BOLETIM GEPEM
Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática

Modelo dos Campos Semânticos e maneiras de operar: números figurados em de formação de professores

Rodolfo Chaves[1]
Instituto Federal do Espírito Santo

Filyppe Neves de Andrade[2]
Instituto Federal do Espírito Santo

Ian Neto Bonfim[3]
Instituto Federal do Espírito Santo

João Vitor de Souza Ellyan[4]
Instituto Federal do Espírito Santo

RESUMO

Este artigo apresenta uma pesquisa descritiva, de natureza qualitativa e tem como procedimento de análise a produção de significados, pautada nas ideias do Modelo dos Campos Semânticos, constituindo como atores, participantes de um processo de formação de professores, envolvendo licenciandos em Matemática e bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, com o objetivo de analisar processos de nucleação (constituição e transformação de núcleos), tematização da lógica das operações e maneiras de operar, a partir de distintos campos semânticos. O referido processo de formação aborda a construção dos números figurados bidimensionais a partir da perspectiva histórica da escola pitagórica, envolvendo materiais didático-pedagógicos manipulativos. A produção e análise ocorreram considerando-se as ações enunciativas dos participantes e a investigação possibilitou que se realizasse a identificação de aspectos relevantes nas maneiras de operar dos participantes. O procedimento apresentado, permitiu que se aflorasse a dialogicidade, bem como o exercício de ler e ouvir os participantes, após se considerar outras maneiras de operar que não fossem as autorizadas e legitimadas por livros, programas, autores e professores.

Palavras-chave: Modelo dos Campos Semânticos; Noções Categorias; Aritmética Pitagórica; Práticas

[1] Pós-doutorado pelo PPGEFEM-CCNE-UFSM, doutorado e mestrado em Educação Matemática pela Unesp/Rio Claro. Docente do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), leciona no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) e no curso de Licenciatura em Matemática (Limat). Vitória – ES, Brasil. Av. Vitória, 1729, Jucutuquara, Vitória – ES, Brasil, CEP. 29.040-780. https://orcid.org/0000-0002-6882-8483. E-mail: rodolfochaves20@gmail.com.

[2] Mestrando em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat-Ifes), licenciado em Matemática pelo Ifes, *campus* Vitória (Limat). Docente da Prefeitura Municipal de Cariacica. Vitória – ES, Brasil. Av. Vitória, 1729, Jucutuquara, Vitória – ES, Brasil, CEP. 29.040-780. https://orcid.org/0000-0002-4518-3678. E-mail: filyppeneves@gmail.com.

[3] Mestrando em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat-Ifes), licenciado em Matemática pelo Ifes, *campus* Vitória (Limat). Docente da Prefeitura Municipal de Cariacica. Vitória – ES, Brasil. Av. Vitória, 1729, Jucutuquara, Vitória – ES, Brasil, CEP. 29.040-780. https://orcid.org/0009-0002-8704-6740. E-mail: ianneto2010@gmail.com.

[4] Mestrando em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat-Ifes), licenciado em Matemática pelo Ifes, *campus* Vitória (Limat). Docente da Prefeitura Municipal de Cariacica. Vitória – ES, Brasil. Av. Vitória, 1729, Jucutuquara, Vitória – ES, Brasil, CEP. 29.040-780. https://orcid.org/0009-0003-7253-1273. E-mail: joao.ellyan13@gmail.com.

Semantic Fildes Model and ways of operating: figurated numbers in a teacher course process

ABSTRACT
This article presents a descriptive research, of a qualitative nature, which analysis procedure is the production of meanings, based on the ideas of the Semantic Fields Model, having as actors, participants in a Action of Complementary Education, Mathematics graduates and scholarship holders from Institutional Scholarship Program for Teaching Initiation, with the objective of analyzing nucleation processes (constitution and transformation of nuclei), thematization of the logic of operations and ways of operating, from different semantic fields. This process addresses the construction of two-dimensional figurative numbers from the historical perspective of the Pythagorean school, involving manipulative didactic-pedagogical materials. The production and analysis took place considering the enunciative actions of the participants and the investigation made it possible to identify relevant aspects in the participants' ways of operating. The procedure presented allowed dialogicity to emerge, as well as the exercise of reading and listening to the participants, after considering other ways of operating that were not authorized and legitimized by books, programs, authors and professors.

Keywords: Semantic Fields Model; Notions Categories; Pythagorean Arithmetic; Investigative Educational Prectices.

INTRODUÇÃO

Nosso artigo é fruto de uma pesquisa descritiva, de natureza qualitativa (Bodgan; Biklen (2013 [1991]), cujo procedimento metodológico adotado é o da análise de *produção de significados* (Lins, 2012; 1999; Lins; Giménez, 1997; Silva, 2022; 2003), a partir de algumas ideias e noções pertinentes ao Modelo dos Campos Semânticos (MCS), envolvendo licenciandos em Matemática, bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), de uma instituição pública, a partir de uma Ação Complementar ao Ensino (ACE), denominada "Práticas Educativas Investigativas envolvendo números figurados", cadastrada junto à diretoria de ensino da instituição (Processo 23148.001816/2023-86, diren – Ifes – *campus* Vitória).

