

ensinar. A educação tradicional enfatiza o formalismo, o rigor e respostas certas através de testes e provas escritas. Essa avaliação, segundo o grupo, serve para avaliar a capacidade de reprodução dos procedimentos em sala de aula. Será que eu tenho sido uma autoridade do saber ou uma das autoridades do saber em sala de aula, será que eu tenho dado condições a que os alunos raciocinem ou eu como professor tenho raciocinado por ele? Preciso melhorar! Uma aula inovadora, além do professor existe outras fontes de informação, como instrumentos didáticos, jogos, um ambiente mais descontraído, dinâmico e atrativo por parte dos alunos. O aluno cria e o professor aprimora junto com o aluno. Nesse processo de construção o conhecimento do professor quase sempre deve funcionar como observador. Cabe ao professor facilitar ao máximo as idéias que surgem com a apresentação dos problemas e verificar se estas idéias estão coerentes. O conteúdo curricular é formado de atitudes, conceitos e procedimentos. O seminário tinha como finalidade apresentar diferentes formas de avaliação em Matemática e grupo falou e mostrou alguns exemplos como: relatório e ensaios; produtos gerados pelos alunos; teste em duas fases; pequenas tarefas orais e outras. ... os alunos puderam concluir que as formas e instrumentos de avaliação eram válidos e que caberia a cada professor saber como usá-los. O professor apresentou o jogo Torre de Hanói e deixou que os alunos tentassem resolver o jogo, assim terminou a aula. Foi proposto que teríamos que analisar o número mínimo de movimentos para transferirmos todos os discos de uma torre para outra, de forma que o disco maior sempre fique embaixo do menor. Observando os 5 primeiros casos, fizemos infêrencia, através de um processo indutivo que com n discos dispomos de um número mínimo de movimentos igual a $2^n - 1$. O número mínimo de movimentos é sempre ímpar, não importando o número de discos. O intervalo entre os números mínimos de disco dá uma P.G. de razão 2. Outras observações que tiramos da tarefa são: utilizando as torres em forma triangular, vimos que para um número n de discos, temos que o número de movimentos do disco menor é igual a $2^n - 1$, onde o mesmo gira num sentido único (horário ou anti-horário); fixando uma das torres e um sentido de orientação para o disco menor teremos que, para um número par de discos o resultado final dará numa torre diferente do que para

um número ímpar de discos. Enfim o material utilizado em aula desperta nos alunos o interesse em descobrir novos conceitos ou comparar a experiência com conceitos já vistos em aula. Este tipo de material é muito importante, pois te possibilita trabalhar vários conceitos (conteúdos) distintos. (Alunos que "falaram" neste diário: Alexandre, Fernanda, Jecson, Josias, Leonardo Henrique, Leonardo Vieira, Marciel, Mariano, Odilon, Ricardo, Robson, Ronaldo Gregório, Ronaldo Raimundo. Relator: Marcelo Bairral, em 15 de setembro de 2000.)

Como ressalta Santos (1997), cada instrumento de avaliação, antes de ser utilizado pelo professor, deve ser vivenciado pelos alunos. Os licenciandos já conheciam este instrumento, pois foi proposto na disciplina anterior (Didática da Matemática), porém com uma dinâmica um pouco diferente, ou seja, realizaram em grupo e para um determinado conjunto de aulas.

Assim, como a avaliação em Matemática também constitui uma das temáticas específicas da disciplina Prática de Ensino, utilizo o diário de campo como instrumento para 80% da avaliação na disciplina, para que os licenciandos vivenciem na prática os mesmos e verifiquem, como alunos, a sua importância.

DISCUSSÕES FINAIS

Quanto aos resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, observação de postura em sala de aula, constituem indícios de competências e como tal devem ser considerados. A tarefa do professor constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, a partir dos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a sua prática. Ao levantar indícios sobre o desempenho dos alunos, o professor deve ter claro o que pretende obter e que uso fará desses indícios. Nesse sentido, a análise do erro pode ser uma pista interessante e eficaz.

