Neste quadro a solução da questão está registrada na 1ª linha.

Grupo D:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1ª | 8 | 15 | 29 | 57 | 113 | 225 | 449 |
| 2ª | 16 | 30 | 58 | 114 | 226 | 450 | 2 |
| 3ª | 32 | 60 | 116 | 228 | 452 | 4 | 4 |
| 4ª | 64 | 120 | 232 | 456 | 8 | 8 | 8 |
| 5ª | 128 | 240 | 464 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| 6ª | 256 | 480 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 7ª | 512 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 |
| | 128 | 128 | 128 | 128 | 128 | 128 | 128 |

A solução do grupo D é uma resposta "quase" idêntica ao do grupo C, eles representam por 1ª , 2ª ,.... e 7ª as partidas deixando o momento final em branco, de certa forma, esta indicação aparece num lugar oposto a solução anterior. Não indicam o que as colunas estão representando.

Grupo E:

| Joga-<br>dores | 1ª Partida | 2ª P. | 3ª P. | 4ª P. | 5ª P. | 6ª P. | 7ª P. | FINAL |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | X=2+<br>225+113+<br>57=29+<br>15+8=<br>X=449 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| B | 225 | X=2+<br>226+<br>114+58+<br>30+16+4<br>X=450 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| C | 113 | 226 | X=8+<br>228+<br>116+60+<br>32+8<br>X=452 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| D | 57 | 114 | 228 | X=3.8+<br>232+120+<br>64+16=<br>X=456 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| E | 29 | 58 | 116 | 232 | X=4.16+<br>240+<br>128+32<br>X=464 | 32 | 64 | 128 |
| F | 15 | 30 | 60 | 120 | 240 | X=5.32+<br>256+64<br>X=480 | 64 | 128 |
| G | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | X=6.64+<br>128<br>X=512 | 128 |

A solução do grupo E é um retorno a solução apresentada pelo grupo A, neste caso deixam registrados os cálculos de cada perdedor e trazem os registros do que representam linhas e colunas, nomeiam os sete jogadores por A, B, C, D, E, F e G. também definem o momento posterior a sétima partida como o final, assim como apresentou o grupo B.

Grupo F:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7ª | 128 | 128 | 128 | 128 | 128 | 128 | 128 |
| 6ª | 512 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 | 64 |
| 5ª | 256 | 480 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 4ª | 128 | 240 | 464 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| 3ª | 64 | 120 | 232 | 456 | 8 | 8 | 8 |
| 2ª | 32 | 60 | 116 | 228 | 452 | 4 | 4 |
| 1ª | 16 | 30 | 58 | 114 | 226 | 450 | 2 |
| | 8 | 15 | 29 | 57 | 113 | 225 | 449 |

896

A solução do grupo F é simétrica (a simetria é visualizada se tomarmos um eixo imaginário horizontal) em relação a solução do grupo D, aqui o momento inicial não é nomeado.

Como podemos perceber são diferenças sutis, mas que expressam o pensamento de cada grupo. Uma ansiedade inicial dos grupos era encontrar um modelo algébrico para resolver a atividade proposta. Os grupos tiveram dificuldades de entendimento, e, em sua maioria partiram diretamente para uma solução algébrica. Questionamos os grupos para que a partir de suas soluções, apresentadas acima, chegassem a uma generalização, procurassem um padrão, enfim analisassem os dados dispostos nas tabelas. Algumas tentativas foram feitas, em sua maioria utilizando observações sobre as tabelas construídas. Nenhum grupo chegou a uma solução expressa por um modelo algébrico.

Ilustraremos a seguir essas observações feitas por alguns grupos, para melhor compreender essas observações o leitor deve se remeter à tabela referente a cada grupo. Mesmo aquelas observações expressas através de símbolos, encontram-se associadas à tabela, elas não são afirmações gerais, desvinculadas da estratégia utilizada para solucionar o problema proposto.

Grupo B

Em particular:

- Tomando os elementos de uma diagonal, da direita para esquerda, as diferenças entre eles, tomados dois a dois, vão dobrando de valor ou podem ser vistos como uma seqüência de potências de base 2.

