Wiles era um especialista em ***equações elípticas*** , equações do tipo $y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c$ onde $a$, $b$, e $c$ são números inteiros. O desafio com as equações elípticas é determinar se elas possuem soluções para números inteiros e, se assim for, quantas. As equações elípticas foram estudas pelos gregos, incluindo Diofante, que dedicou uma grande parte de sua *Aritmética* ao estudo de suas propriedades. Como não podiam enumerar todas as soluções de uma equação elíptica trabalhando com um espaço infinito, os matemáticos, incluindo Wiles, se conformavam em determinar o número de soluções de uma determinada equação elíptica numa aritmética muito especial denominada *aritmética de relógio*. A lista de soluções de uma dada equação em cada aritmética de relógio era denominada *série E.* A série E contém muitas informações sobre a equação elíptica que ela descreve.

Um tópico exótico da Matemática - *as formas modulares* - fascinava dois matemáticos japoneses Yutaka Taniyama e Goro Shimura. As formas modulares estão entre os objetos mais bizarros e maravilhosos da Matemática. Trata-se de uma das entidades mais esotéricas do mundo matemático. Martin Eichler - um teórico dos números - as considerou uma das cinco operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação, divisão e formas modulares. A maioria dos matemáticos se considera mestre nas quatro primeiras operações, mas a quinta ainda os deixa um pouco confusos.

O fator principal das formas modulares é seu nível excessivo de simetria. As formas modulares estudadas por Taniyama e Shimura podem ser empurradas, trocadas, refletidas e giradas de um número infinito de modos e ainda permanecerão imutáveis, o que as torna os objetos matemáticos mais simétricos que existem. As formas modulares vivem num espaço quadridimensional complexo denominado *espaço hiperbólico*. O universo hiperbólico é difícil de ser entendido pelos humanos, presos ao espaço convencional, tridimensional. O espaço hiperbólico (quadridimensional) é um conceito matemático válido e é esta dimensão extra que dá às formas modulares seu nível de simetria tão imenso. Mauritz Escher na sua gravura Limite Circular IV tenta encaixar o mundo hiperbólico em uma página bidimensional.

As formas modulares podem ter várias formas e tamanhos, mas cada uma é constituída com os mesmos ingredientes básicos. O que diferencia cada forma modular é a dosagem de cada ingrediente contido nela. Os ingredientes de uma forma modular são enumerados de um ao infinito. Esta informação, descrevendo como cada forma modular é construída, constitui a chamada série modular, ou série M, uma receita com ingredientes e a quantidade de necessária de cada um.

As formas modulares são muito independentes na Matemática. Elas aparentemente estão desligadas das equações elípticas, especialidade de Wiles. Taniyama estudara os primeiros termos de uma série M de uma determinada forma modular. Ele reconheceu o padrão e percebeu que era idêntico à lista de números de uma série E de uma bem conhecida equação elíptica. Em muitos outros cálculos, Taniyama percebeu que havia uma correspondência perfeita entre os termos de séries M da forma modular com os da série E das equações elípticas. Formas modulares e equações elípticas que existiam em regiões diferentes do cosmo matemático estavam se correspondendo. Taniyama e Shimura iram chocar o mundo matemático sugerindo que as equações elípticas e as formas modulares na verdade era uma coisa só. Estava criada a *conjectura de Taniyama-Shimura.* Em 17 de novembro de 1958, o mundo matemático foi surpreendido com o inexplicável suicídio de Taniyama.

No final da década de 1960 muitas evidências apontavam para a veracidade da conjectura de Taniyama-Shimura; os matemáticos suspeitavam que ela era verdadeira, mas não tinham encontrado nenhuma prova.

No outono de 1984, um matemático alemão Gerhard Frey, especulou que quem pudesse provar a veracidade da conjectura de Taniyama-Shimura também demonstraria o Último Teorema de Fermat. Frey partiu da equação de Fermat:

$x^n+y^n=z^n$ onde $n=3, 4, 5...$

e admitindo que A, B e C fosse um trio fermatiano, $A^n + B^n = C^n$ era uma solução para a equação de Fermat. Nesse caso o Último teorema de Fermat seria falso. Frey rearrumou a equação solução (procedimento matemático rigoroso que muda a aparência de uma equação sem alterar sua integridade) para a forma da equação elíptica.

$y^2 = x^3 + (A^n - B^n)x^2 - A^nB^n$

Se o teorema de Fermat é falso, a equação de Frey deve existir. Frey mostrou que sua equação era tão estranha que as repercussões de sua existência seriam devastadoras para a conjectura de Taniyama-Shimura. A série E da equação de Frey continha uma seqüência tão estranha de números que seria inconcebível uma forma modular possuir uma série M idêntica. A equação de Frey não podia ser modular e sua existência está condicionada à hipótese do Último Teorema de Fermat ser falso. Frey tinha conseguido ligar a conjectura de Taniyama-Shimura ao Último Teorema de Fermat.

