Inicialmente, quando os alunos receberam o problema com o objetivo de resolvê-lo, ou seja, encontrar uma solução e descrever como elaboraram e executaram suas estratégias para chegarem a uma resposta, em geral, sentiram dificuldades de compreender do que se tratava aquele problema. O que eles não interpretavam, ou melhor, não compreendiam era a seqüência dada na história em quadrinhos. Portanto com o auxílio do professor, de ler e explicar o quadro, assimilaram mais facilmente o texto dos quadrinhos e assim prosseguiram na investigação de como responder à pergunta final.

A aplicação de um conhecimento, previamente adquirido numa nova e desconhecida situação, gera sempre um certo desconforto aos nossos educandos por não terem o hábito de resolução de problemas, mas apesar das dificuldades, obteve-se um bom percentual de respostas corretas. Porém, o mais importante não é a resposta correta e sim as estratégias que utilizaram na busca da solução.

Dos 28 alunos presentes, 20 chegaram a resposta correta e 8 erraram. A maioria usou etapas e procedimentos padronizados, procedentes do conteúdo matemático visto em séries anteriores.

Primeiramente eles usaram a transformação de unidades de medidas: passaram 30 metros para 3000 centímetros, inclusive alguns utilizaram (escrevendo na folha de atividade) o quadro de unidades de medidas de comprimento (ou seja, andar com a vírgula). Em seguida, dividiram 3000 cm (distância percorrida) por 50 cm (distância de cada passo) e obtiveram como quociente a quantidade 60 passos. Por fim, multiplicaram 60 (passos) por 10 (R$ 10,00 valor que deveria ser pago por cada passo) e como produto, o valor total pago pela distância em que o personagem foi conduzido, R$600,00.

Pela fala dos alunos ficou claro a preocupação da diferença das unidades de medidas e a necessidade de mudanças para trabalhar (efetuar uma divisão) com uma mesma unidade de comprimento e ainda a opção por passar metro para centímetro e não o contrário. Segundo o registro de um aluno:

- Primeiro eu transformei metros em centímetros
- Depois eu queria saber quantos passos eles deram

Somente dois alunos usaram uma outra estratégia para encontrar a quantidade total de passos dados. Reproduziram um cálculo mental e com algumas relações eles chegaram à resposta.

Pela descrição dos procedimentos utilizados por eles foi confirmado o seguinte pensamento: se cada passo mede 50 cm (metade de um metro), *então 1 metro consiste em dois passos, logo 30 metros correspondem a 60 passos, isto é, a quantidade de passos é o dobro da distância percorrida.*

Em geral, os alunos não tiveram dificuldades de distinguir quantidade de passos do valor pago para cada passo e para o total de passos dados.

No entanto eles ficaram presos a uma certa mecanização de raciocínio adquirido na série anterior. Ao se envolverem com o problema, eles identificaram que na primeira etapa poderiam descobrir quantos passos foram dados, mas esbarraram na relação entre passos e medidas de comprimento.

Como as unidades estavam diferentes, segue-se por padrão de resolução de exercícios desse tipo, como primeiro procedimento, igualar as unidades usando a tabela de mudanças de unidades de medidas para em seguida efetuar-se alguma operação.

Algumas Reflexões Sobre o Relato da Professora Roberta

No relato da professora podemos identificar uma dificuldade inicial dos alunos no início da resolução da questão. Como reação a esse fato a professora toma a iniciativa de ler para os alunos. Esse é um episódio comum em nossas aulas, porém essa atitude pode fortalecer o hábito dos alunos a não lerem e não interpretarem. Um bom exercício é pedir que os alunos leiam em voz alta e a professora faça perguntas sobre o problema proposto.

Nas resoluções descritas pela professora, fica claro que o aluno reproduz os mesmos modelos feito pelo professor. Por isso, é fundamental que o professor trabalhe com atividades mais livres que estimulem a busca de soluções próprias e onde os alunos sejam levados a fazer seus registros matemáticos e depois socializá-los para a turma.

Relato Feito Pela Professora Laura (I)

O mesmo problema anterior foi aplicado em duas turmas de 7ª série (701 e 702) e 4 turmas de 8ª série (801, 802, 803 e 804) da Escola Municipal Embaixador João Neves da Fontoura. As turmas foram divididas em grupos de 3 alunos.

As dificuldades apresentadas nas diferentes turmas foram basicamente as mesmas. A turma de 8ª série considerada no colégio como sendo a turma onde se encontram os alunos mais inteligentes não apresentou formas de raciocínio mais rápidas ou mais "brilhantes" que a turma de 8ª série considerada fora dos padrões.

