, o que é raiz cúbica de x?

Uma aluna o auxilia.

ILA: Você só pode partir das equações que tem e operar dos dois lados da mesma maneira.

O professor a aplaude:

PROF: *Voilà mademoiselle, c'est ça.*.

COMENTÁRIO: ILA costumava errar as manipulações algébricas, usando regras de passagem que ela não explicitava. O caso está relatado em outro lugar. Durante dois anos o professor insistia com ela para que ela aprendesse a fazer as contas desse jeito, girando em redor do sinal de igualdade. Finalmente, ao que parece, ela adquiriu esse esquema e agora o cobra de XEN, donde o contentamento do professor.

Depois de muitas idas e vindas, finalmente XEN escreveu:

XEN: $\sqrt[3]{x} = u^{\frac{2}{3}}$

O cálculo do *dx* não apresentou problemas: $dx = 2udu$. Esses valores foram substituídos na integral, também sem hesitações. XEN começou a calcular:

XEN: $\int \frac{u\, 2u}{1+u^{\frac{2}{u}}} du = \int u\left(1+u^{-\frac{2}{3}}\right)2udu$

PROF: O que você fez?

XEN: *Passei multiplicando.*

O professor foi apagando os símbolos um a um, primeiro o sinal de integral e o *dx*, depois o *u* e o *2 du*, até que ficou: $\frac{1}{1+u^{\frac{2}{3}}} = 1+u^{-\frac{2}{3}}$

PROF: Foi isso?

XEN: Foi.

PROF: Então você fez $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$? (1)

XEN: Não.

COMENTÁRIO: A resposta indica que XEN se lembra das inúmeras vezes em que essa expressão apareceu escrita em seus exercícios e provas, seguidas de pontos de interrogação e comentários indignados. Ele sabe que isso está errado, *mas ele não acha que foi isso que fez!*

PROF: Vejamos aqui: $\frac{1}{1+b^2}=1+b^{-2}$. Isso está certo?

XEN: É. Está.

PROF: E aqui: $\frac{1}{a+b}=a^{-1}+b^{-1}$?

XEN: É, foi isso.

PROF: Bom. Você concorda que a elevado a menos um é um sobre a?

XEN: É.

PROF: Então foi assim: $\frac{1}{a+b}=a^{-1}+b^{-1}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$?

XEN: É, isso está certo.

COMENTÁRIO: O aluno não reconhece que antes tinha dito que não era isso que fizera. Provavelmente a expressão intercalada como passo intermediário foi suficiente para afastar sua lembrança do sinal vermelho associado à expressão (1).

PROF: Então, $\frac{1}{4+2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$?

XEN: É.

PROF: Vamos calcular: $\frac{1}{6}=\frac{1}{4+2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$ (2)

PROF: Mas três quartos não é igual a um meio? Como fica isso?

XEN sorri, um pouco desconcertado.

PROF: Você fez o que muitas vezes já fez e que eu vivo dizendo que está errado. (Virando-me para a turma:) Como esta conta estava embutida no meio de uma integral, ele não reconheceu e caiu aí de novo. (Voltando-se para XEN:) Tente outra coisa.

O professor reescreve a integral, agrupando os dos u's sob a forma u^2. XEN concorda que o fator 2 pode ser posto para fora.. Depois de algum rabisco à margem, ele escreve:

$$2\int \frac{u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}}du = 2\int\left(u^2+u^{\frac{4}{3}}\right)du$$

PROF: Chegue para o lado para que eles possam ver. (Dirigindo-se à turma, pergunta): O que foi que ele fez? Após algum tempo FAB responde:

FAB: Fez a mesma coisa de novo.

COMENTÁRIO: Lacan diz que a repetição é irmã do gozo. Aqui há algo que XEN não verbaliza e que ele gosta muito de fazer. Conjeturamos que é poder *continuar a conta*, passar de um estado desagradável a outro , mais satisfatório, evitar uma situação traumática. Se ele aprender a conferir as contas através de operações aritméticas, se, para ele, a álgebra não for mera sintaxe, mas passar a ter alguma aritmeticidade, ele não poderá mais fazer isso: morrerá um pouco.

Guiado pela turma, XEN volta ao cálculo anterior e, aparentemente, reconhece que está errado. Entretanto não demonstra espanto por ter repetido o erro. Na verdade, do ponto de vista de XEN, não se trata de um erro. A Nova expressão algébrica, com u^2 no numerador, é diferente da antiga, onde o numerador era 1. Nova expressão, nova sintaxe.

PROF: Tente outra coisa.

Ele escreve o sinal de integral e, depois deste, um longo traço de fração:

XEN: $$2\int \frac{u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}} du = 2\int \frac{u^2\left(1+u^{\frac{2}{3}}\right)+u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}} du$$

PROF: O que você fez?

XEN: *Tirei o mínimo*, foi a resposta.

PROF: Como foi isso?

O professor procura ganhar tempo para entender como ele pensou.

XEN: Foi como você fez ali (respondeu XEN apontando para o cálculo do 1/6 na equação (2))

Ele recompõe o cálculo da soma de frações que tinha sido mal apagado, para mostrar que o que fez está certo. Finamente, parece que o professor entendeu o que ele fez, porque exclamou:

PROF: Ah, mas está errado.

XEN: Como? Está errado? Se foi o mesmo que você fez?

COMENTÁRIO: Um deslize do professor. Informar ao aluno que o que ele fez está errado, apenas tem o efeito de bloquear o diálogo. É preciso criar uma situação em que seja ele a dizer que está errado. O que XEN fez foi o seguinte. Os sinais de + adquiriram conotações de vezes:

$$\frac{u^2}{1\underset{\times}{+}u^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{u^2}{1}\underset{\times}{+}\frac{u^2}{u^{\frac{2}{3}}} = \frac{u^2\left(1.\underset{+}{\times}u^{\frac{2}{3}}\right)+1.u^2}{1\underset{+}{\times}.u^{\frac{2}{3}}} = \right)\frac{u^2\left(1+u^{\frac{2}{3}}\right)+u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}}$$

Já não é possível analisar essa resposta do ponto de vista da matemática. Desse ponto de vista, trata-se de um delírio. Entretanto, esse delírio parece ser um grande “barato” para XEN. Ele o repete sempre que pode, mesmo ao preço de realizar complicados cálculos mentais. Até ca a aula durou mais de uma hora. Neste ano XEN está muito esforçado, tem vindo a todas as aulas. Dele, pode-se dizer o que se quiser, menos que seja "subdotado", expressão usada por um professor do Departamento de Matemática da UNESP para se referir a esses alunos. Depois que XEN aprende, ele não esquece. Realizou a proeza de chegar até o primeiro ano da universidade sem relacionar o pensamento algébrico com o aritmético. A álgebra, para ele, é pura sintaxe. Essa é certamente uma forma de inteligência. É pena que não seja institucionalmente valorizada.

Discussão [6]

PROF. ANTÔNIO CÉSAR FRASSETO: Várias vezes você se referiu a "ponto de vista da matemática" e "ponto de vista do sujeito". Você poderia esclarecer melhor o que isso significa?

AUTORES. Sua pergunta me permite esclarecer o que é da ordem da repetição, ou seja, do gozo, nas falas desses alunos. Do ponto de vista da matemática eles *repetiram erros*. O segundo caso relatado é mercante. O sujeito fez três vezes: inverso da soma é soma dos inversos. Entretanto, para poder repetir, foi preciso que ele não reconhecesse, ou, até, produzisse um desconhecimento dessa repetição, uma espécie de "disso nada quero saber" que permitiu que se desbloqueasse, que fosse à frente, escrevendo de maneira lógica e inteligente uma continuação da matemática a partir do ponto em que estava. Entretanto, para o professor, é o paradigma matemático que indica que o significante ele deve marcar, entre os que o aluno lhe envia. É diante do erro, portanto do ponto de vista da matemática, que se deve pedir ao aluno para explicar o que fez, sem, contudo, mostrar-lhe o que vai mal no que fez. É preciso que ele mesmo elabore seu drama e escolha sua saída diante dele, ou seja, escolha a resposta que vai dar à demanda que a instituição escola lhe põe através do professor e da matemática. A escolha da resposta preferencial envolve um gozo que Zizek [1992] denomina gozo do sentido. A escolha da resposta que, enfim, é a saída diante do drama, não é determinada pelo simbólico, mas, sim pelo real e pelo imaginário. Aí é que está a dificuldade dessa relação entre ensino e aprendizagem que, na palestra de hoje da manhã foi classificada acertadamente como relação de oposição. A aprendizagem não ocorre no domínio simbólico-cognitivo. É nesse ponto que a psicanálise e a sala de aula de matemática se aproximam. Não estamos querendo aplicar a psicanálise ou orientar a sala de aula pela psicanálise, nem, muito menos, psicanalisar o aluno. Estamos querendo que a teoria psicanalítica diga alguma coisa sobre nossa prática, sobre isso que estamos fazendo com os alunos.

PROFA. MIRTES ABDELNUR: Como fica a questão da ansiedade nesse modo de encaminhamento que você adota? Eu, aqui, ouvindo o relato, estava aflita, ao ver o aluno começar uma questão de terceiro grau e terminar com dificuldades de sétima série. Como fica a ansiedade do aluno nesse processo?

AUTORES: Tudo depende do ambiente da sala de aula. A matemática causa ansiedade porque o sujeito pode encontrar e conferir as respostas em nível de seu organismos biológico, se é que essa expressão tem algum sentido. Não saber a tabuada não é da mesma ordem de não saber qual é a capital da Bulgária ou quanto é o produto interno bruto do Brasil. Há uma culpa pelo erro muito fácil de ser imputada ao sujeito. A matemática é uma ameaça ao leigo. Alguns a amam, a maioria a odeia, mas não há indiferença. Quando encontramos alguém e dizemos que trabalhamos com matemática, muitos logo se desculpam: Ah, de matemática nada entendo. Com isso se põem ao abrigo dessa culpabilidade intrínseca pela desconstrução imaginária que o sujeito se imputa. O professor do ensino tradicional vigente sabe explorar isso muito bem para separar os "bons" dos "fracos" e, com isso, contribui para fazer da matemática o instrumento de controle e dominação que ela é. Porém na aula de recuperação paralela que você viu exposta aqui, e na organização da sala de aula segundo a Assimilação Solidária, a matemática, o acerto matemático, não é um valor. Não interessa se está certo, interessa é que se produza uma justificação, que se saiba como o aluno pensou. Portanto o valor fundamental aí não é a matemática, é ouvir o outro, é a *escuta diferencial* que está em jogo. Aliás, é isso que o professor de matemática já não sabe mais fazer, escutar. Melhor dizendo, ele trabalha através de identificações que, sem qualquer exagero,

---

[6] Perguntas feitas por ocasião da apresentação na mesa redonda *O erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática,* no I Simpósio de Educação e Ensino, UNESP - São José do Rio Preto, em 17 de outubro de 1997.

poderíamos dizer que são da ordem do narcisismo. Como dizia Caetano Veloso “Narsciso acha feio o que não é espelho”. Se o professor não encontra uma imagem semelhante a sua, ele naturalmente, rejeita. É narciso que está presente. Já na Assimilação Solidária o sujeito tem certeza, após algumas semanas de trabalho, que seja lá o que for que venha a dizer sobre a matemática, isso será ouvido pelo professor e pelos colegas e isso lhe será devolvido, junto com um esforço de não distorcer e de interpretar. É uma escuta diferente da escuta psicanalítica, porque ela é *seletiva*, pois não se trata de ouvir o sujeito sobre sua crise de bronquite, ou sobre sua resistência em vir ao quadro. O que se propõe é dar-lhe a segurança de que o passa-passa que ele usou também faz parte de um imaginário, que é uma operação logicamente possível, embora o leve ao abismo. É preciso que o simbólico evidencie, de saída, um encontro de imaginários. Entretanto, para ativar o simbólico, é preciso que um acordo pré verbal tenha tido lugar: é preciso que o aluno tenha vindo a aula, como é preciso que o paciente entre no consultório. A certeza que o sujeito tem de que sua respostas será acolhida, tanto pelo professor como pela turma, como sendo uma resposta logicamente válida e que não será desprezada como matematicamente errada, é isso que esvazia a ansiedade.