Frey usou os seguintes argumentos:

1) Se for verdade a conjectura de Taniyama-Shimura, então toda equação elíptica deve ser modular.

2) Se toda equação elíptica deve ser modular, então a equação de Frey não pode existir.

3) Se a equação de Frey não existe, então não podem existir soluções para a equação de Fermat.

4) Portanto, o Último Teorema de Fermat é verdadeiro.

Frey chegou à fantástica conclusão de que quem conseguisse provar a conjectura de Taniyama-Shimura automaticamente provaria que o Último Teorema de Fermat era verdadeiro.

O único problema era o fato do seu trabalho ser incompleto. Ele não demostrara inteiramente que sua equação elíptica era suficientemente bizarra.

Em 1986, o matemático Ken Ribet, professor da Universidade da Califórnia conseguiu provar que a equação elíptica de Frey não era modular.

O Último Teorema de Fermat estava irremediavelmente ligado à conjectura de Taniyama-Shimura. Wiles agora tinha as informações necessárias para realizar seu sonho. Wiles decidiu usar a *prova por indução* para tentar provar a conjectura de Taniyama-Shimura. Seu grande desafio era construir um argumento indutivo, mostrando que cada uma das infinitas equações elípticas podiam ser relacionadas com cada uma das infinitas formas modulares. O que torna a conjectura de Taniyama-Shimura tão difícil de demonstrar é que não se trata meramente de um problema infinito, e sim um infinito de problemas infinitos. O primeiro passo para sua prova indutiva estava oculto no trabalho sobre a teoria dos grupos, desenvolvida por Galois cerca de 100 anos atrás. Wiles teve que adaptar um método para análise de equações elípticas, denominado método Kolyvagin-Flach. Wiles que trabalhava secretamente, confidenciou seu segredo ao professor Nick Katz e pediu que ele o ajudasse a enfrentar a montanha de cálculos fantásticos baseados no método Kolyvagin-Flach. Finalmente no dia 23 de junho de 1993, Wiles ministrou as famosas palestras que o consagraram. Para a platéia presente, o Último Teorema de Fermat havia sido demonstrado.

Para que o prêmio Wolfskehl fosse pago era preciso que toda a demonstração fosse verificada por um comitê. Durante essa verificação uma falha foi detectada. O sonho tinha virado um pesadelo. O fantasma do fracasso ameaça Wiles. Ele voltou aos seus cálculos para descobrir a falha na demonstração. Depois de 13 meses, à beira de admitir seu fracasso, Wiles teve uma inspiração que jamais iria esquecer. Ele percebeu que, uma teoria que ele usava antes do método de Kolyvagin-Flach - a teoria de Iwasawa - sozinha fora inadequada, que o método Kolyvagin-Flach usado no momento, também era inadequado, mas que os dois juntos se completavam perfeitamente. Um mês depois Wiles completou sua demonstração. O Último Teorema de Fermat estava definitivamente provado. Em 1995, Wiles voltou à páginas dos jornais do mundo inteiro e ganhou o prêmio de 50 mil libras da Fundação Wolfskehl. Não era apenas a realização de um sonho de infância e o clímax de oito anos de esforços concentrados. Após estar à beira da derrota, Wiles reagira para mostrar ao mundo a sua genialidade

A demonstração de Wiles é uma obra-prima da matemática moderna, o que leva à conclusão inevitável de que a demonstração de Wiles para o teorema não foi a mesma de Fermat. O francês não usou formas modulares, a conjectura de Taniyama-Shimura, os grupos de Galois, a teoria de Iwasawa, o método Kolyvagin-Flach e os próprios métodos desenvolvidos por Wiles. Se Fermat não tinha as ferramentas de Wiles, o que ele tinha? Alguns matemáticos acreditam que a frase escrita na margem da Aritmética de Diofante foi um devaneio de Fermat e que de fato ele tinha uma demonstração equivocada. Outras acham que Fermat tinha a demonstração genuína, com as ferramentas disponíveis no século XVII, argumentos tão astuciosos que escapou a todos durante 350 anos. Esses acreditam que ainda podem ficar famosos descobrindo a demonstração original de Fermat.

O livro *O Último Teorema de Fermat* escrito pelo físico Simon Singh, da editora Record, conta a eletrizante história do teorema de Fermat. É uma excitante viagem pela evolução da teoria dos números. Narra emocionantes detalhes biográficos relativos a Pitágoras, Fermat, Euler, Sophie Germain, Galois, Paul Wolfskehl, Tanyiama, Wiles e outros.



Mostras as técnicas e conceitos usados, os personagens que se envolveram nessa maravilhosa jornada. Não espere o leitor encontrar a demonstração do teorema no livro. A demonstração original de Wiles tem mais de 200 páginas. Estas páginas estão recheadas de cálculos da mais avançada matemática moderna. O livro de Simon Singh vale à pena ser lido.