Nesta questão, os alunos tiveram um raciocínio de certa forma rápido e todos os grupos concluíram a atividade com aproveitamento, sendo que um aluno da turma 701 fez mentalmente, enquanto eu escrevia a questão no quadro.

Abaixo temos algumas soluções apresentadas pelos alunos.

Resposta (I)

1)- HHHHHHHHHHHHHHHHHHHHH
HHHHHHHHHH
R: - 600

Cada pauzinho é = 50cm, 2 pauzinhos = 100cm que é equivalente 1m, cada pa[illegible] 10,00 reais ele deu 60 passos que é = 30cm, cada metro é 20,00 reais, 30m é 600,00 reais.

Obs.: Cada pauzinho é = 50 cm, 2 pauzinhos = 100 cm que é equivalente a 1 m, cada pauzinho 10,00 reais ele deu 60 passos que é = 30 cm, cada metro é 20,00 reais, 30 m é 600,00 reais.

Resposta (II)

1) R: 600
EXEMPLO: 20 20 20 20 20
[illegible]
50+50 +50+50 +50+50 +50+50 +50+50
20 20 20 20 20

200
x 3 SE 1m É A MESMA COISA DE 100cm 20m
600 É A MESMA COISA 3000cm. SE 100cm
VALE 20 R$, 3000cm VALE 600 R$.

Obs.: Nessa representação o aluno escreve 50 cm, 20 vezes agrupa-os de dois em dois formando 1 metro e associa a esse metro o preço de 20 reais, encontrando 200 reais. Multiplica 200 por 3 e encontra 600 reais. Ainda explica que 100 cm é o mesmo que 1 m, sendo o metro a 20 reais e a distância 30 m, multiplica 20 X 100 cm encontrando 3000 cm que equivale a 600 reais.

Resposta III)

R: Ele receberá a quantia de 600 reais.

A forma de como eu pensei para achar esse valor foi:

11-1, 11-2, 11-3, 11-4, 11-5, 11-6, 11-7, 11-8,
11-9, 11-10, 11-11, 11-12, 11-13, 11-14, 11-15, 11-16
11-17, 11-18, 11-19, 11-20, 11-21, 11-22, 11-23,
11-24 11-25 11-26 11-27 11-28 11-29
11-30.

cada 2 Pauzinhos vale 1 metro e eu consegui achar o valor somando todos os Pauzinhos. E cada um Pauzinho vale 10,00 reais

Resposta IV) *"Se cada passo mede 50 cm (meio metro), então dentro de 30 m cabem 60 passos, se cada passo custa R$ 10,00, multipliquei 60 por 10 e achei 600."*

Resposta V) *"O nosso grupo pensou assim: nós transformamos 30 m em 300 cm e depois dividimos pelo comprimento do passo do carregador que é 50 cm e deu o resultado de quantos passos que ele deu , que foi 60 passos. Depois disso só foi multiplicar pelo preço que ele cobra a cada passo que é de R$ 10,00 e aí deu o resultado, R$ 600,00."*

Algumas Reflexões Sobre o Relato da Professora Laura (I)

A questão de vestibular foi trabalhada pela professora de forma livre e em grupo. Essa estratégia didática proporciona aos alunos uma certa liberdade, fazendo com que a linguagem matemática seja expressa por diferentes registros.

Os alunos resolvem o mesmo problema de formas diferentes e isso leva o professor a entender e valorizar os diferentes encaminhamentos. Dessa forma, após algumas observações, pode interferir propondo aos alunos um acerto na linguagem matemática e propor novas questões a serem investigadas.

Se essas diferentes soluções são analisadas pela turma junto com o professor, pode-se observar e identificar melhor onde estão os obstáculos matemáticos. O professor então, reflete sobre as diferentes soluções e representações e interfere para que o aluno avance na construção do conhecimento.

Observe que em três das soluções apresentadas, existiu por parte dos alunos a necessidade de visualização dos dados do problema.

A professora não faz comentários escritos sobre as resoluções dos alunos. Essa é uma atitude difícil para professores, pensar sobre o pensar do aluno.

Relato Feito Pela Professora Laura (II)

Problema retirado da prova da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ 2000)

O número de fitas de vídeo que Marcela possui está compreendido entre 100 e 150.

Grupando-as de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, sempre resta uma fita.