PROFA. LENI RODRIGUES MARTINS TEIXEIRA: Como se pode evitar isso que está ocorrendo em terceiro grau? Os alunos estão chegando à terceira série do ensino elementar sem saberem escrever o nome. Parece que algo parecido está ocorrendo na universidade. Você acredita que seria possível resolver esse problema a partir do desenvolvimento de um trabalho desde a escola elementar?

AUTORES: É claro que esse trabalho deve ser tentado, mas deve-se levar em conta que não se está lidando só com o domínio cognitivo. A pergunta é a seguinte: será que essa sociedade, essa cultura, os pais e as mães, vão aceitar que seus filhotes pautem suas ações por princípios, em vez de regras *ad hoc* ? Será que vão aceitar que digam: eu vou operar dos dois lados do sinal de igual e, de fato, operem sobre os dois lados do sinal de igual? Será que vão aceitar que digam: eu vou à aula para aprender matemática e, de fato, venham à aula para aprender matemática? Será que vão aceitar que os compromissos declarados sejam cumpridos? Afinal, as classes dominantes dessa sociedade costumam declarar uma coisa, exatamente para fazerem outra. Costumam fazer as leis para não serem cumpridas por elas, para serem cumpridas apenas pelas classes subalternas. Rasgam a constituição quando isso lhes convém. O advogado é o mestre em defender teses, sejam quais forem, perante essa sociedade. O assassinato, registrado em vídeo e que o país inteiro viu, “necessita abertura de inquérito”, “precisa ser investigado”, “requer apuração rigorosa dos fatos”, “precisa de uma *prova*”. Já não se sabe o que essa palavra significa. Parece que prova é aquilo que se procura quando não se quer achar. Nunca há culpados, só suspeitos. Nessa sociedade, o sofisma é a regra básica de ascensão social. Ora, será que essa sociedade vai estar disposta, de repente, a pautar sua conduta por princípios declarados, como os da matemática ? Será que vai adquirir, de um momento a outro, paixão pela lei, será que vai gozar com o respeito à lei, com o cumprimento da lei? Ou será que, pelo contrário, vai continuar legislar em torno da esperteza. O acordo de lideranças só é atingido quando todos sabem como manter seus privilégios diante da nova lei. No momento em que escrevo esta linha, tocam a campainha. É alguém que pede uma esmola e solicitamente me alcança o jornal que acabou de chegar [7]. Na primeira página lemos a frase do ministro da saúde, legítimo representante da classe acima aludida: “Se refletirmos sobre o texto legal, nós verificamos, que, com *muita sabedoria*, (grifo nosso) o legislador disse que o direito à saúde do cidadão é um dever do Estado. No entanto, em nenhum momento afirma que é obrigação do Estado assumir integralmente a prestação ou

---

[7] Folha de São Paulo, 19 de outubro de 1997.

financiamento da saúde”. Vejam que não há limites para o deslize do significado sob o significante. A única coisa que essa sociedade ainda não conseguiu sofismar são as quatro operações. Nenhum advogado ou ministro jamais ousou dizer que dois e dois, em certas circunstâncias, podem não ser quatro. Por que motivo essa sociedade iria, de um momento a outro, aprender matemática? Não estamos dizendo que esse esforço não deva ser feito, nas escolas. Estamos dizendo que a ação educativa é, antes de tudo, política. Não se trata de enfiar matemática na cabeça das pessoas, trata-se de fazer com que se *comprometam com o que dizem*, alunos, professores e funcionários, na escola e na vida. A matemática pode ser um instrumento privilegiado no exercício dessa prática educativa.

PROFA. MENGA LUDKE: Diante dessa situação, que você mostrou, em que se encontra a universidade e, certamente, todo o sistema escolar, o que se pode fazer ? Que solução você sugere? Por onde começar?

AUTORES: Realmente, que fazer diante disso? Do ponto de vista de nossa felicidade, teria sido melhor não olhar o que foi mostrado aqui. Abrimos uma porta. Jamais poderemos fechá-la, nem fingir que não vimos através dela. Será preciso fazer alguma coisa, embora saibamos a dimensão do que queremos mudar. Foram apresentados um quadro, uma análise e uma *possível solução* diante dessa análise: a ética do trabalho na escola, consubstanciada na proposta da Assimilação Solidária. Certamente não será essa a única solução diante dessa análise e, mesmo, haverá outras análises que partirão de outros quadros. Começar por onde? Só há um lugar. É o lugar onde estamos, quarenta ou mais horas por semana, os professores do ensino superior, na universidade, os dos ensinos elementar e médio, nas escolas. É preciso, entretanto, concatenar essas ações para que umas não se oponham e desfaçam as outras. Para isso é necessário um amplo debate que parta do que a escola é, não do que ela deveria ser. É preciso valorizar as *análises não normativas* e evitar o açodamento das soluções consensuais. Enquanto confundirmos educação com sacerdócio, as coisas ficarão onde essa concepção as levou.

Bibliografia

ALIBERT, D.; ARTIGUE, M.; COURNILLE, J.M. et al. (1987); Le Theme "Differentielles". Un Exemple de Cooperation Maths-Physique dans la Recherche. In Vergnaud, G.; Brousseau, G & Greco, H.M. (Eds.). Actes du Colloque de Sèvres, **Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques**: 7-45. Editions La Pensée Sauvage.

ALIBERT, D. & THOMAS, M. (1991); Research on Mathematical Proof. In Tall, D. (Ed): **Advanced Mathematical Thinking**, 215-230. Netherlands: Kluwer.

AMIT, M. (1992); Students' Misconceptions in Understanding Calculus Theorems. In Artigue, M. & Ervynck, G. (Eds.): **Seventh International Congress on mathematical Education. Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus**, 38-40. Québec: Collège de Sherbrooke. ARTIGUE, M. (1992); Functions from an Algebraic and Graphic point of view: Cognitive Difficulties and Teaching Practices. In Dubinsk, E. & Harel, G. (Eds.): **The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy**, 109-132. USA: Mathematical Association of America.

BACHELARD, G. (1980); **La Formation de l'Esprit Scientifique. Contribution a une Psychanalyse de la Connaissance Objective**. Paris: Vrin.

BALDINO, R.R. (1992); Students' Difficulties in Calculus. In ARTIGUE, M. & ERVYNCK, G. (Eds.): **Seventh International Congress on mathematical Education. Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus**, 35-37. Québec: Collège de Sherbrooke.

BERNARD, T. (1995); The Impact of 'Meaning' on Students' Ability to Negate Statements. In Meira, L. & Carraher, D. (Eds.) **Proceedings of the 19th International Conference for the Mathematics Education**, 2: 11-17.

CORNU, B. (1983); **Apprentissage de la Notion de Limite: Conceptions et Obstacles**. These de Doctorat de Troisieme Cycle des Mathematiques Pure. Université Scientifique et Medicale de Grenoble.

DAVIS, R.B. & VINNER, S. (1986); The Notion of Limit: Some Seemingly Unavoidable Misconception Stages. **Journal of mathematical Behavior**, 5: 281-303.

HANNA, G. (1991); Mathematical Proof. In TALL, D. (Ed.): **Advanced Mathematical Thinking**, 54-61. Netherlands: Kluwer

MELO, J. R. (1997) *Assimilação Solidária dá certo?* Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro.

MOURA, M.E.B. (1993); **Student's Alternative Frameworks About the Notion of Limit**. Thesis of Master Degree of Science, Cornell University.

PINTO, M.M.F. & GRAY, E. (1995); Difficulties teaching Mathematical Analysis to Non-Specialists. In Meira, L. & Carraher, D. (Eds.): **Proceedings of the 19th International Conference for the Mathematics Education**, 2: 18-25.

PONTE, J.P.M. DA (1984); **Functional Reasoning and the Interpretation of Cartesian Graphs**. Thesis of Doctor Degree of Education, University of Georgia, USA.

ROBINET, J. (1986); Les Réels: Quels Modèles en Ont les Élèves? **Educational Studies in Mathematics**, 17: 359-386.

SIERPINSKA, A. (1983); On Some Difficulties in Learning Limits: A Case Study. **Seminaire de Didactique des Mathematiques et de l'Informatique**, Grenoble.

SIERPINSKA, A. (1985); Obstacles Epistemologiques relatifs a la Notion de Limite. **Recherches en Didactique des Mathematiques**, 6(1): 5-67.

SIERPINSKA, A. (1987); Humanities Students and Epistemological Obstacles Related to Limits. **Educational Studies in Mathematics**, 18: 371-397.

SILVA, M.R.G. da (1997). *Avaliação e trabalho em grupo em Assimilação Solidária: análise de uma intervenção.* Tese de Doutorado. UNESP, Rio Claro, SP, Brazil.

TALL, D. (Ed.) (1991); **Advanced Mathematical Thinking**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

TALL, D. & VINNER, S. (1981); Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. **Educational Studies in Mathematics**, 12: 151-169.

VINNER, S. & DREYFUS, T. (1989); Images and Definitions for the Concept of Function. **Journal for Research in Mathematics Education**, 20(4): 356-366.

ZACHARY, D. (1989); Teaching, Learning and Using Mathematical Models in Physics. **Physics Education**, 24: 339-343.

SIVIRA: Sistema virtual para aprendizagem

Um exemplo de educação à distância no Ensino Médio para trabalhadores

Paula Tavares da Cunha Melo

Lidia Micaela Segre

COPPE-Sistemas Universidade Federal do Rio de Janeiro.

paulat@cos.ufrj.br

Gilda Helena Bernardino de Campos

Instituto de Educação Matemática.IEM

Universidade Santa Úrsula

gilda@openlink.com.br

INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica tem provocado mudanças profundas no setor produtivo. Os trabalhos repetitivos e individualizados estão cada vez mais automatizados, enquanto os trabalhadores estão tendo que lidar progressivamente com problemas cada vez mais complexos. Esta maior complexidade do trabalho exige trabalhadores cada vez mais qualificados. Mas como conciliar tempo para cursos de requalificação e atualização profissional sem precisar se ausentar do próprio emprego? Uma alternativa está na modalidade de educação a distância, oferecendo ao trabalhador flexibilidade de horários e uma dissociação físico-geográfica entre o local de trabalho e/ou residência e os centros de ensino.

Neste contexto, este trabalho apresenta o SIVIRA, Sistema Virtual de Aprendizagem, um ambiente computacional de aprendizagem que viabiliza o estudo à distância de cursos profissionalizantes e de nível médio. Os principais usuários do SIVIRA são trabalhadores com formação completa no ensino fundamental que tenham alguma experiência na utilização de computadores. Sua especificação foi embasada em dados reais obtidos da experiência do Projeto INTEGRAR, projeto experimental desenvolvido no estado de São Paulo, Brasil, que já formou 3000 trabalhadores no ensino fundamental em sua primeira fase, ocorrida de 1996 a 1998 (MELO, 1999).

