• Essa resolução foi desenvolvida por alunos das três séries, sendo mais comum na 1ª série.

Resolução IV

O aluno justificou a sua resposta, dizendo que encontrou a solução através da tabuada e apresentou o seguinte desenvolvimento:

Problemas certos	Problemas errados
8 x 1 = 8	5 x 1 = 5
8 x 2 = 16	5 x 2 = 10
8 x 3 = 24	5 x 3 = 15
8 x 4 = 32	5 x 4 = 20
8 x 5 = 40	5 x 5 = 25
8 x 6 = 48	5 x 6 = 30
8 x 7 = 56	5 x 7 = 35
8 x 8 = 64	5 x 8 = 40

Resposta: O filho acertou no mínimo 5 problemas e errou 8, fazendo um total de 13 problemas.

• Essa resolução foi desenvolvida por alunos das três séries, sendo mais comum na 1ª série.

Resolução V

Solução também encontrada através de m.m.c.

R$ 8,00 = acertos $\Leftrightarrow$ 8 x 5 = 40

R$ 5,00 = erros $\Leftrightarrow$ 5 x 8 = 40

Resposta: O número múltiplo entre 8 e 5 foi 40, então , no mínimo, o filho acertou 5 problemas.

• Esta foi a resolução mais comum nas diferentes séries

Resolução VI

Resolução envolvendo álgebra e equivalência de frações.

- O filho tem de errar mais do que acertar, para poder anular os valores pagos e recebidos por ele.

x = problemas errados $\Leftrightarrow$ 5x é o total de problemas errados

y = problemas certos $\Leftrightarrow$ 8y é o total de problemas certos

Para anular os valores,deve-se ter: $5x = 8y$, daí $\frac{x}{y} = \frac{8}{5}$

Esta proporção equivale a um valor mínimo, pois é irredutível; logo, obtém-se $y = 5$, que corresponde ao número de problemas certos.

- Esta resolução foi menos comum e desenvolvida por alunos da 2ª e 3ª séries.

Resolução VII

Resolução que os alunos justificaram como dedução.

- O filho acertou cinco problemas, porque, se o menino errasse 8 problemas, ele teria que pagar ao pai

R$ 40,00 e, se ele acertasse 5 problemas, ganharia R$ 40,00. Neste caso, ele não ganharia e nem perderia.

Resolução VIII

Resolução envolvendo m.m.c. de forma diferente.

8 , 5	2
4 , 5	2
2 , 5	2
1 , 5	5
1 , 1	40

R$ 40,00 : R$ 8,00 = 5 x 8 $\Leftrightarrow$ 5 problemas certos

Resposta: O filho acertou no mínimo 5 problemas, pois, sabendo que 40 é o primeiro múltiplo positivo comum de 5 e 8, pode-se afirmar que 5 acertos correspondem a quarenta reais e que, errando 8 problemas, este dinheiro retornaria ao seu pai.

Resolução IX

Outra maneira diferente de resolução.

x = número de problemas certos

y = número de problemas errados

8,0 0 $\rightarrow$ x (1)
\- 5,00 $\rightarrow$ y (1)
3,00
\+ 8,00 $\rightarrow$ x (1)
11, 00
\- 10,00 $\rightarrow$ 2 y (2)
1,00
\+ 8,00 $\rightarrow$ x (1)
9,00
\- 5,00 $\rightarrow$ y (1)
4,00
\+ 8,00 $\rightarrow$ x (1)
12,00
\- 10,00 $\rightarrow$ y (2y)
2,00
\+ 8,00 $\rightarrow$ x (1)
10,00
\- 10,00 $\rightarrow$ y (2y)
0

Conclusão: Problemas certos = $x + x + x + x + x = 5x \Leftrightarrow$ 5 problemas certos

$y + 2y + y + 2y + 2y = 8y \Leftrightarrow$ 8 problemas errados

Resolução X

Resolução através de equação.

x = Problemas certos

y = problemas errados

- Como o filho nada recebeu e nada deve, então temos: $8x - 5y = 0$. Como é pedido o número mínimo de problemas certos, conclui-se que $x = 5$ e $y = 8$ para que a igualdade se torne verdadeira. Logo, o filho acertou 5 problemas.