A soma dos três algarismos do número total de fitas que ela possui é igual a: (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8

Problema adaptado pela profesora Laura

Marcela possui uma quantidade de fitas de vídeo que está entre 100 e 150. Se ela arrumá-las de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, sempre vai sobrar 1.

a) Qual é a quantidade de fitas de vídeo de Marcela?

b) Qual é a soma desses algarismos?

Esta questão foi aplicada junto com a anterior, para os mesmos alunos e na mesma aula.

Nesta questão, precisei fazer algumas intervenções, pois eles não estavam sabendo como começar. Foi então que perguntei: o que lembra "de 12 em 12, de 15 em 15, de 20 em 20"? Prontamente responderam: - múltiplo. Pois nós já havíamos feito revisão de números no início do ano.

A maioria dos grupos seguiu esse raciocínio e fez o MMC, porém dois grupos resolveram fazer por tentativa e erro.

Após encontrarem o MMC (12,15,20) = 60, verificaram que esse nº não servia diretamente, uma vez que o nº de fitas deveria estar entre 100 e 150. Foi então que fiz outra intervenção, perguntando: qual é o nº que está relacionado com o 60 e que está entre 100 e 150? E todos concluíram que era o 120. Mas, para alguns grupos, precisei lembrar que sempre sobrava 1 fita e então somaram 1 com 120.

Mas, na turma 701, não pude estar presente neste momento final e todos deram como resposta 120 e como soma dos algarismos responderam 3.

Verifiquei então que os alunos, em sua grande maioria, não conseguem conduzir o seu raciocínio livremente. Seja por insegurança ou por falta de conhecimento, ou até por falta de fixação, precisam ter suas memórias "refrescadas".

Abaixo temos algumas resoluções apresentadas pelos alunos.

I) a) 121 fitas b) 4

"Fizemos o MMC entre 12, 15 e 20 e achamos 60, mas 60 é o menor múltiplo comum e está abaixo de 100, então a resposta não seria 60, Aí fizemos 60 x 2 que deu 120 que é um outro múltiplo comum de 12, 15 e 20, mas se agrupássemos 120 em 12 em 12, 15 em 15 e 20 em 20 daria a conta exata e no problema teria que sobrar mais um, então acrescentamos mais 1 e achamos 121."

II) a) 121 b) 4

"Fizemos uma tentativa: pegamos 15 x 10, deu 150, mas passou. Tentamos 15 x 9 = 135. Mas o 20 x 7 = 140 não deu igual. Tentamos 15 x 8 e que deu 120, pegamos o 20 x 6 que deu 120, o 12 x 10 que deu 120, Vimos que o nº dá 120, na pergunta falava que restava 1 fita. Pegamos esta fita que restou e somamos com 120. Resultado 121."

III) a) 120 b) 3

"Fazendo o MMC de 12, 15, 20 o resultado é 120 que é igual à quantidade de fitas que Marcela tem. A soma dos algarismos é igual a 3."

Algumas Reflexões Sobre o Relato da Professora Laura (II)

A questão proposta originalmente não deixa explícito o objetivo principal do problema, que é encontrar o número de fitas. Na adaptação feita pela professora, ela procura explicitar esse objetivo.

As duas possibilidades de enunciados devem ser exploradas pelo professor, criando no aluno uma flexibilidade no pensar.

A professora relata que precisou fazer algumas intervenções, pois os alunos não estavam sabendo como começar. Um dos grandes obstáculos na resolução de problemas é que o aluno não necessita de apenas um conceito para resolver um problema, e sim de diferentes conceitos que deverão se relacionar construindo um campo mais amplo de conhecimentos. Um conceito matemático se constrói quando articulado com outros conceitos, por meio de generalizações e intervenções do professor.

A justificativa mais provável para a dificuldade de iniciar o problema é que os alunos ainda não detinham determinados conceitos para articular os procedimentos necessários à resolução do problema e o professor é o elemento fundamental na identificação e na construção desses conceitos.

Comentários Finais

As professoras usaram as questões de vestibulares como disparadores para abordagens iniciais de conteúdos, pois o vestibular carrega a imagem do ingresso na universidade e isso estimula e motiva os alunos. Na declaração da professora Laura seus alunos demonstraram satisfação em resolver uma questão de Vestibular, um fato que envolve a auto-estima e conseqüentemente propicia uma melhor participação do aluno nas atividades matemáticas.