O SIVIRA é um sistema que tem como fundamento a visão tecnológica antropocêntrica, ou seja, é um sistema que utiliza a tecnologia com o objetivo de desenvolver a capacidade humana, ao contrário da visão tecnocêntrica que tem como objetivo a utilização da tecnologia para substituição do trabalho humano pelas máquinas (SEGRE, 1995).

Por esta razão, o SIVIRA não visa somente ajudar o trabalhador a obter requalificação profissional e um maior nível de escolaridade, mas prover meios para o aprimoramento do trabalhador como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico. Para que estes objetivos possam ser alcançados, o SIVIRA permite ao professor planejar diversas estratégias educacionais ao longo de seus cursos, tais como debates e trabalhos em grupo, de modo a atingir os objetivos de auxiliar o aluno a aprender a aprender, desenvolver as habilidades de pensamento tais como: busca e tratamento de informações e solução de problemas, habilidades interpessoais, entre outras. Além disto, o sistema disponibiliza diversos "locais de interação" permitindo a livre interação dos trabalhadores com os diversos usuários fora do ambiente formal dos cursos, fazendo com que eles ajam com iniciativa e discutam seus problemas comuns, de maneira a desenvolverem raciocínio lógico e capacidade de argumentação, formando, desta maneira, uma consciência crítica.

REQUISITOS DO SIVIRA

Os requisitos do SIVIRA foram identificados a partir dos dados obtidos pela experiência com o Projeto INTEGRAR, sendo classificados em requisitos educacionais, funcionais, de interface e de desempenho/disponibilidade.

REQUISITOS EDUCACIONAIS

- O SIVIRA deve possuir cursos profissionalizantes de conteúdo técnico e cursos que preparam os alunos para a obtenção do certificado de nível médio.
- Os cursos devem levar em consideração o conhecimento atual do aluno, de modo que ele não perca o interesse (nem tempo) com assuntos que já são de seu conhecimento. Por esta razão, cada curso deve possuir uma análise diagnóstica.
- Os cursos devem aproveitar a experiência de vida dos trabalhadores, de maneira a criar um aprendizado significativo.
- O SIVIRA deve prover meios para o desenvolvimento das habilidades de pensamento tais como: busca e tratamento de informações, tomada de decisão e solução de problemas através das operações de comparar, classificar, interpretar, criticar e argumentar, além das habilidades de atuação em equipe e formação de uma consciência crítica.
- O SIVIRA deve proporcionar estratégias para que o aluno aprenda a aprender, de modo a prepará-lo para as constantes necessidades de aperfeiçoamento e/ou mudanças ocupacionais, características do mercado de trabalho atual.
- O SIVIRA deve prover meios para o aprimoramento do trabalhador como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico; possibilitar a compreensão dos fundamentos científicos-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina; entre outros.
- O SIVIRA deve disponibilizar material bibliográfico para os cursos existentes.
- Os cursos e materiais educacionais devem ser desenvolvidos em hipermídia, por seu grande potencial em engajar os alunos em atividades de aprendizagem significativas e permitir uma navegação não linear, fazendo com que o aluno possa ter maior controle e participação no processo de aprendizagem.
- Os cursos profissionalizantes devem seguir o referencial teórico comportamentalista, enquanto os cursos de nível médio devem seguir o referencial teórico construtivista.
- Os requisitos educacionais específicos dos cursos profissionalizantes (referencial teórico comportamentalista) são:
  - ⇒ Possuir conteúdo técnico bem estruturado.
  - ⇒ Os objetivos de cada curso precisam estar bem definidos, com o conteúdo organizado em pequenos passos, de maneira a irem aumentando progressivamente o grau de dificuldade.
  - ⇒ Possuir uma versão sempre disponível *on line*, de maneira que o aluno não precise esperar a data de início de um curso.
  - ⇒ Serem periodicamente oferecidos na modalidade em que existe um professor facilitador e data marcada de início do curso.
- Os requisitos educacionais específicos dos cursos de nível médio (referencial teórico construtivista) são:
  - ⇒ Proporcionar o aprendizado contextualizado, de modo a integrar as diferentes disciplinas.
  - ⇒ Servir de suporte para a construção colaborativa do conhecimento através da negociação entre os trabalhadores. A troca de idéias e experiências entre os trabalhadores deve ser incentivada e utilizada como recurso pedagógico.

⇒ Permitir que o aluno esteja no controle de suas atividades, pois na teoria construtivista o aluno deve participar ativamente do processo de construção de seu próprio conhecimento.

⇒ Ser interativo, estimulando a participação ativa do trabalhador.

REQUISITOS FUNCIONAIS

- O SIVIRA deve permitir que os alunos estudem em qualquer horário, sem prejuízo de seu aprendizado.
- O SIVIRA deve se configurar num meio de atualização, aprendizado, troca de experiências e informação entre os trabalhadores.
- O SIVIRA deve disponibilizar informações sempre atualizadas de interesse dos trabalhadores, tais como concursos abertos, banco de empregos, palestras agendadas, entre outras.
- O SIVIRA deve permitir a interação entre todos os seus usuários.
- As atividades de aprendizagem que possuam dia e hora marcados, como sessão de tira dúvidas interativa, devem ser programadas e divulgadas com antecedência. Além disto, estas atividades devem ter dias e horários alternativos.
- O SIVIRA deve permitir a emissão de diversos tipos de relatórios, a serem requisitados pelos alunos.
- O manuseio do SIVIRA deve ser simples, de modo a facilitar a participação de alunos com pouco conhecimento de informática.
- A navegação no SIVIRA deve ser de fácil aprendizado.

REQUISITOS DE INTERFACE

- A *interface* com o usuário deve ser simples, amigável e padronizada.
- A navegação pelo SIVIRA deve se dar através da seleção de áreas na tela marcadas para esta finalidade, de preferência com ícones significativos à função desejada. Por exemplo, a opção de <u>ajuda</u> pode ser representada pelo símbolo **?**.
- Todo ambiente de trabalho deve possuir uma opção de <u>ajuda</u>, que explica o funcionamento da atividade. Por exemplo, no "local" <u>biblioteca</u> deve existir uma função <u>ajuda</u> que explica o objetivo da biblioteca e informa quais são os tipos de arquivos existentes e o que é preciso fazer para conseguir acessá-los. Toda informação relevante a um determinado "local", e que serve apenas de informação para manuseio do ambiente de trabalho, deve ser colocada num ícone <u>ajuda</u>, assim, o usuário sabe onde procurar quando tiver dúvidas.
- Os documentos hipermídia desenvolvidos devem seguir um padrão de cores, formato e localização de funções, de modo que o aluno, ao assistir um curso, possa aproveitar este aprendizado para os cursos seguintes.
- Os ícones devem ser significativos e localizados sempre no mesmo lugar, quando uma mesma função aparecer em diversas telas diferentes, como a função <u>ajuda</u>.
- Cada tipo de usuário (aluno, professor, administrador ou suporte administrativo) disporá de um ambiente de trabalho específico, com sua respectiva *interface*. A *interface* por tipo de usuário apresenta as funções comuns aquele tipo de usuário.
- A *interface* com o usuário precisa ser individualizada por participante em determinadas situações, como na apresentação dos cursos em que um determinado aluno está inscrito.

REQUISITOS DE DESEMPENHO E DISPONIBILIDADE

- O SIVIRA deve proporcionar respostas rápidas, de modo que o usuário não fique esperando muito tempo. Este requisito é difícil de se garantir, devido a tecnologia selecionada depender de fatores que não estão sob nosso controle, como a qualidade das ligações telefônicas. Contudo, para minimizarmos este problema, deve-se ter muito cuidado na escolha de figuras e animações que possam ter tamanhos muito grandes, assim como os programas JAVA devem ser pequenos, de modo a minimizar o tempo de transmissão destes arquivos.

- O SIVIRA deve estar disponível 24 horas por dia, durante todos os dias da semana. Necessidades de manutenção devem ser programadas e divulgadas com antecedência, além de levarem o mínimo de tempo possível.

ARQUITETURA GERAL DO SISTEMA

A arquitetura proposta utiliza como principal meio de comunicação a rede Internet de computadores. As principais razões para esta escolha foi por ela possuir uma ampla abrangência nacional, permitindo beneficiar um grande número de trabalhadores residentes em diversas localidades simultaneamente; por ser um meio de comunicação que já começa a ser utilizada como meio de informação pelos próprios trabalhadores brasileiros (COSTA, 1997); pelo fato da rede Internet já estar começando a ser utilizada pelos trabalhadores em seu ambiente de trabalho em algumas empresas brasileiras (CEZAR, 1996); dentre vários outros benefícios técnicos.

A arquitetura geral é composta por um centro de educação à distância (EAD) possuidor do computador servidor, centros de acesso a este servidor e computadores particulares que são interconectados através Internet, conforme visualizado na figura 1.

ARQUITETURA DO SERVIDOR

A arquitetura do computador servidor é composta dos serviços disponíveis através da rede Internet de *mail*, *IRC*, *ftp* e *http*, um banco de dados, uma hiperbase e um subsistema gerenciador, estando apresentada na figura 2.

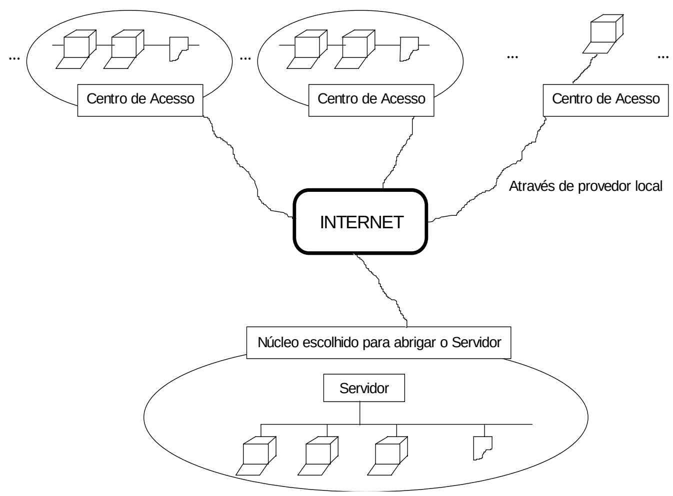


FIGURA 1: ARQUITETURA GERAL DO SIVIRA

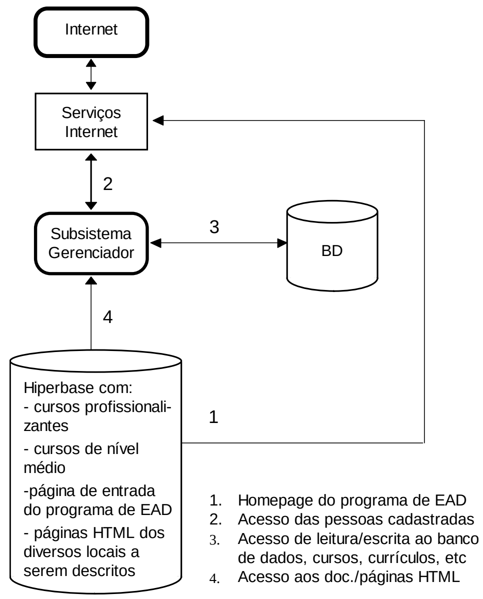


FIGURA 2: ARQUITETURA DO SERVIDOR

DESCRIÇÃO GERAL DO SISTEMA

O SIVIRA é composto por diversos locais de interação, cursos profissionalizantes, cursos de nível médio, e o Subsistema Gerenciador.