- Retirando da tabela um quadrado qualquer de 4 elementos, os mesmos formam uma proporção, uma vez que o produto dos meios equivale ao produto dos extremos.

- Tomando um quadrado qualquer, podemos vê-lo como uma matriz onde o produto dos elementos da sua diagonal principal é igual ao produto dos elementos da respectiva diagonal secundária.

- Observamos que as matrizes citadas no parágrafo anterior possuem determinante nulo.

- Considerando as quantias iniciais, aquelas da primeira rodada, a diferença entre elas formam uma PG de razão $q = 2$.

Grupo D

- Formamos a matriz $A\ (a_{ij})_{7\times7}$ onde $i \rightarrow$ jogada e $j \rightarrow$ jogador. Cada elemento de sua diagonal secundária pode ser expresso através da relação: $2a_{ij-1} - 2^{i-1}$.

- Esta relação acontece sempre que $i < j$

Se $i > j$ vale a relação $a_{ij} = 2^{i-1}$.

- Outra observação:

| | |
|---|---|
| $2^3$ | $2^4 - 2^0$ |
| $2^4$ | $2^5 - 2^1$ |
| $2^5$ | $2^6 - 2^2$ |
| $2^6$ | $2^7 - 2^3$ |
| $2^7$ | $2^8 - 2^4$ |
| $2^8$ | $2^9 - 2^5$ |
| $2^9$ | $2^{10} - 2^6$ |

- Observamos que o valor que cada jogador tinha no início era obtido $2^3 + 7n$, onde $1 \leq n \leq 6$

Grupo F

64x 32x 16x 8x 4x 2x x

$64x = 128 \quad x = 128/64 \quad x = 2$

$x^7 = 128 \quad x^7 = 2^7 \quad x = 2$

O livro do qual retiramos a atividade dos sete jogadores apresenta um esboço da solução que apresentaremos abaixo. Mesmo sendo um livro que propõe que se Aprenda Álgebra brincando, ele ao apresentar a solução, dá alguns saltos pressupondo que o leitor possua habilidade para concluir o que foi feito.

## Solução "Algébrica"

O dinheiro que circulou era o mesmo todo o tempo do jogo, isto é 7 vezes 128,00, perfazendo o total de R$ 896,00.

Essa observação é feita por alguns grupos e os grupos C e F deixam esse valor registrado próximo a tabela.

Chamando a quantia do primeiro a perder no jogo de y. Ele tinha y dinheiro, restando 896 – y. Depois da primeira mão ele pagou e fica com y – ( 896 – y) ou seja 2y – 896.

Nesta etapa o autor faz uma manipulação algébrica relativamente simples, $y - (896 - y) = y - 896 + y = 2y - 896$, essa transformação tem por objetivo visualizar o número 2 (dois) e suas potências.

Depois da segunda partida seu capital dobrou $2\,(2y - 896)$

Depois da terceira mão $2^2\,(2y - 896)$

Depois da quarta mão $2^3\,(2y - 896)$

Depois da quinta mão $2^4\,(2y - 896)$

Depois da sexta mão $2^5\,(2y - 896)$

Observe que o autor usa a expressão "depois da primeira mão", "depois da segunda mão", a confusão que aparece nos registros dos grupos em relação ao último momento, ou 8° momento ou momento final relaciona-se com essa interpretação, só seria possível avaliar quanto jogador tinha após realizada a partida e um dos jogares fosse o perdedor.

Depois da sétima mão ele fica com $2^6\,(2y - 896) = 128$.