A elaboração dos diários não é tarefa fácil, pois inicialmente grande parte dos alunos inicia um processo de escrita meramente descritivo ao dizerem o que foi a aula, ou seja, "trabalhamos com a torre de Hanói, o professor falou sobre avaliação e o grupo apresentou o mapa conceitual". Tenho classificado os diários em 3 tipos: *relato* (sem reflexão conceitual), *misto* (com parte descritiva maior que conceitual) e "*diário mais esperado*" (texto descritivo menor que a parte conceitual, ou seja, o

- GIMÉNEZ, J. e ROSICH, N. *Jugand amb les matemàtiques de la diversitat*. Barcelona: Universitat Oberta de Catalunya, 1998.
- GRANDO, R. C. A construção do conceito matemático no jogo. *Revista de Educação Matemática da SBEM-SP*. São Paulo, 1997, n. 3, p. 13-17.
- LINS, R. C. E GIMÉNEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.
- MACHADO, N. J. *Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins*. São Paulo: Cortez, 1992. Coleção Questões da Nossa Época, n. 2.
- POWELL, A. *A Tomada da Consciência da Matematização*. Rio de Janeiro: MEM/USU, Seminário Interno, agosto de 1996.
- POWELL, A. B. e LÓPEZ, J. A. A estrita como veículo de aprendizagem da matemática: Estudo de um caso. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, 1995, n. 33, p. 9-41.
- Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF (1997, 1998).
- SANTOS, V.M.P. (Coord.) *Avaliação de Aprendizagem e Raciocínio em Matemática: Métodos Alternativos*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 1997.

Para os que gostam de passear pela Internet, outros sites interessantes:

<http://www.cut-the-knot.com/recurrence/hanoi.html>

<http://www.pangea.ca/kolar/javascript/Hanoi/algo.html>

<http://www.pangea.ca/kolar/javascript/Hanoi/HTonWebE.html>

<http://obelix.ec.duth.gr/~apostolo/TowersOfHanoi/>

Um Olhar Sobre a Formação Continuada do Professor de Matemática

ROSANA DE OLIVEIRA E ROSA M. MAZO REIS

Esta seção foi criada no Boletim 36 e nosso objetivo foi abrir um espaço para o professor, infelizmente ainda não recebemos nenhum relato dirigido a este espaço, mas queremos lembrar que ele está aberto.

— Professor conte o que aconteceu em sua aula!

Ao final desta seção no boletim 37, dissemos que neste boletim apresentariamos os relatórios produzidos pelos professores com os comentários sobre a produção de seus alunos. Optamos por mudar de rumo e usar este espaço para relatar a produção dos professores sobre a atividade sugerida no boletim 37.

A atividade foi proposta no Curso de Atualização em Matemática para Professores do Ensino Médio, do Programa Pró-Ciências da FAPERJ que se realizou no primeiro semestre de 2000. Lembramos que ministrávamos a disciplina Aplicações Complementares à Sala de Aula.

O relato nesta seção está voltado para a produção matemática do professor. Procuramos registrar neste espaço como o professor se expressa como aprendiz, e observar a sua relação com conteúdo matemático. Vale ressaltar que não é nosso objetivo avaliar sua competência matemática, tomando como referencial os manuais formais. Esta atividade remete a um modelo algébrico (uso de letras e equações) de resolução. De maneira geral, espera-se que o professor se expresse com esta língua. Usaremos aqui uma distinção entre língua e linguagem, chamamos de língua aos símbolos ou sinais escritos no papel e linguagem ao conjunto de símbolos, cálculos, explicações verbais com entonações, olhares. Digamos que a língua é parte constituinte da linguagem, mas não se restringe a ela. O que poderemos observar é que independente da

sua habilidade em algebrizar situações problemas, quando está diante de uma situação nova, o professor tende a percorrer os mesmos caminhos que a maioria de nossos alunos percorre.

A atividade proposta foi a seguinte:

Resolva a atividade abaixo, busque estratégias para resolvê-la.

Que conteúdos vocês acham que poderiam emergir dessa atividade?

Em que série você aplicaria esta atividade?

Os SETE JOGADORES

Sete jogadores combinaram que o que perdesse teria de pagar aos restantes seis, tanto dinheiro quanto cada um deles já tivesse. Noutras palavras, deveria duplicar o dinheiro deles. Jogaram-se sete partidas e, a cada vez, perdeu um jogador diferente, isto é todos perderam uma vez, no fim, fez-se um balanço das posses de cada um, verificando-se que todos tinham o mesmo tanto, a saber, 128 reais. Com quanto dinheiro cada um deles começou?

Embora as perguntas não se restringissem a resolução do problema, de um total de seis grupos observe o retorno que recebemos.