Os relatos apontam que os alunos de uma maneira geral apresentaram uma solução padronizada e isso ilustra o fato de o professor faz e o aluno reproduz. De uma maneira geral, quando os professores propõem os problemas, os alunos não sabem bem por onde começar, não possuem de antemão um encadeamento lógico (será que seria natural ter?). Por isso é necessário resgatar conceitos e propor um encaminhamento, por meio de perguntas que direcionam o desenvolvimento da atividade. Por outro lado também é preciso que eles aprendam a criar encaminhamentos.

Se o professor estiver preparado, ele será capaz de devolver perguntas baseadas nas perguntas dos alunos e não simplesmente dar a resposta.

Em relação as diferentes soluções para uma questão acredita-se que elas ajudem alunos e professores a conhecer diferentes estratégias de raciocínios, principalmente em relação as colocações feitas a respeito das soluções. Isso amplia a forma de pensar do professor e a linguagem matemática do aluno. O livro didático, que ainda hoje, é o principal guia de grande parte dos professores e, geralmente, apresenta uma única solução, torna muitas vezes o trabalho de sala de aula restrito e os professores que o utilizam como o único recurso didático acabam por influenciar na forma do aluno pensar e produzir registros em matemática.

O olhar inicial do grupo propunha uma mudança de proposta metodológica, no caso o recurso a resolução de problemas, mas, através dos relatos podemos avaliar que nem sempre isso acontece, pois a prática mais freqüente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema. Muitos professores disparam uma atividade ou problema contextualizado, modelam, trabalham em grupo, e voltam novamente a forma tracional, priorizando a partir daí o enunciado "seco" ou já decodificado. O que está por trás dessas falas, mais uma vez é mecanização X significado.

Resolver um problema pressupõe compreendê-lo, identificar o elemento desconhecido, imaginar a situação envolvida, identificar os dados do problema, relacionar esses dados, enfim toda uma estratégia de resolução.

Não é tarefa fácil propor estratégias para ensinar o aluno a pensar.Conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática.

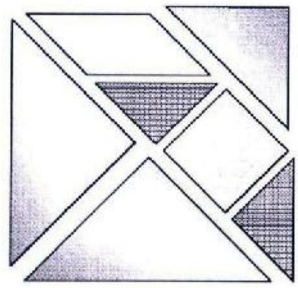
Acreditamos que um caminho inicial talvez seja partir de problemas e não de conceitos e definições. A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação de trabalho para o processo ensino-aprendizagem.

Sugestões Para Sua Aula

Procure trabalhar com seus alunos, usando uma metodologia de investigação, a seguinte situação-problema de Matemática:

Problema: "Deseja-se descobrir quantos degraus são visíveis numa escada rolante. Para isso foi feito o seguinte: duas pessoas começaram a subir a escada juntas, uma subindo um degrau de cada vez enquanto que a outra subia dois. Ao chegar ao topo, o primeiro contou 21 degraus enquanto o outro 28. Com esses dados foi possível responder a questão. Quantos degraus são visíveis nessa escada rolante? (obs: a escada está andando)."

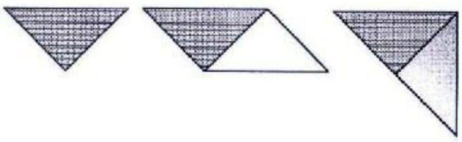
Solução da Sugestão Publicada no Boletim 39
Probema Sobre o Tangram

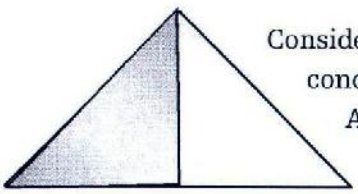


Observe as sete peças do tangram pois vamos relacionar as áreas dessas figuras com a área do quadrado original.

Sejam A_P, A_{TM}, A_{TP}, A_{TG}, A_Q respectivamente as áreas do paralelogramo, triângulo médio, triângulo pequeno, triângulo grande e quadrado.

Olhe a sequência a seguir, dela identificamos que $A_P = 2.A_{TP}$ e que $A_{TM} = 2.A_{TP}$. Logo $A_P = A_{TM}$





Considerando agora os triângulos médio e grande, concluimos que $A_{TG} = 2.A_{TM}$ e é fácil ver que o triângulo grande é a quarta parte do quadrado original.

Dessa forma temos: $A_P = A_{TM} = \frac{1}{2} A_{TG} = \frac{1}{2} (\frac{1}{4}$ área do quadrado original)

$= \frac{1}{8} 1^2 = \frac{1}{8}$.