O ponto de entrada do usuário no SIVIRA é uma página HTML, conhecida como Homepage do Programa, composta pelas informações de apresentação: o que é o programa, qual é o seu objetivo e a quem se destina; informações sobre cursos e currículos disponíveis; solicitação de cadastro de usuário novo e o acesso ao SIVIRA (para usuários já cadastrados).

LOCAIS DE INTERAÇÃO

Ao acessar o SIVIRA, através de um formulário HTML de *login*, o trabalhador vai ser apresentado aos diversos locais de interação, que são os *links* para cada uma das opções que o sistema oferece. Os principais **locais de interação** do SIVIRA são: Inscrições, local para requisição de inscrições em cursos; Cursos em Andamento, local a partir do qual os trabalhadores participam de cada curso em que estejam inscritos; Anfiteatro, local de acesso para seminários de interesse dos trabalhadores; Biblioteca, contendo todos os materiais disponíveis para os alunos consultarem e estudarem; Mural, utilizado para divulgação de assuntos de interesse dos trabalhadores; Concursos Públicos, contendo as informações sobre os concursos públicos abertos por região; Banco de Empregos e Currículos, com o objetivo de facilitar a reinserção ou realocação dos trabalhadores no mercado de trabalho; Grupos de Discussão, para discussão de temas não necessariamente relacionados a um determinado curso; Relatórios, local onde os alunos podem solicitar diversos relatórios contendo informações sobre a sua vida acadêmica dentro do Programa de EAD e Bate Papo, local para conversas *on line*.

Os cursos profissionalizantes oferecidos através do SIVIRA são voltados para a sua utilização prática no trabalho, seguindo a teoria de ensino comportamentalista e visando uma aprendizagem *just in time* . Estes cursos possuem como material básico de estudo um documento hipermidia bem estruturado, dividido em módulos e contextos. Cada contexto possui um texto HTML, exemplos e exercícios de fixação. Um teste é realizado ao final de cada módulo e um teste final é realizado no final de todo o curso. Antes de iniciar o curso, o aluno pode fazer uma avaliação diagnóstica, para identificar quais assuntos ele já conhece, isentado-se de percorrer os módulos já conhecidos. O aluno pode interromper a leitura a qualquer momento e solicitar que o subsistema gerenciador armazene o local em que ele está. Assim, ao retornar ao documento, o aluno recomeça exatamente do local onde parou.

CURSOS PROFISSIONALIZANTES

Os cursos profissionalizantes podem ser oferecidos de duas formas: sempre disponíveis através de cursos *on line* e cursos com datas programadas, onde existe um professor facilitador e data de início e fim. Os cursos *online* procuram oferecer ao trabalhador a opção de cursar em períodos em que não existam um professor disponível, através da leitura do material e do suporte do Subsistema Gerenciador. Já os cursos com data marcada, possuem um professor que organiza o andamento do curso e estrutura*message board*, de maneira a responder as perguntas dos alunos. Desta forma, as dúvidas dos alunos são compartilhadas por todos, gerando um entendimento mais sólido. Um exemplo de implementação de um quadro eletrônico é sugerido na figura 3. Esta ferramenta pode ser encontrada na própria internet e é disponibilizada de graça por vários *sites*, como por exemplo http://www.bravenet.com e http://www.InsideTheWeb.com.

CURSOS DE NÍVEL MÉDIO

Os cursos de nível médio oferecidos através do SIVIRA são voltados para a formação para a cidadania e desenvolvimento de habilidades de pensamento, seguindo a teoria de aprendizado construtivista. A estruturação destes cursos é realizada pelo professor, que programa as atividades de aprendizagem de acordo com os objetivos que quer atingir. Várias são as atividades de aprendizagem a serem utilizadas: Aula, Estudo Independente, Pesquisa, Trabalho em Grupo, Debate, Simpósios e Sessões Tira Dúvidas. O esquema de funcionamento dos cursos de nível médio também seguem a construção de um *message board* , utilizado como fonte de comunicação e estruturação do curso. Entretanto, certas atividades, tais como Pesquisa e Trabalho em Grupo, são necessariamente externas ao message board. O esquema de funcionamento dos cursos de nível médio está representado na figura 4.

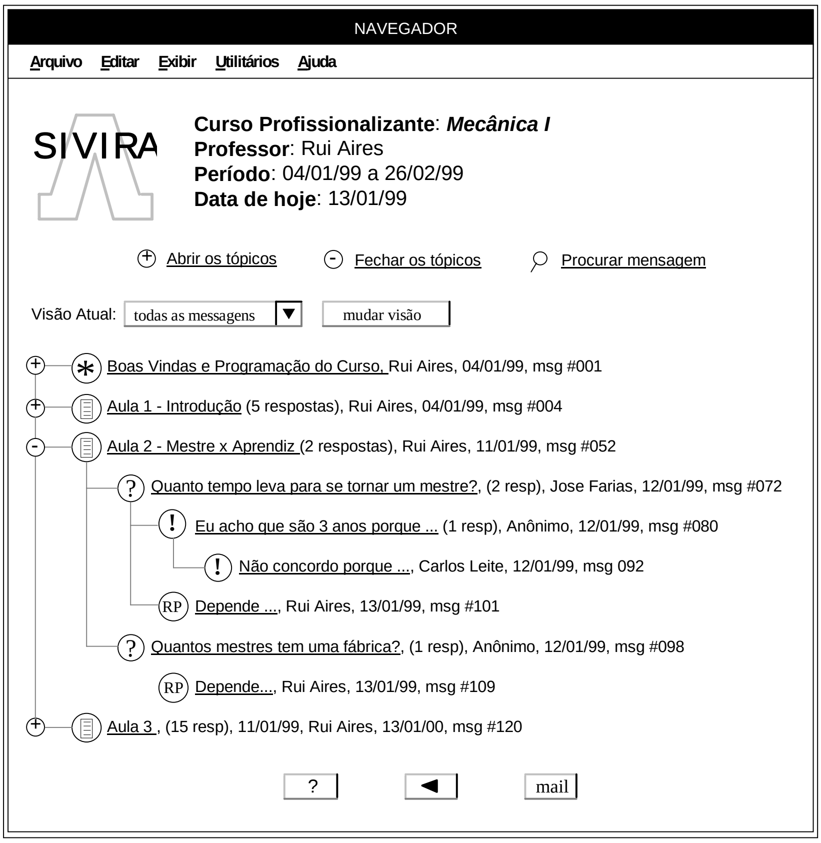


FIGURA 3: EXEMPLO DE MESSAGE BOARD

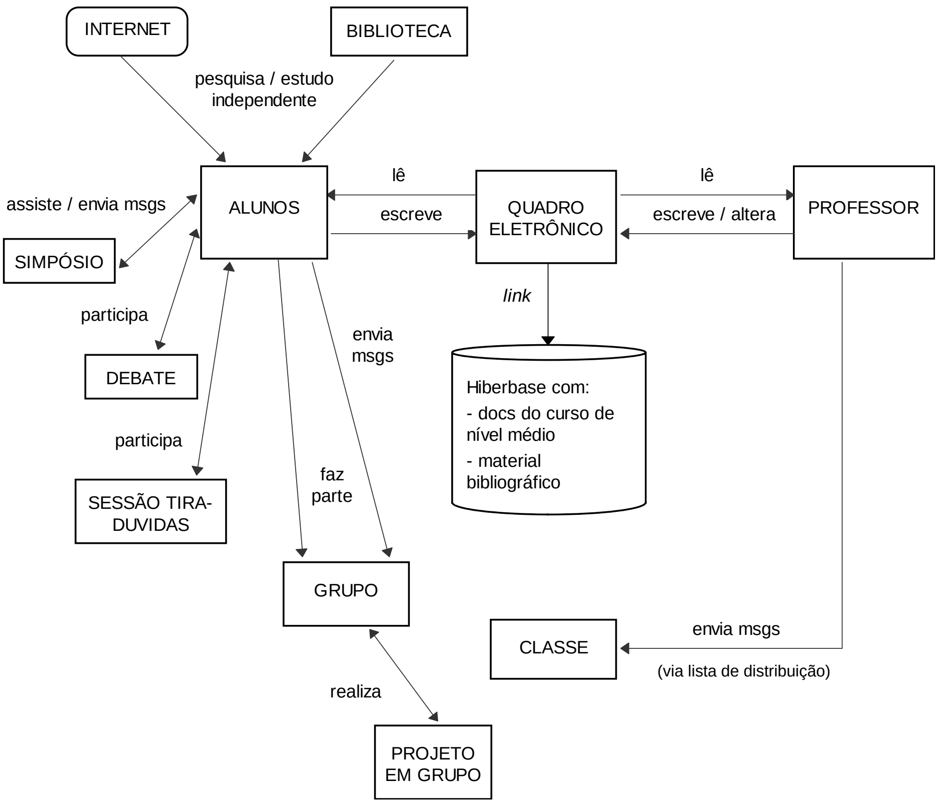


FIGURA 4: ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DOS CURSOS DE NÍVEL MÉDIO

SUBSISTEMA GERENCIADOR

O Subsistema Gerenciador é um conjunto de programas responsável por todo o controle, acompanhamento, e automatização do SIVIRA. Podemos dividir as funções deste subsistema em: cadastramento, controle, suporte (para gerar os cursos) e gerador de relatórios.

A função de cadastramento é responsável por cadastrar usuários, cursos e currículos. A função de controle é responsável pelo controle de acesso dos usuários ao sistema; controle do processo de montagem dos cursos; controle do andamento dos cursos; controle do histórico do aluno; e quaiquer outros controles necessários para implementar as funcionalidades de cada local de interação. A função de suporte é responsável por auxiliar o professor durante a montagem de cursos e gerar as páginas dinâmicas e a função gerador de relatórios é responsável por fazer a busca no banco de dados e formatar os relatórios requisitados.

CONCLUSÃO

Apresentamos o Sistema Virtual de Aprendizagem SIVIRA, um ambiente de aprendizagem voltado para a educação a distância de cursos profissionalizantes e formação de nível médio para trabalhadores. O objetivo deste sistema é viabilizar a atualização profissional de trabalhadores e aumentar seu nível de escolaridade através de um sistema disponível 24 horas por dia e acessível por, praticamente, qualquer local do Brasil.

Contudo, existem limitações a serem superadas. Primeiramente, computadores não fazem parte do dia-a-dia da maioria dos trabalhadores brasileiro. Segundo, a própria implementação do Sistema demanda uma equipe multidisciplinar e recursos tecnológicos caros, fazendo-nos questionar se um ambiente como este será realmente acessível aos trabalhadores brasileiros. Entretanto, devido aos benefícios apresentados, acreditamos que orgãos ligados ao ensino e/ou que se preocupam em diminuir o nível de desemprego no país, possam interessar-se em financiar ou auxiliar esta implementação. A dificuldade de acesso aos computadores poderia ser minimizada criando centros de EAD localizados nas regiões do país detectadas como sendo de maior concentração de trabalhadores desempregados. Já a falta de experiência no manuseio de computadores poderia ser minimizada oferecendo um serviço de monitoria nestes centros. Por ser um Sistema que se preocupa em ter uma *interface* de fácil aprendizado, o papel da monitoria seria somente o de romper a barreira, que muitas vezes existe, em pessoas que nunca manusearam um computador, ensinando o manuseio do *mouse*, e ajudando na resolução de eventuais problemas. Desta forma, acreditamos que nossa proposta possa contribuir efetivamente para o desenvolvimento dos trabalhadores brasileiros desde já e, de forma muito mais intensa, num futuro próximo.