- Quanto à resolução: foi apresentada por todos grupos.

- Quanto a estratégias: apenas um grupo referiu-se a ela.

- Quanto a conteúdos: três grupos

Os conteúdos citados por estes grupos foram: operações em \mathbb{N} , potenciação, razão, proporção, matrizes, determinantes, raciocínio lógico, operação inversa, método recursivo, seqüências (Progressão Aritmética - P.A e Progressão Geométrica - P.G.), e somatório.

- Quanto à série: três grupos - do ensino fundamental, 4º ciclo (antiga sétima e oitava séries), e ensino médio.

Diante deste levantamento estatístico levantamos duas hipóteses, uma sobre o quanto o professor está envolvido na tarefa de resolver o problema e nesse sentido prioriza o *fazer matemático* em prol do *fazer pedagógico*, e a outra hipótese é de que o professor só se sentirá à vontade em discutir o *fazer pedagógico* após ter cumprido o seu *fazer matemático*, nesse sentido ele estaria vivenciando a tarefa do seu aluno e, portanto, teria mais informações sobre como orientar o *fazer pedagógico*.

Mas o que estamos chamando de *fazer pedagógico* e *fazer matemático*?

Esta é ainda uma concepção em processo de construção, mas que de alguma forma, vem aparecendo no comportamento de professores envolvidos em cursos de formação continuada.

Estamos chamando de *fazer matemático*, o fazer que está relacionado a produção escrita sobre a atividade, e a troca que acontece no processo de resolução da questão proposta. Já o *fazer pedagógico* é o pensar sobre a atividade aplicada ao seu aluno, ao ciclo adequado, aos conteúdos e competências envolvidos. Em outras palavras o *fazer matemático* diz respeito à interação entre professor (aprendiz) e a atividade proposta, o registro no caminho dessa solução e a troca com o outro professor (aprendiz), o *fazer pedagógico* é um olhar de “fora” do processo de resolução, é avaliar a interação do seu aluno com a atividade e decidir a melhor forma de encaminhar esta relação para que se estabeleça um diálogo que propicie a aprendizagem.

O professor tem se comportado, de uma maneira geral, mais preocupado com o seu *fazer matemático*, com raras exceções, ele se dispõe envolver-se na tarefa de discutir sobre o seu *fazer pedagógico* antes de se envolver no seu *fazer matemático*.

Vamos a partir deste momento voltar o nosso olhar para o *fazer matemático* do grupo de professores sobre a atividade dos Sete Jogadores, aquilo sobre o que todos os grupos produziram registros e discussões.

O problema remete num primeiro momento a uma discussão sobre o entendimento do enunciado, uma interpretação inicial é que por terminarem todos com a mesma quantia, então todos deveriam começar com a mesma quantia, deixando assim de lado a informação sobre a duplicação do dinheiro de cada um dos ganhadores. Esse fato tem gerado um grande debate nos grupos. Uma vez convencidos que a quantia inicial precisa ser diferente, muitas vezes tem sido preciso alguma interferência no grupo para que sua interpretação inicial seja modificada. Outro caminho que alguns grupos vêm tomando é o de atribuir determinados valores e analisar o que acontece, ou seja, iniciam a resolução do problema através da estratégia de tentativa e erro. Quando esta é a estratégia escolhida, de uma maneira geral, não tem ido muito longe. Com certa frequência percebem que a questão do duplicar, está relacionado a potências de 2. Um professor atribuiu uma letra para a quantia que cada um tinha inicialmente e se perdeu em cálculos algébricos sem chegar a uma resposta, mas identificou as potências e estabeleceu algumas relações verdadeiras entre os valores. Depois de algum tempo de tentativas que não conduzem a solução os professores

tem começado a trilhar um caminho que leva a solução do problema, um caminho de cálculos, que parte do fim para o início, atribuindo alternadamente a cada jogador a perda em cada uma das sete partidas.

Apresentaremos a seguir os registros dessas soluções, embora possa parecer num primeiro momento que todas são iguais, ao final, pequenas diferenças, reflexos da maneira de pensar de cada grupo serão comentadas. Dentre outras, a descoberta da maneira de pensar, da forma utilizada por cada grupo, são aspectos norteadores para o professor conduzir sua aula, para atingir os objetivos da mesma.