Tal ACE foi promovida pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), da qual os autores deste texto são membros, assim como alguns dos participantes desta Ação. Há também, inseridos na mesma, como parte de preparação/formação para iniciarem suas práticas nas escolas núcleos, bolsistas do Pibid. O processo se desenvolveu em seis encontros de quatro horas de duração cada, envolvendo 12 participantes e 5 monitores.

O objetivo de nossa pesquisa foi o de identificar e caracterizar aspectos de *processos de produção de significado* e, consequentemente, realizar *leituras* que, possivelmente nos levasse ao entendimento das *maneiras de operar* dos participantes (*sujeitos do conhecimento*), e daí deflagar as respectivas *lógicas de operações*, na busca de possibilidades concretas de interação e intervenção na *produção de significados* dos mesmos e assim, ampliar nosso entendimento relativo à *maneira de operar* dos *sujeitos* *do conhecimento*, quando estes se propõem a *produzir significados* para os temas e ideias abordadas.

No que se refere à *maneira de operar* de um *sujeito do conhecimento,* referimo-nos ao que este *sujeito* faz/realiza/fala com os *objetos* (aquilo para o qual ele *produz significado*) por ele constituídos; isto é, referimo-nos à sequência de ações e ao conjunto procedimentos por ele utilizado ao lidar com tais *objetos*. No que tange à *lógica das operações*, referimo-nos às suas garantias de que ele "pode"/"deve" agir/operar daquela forma. Assim, ao realizarmos *leituras* que possam nos levar à compreensão de tais processos, procuramos então, identificar e caracterizar aspectos referentes aos *processos de produção de significado* deste sujeito da enunciação, com vistas a compartilharmos – com este e com os demais sujeitos do conhecimento envolvidos no processo – *espaços comunicativos* e assim, ampliarmos o espectro no processo de *produção de significados*.

APORTE HISTÓRICO

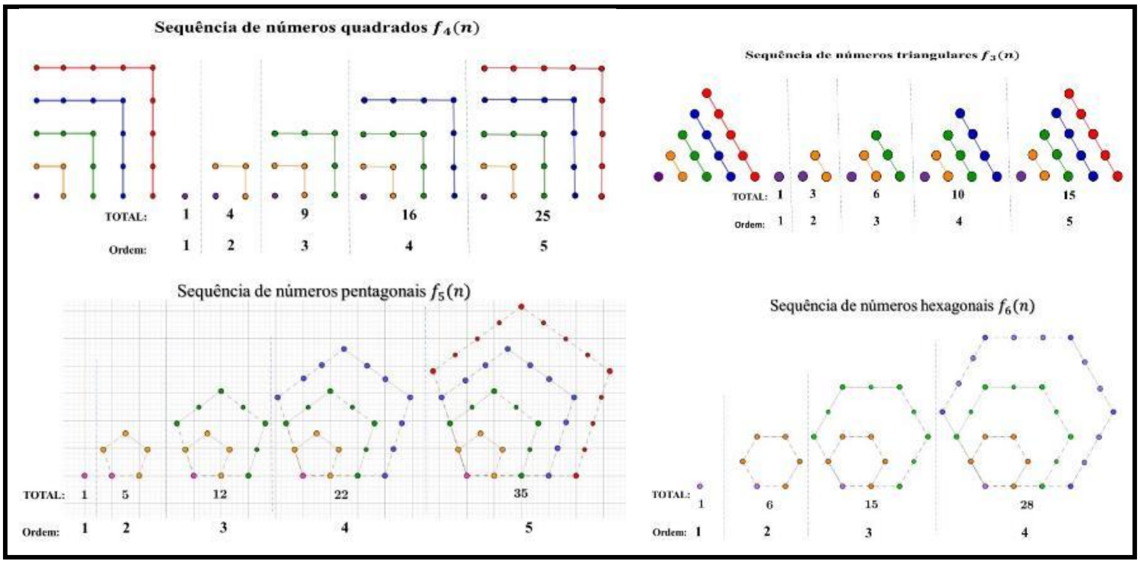
Não nos fixaremos na celeuma se Pitágoras existiu ou não como um ser biológico, mas tomaremos como premissa a existência de feitos atribuídos à escola pitagórica e aos pitagóricos e assim nos referiremos à fascinação deles pelos números e seus "atributos místicos", que os levou a categorizá-los e a classificá-los. Muitas dessas categorizações se perderam ao longo do tempo, mas algumas, segundo Roque (2012) – indo a Aristóteles – perduraram, como por exemplo, classifica-los em limitados e ilimitados, pares e ímpares, perfeitos[5], amigáveis[6], defectivos ou deficientes[7], abundantes[8] ou excedentes, masculinos e femininos, quadrados e oblongos etc.