Assim podemos determinar o valor do primeiro jogador a perder: Y=449

Procurando não seguir o procedimento usual dos manuais de Matemática, temos:

$2^6\,(2y - 896) = 128$

$2y - 896 = 128 : 2^6$

$2y - 896 = 2^7 : 2^6$

$2y - 896 = 2$

$2y = 2 + 896$

$2y = 898$

$y = 898 : 2$

$y = 449$

Se a partir do valor de Y retornarmos substituindo y nas expressões acima, teremos quanto o jogador Y tinha de dinheiro ao final de cada partida, esses valores podem ser vistos em todas as tabelas, são eles:

$2y - 896 = 2.\,449 - 896 = 2$

$2\,(2y - 896) = 4$

$2^2\,(2y - 896) = 8$

$2^3\,(2y - 896) = 16$

$2^4\,(2y - 896) = 32$

$2^5\,(2y - 896) = 64$

$2^6\,(2y - 896) = 128$

Procedendo da mesma forma, o jogador que perdeu a segunda partida, inicia o jogo com a quantia z, após a primeira partida ele ficou com 2z.

Lembre-se que esse jogador após a primeira partida onde não foi o perdedor, ele dobra seu capital, por isso 2z.

Após a segunda, a qual ele perdeu, ele fica com 896 –2z, restando 2z – (896 –2z) ou seja, 4z – 896.

Depois da terceira $2\,(4z - 896)$

Depois da quarta mão $2^2\,(4z - 896)$

Depois da quinta mão $2^3\,(4z - 896)$

Depois da sexta mão $2^4\,(4z - 896)$

Depois da sétima mão ele fica com $2^5\,(4z - 896) = 128$. Assim podemos determinar o valor do segundo jogador a perder: $Z = 225$

Todo o processo se repete, mas observe que há uma diferença entre a expressão relativa ao primeiro jogador e a expressão do segundo jogador, o que não nos impede que possamos a partir daí, intuir uma regularidade.

Vejamos:

1º jogador a perder: $2^6\,(2y - 896) = 128$

2º jogador a perder $2^5\,(4z - 896) = 128$

O expoente do dois que está fora dos parênteses diminui de uma unidade, ou seja, dividimos por 2, enquanto no número que multiplica a letra se escrito em potência de 2, seu expoente aumenta de uma unidade, ou seja dobra.

Percebendo essa regularidade, então é possível escrever as outras Expressões relativas ao 3º, 4º, 5º, 6º e 7º jogador.

O terceiro perdedor $2^4$ (8t – 896) = 128

O quarto perdedor $2^3$ (16h – 896) = 128

O quinto perdedor $2^2$ (32j – 896) = 128

O sexto perdedor 2 (64r – 896) = 128

O sétimo perdedor $2^0$ (128s – 896) = 128

Resolvendo cada uma dessas equações de maneira similar à resolução da primeira encontraremos, t = 113, h = 57, j = 29, r = 15 e s= 8.

É importante analisar que cada representação algébrica está expressa nas tabelas construídas pelos grupos, mas uma associação da resposta "com números" a resposta "com letras" não é algo simples, exige análise. Pensar sobre a solução numérica, não implica na percepção de um caminho para uma "solução com letras", isto é uma expressão geral.

Por outro lado, apresentar simplesmente a solução do autor, sem fazer com que os aprendizes vivenciem o processo de busca pela solução, seria perder o pensamento e as discussões que surgem nos grupos.

Terminamos este relato enfatizando que a preocupação do professor com o seu *fazer matemático,* só faz sentido se modificamos o *fazer pedagógico* nos cursos oferecidos ao professor. Embora, na maioria das vezes o professor esteja envolvido com o seu *fazer matemático,* acreditamos que ao estimular diferentes registros, confrontar esses registros, discutir as soluções apresentadas nos livros e analisar as possíveis relações entre todas as soluções, estaremos possibilitando a discussão sobre um *fazer pedagógico*. Esta discussão pode ser uma forma de levar o professor a transformar sua prática em sala de aula.

O professor precisa vivenciar práticas distintas das tradicionais, para poder avaliar sua importância e decidir sobre o seu *fazer pedagógico,* neste ponto acreditamos que durante o curso oferecido abrimos alguns caminhos para essa transformação.

A afirmação de uma das cursistas nos leva a acreditar que essa transformação é possível.