BIBLIOGRAFIA

COSTA, A.L., 1997, Metalúrgicos: Perfil, Problemas e uma Visão do seu Sindicato de Categoria, Pesquisa de Opinião, Sorocaba - SP, Ícone Comunicações LTDA, Setembro e Outubro de 1997.

CEZAR G., 1998, “A Internet está ajudando a controlar o chão de fábrica”, *Informática Hoje,* pp 32-33, Jun 1998.

JU, P., 1997, *Databases on the Web.* 1ª ed. New York, M&T Books.

LONDOÑO, J.L., 1996, “Pobreza, Desigualdad y Formación del Capital Humano en América Latina, 1950-2050”, *Estudios Del Banco Mundial sobre América Latina y el Caribe*

SEGRE, L.M., 1995, “Cambios Tecnologicos e Organizacionales y sus Impactos sobre la Calificación Profesional” in *Volher a Pensar la Educación*. Editora Morata, Madrid, España pp 386-400, jun 1995

McMANUS, T.F., Aug 97. *Delivering Instruction on the World Wide Web,* http://www.csuhayward.edu/ics/htmls/Inst.html.

MELO, P.T.C., 1999, Requalificação de Trabalhadores e Formação a Distância de Trabalhadores. SIVIRA. Sistema Virtual de Aprendizagem. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Programa de Sistemas da Computação, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, a ser defendida em fevereiro de 1999.

PAULSEN, M.F., 1995, “The Online Report on Pedagogiacal Techniques for Computer-Mediated Communication”, http://www.nettskolen.com/alle/forskning/22/icdepenn.htm or http://home.nettskolen.nki.no/~morten/

PAULSEN, M.F., 1997, “Teaching Methods and Techniques for Computer Mediated Communication”, http://www.nettskolen.com/alle/forskning/22/icdepenn.htm or http://home.nettskolen.nki.no/~morten/

Um estudo avaliativo das potencialidades dos produtos de software em Educação Matemática.

Ângelo Santos Sigueira, Antônio José D.da Silva, Eduardo G. Aleixo Jr., Heloisa Borges N. Coelho, Marli Duffles Moreira

Instituto de Educação Matemática - Universidade Santa Úrsula
IEM-USU
gilda@openlink.com.br

Este estudo está inserido no projeto FERMAT (1998) que tem como objetivo desenvolver um ambiente de aprendizagem mediado por novas tecnologias em educação e analisá-lo sob diferentes óticas. Um dos temas de investigação do projeto é a análise e avaliação de produtos de *software* para educação matemática. O presente estudo está em sua primeira fase e é desenvolvido por mestrandos em Educação Matemática na disciplina de Informática na Educação I sob a orientação de Gilda Helena Bernardino de Campos.

Considerando a oferta de produtos de *software* educacional de matemática disponível no mercado e a falta de mecanismos que disponibilizem informações relativas qualidade destes produtos, interessamo-nos por desenvolver um trabalho a respeito de métodos de análise de produtos e estudar os ambientes educacionais evidenciados. Acreditamos que a disponibilização da informação para os professores de matemática e usuários interessados poderia ajudar na implementação da tecnologia nas escolas, colégios e universidades de forma crítica.

Selecionamos dentre as metodologias para a avaliação de produtos de software educacional a proposta de Reeves (1994, in Campos, 1998) que apresenta duas abordagens complementares na avaliação de *software* educacional. Uma delas baseia-se em quatorze critérios pedagógicos e a outra em dez critérios relacionados à interface com usuário. Neste trabalho apresentamos somente a abordagem pedagógica.

Os critérios são avaliados através de uma marca sobre uma escala não dimensionada representada por uma seta dupla. Em cada extremidade da seta são colocados os conceitos antagônicos que caracterizam o critério. De modo que na extremidade esquerda fica situado o conceito mais negativo. A conclusão a respeito da avaliação é obtida graficamente analisando a disposição dos pontos marcados nas setas, que devem ser ligados colocando-se as setas umas sobre as outras. A figura 1 mostra o procedimento gráfico realizado em dois critérios.

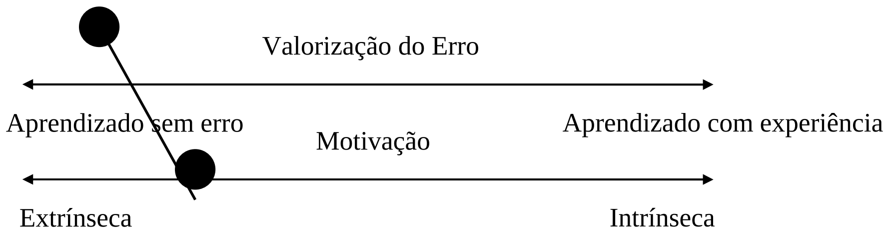
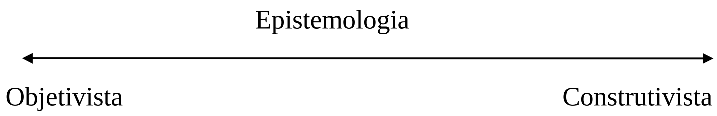


Figura 1: Procedimento gráfico na metodologia de Reeves

A seguir são descritos os critérios que compõem cada uma das abordagens.

Critérios Pedagógicos:

1. Epistemologia: diz respeito a natureza do conhecimento.



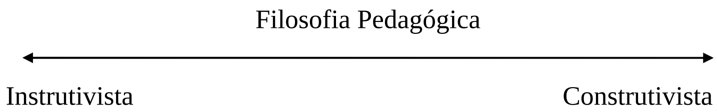
Epistemologia objetivista - estabelece as seguintes facetas:

- conhecimento existe separado do saber
- realidade existe independente da existência da experiência
- o conhecimento é adquirido de forma objetiva através dos sentidos
- a aprendizagem consiste em adquirir verdades
- o aprendizado pode ser medido precisamente com testes

Epistemologia construtivista - estabelece as seguintes facetas:

- o conhecimento não tem sentido sem a participação do homem
- embora a realidade exista independentemente, o que conhecemos dela, é individualmente construído
- o conhecimento é construído subjetivamente baseado em experiências anteriores e em um processo metacognitivo ou reflexão
- o aprendizado consiste na aquisição de estratégias que atenda a um objetivo
- o aprendizado pode ser estimado através de observações e diálogos

2. Filosofia Pedagógica



Instrutivista

- enfatiza a importância de metas e objetivos independentes do aluno
- baseada na teoria comportamentalista
- o aluno é visto como um agente passivo, como um recipiente vazio que será preenchido de conhecimento

Construtivista

- enfatiza a primazia da intenção, experiência e estratégias metacognitivas do aluno
- o conhecimento é construído individualmente pelo aluno
- garantir um ambiente de aprendizado o mais rico possível

- diferente da instrutivista, o aluno é visto como um indivíduo repleto de conhecimento pré-existente, atitudes e motivações.

3. Psicologia Subjacente

Psicologia Subjacente

Comportamental ⟷ Cognitiva

<u>Comportamental</u>

- os fatores do aprendizado não são estados internos que podem ou não existir, mas comportamentos que podem ser diretamente observados
- a instrução consiste na modelagem do comportamento desejável obtido através de estímulo-respostas

<u>Cognitiva</u>

- dá ênfase nos estados mentais internos ao invés do comportamento psicológico
- reconhece que uma ampla variedade de estratégias de aprendizagem deve ser empregada considerando o tipo de conhecimento a ser construído

4. Objetividade

Objetividade

Precisamente Focalizado ⟷ Não-focalizado

<u>Precisamente Focalizado</u>

- forma empregada em tutores e treinamentos

<u>Não-focalizado</u>

- forma empregada nos micro-mundos, simulações virtuais e ambientes de aprendizado

5. Seqüenciamento Instrucional

Seqüenciamento Instrucional

Reducionista ⟷ Construtivista

<u>Reducionista</u>

- o aprendizado sobre determinado conteúdo requer que todos os seus componentes sejam previamente entendidos

<u>Construtivista</u>

- o aluno é colocado em um contexto realístico, o qual irá requerer soluções de problemas, o apoio é introduzido de acordo com a necessidade individual do aluno

6. Validade Experimental

Validade Experimental

Abstrato ⟷ Concreto

Abstrato
- utiliza situações que não pertencem ao mundo real do aluno

Concreto
- se preocupa em sempre contextualizar o conteúdo apresentado situações da realidade

7. O papel do instrutor

O Papel do Instrutor

Provedor de Materiais ⟷ Agente Facilitador

Professor - provedor de materiais
- o programa instrutor é considerado "o dono do conhecimento"

Agente Facilitador
- o programa instrutor é visto como uma fonte de orientação e consulta

8. Valorização do Erro

Valorização do Erro

Aprendizado sem erro ⟷ Aprendizado com a experiência

Aprendizado sem erro
- as instruções são organizadas de maneira que o aluno é induzido a responder corretamente

Aprendendo com a experiência
- apoia-se na máxima "a experiência é o melhor professor". Provê oportunidades para que o aluno aprenda com seus próprios erros

9. Motivação

Motivação

Extrínseca ⟷ Intrínseca

Extrínseca
- a motivação vem de fora do ambiente de aprendizado

Intrínseca
- integrada ao ambiente de aprendizado

10. Estruturação

Estruturação

Alta ⟷ Baixa

Alta
- os caminhos são previamente determinados

Baixa

- uma série de opções é oferecida de modo que o aluno possa escolher a ordem que desejar

11. Acomodação de Diferenças Individuais

Acomodação de Diferenças Individuais

Não existente ⟷ Multi-facetada

Não existente

- considera os indivíduos iguais (homogêneos)

Multi-facetada

- leva em consideração a diferença entre os indivíduos

12. Controle do Aluno

Controle do Aluno

Não existente ⟷ Irrestrito

Não existente

- Todo o controle pertence ao programa

Irrestrito

- O aluno decide que seções estudar, que caminhos seguir, que material utilizar.

Obs.: Ainda é uma questão em aberto até que ponto o controle irrestrito é benéfico. Embora essa classificação esteja na posição à direita.

13. Atividade do Usuário

Atividade do Usuário

Matemagênico ⟷ Generativo

"Matemagênico"

- ambientes de aprendizagem, nos quais pretende-se capacitar o aluno a "acessar várias representações do conteúdo"

Generativo

- ambientes de aprendizagem que engajam o aluno no processo de criação, elaboração ou representação do conteúdo.

14. Aprendizado Cooperativo

Aprendizado Cooperativo

Não-suportado ⟷ Integral

Não-suportado

- não permite o trabalho cooperativo entre alunos (em pares ou grupos)

Integral

- permite o trabalho cooperativo de modo que os objetivos sejam compartilhados, beneficiando o aluno tanto instrucionalmente quanto socialmente

Como resultado parcial deste estudo em andamento, apresentamos uma experiência com a avaliação do produto " Cidade da Matemática" .

DADOS GERAIS

Sobre o Software:

Título: " Cidade da Matemática"
Modalidade: Exercício/Prática
Fabricante: Editora Ática **Ano**: 1996
Versão: 1.0
Público Alvo: Crianças de 7 a 10 anos. (1ª à 4 ª séries do Ensino Fundamental)
Objetivo: Fixar os conceitos matemáticos trabalhados na sala de aula. (Conjuntos, Composição Numérica, Operações matemáticas, frações, resolução de problemas).