Resolução XI

Outro tipo de resolução.

R$ 8,00 por cada acerto

R$ 5, 00 por cada erro

- Se o menino acertou 5 problemas, ele ,certamente, terá um total de R$ 40,00, mas, se ele errar 8 problemas, o pai lhe cobrará também R$ 40,00; logo, ele terá R$ 40,00 – R$ 40,00 = 0, o que mostra que o filho acertou, no mínimo, 5 problemas.

Resolução XII

Outro tipo de resolução.

1 acerto = R$ 8,00 e 5 acertos = $5 \times 8 = 40$

1 erro = R$ 5,00 e $40 : 5 = 8$ erros

- O produto do número de acertos com o valor recebido (de R$ 8,00) tem que ser divisível por 5, já que este é o valor cobrado por erro. Só assim é possível obter um conta exata, fazendo com que o menino não receba e nem pague nada; logo, o menino acertou no mínimo 5 problemas.

Resolução XIII

Outro tipo de resolução.

$8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 40$

$40 - 40 = 0$

- Ele acertou 5 problemas e ganhou R$ 40,00, porém, errou 8 problemas, perdendo os R$ 40,00. Assim, o filho não recebeu e nem ganhou.

Resolução XIV

Resolução algébrica.

x = nº de problemas errados → paga R$ 5,00 por cada problema

y = nº de problemas certos → ganha R$ 8,00 por cada problema

$8y = 5x \rightarrow y = 5x/8 \Leftrightarrow$ que $x = 8$, isto é, o menor valor inteiro de x para que a divisão seja exata, pois y representa o número de problemas, sendo assim tanto y como x precisam ser valores inteiros positivos, daí conclui-se que $x = 8$ e $y = 5$, logo, o filho acertou, no mínimo, 5 problemas.

Resolução XV

Outro tipo de resolução.

- Como o valor pago pelo pai ao filho por problema certo é maior do que o valor pago pelo filho ao pai por problema errado, e, no final, o saldo do filho tem que ser zero, isto significa que o filho errou mais problemas do que acertou, então basta encontrar o m.m.c. entre 5 e 8 para se chegar à conclusão de que o filho acertou, no mínimo, 5 problemas e errou, no mínimo, 8.

Resolução XVI

Outro tipo de resolução.

$(8 - 5) = 3 \rightarrow (1)$ Resposta: O filho acertou no mínimo 5 problemas

$(3 - 5) = -2$

$(-2 + 8) = 6 \rightarrow (2)$

$(6 - 5) = 1$

$(1 - 5) = -4$

$(-4 + 8) = 4 \rightarrow (3)$

$(4 - 5) = -1$

$(-1 + 8) = 7 \rightarrow (4)$

$(7 - 5) = 2$

$(2 - 5) = -3$

$(-3 + 8) = 5 \rightarrow (5)$

$(5 - 5) = 0$

Foram descritas acima algumas formas de resoluções feitas pelos alunos. A partir das resoluções, fez-se um levantamento dos conteúdos matemáticos aplicados por eles para a resolução de tal problema. Eles foram dizendo e a professora foi escrevendo no quadro de giz, como por exemplo:

- Mínimo múltiplo comum;
- Equação do primeiro grau;
- Lógica;
- Sistema do primeiro grau;
- Equivalência de frações
- Proporções;
- outros.

Os alunos observaram, também que, se no problema não estivesse escrito a palavra "mínimo", o problema poderia ter infinitas soluções, ou seja, poderia ser representado por um sistema indeterminado.