Grupo A:

	0	1	2	3	4	5	6	7
1ª							64	128
2ª							64	128
3ª							64	128
4ª					16	32	64	128
5ª	29	58	116	232	464	32	64	128
6ª	18	36	72	144	288	32	64	128
7ª	5	10	21	40	80	32	64	128

	1	2	3	4	5	6	7
449	2	4	8	16	32	64	128
225	450	4	8	16	32	64	128
113	226	452	8	16	32	64	128
57	114	228	456	16	32	64	128
29	58	116	232	464	32	64	128
15	30	60	120	240	480	64	128
8	16	32	64	128	256	512	128

O grupo A esboça um quadro onde as colunas representam os jogadores e as linhas representam partidas. A utilização do zero provoca uma discussão. O que seria o jogador 0 (zero)? E a jogada zero? Não encontramos significado para jogador 0 (zero), mas a partida zero pode ser pensada como um instante 0 (zero) anterior ao início da partida.

No segundo quadro parece que resolvem essa discussão não atribuindo nenhum número ou código para a primeira coluna. Interpretamos aqui que as colunas estão representando as partidas e as

linhas os jogadores. A resposta da questão aparece na primeira coluna. Ali estão os valores que cada jogador possuía antes de começar o jogo.

Grupo B:

Final	7ª P.	6ª P.	5ª P.	4ª P.	3ª P.	2ª P.	1ª P.
128	64	32	16	8	4	2	449
128	64	32	16	8	4	450	225
128	64	32	16	8	452	226	113
128	64	32	16	456	228	114	57
128	64	32	464	232	116	58	29
128	64	480	240	120	60	30	15
128	512	256	128	64	32	16	8

X o jogador que perdeu na partida em questão.

Cada coluna traz o valor que cada jogador possui durante aquela partida.

Na solução apresentada por este grupo podemos perceber uma simetria ou uma matriz transposta. Podemos pensar como numa versão simétrica àquela apresentada pelo grupo A. Embora eles registrem na primeira linha da tabela a ordem das partidas, não fazem o mesmo com os jogadores, que por exclusão consideramos representados nas linhas.

Grupo C:

Total \$ = 896,00

8	15	29	57	113	225	449	1ª
16	30	58	114	226	450	2	2ª
32	60	116	228	452	4	4	3ª
64	120	232	456	8	8	8	4ª
128	240	464	16	16	16	16	5ª
256	480	32	32	32	32	32	6ª
512	64	64	64	64	64	64	7ª
128	128	128	128	128	128	128	8ª

A solução apresentada por este grupo traz uma diferença no significado das linhas e colunas. Aqui, ao contrário do usual, na última coluna é onde está registrado o que já foi registrado nas colunas anteriores daquela linha. O grupo registra uma oitava partida, que na verdade seria o momento posterior a sétima partida, melhor dizendo um oitavo momento.

Neste quadro a solução da questão está registrada na 1ª linha.

Grupo D:

1ª	8	15	29	57	113	225	449
2ª	16	30	58	114	226	450	2
3ª	32	60	116	228	452	4	4
4ª	64	120	232	456	8	8	8
5ª	128	240	464	16	16	16	16
6ª	256	480	32	32	32	32	32
7ª	512	64	64	64	64	64	64
	128	128	128	128	128	128	128

A solução do grupo D é uma resposta “quase” idêntica ao do grupo C, eles representam por 1ª, 2ª, ..., e 7ª as partidas deixando o momento final em branco, de certa forma, esta indicação aparece num lugar oposto a solução anterior. Não indicam o que as colunas estão representando.

Grupo E:

Jogadores	1ª Partida	2ª P.	3ª P.	4ª P.	5ª P.	6ª P.	7ª P.	FINAL
A	$X=2+$ $225+113+$ $57=29+$ $15+8=$ $X=449$	2	4	8	16	32	64	128
B	225	$X=2+$ $226+$ $114+58+$ $30+16+4$ $X=450$	4	8	16	32	64	128
C	113	226	$X=8+$ $228+$ $116+60+$ $32+8$ $X=452$	8	16	32	64	128
D	57	114	228	$X=3.8+$ $232+120+$ $64+16=$ $X=456$	16	32	64	128
E	29	58	116	232	$X=4.16+$ $240+$ $128+32$ $X=464$	32	64	128
F	15	30	60	120	240	$X=5.32+$ $256+64$ $X=480$	64	128
G	8	16	32	64	128	256	$X=6.64+$ 128 $X=512$	128