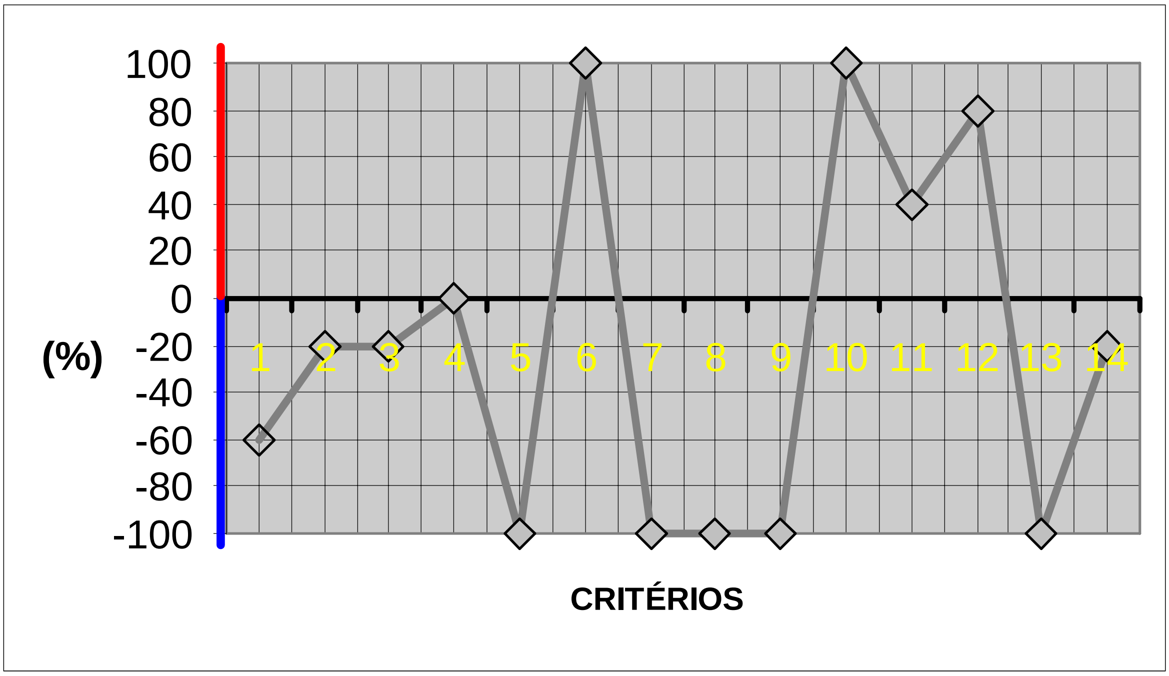
Sobre o Equipamento:

Configuração recomendada:

- Computador PC 486 ou superior, Windows 3.1 ou superior; 8 MB de memória RAM, 6 MB de espaço livre em disco; Monitor VGA ou superior com 256 cores; Mouse; placa de som soudblaster ou 100% compatível.

Data da Avaliação: Setembro /1998

CRITÉRIOS PEDAGÓGICOS



LEGENDA DOS CRITÉRIOS

1 - EPISTEMOLOGIA: Objetivista ← → Construtivista
2 - CRITÉRIOS PEDAGÓGICOS: Instrutivista ← → Construtivista
3 - PSICOLOGIA SUBJACENTE: Comportamental ← → Cognitiva
4 - OBJETIVIDADE: Precisamente Focalizado ← → Não Focalizado
5 - SEQUENCIAMENTO INSTRUCIONAL: Reducionista ← → Construtivista
6 - VALIDADE EXPERIMENTAL: Abstrato ← → Concreto
7 - O PAPEL DO INSTRUTOR: Provedor de Materiais ← → Agente Facilitador
8 - VALORIZAÇÃO DO ERRO: Aprendizagem sem Erro ← → Aprendizagem com experiência
9 - MOTIVAÇÃO: Extrínseca ← → Intrínseca
10 - ESTRUTURAÇÃO: Alta ← → Baixa
11 - ACOMODAÇÃO DE DIF. INDIVIDUAIS: Não Existente ← → Multi-Facetada
12 - CONTROLE DO ALUNO: Não Existente ← → Irrestrito
13 - ATIVIDADE DO USUÁRIO: Matemagênico ← → Generativo
14 - APRENDIZADO COOPERATIVO: Não-Suportado ← → Integral

Comentários Finais

Fundamentados no método de análise de software educacional de Thomas Reeves (1994), onde introduzimos uma inovação na apresentação gráfica da avaliação, utilizando a lógica *fuzzy*, de sorte a obter uma melhor visualização da mensuração de cada critério proposto, apresentamos um breve comentário a respeito da análise das potencialidades dos produtos.

Inicialmente, em uma observação assistemática, percebemos que os produtos de software analisados demonstraram boa performance computacional, interface agradável e robustez. Observamos, também, que os produtos não são capazes de manter a motivação inicial.

No entanto, ao utilizarmos o método selecionado notamos que os produtos evidenciam um paradigma clássico da educação identificado com os modelos tayloristas e fordistas representativos do início do século. Não constatamos inovações metodológicas de caráter pedagógico, identificamos a modalidade de exercício e prática e alguns jogos, sem gerar condições para uma efetiva construção do conhecimento. O produto analisado também não estimula a autonomia do aluno, a psicologia subjacente é comportamentalista, apresentando um grau bastante elevado do sequenciamento instrucional.

Acreditamos que os produtos de software educacional devem estar integrados nas atividades pedagógicas e que o produto analisado ainda não apresenta uma alta qualidade educacional e de conteúdo matemático. A qualidade da interface evidenciou qualidade na navegação, na carga cognitiva, na apresentação da informação e na funcionalidade. Sentimos falta do mapeamento das atividades matemáticas realizadas.

Pretendemos em futuro próximo desenvolver trabalhos relacionados à avaliação da qualidade da interface e verificar se através do uso de outras metodologias e/ou métodos conseguimos resultados similares.

Referências Bilbiográficas

Campos, Gilda Helena Bernardino de. **Avaliação da qualidade de produtos de software educacional para educação matemática**. Caderno Curricular para o curso de aperfeiçoamento de professores. Projeto CAPES-FAPERJ. Julho.1998.

Reeves, Thomas. **Systematic Evaluation procedures for interactive multimedia for education and training.** Multimedia computing: Preparing for the 21st centuty. Harrisburg, PA. Idea Group. 1994.

A MATEMÁTICA E A GEOMETRIA NAS LEIS DE KEPLER E DA GRAVIDADE.

Mathematics and Geometry in Kepler's law and in the garvity law

Renato J.C. Valladares[1]

Instituto de Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula – IEM/USU.

Este artigo foi transcrito da Revista de Ciência e Tecnologia números 11/12, volume 6 de junho de 1998.

PALAVRAS-CHAVE: - Formalização matemática; Geometria; Leis de Kepler; Gravitação.

KEYWORDS: Mathematical formalization; Geometry; Kepler's laws; Gravitation.

RESUMO

São dois os objetivos principais deste trabalho, ambos voltados para questões relativas ao ensino/aprendizagem, onde se pretende criar uma forte motivação matemática apresentando temas de interesse e importância indiscutíveis, cuja compreensão é viabilizada por esta ciência.

O primeiro objetivo é mostrar o grande alcance cultural da formalização matemática, usando como exemplo o enorme desenvolvimento da Física, Astronomia, Matemática e suas infinitas aplicações, ocorrido a partir do século XVI e que se estende até hoje.

O segundo objetivo dá seqüência a um painel apresentado na 3ª Reunião Especial da SBPC, realizada em Florianópolis, em maio

[1] Renato J.C. Valladares, Professor do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula - MEM/USU - R. Fernado Ferrari 75 Prédio VI s/ 1.205, Botafogo, Rio de Janeiro R.J. Cep: 22.231 - 040. Tel: (021)551-5542.

de 96. Neste é dada uma interpretação geométrica da gravidade que pode facilitar em muito, sua compreensão por parte dos estudantes.

Para alcançar estes objetivos, buscou-se o exemplo de fatos históricos bem conhecidos, onde fica claro que é necessário dispor do máximo de conhecimentos sobre uma dada questão, para que se possa dar a ela, a melhor solução possível.

Evidenciou-se, assim, a importância do estudo das diversas ciências e, em especial, da matemática, para o equacionamento de um problema real.

ABSTRACT

This paper has two main objectives, both of them related with the teaching/learning process, where we intend to build up strong motivation concerning Mathematics, presenting topics of unequivocal interest and importance, whose comprehension is made feasible through this science.

The first objective is to show the enormous cultural achievement of the Mathematical formalization, taking as an example the increasing development of Astronomy, Mathematics, Physics and their endless applicabilities, which started to occur in the 16th century and has been occurring until today.

The second objective gives sequence to a panel presented at the 3rd SBPC Special Meeting which took place in Florianópolis in May, 1996. The aim is to give a geometrical interpretation of Gravity, which can enlighten the students'comprehension.

To reach both objectives we looked for well-known historical facts that shows the real necessity of having better knowledge about certain question. So, the best solution comes naturally.

Therefore, we realized the importance of the study of Mathematics among other sciences and thus, have a bearing on the equation of a real problem.

INTRODUÇÃO: UMA CAMPANHA PARA REDUZIR OS AFOGAMENTOS.

Lendo o jornal O Globo de 17/09/95, pag. 16, lá estava uma reportagem sobre afogamentos nas praias do Rio de Janeiro. Sob o título "EM GERAL, AFOGADO MORA LONGE DA PRAIA", lia-se que de acordo com estatísticas do SALVAMAR, o perfil da maioria dos afogados é o seguinte: Homem solteiro que sabe nadar, com idade média de 22 anos e morando longe da praia. Lê-se ainda que o maior número de atendimentos dos guarda vidas se dá nos fins de semana ensolarados dos meses de janeiro e fevereiro, entre 10 e 14 horas

Imaginemos agora que o SALVAMAR decida promover uma campanha para reduzir os riscos de afogamento. Todos concordamos que as opções a seguir são inteiramente inadequadas:

1) As mensagens deveriam enfatizar que os banhistas estariam mais seguros não indo à praia entre 10 e 14 horas;

2) Similar ao item (1), alertando para os perigos existentes nos fins de semana ensolarados dos meses de janeiro e fevereiro.

3) Deve ser desestimulada a freqüência à praia, dos homens solteiros residentes longe do mar, que estejam na faixa dos 22 anos.

Não obstante nossa discordância com os itens acima, uma campanha enfatizando um ou mais dentre eles, pode acabar sendo bem sucedida. Afinal, não se pode negar que se a população for convencida a não ir à praia nos fins de semana ensolarados do verão, visto que nos outros dias do ano esta forma de lazer é menos atraente ou menos possível, a freqüência ao banho de mar terminaria por se reduzir. Consequentemente, o número de afogamentos também se reduziria. Fato semelhante ocorreria se os jovens solteiros deixarem de freqüentar a praia.

Entretanto, por mais que tal campanha pudesse reduzir os afogamentos, temos plena convicção que algo errado estaria. O erro, evidentemente, está no custo excessivamente alto a ser pago pela solução, a qual privaria uma parte significativa da população de uma importante opção de lazer, reduzindo assim, as potencialidades da sociedade no equacionamento dos seus problemas, maximizando os benefícios das soluções encontradas.