Após a correção de todos os problemas, a professora discutiu, em cada turma, na aula seguinte, todas as formas de resoluções feitas por eles, com o objetivo de mostrar os diversos caminhos que podemos utilizar para a resolução de um mesmo problema. Essas resoluções ficaram fixadas no mural da sala de aula. Foi investigado pela professora o porquê da preferência pela aritmética e não pela álgebra, mostrando que o problema era típico da 7ª série, quando eles aplicavam apenas o conhecimento algébrico para a sua resolução. Foram enumerados, oralmente, pela professora, outros problemas semelhantes a este, estudados na 7ª série. Os alunos lembraram perfeitamente dos problemas estudados e até deram outros exemplos, e, finalmente, concluíram: *"A álgebra a gente só estuda na 7ª série e na escola, enquanto a aritmética se estuda desde que se entra na escola até quando se sai dela. Além disso, a álgebra não é aplicada no nosso dia-a-dia, na vida, enquanto a aritmética, além de não exigir nenhuma fórmula, é aplicada diariamente em nossas vidas."* Disseram também que aprenderam álgebra como sendo uma ferramenta utilizada como facilitador na resolução de problemas, mas que, a partir daquele momento, eles descobriram que nem sempre isto ocorre. A Álgebra, segundo eles, realmente facilita a resolução de problemas, porém, há casos em que ela dificulta, ou seja, complica. Os alunos chegaram, assim, à conclusão de que é necessário e de suma importância identificar, primeiramente, de acordo com a situação problema, o processo facilitador. Álgebra ou Aritmética?

Nesse momento, houve a intervenção da professora que procurou mostrar a relação entre a álgebra e a aritmética, informando que tanto a Álgebra como a Aritmética são ferramentas utilizadas na resolução de problemas e que se pode usar tanto uma como outra. Em certos casos, resolver um problema através da Álgebra realmente facilita, dependendo da situação e do conhecimento da pessoa que irá resolver o respectivo problema, pois algumas pessoas possuem maior facilidade com os processos algébricos. Outras, ao contrário, acham mais fácil a resolução através de processos aritméticos; outras têm facilidades com a lógica, ou com a visualização através da geometria, e assim por diante. Mostrou também a importância de se buscar a coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja relacionada ao desenvolvimento da outra e que, através desta coexistência, consegue-se uma aprendizagem mais sólida, permitindo, assim, o uso de ambas com mais flexibilidade e competência. Essa flexibilidade oferece o desenvolvimento da capacidade de refletir sobre o que há de genérico nas situações envolvidas (sendo a generalização uma das funções da Álgebra), e de refletir sobre a lógica das operações, proporcionando até mesmo uma maior capacidade de articular os recursos matemáticos com a resolução de um problema ou na condução de uma investigação. E assim a professora terminou aula.

Conclusão da Professora

Esta aula foi extremamente enriquecedora para os alunos e, principalmente, para a professora. A professora reconheceu que os diferentes modos de resolver o problema e os diversos questionamentos surgidos pelos alunos durante essa aula levaram-na a um grande momento de reflexão sobre o exercício de sua profissão. Foi a partir daí que começou a pensar em termos de significados que são produzidos no interior de uma atividade, e, não somente, em termos de técnicas ou conteúdos específicos. O objetivo principal desta experiência foi criar condições para que os alunos trabalhassem com técnicas, ao mesmo tempo, permitindo-lhes que tivessem acesso a formas diferentes de resolução de problemas, e não apenas àquelas formas em que professor procura induzir o processo de resolução, e o aluno, por sua vez, procura adivinhar o que o professor gostaria que ele fizesse.

A riqueza deste trabalho está na tomada de consciência da importância, tanto na educação algébrica como na aritmética ou em outra qualquer, que é preciso, e, absolutamente necessário, desenvolver no aluno o pensamento visível, combinado e proporcional para que ele possa prosseguir seus estudos na Matemática. Através do grande número