*".... fiquei frustrada a princípio pois não recebi de vocês a fórmula mágica que esperava.... nunca pensei que eu seria capaz de me permitir mudar meu comportamento, estratégias que não davam certo... se eu não tivesse vivido, continuaria dentro de um "pokebola" e não conseguiria reestrutura-me, arrumar-me."* (Valéria de Oliveira)

**Bibliografia**

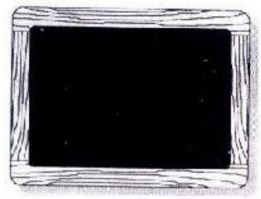

OLIVEIRA, R. - *Pensando Algebricamente antes da 7ª série: Uma Outra Perspectiva sobre os Processos de Construção do Conhecimento*, USU, RJ, Dissertação de Mestrado defendida em dezembro de 1997.

PERELMANN, I. *Aprenda Álgebra Brincando* – Tradução: Milton da Silva Rodrigues, São Paulo: Hemus Editora.

PERRENOUD, P. *Novas Competências para Ensinar* – Tradução Patrícia Chittoni Ramos, Porto Alegre, Artes Médicas Sul, 2000.

PONTE, J. P. *Da formação ao desenvolvimento profissional*, In Actas do ProfMat, APM, Lisboa, 1998 (pp. 27-44).

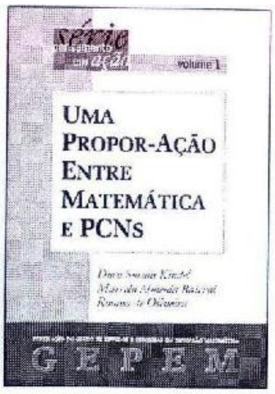
Dona Santinha era uma velhinha que regateava tudo e ao entrar na igreja quis negociar com os santos, chegando ao primeiro santo pediu para que ele dobrasse o dinheiro de sua bolsa e ela lhe daria R$10,00. Tendo sido atendida, fez o mesmo com o 2º santo e assim procedeu com mais um santo, o terceiro. Ao sair da igreja, abriu a bolsa e verificou que ela estava vazia. Com quanto D. Santinha entrou na igreja?



Escreva no quadro os números de um a cem. A cada dois números escolhidos arbitrariamente peça a seus alunos os substituam pela diferença do maior pelo menor. O processo deve ser repetido até que apenas um número esteja no quadro.

Prove que este número não pode ser o número um.

Envie-nos estratégias de solução, ou relato, ou sua análise do que ocorreu em sala de aula.




RESENHA DE LIVRO

# Uma Propor-Ação Entre Matemática e PCN

JANETE BOLITE FRANT

**UMA PROPOR-AÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E PCN.** DORA SORAIA KINDEL, MARCELO ALMEIDA BAIRRAL, ROSANA DE OLIVEIRA. SÉRIE PENSAMENTO EM AÇÃO, GEPEM, RIO DE JANEIRO, 2000, 108P.

Quando os PCNs foram entregues pelo MEC, muitos professores se perguntavam como poderiam na prática utilizar algumas idéias que ali se encontravam. Parte da resposta pode ser encontrada neste livro. Os autores não se propuseram a varrer todos os temas nem todos os ciclos e por isso mesmo fizeram um bom livro que leva o professor a refletir junto com eles sobre a prática da sala de aula de matemática e os PCNs.

Trata-se de um livro feito por educadores matemáticos para professores de matemática. Os três autores — Dora Soraia Kindel, Marcelo Almeida Bairral, Rosana de Oliveira — são mestres em Educação Matemática com larga experiência de sala de aula no ensino fundamental e médio; com trabalhos publicados nacional e internacionalmente. Um dos valores deste livro está em trazer de forma simples e útil resultados de pesquisa na área de Educação Matemática de forma que a conexão prática-pesquisa acontece de modo bastante eficaz.

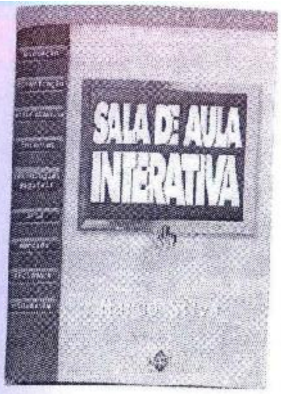
É um livro onde os autores fazem, põem a "mão na massa" e refletem sobre o que fizeram ao invés de dizer como o professor deve fazer. As sugestões para os professores assumem uma cara diferente das famosas receitas, elas são comentadas e encontramos referências explícitas sobre os PCNs.