Observa-se, assim, que as estatísticas feitas pelo Salvamar, embora mostrem o problema dos afogados, não são suficientes para apontar as melhores soluções. Novos estudos devem ser feitos, buscando maiores e melhores informações sobre a questão.

OS NÍVEIS DO CONHECIMENTO E DAS SOLUÇÕES.

A situação imaginada anteriormente deixa claro que para maximizar os benefícios da solução de um problema, deve-se obter o máximo de informações sobre todas as questões envolvidas.

Assim, para exercitar o raciocínio, vamos supor a existência de uma sociedade com um problema de afogamentos semelhante ao que foi descrito, mas cujo único conhecimento disponível para resolvê-lo fosse a estatística do Salvamar. Para fixar idéias, diremos que esta sociedade tem conhecimento de nível 1 sobre o problema, e que a solução apresentada tem eficácia de nível 1.

Como é evidente que a solução de nível 1 não é satisfatória (mesmo para quem hipoteticamente desconheça a existência de um solução melhor), é de se esperar que a tal sociedade faça um esforço no sentido de adquirir mais conhecimento sobre o assunto, com o objetivo de elevar o nível de sua solução.

Mantidas as devidas proporções, foi mais ou menos isto que aconteceu com o conhecimento da astronomia, da mecânica e da matemática nos séculos XVI e XVII, como veremos na seqüência.

DE PTOLOMEU A COPÉRNICO.

Como é do conhecimento geral, até o meado do século XVI, o sistema aceito na astronomia era o geocêntrico, concebido na antigüidade por Ptolomeu e que considerava a Terra como o centro do Universo. A alternância de dias e noites era explicada por um suposto movimento da abóboda celeste que, levando consigo todos os astros, inclusive o Sol, diariamente executava uma rotação completa em torno da Terra, considerada imóvel em coerência com o senso comum.

As estrelas eram consideradas fixas na abóboda celeste. Limitava-se, assim, sua movimentação, à volta diária ao redor da Terra, dada por esta abóboda. O aparente deslocamento anual do Sol através das constelações zoodiacais, ocasionando a alternância das 4 estações, era visto como conseqüência de uma suposta rotação anual deste astro em torno da Terra, segundo uma órbita circular denominada círculo deferente. A Lua tinha um movimento similar e o seu círculo deferente, assim como o do Sol, eram ambos centrados na Terra.

Já para os planetas então conhecidos, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno (a Terra não era considerada planeta), admitia-se uma movimentação mais complicada, uma vez que órbitas circulares centradas na Terra não eram capazes de explicar o movimento retrógrado destes astros, que ocasionalmente tinham invertido o sentido de seu deslocamento através das constelações zoodiacais.

Concebeu-se então para explicar o movimento planetário, um sistema de epiciclos, cuja proposição era de que os planetas percorressem órbitas circulares, cujos centros por sua vez também descrevessem circunferências, os círculos deferentes, centrados na Terra (Fig. 1).

Fig.1. Movimento planetário num sitema de epiciclos.

A alternância de dias e noites; das quatro estações do ano, bem como o movimento dos planetas estavam satisfatoriamente explicados para as necessidades práticas da época, tais como a pecuária, a agricultura e a navegação. Esta última era feita próxima á costa ou no máximo, atravessando o Mar Mediterrâneo que se situa bem ao norte da linha do Equador e tem sua maior extensão no sentido Leste-Oeste, ocupando no sentido Norte-Sul, cerca de 7 graus da esfera terrestre. Assim, navegar no Mediterrâneo impunha uma variação pequena de latitude e prendia o navegante na parte superior do hemisfério norte, possibilitando que a observação de uns poucos astros (Sol, Lua, Estrela Polar, etc.) fosse suficiente para orientar a navegação. O pensamento religioso, consolidado ao longo de muitos séculos, estava perfeitamente adaptado a esta visão do Universo e a atribuía à criação divina.

Em outras palavras, o nível de conhecimento astronômico oferecido pelo sistema geocêntrico permitia encontrar soluções de nível satisfatório para os problemas práticos da época.

Tudo teria continuado assim, não fosse a ocorrência de fatos históricos bem conhecidos que por volta do século XV impuseram a alguns povos europeus a imperiosa necessidade de navegar pelo mundo afora. Os navios abandonaram a segurança das águas costeiras ou mediterrânicas e ganharam o Atlântico no rumo do mar aberto. Os barcos que foram para o Sul em breve se defrontaram com um céu diferente. A Estrela Polar desapareceu e em seu lugar surgiram novas constelações. Os planetas, entretanto, continuavam lá como uma promessa de orientação para os navegantes que sabiam muito bem que quando só se vê o mar e o céu, somente neste último podem encontrar o seu caminho.

Fazia-se, portanto, necessária a orientação pelos planetas. Como o geocentrismo, por usar a Terra como referencial, tornava complicado o movimento destes astros, em muito pouco tempo o recurso dos epiciclos, que não passava de uma aproximação das órbitas referenciadas à Terra, mostrou sua insuficiência para dar a confiabilidade que se fazia necessária.

A procura de uma solução melhor para tal problema impôs, desta forma, a melhora do nível de conhecimento do movimento planetário. A princípio, ampliou-se a idéia dos epiciclos, admitindo-se que os planetas moviam-se em órbitas que eram combinações de diversos círculos, sendo que o último deles era um círculo deferente centrado na Terra.

Se por um lado tal concepção explicava melhor a movimentação destes astros, por outro lado tornava extremamente complicadas as suas órbitas, tornando praticamente impossível que um planeta pudesse orientar um navegante em meio ao oceano, a bordo de uma precária caravela que, de acordo com a tecnologia da época, dispunha de pouquíssimos recursos de apoio à navegação.

A suposta elevação de nível do conhecimento sobre o movimento dos planetas, não tinha a correspondente elevação de nível da solução do problema prático a que se propunha. Algo portanto, devia estar errado na teoria dos epiciclos.

Só havia uma maneira de saber, pesquisar mais e, principalmente, pesquisar melhor sobre os planetas. Foi aí que surgiu a genialidade do astrônomo polonês Nicoláu Copérnico que em 1543, publicou o livro "De Revolutionibus Orbium Celestium", onde era apresentada a concepção heliocêntrica, aceita até hoje, que apresentava o Sol como centro do sistema planetário, do qual a Terra era um simples planeta, que como os demais, orbitava em torno do Sol fazendo um movimento anual de translação que do ponto de vista de quem estava na Terra, dava a impressão que o Sol é que se deslocava através das constelações, conforme pode ser observado na figura 2.

Fig.2. Órbita da Terra em torno do Sol.

A alternância de dias e noites era explicada por um movimento de rotação que a Terra (já concebida com a forma esferoidal) descrevia em torno de si própria, com duração de um dia.

O movimento dos planetas passou a ser descrito de forma simples, ao alcance da compreensão de qualquer marinheiro, sendo que o deslocamento retrógrado, calcanhar de Aquiles do sistema geocêntrico, tornou-se perfeitamente explicável e mesmo previsível como um movimento aparente causado pela composição dos movimentos da Terra e de cada um dos planetas em redor do Sol (Fig. 3).

Fig.3. Composição de movimentos da Terra e de cada planeta ao redor do Sol.

O curioso disto tudo é que os inquisitores da Igreja, tão atentos a tudo aquilo que pudesse ser visto como uma heresia, não perceberam de pronto o quanto de revolucionário havia no trabalho de Copérnico, entendendo-o como sendo apenas um método geométrico muito prático para os navegantes calcularem as posições dos planetas no céu, e não como uma nova concepção do mundo que transformava num simples "subúrbio" a Terra que, na concepção religiosa, era a parte mais importante do Universo e, portanto, o centro das atenções divinas.

Não foi, entretanto, necessário muito tempo para que este aspecto herege fosse percebido e os defensores do sistema heliocêntrico fossem perseguidos pela inquisição. São bem conhecidos os caso de Giordano Bruno, condenado à morte em 1600 e de Galileu Galilei, que alguns anos mais tarde foi obrigado a reconhecer publicamente o cunho herege dos resultados de suas pesquisas.

Mas, a repressão religiosa não foi suficiente para calar a nova ciência que então surgia. Astrônomos, matemáticos, cartógrafos e assemelhados continuaram adotando e pesquisando o sistema heliocêntrico. Novos fatos eram descobertos continuamente, aperfeiçoando e fundamentando as descobertas de Copérnico, tornando-as irreversíveis.

No fim do século XVI, o astrônomo alemão Johannes Kepler baseado em fatos obtidos em longas observações que davam continuidade ao trabalho de outro astrônomo, o dinamarquês Tycho Brahe, enunciou suas famosas leis do movimento dos planetas, que explicavam com grande precisão o deslocamento destes astros através das constelações. A seguir, transcreveremos a primeira destas leis.

Primeira lei de Kepler: *Cada planeta (inclusive a Terra) se move por uma órbita em forma de elipse ao redor do Sol, que ocupa um de seus focos.*

Tal lei corrigia um erro que foi cometido por Copérnico e que talvez tivesse sido uma derradeira influência do geocentrismo no espírito daquele sábio, o qual dizia que as órbitas dos planetas eram circulares e centradas no Sol.

Pouco mais de meio século mais tarde, o matemático inglês Isaac Newton descobria, em suas pesquisas, as leis fundamentais da mecânica e da gravitação universal que preconizavam regras gerais e abstratas que se aplicavam a todos os astros que se movessem no universo. Para fazer estas descobertas, Newton, dentre outros conhecimentos, baseou-se nas leis de Kepler.

As pesquisas de Newton possibilitaram uma demonstração matemática para as leis de Kepler, que como foi visto, estavam na própria base das pesquisas de Newton. Formou-se assim, um ciclo extremamente promissor onde a observação dos fatos e a abstração motivada por esta observação se alternavam e se completavam, possibilitando o enorme avanço científico que todos nós conhecemos.

É interessante destacar que hoje, passados quase quatro séculos das descobertas destes fatos, qualquer estudante com quatro semestres de formação matemática universitária pode entender perfeitamente as suas demonstrações. Este sem dúvida, é um dos muitos frutos colhidos pela humanidade, no fértil campo plantado pelos Copérnicos, Keplers, Galileus e Newtons da vida.

O PORQUE DA FORMALIZAÇÃO MATEMÁTICA.

Tendo em vista que as descobertas de Copérnico aperfeiçoadas pelas leis de Kepler já forneciam elementos suficientes para um cálculo bem preciso da posição de um planeta, cabe aqui questionar sobre a importância de uma fundamentação matemática para aquelas descobertas.

A primeira resposta ao questionamento se encontra onde foi visto que a formulação matemática destas leis, as tornou acessíveis a um número muito maior de pessoas, democratizando o seu conhecimento, fazendo progredir a ciência e, por extensão, a humanidade.

A segunda resposta decorre do fato de que por mais exatas que tivessem sido as observações de Kepler, haveria sempre a possibilidade delas não estarem totalmente corretas (como de fato não estavam! Veja a terceira resposta adiante). Assim é que baseado nesta suposição o astrônomo italiano Giovanni Cassini apresentou em 1680 as curvas hoje conhecidas como ovais de Cassini e que propunham um modelo alternativo às elipses de Kepler para as órbitas dos planetas. Em 1687, as descobertas de Newton puseram fim às dúvidas levantadas por Cassini.