No tópico Organizando as Atvidades em Sala de Aula, os autores sugerem o ciclo e os conteúdos abordados nas atividades descritas neste capítulo. Alguns dos conteúdos são Números, Lógica, Combinatória, Medidas, Pitágoras, Par Ordenado, Função, Áreas e Perímetros, Frações, Multiplicação. O conteúdo e muitas das atividades não têm nada de novo mas os olhares oferecidos podem trazer novidades.

Os Temas Transversais são abordados ao longo do texto e ganham destaques quando necessário. Os projetos integrados são uma fonte interessante de propostas para a sala de aula. O leitor conta ainda com uma bibliografia, com uma lista de livros paradidáticos, com telefones e endereços úteis e com os endereços eletrônicos dos autores, que até onde os conheço adorarão receber e enviar mensagens.

O professor encontra neste livro alguns subsídios para refletir sobre sua própria experiência e ser o autor de seu trabalho e não um reprodutor de idéias alheias.

**Resenha de Livro**




# Educando em Nosso Tempo

**Carmen Granja da Silva e Elizabeth Ramalho Soares Bastos**

**Sala de Aula Interativa.** Marco Silva. Editora Quartet, Rio de Janeiro, 2000, 232p. ISBN 85-85696-29-X (aulainterativa@ig.com.br)

Desde o título de sua introdução, o livro Sala de Aula Interativa, de Marco Silva, publicado pela editora Quartet já diz a que veio: um convite à interatividade e à complexidade.

Marco Silva é sociólogo, mestre e doutor em Educação. Desenvolve pesquisa sobre a interatividade aplicada ao ensino — presencial e à distância — com desdobramento nas áreas da sociedade, da arte, do mercado e das tecnologias digitais. Trabalhos que lhe renderam material para a elaboração deste livro, que apresenta as principais idéias Edgard Morin, Michel Maifffesol, Pierre Levy e Paulo Freire relacionadas com informação, comunicação, educação e tecnologia.

O exame apurado que o autor faz pode parecer a um leitor mais desprevenido uma leitura complexa e densa, o que pode ser interpretado, por alguns, como excesso de filosofia. A leitura atenta nos aponta para um texto fundamental para educadores preocupados com o desafio enfrentado pela escola com os novos meios de comunicação. O entendimento e os questionamentos de temas tão atuais são fundamentais, para entendermos os desdobramentos no processo de ensino e na aprendizagem. Pois as novas tecnologias da comunicação e informação renovam a relação do professor/aluno com a imagem, com o texto e com o conhecimento.

Vivemos numa sociedade mergulhada em games, Cd Rom, computadores, Internet, vídeo e etc., todos se adjetivando interativos.

A pergunta natural seria: mas o que é esta tal interatividade? O autor nos convida a uma reflexão e discussão acerca da interatividade e interação, detectando as diferenças entre os dois termos com a finalidade de destacar as vantagens relacionadas ao termo interatividade. A interatividade está sendo um desafio da e para a educação.

Para Marco Silva este debate deve considerar questões amplas, como, por exemplo, as relacionadas com as estratégias de organização e funcionamento das mídias de massa. E contribui para discussão com um excelente quadro da passagem da comunicação de massa para as tecnologias digitais de comunicação. Aponta, ainda, para como as mudanças estruturais estão reposicionando os atores sociais na vida produtiva.

Por fim, o autor nos convida a uma reflexão sobre nossa prática pedagógica. Na verdade seu objetivo é que cada leitor sinta-se como autor de sua própria prática.

Ao diagnosticar o papel da escola neste novo panorama social, apresenta o professor — que deixa de ser um contador de histórias, o centro da cena — como promotor de criatividade partilhada, colaborativa, *"garantindo na sala de aula democracia, interatividade e tolerância. Assim ele* (professor) *promove aprendizagem. Assim ele educa em nosso tempo."* (p.217)