Como este último foi um astrônomo brilhante, autor de diversas descobertas significativas sobre os satélites e os anéis de Saturno além de ter feito importantes observações sobre os movimentos da Lua, cabe especular se não foi ao ser matematicamente convencido da veracidade das leis de Kepler que ele sentiu-se liberado da tentativa de contestá-las e assim, canalizar o seu talento em direções mais produtivas.

A terceira resposta leva em conta o fato de o modelo matemático usado para mostrar as leis de Kepler envolver apenas dois astros; o Sol e um planeta. Como no sistema solar existe mais de um planeta, além de outros astros, cujos campos gravitacionais interagem, ficou logo claro que o modelo teórico usando apenas dois astros devia chegar a um resultado diferente do modelo real. Como o modelo teórico chega a equações que descrevem uma órbita elíptica percorrida de uma forma muito precisa, concluiu-se que na prática, as órbitas não deviam ser bem assim.

Observações mais detalhadas não tardaram a mostrar que isto efetivamente ocorria; isto é, as órbitas dos planetas eram imperfeitas relativamente ao modelo teórico. As imperfeições, então denominadas *perturbações*, eram confirmadas pelas leis de Newton.

Ao fim de algum tempo foram criados modelos matemáticos que descreviam, justificavam e previam as perturbações nas órbitas dos diversos planetas. Este estudo teve o mérito de transformar as perturbações em vantagens, capitalizando-as pela ciência e, assim, colhendo-se diversos frutos como, por exemplo, o que veremos em seguida.

No ano de 1781 o astrônomo inglês William Herschel descobriu o planeta Urano e em decorrência disto, muitos astrônomos dedicaram-se aos estudos necessários para o cálculo da órbita do novo astro. Nestes cálculos foram detectadas perturbações que não podiam ser atribuidas à influência dos planetas conhecidos. Conjecturou-se então a hipótese de existir um oitavo planeta ainda desconhecido, mas que seria o responsável por aquelas perturbações.

“Transformava-se assim, pela primeira vez, um problema astronômico num problema matemático” [1]. A questão foi resolvida simultaneamente e de forma independente pelos matemáticos Le Verrier (francês) e Adams (inglês) que chegaram à conclusão que efetivamente devia haver um outro planeta, cuja localização foi muito bem determinada. Faltava, entretanto, descobrir o tal planeta.

Finalmente, seguindo as indicações de Le Verrier e Adams, o astrônomo alemão Galle, em 1846 ao vasculhar o céu com suas lentes, realizou a descoberta física de Netuno, cuja existência matemática fora determinada tempos antes. Entre a localização prevista pelos matemáticos e aquela efetivamente ocupada pelo planeta, havia uma diferença mínima.

É interessante notar que o tempo decorrido entre as descobertas dos dois planetas, 65 anos, é bem menor que a duração de uma volta completa de Urano em redor do Sol (84 anos). Isto significa que a possibilidade matemática de descrever a órbita de Urano viabilizou todas as informações necessárias à descoberta de Netuno, antes que o próprio Urano efetivamente a percorresse.

A descoberta de Plutão, já no século XX, seguiu mais ou menos os mesmos passos.

Ainda foram notadas algumas perturbações na órbita de Mercúrio, que a princípio levaram à conjectura da existência de um décimo planeta, interior a Mercúrio. Até o ponto em que estamos informados, tal hipótese hoje está descartada, pois estudos feitos com base na teoria da relatividade atribuem estas perturbações à curvatura do Universo nas proximidades do Sol, ocasionada pelo forte campo gravitacional.

A quarta resposta leva em conta o aspecto “verdade geral” que a fundamentação matemática empresta às leis da natureza, libertando-as dos limites impostos pelas condições em que foram originalmente concebidas. Para isto, basta considerar que por melhores que tivessem sido as pesquisas que determinaram as leis de Kepler, elas se basearam apenas nas observações dos planetas conhecidos na época. Assim, ao ser descoberto um novo planeta, haveria sempre a hipótese de sua órbita não ser kepleriana. Isto dificultaria enormemente a determinação dos seus movimentos, uma vez que estes estudos teriam que começar da estaca zero.

Como se isto não bastasse, realizações técnico-científicas que têm ocorrido de forma sistemática a partir da segunda metade do século XX seriam enormemente dificultadas por um eventual desconhecimento matemático das leis de Kepler. Para aquilatar estas dificuldades, basta pensar no problema sério em que se tornaria o cálculo da órbita de um satélite artificial, antes do seu lançamento. As conseqüências destas dificuldades teriam repercussão dramática nas comunicações, na navegação aérea e marítima, na astronáutica, na astronomia e, por extensão, em praticamentes todas as atividades humanas.

Enfim, é muito difícil imaginar como seria o mundo de hoje, sem o conhecimento matemático das leis de Kepler.

Tais considerações nos levam à seguinte especulação: Só para efeito de raciocínio, admitamos que não tivesse sido dada uma formulação matemática para as leis de Kepler. Neste caso, a exemplo do que fez Cassini, muitos astrônomos iriam buscar defeitos nestas leis. Como tais defeitos efetivamente existem sob a forma das perturbações citadas na terceira resposta, mais dia menos dia, eles seriam detectados. Em conseqüência, as leis de Kepler teriam sido superadas e o desenvolvimento científico teria seguido em outras direções.

Cabe portanto especular: Quais seriam estas direções? Como teria se dado o desenvolvimento da humanidade? Como seria o mundo de hoje?

UMA VISÃO GEOMÉTRICA DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL.

É sabido que "*matéria atrai matéria na razão direta do produto de suas massas e na razão inversa do quadrado da distância*". De tal forma conhecemos e acreditamos nesta lei formulada por Isaac Newton na penúltima década do século XVII, que não nos preocupamos em formular perguntas do tipo "por que exatamente o quadrado da distância? Por que não a própria distância, seu cubo ou seu logaritmo?" Embora hoje não se façam mais estas perguntas, um dia elas foram feitas, como se pode depreender da leitura de [3] pp. 709/713. A interpretação cuidadosa dos fatos indicou a resposta certa.

Em apoio às razões que levam à gravitação universal, dando seqüência a [4], apresentaremos uma de cunho geométrico, extremamente simples, que embora não sendo uma demonstração, é forte o bastante para criar a expectativa da gravidade ser (como de fato é) inversamente proporcional ao quadrado da distância.

Não é difícil aceitar que a força de gravidade que um astro A exerce sobre um ponto material p situado a uma distância d, incida igualmente sobre qualquer outro ponto distante d de A. Isto é, a força gravitacional se distribui de maneira uniforme ao longo da região eqüidistante d de A, devendo portanto, incidir de maneira tão mais fraca em cada um de seus pontos, quanto maior for a área da região (Fig.4).

Fig.4. Esquematização da força gravitacional.

Como esta região é justamente a esfera E de centro A e raio d, segue-se que a força gravitacional que incide em cada ponto de E deve ser inversamente proporcional à sua área.

Mas a área da esfera é diretamente proporcional ao quadrado do raio d e, por conseguinte, a força exercida por A sobre p, deve ser inversamente proporcional ao quadrado da distância d.

Considerações similares, levam-nos a crer que o brilho de uma estrela é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Isto é verdade (veja [1] pag 403).

Aprofundando os raciocínios acima, é fácil admitir que a força gravitacional em um suposto Universo n-dimensional seja inversamente proporcional à potência n-1 da distância. Este assunto é tratado em [4] e em outro artigo que estamos preparando.

CONCLUSÃO

De tudo o que foi visto, pode-se concluir a importância da formulação matemática dos problemas colocados pela vida, em geral, e pela ciência, em especial. Uma boa interpretação matemática para uma determinada questão, possibilita um melhor entendimento de muitos aspectos envolvidos e, não raro, conduzem a uma solução abrangente que ultrapassa os limites do problema original, possibilitando generalizar muitos dos métodos desenvolvidos, para outras situações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

[1]- Bakulin, P.I. e outros. Curso de Astronomía General. Editorial Mir, Moscou - 1983.

[2]- Boorstin, Daniel. Os descobridores. Editora Civilização Brasileira. Rio de Janeiro - 1989.

[3]- Simmons, George. Cálculo com Geometria Analítica. Mc Graw-Hill Editora. São Paulo - 1988.

[4]- Valladares, Renato J.C. - Porque a Gravidade é Inversamente Proporcional ao Quadrado da Distância? - Anais da 3ª Reunião Especial da SBPC, Florianópolis, 1996 - pag. 419.

CURIOSIDADE

Franca Cohen Gottlieb
IEM/USU

Deu no JB (Jornal do Brasil) de domingo, 14 de fevereiro de 1999, na coluna LÍNGUA VIVA do Prof. Sérgio Nogueira Duarte :

O caso

O caso de hoje é a carta do leitor Paulo de Azevedo, do Rio de Janeiro. É um caso curioso e discutível :

"Todas as crianças de zero a oito anos devem ser vacinadas no próximo domingo contra..."

Embora seja uma frase perfeitamente compreensível, eu também acho estranha essa história de uma criança ter zero ano. Ninguém diz que uma criança de oito meses tem 0,8 ano de idade. No meu modo de ver, bastaria dizer : "Todas as crianças de até oito anos de idade..."

Respondemos :

Rio de Janeiro, 8 de março de 1999

Querido professor Nogueira Duarte,

Sou assídua leitora de suas colunas **"Língua Viva**" e sua grande admiradora. Você consegue, de uma maneira leve e brincalhona, apontar e tentar corrigir os numerosos erros de linguagem que todos nós, em nossa maneira comum de nos comunicar, costumamos fazer.

Quero, porém, apontar um senão em seu artigo de 14/02/99. Você escreve:

"Ninguém diz que uma criança de 8 meses, tem 0,8 ano de idade"

Ora, não diz nem deveria dizer, pois 8 meses não correspondem a 0,8 ano. Para representar frações da unidade usamos, entre outros, o sistema decimal. Como a palavra diz, no sistema decimal contamos de dez em dez e, por isto, 0,8 significa oito décimos da unidade. Se a unidade é anos, os meses, que são doze em um ano, não representam cada um, um décimo de ano e sim um doze avo. Logo oito meses, são oito doze avos do ano. Por uma simples regra de três, chamando de x o número de décimos do ano, temos:

$8 : 12 = x : 10$ de onde $x = 6{,}666...$ décimos do ano

A criança de 8 meses tem 0,666... anos. É evidente que ninguém há de se referir a 8 meses daquela maneira e, por isto, concordo com você em sua conclusão: é preferível, em lugar de dizer "crianças de zero a oito anos" dizer "crianças até oito anos de idade".

Um abraço amigo,

O Professor Sérgio Nogueira Duarte, com o fino humor que o caracteriza, publicou no mesmo JB, em 14/3/99:

Mea culpa

Deu na Língua Viva: "Ninguém diz que uma criança de oito meses tem 0,8 ano de idade."

Meus leitores me alertam:

"Não dizem nem poderiam dizer. Afinal das contas um ano não tem dez meses, e sim doze."

É, colunista burro, mal entende das letras e quer fazer piada com os números. Bem feito!

"Os leitores têm razão. Foi uma "batatada matemática".

Esta troca de correspondência, junto com a coluna provocadora, foi usada como objeto disparador de discussão pelo Prof. Renato José da Costa Valladares do IEM/USU em março de 1999 em uma aula do Curso de Aperfeiçoamento de Professores do Ensino Médio que está ocorrendo na Universidade Santa Úrsula durante o ano letivo de 1999 e que integra o convênio CAPES/FAPERJ.