Números quadrados, oblongos, triangulares, pentagonais, hexagonais etc., por exemplo, são números figurados bidimensionais (figura 1) e sua composição, enquanto sequências numéricas, possibilitou associar formas (*produção de significado* a partir de um *campo semântico* pictórico) a números, expressando quantidades (*produção de significado* a partir de um *campo semântico* aritmético) e, tal associação, ao longo dos tempos, passou a se configurar como algo relevante, a ponto de se constituir, segundo Deza e Deza (2012), como uma teoria que fascinou muitos matemáticos ao longo da

[5] "[...] cujas partes alíquota, quando somadas, reproduziam o próprio número. O primeiro desses era o seis, cujos divisores menores são: 1, 2 e 3 (1+2+3=6). O segundo número perfeito era o 28, cujos divisores menores são: 1, 2, 4, 7 e 14 (1+2+4+7+14=28)" (Tahan, 1967, p. 76).
[6] "São pares de números em que cada um é a soma dos divisores próprios do outro. Uma definição equivalente é que dois números são amigáveis, quando sua soma é a soma de todos os divisores de ambos esses números" (Gundlach, 1992, p. 42).
[7] "Se excede a soma de seus divisores próprios" (Eves, 2004, p. 99).
[8] "Se é menor que a soma de seus divisores próprios" (Eves, 2004, p. 99).

história, dos quais destacamos: Pitágoras de Samos (*c.a.*582-507 AEC.), Hípsicles de Alexandria (190-120 AEC.), Lúcio Méstrio Plutarco de Queroneia (46-120 DEC.), Nicômaco de Gerasa (60-120), Téon de Esmirna (70-135), Diofanto de Alexandria (210-290), Leonardo Fibonacci (1170-1250), Michel Stifel (1487-1567), Girolamo Cardano (1501-1576), Bachet de Méziriac (1581-1638), René Descartes (1596-1650), Pierre de Fermat (1601-1665), John Pell (1611-1685), Blaise Pascal (1623-1662), Leonhard Eüler (1707-1783), Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), Andrien-Marie Legendre (1752-1833), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851), Wacław Sierpiński (1882-1969), Barnes Wallis (1887-1979), George Pólya (1887-1985) e Malba Tahan (1895-1974).

Figura 1 – Números figurados bidimensionais.



Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Fruto do trabalho dos pensadores supracitados, muita produção matemática advém dos números figurados, principalmente quando se pensa em Teoria dos Números. “Os números poligonais, segundo se depreende da obra de Diofante, já haviam sido assinalados por Hípsicles, de Alexandria, cuja vida decorreu num período que remonta a dois séculos antes de Cristo” (Tahan, 1966, p. 213).

Segundo Dutra e Chaves (2020),

> Vários dos teoremas conhecidos em Teoria dos Números foram formulados a partir da observância e de pesquisas envolvendo esses números. Particularmente, podemos destacar que os figurados se relacionam a algumas classes de números inteiros positivos, como por exemplo, coeficientes binominais, ternos pitagóricos, números perfeitos, números de Mersenne e Fermat, sequência de Lucas e Fibonacci etc. (Dutra; Chaves, 2020, p. 46).

Fruto de nossas experiências em práticas envolvendo números figurados, sem medo de sermos considerados piegas, observamos que dedicar certo tempo a analisar e manusear números figurados, não é só fascínio de matemáticos ao longo da história da Matemática, pois desde de 2017 já ministramos mais de uma dúzia de minicursos e oficinas envolvendo o tema e o grau de envolvimento dos participantes é sempre muito proveitoso. Por isso, o tema continua sendo excitante, lúdico e atual.

METODOLOGIA E LASTRO EPISTEMOLÓGICO

A referida pesquisa se constitui como descritiva, de natureza qualitativa (Bodgan; Biklen (2013 [1991]), cujo procedimento metodológico adotado é o da análise de *produção de significados* (Lins, 2012; 1999; Lins; Giménez, 1997; Silva, 2022; 2003), a partir do MCS, com o propósito de verificar as *maneiras de operar* e a *lógica das operações* de nossos atores[9] – *sujeitos do conhecimento* –, licenciandos bolsistas do *Pibid*, participantes de um processo de formação denominado de ACE: "Práticas Educativas Investigativas envolvendo números figurados".

Em nossa proposta didático-pedagógica, dividimos os participantes em grupos de no máximo quatro componentes, havendo um monitor (membro do Gepemem e da equipe organizadora das Práticas Educativas que desenvolvemos) para cada grupo. Também optamos por reproduzir fidedignamente as cores adotadas pelos participantes quando iam à lousa para grafar suas enunciações.

A base epistemológica de nossa pesquisa se ancora em ideias do MCS e, em nosso texto, grafamos tais ideias – pertinentes ao MCS – em itálico, com o propósito de destacar e diferenciar do senso comum. Assim, esclarecemos que nosso propósito é efetuar *leituras*, a partir do método de *leitura plausível*, relativo ao MCS, para analisarmos alguns *significados produzidos.*

O Modelo dos Campos Semânticos, também denominado de MCS pelos seus usuários, segundo seu elaborador, Prof. Dr. Romulo Campos Lins (1955-2017), se constitui a partir de um reduzido número de noções e ideias e das relações entre as mesmas,

> [...] ele sempre foi pensado como um quadro de referência apenas, a partir do qual o que vai existindo (sempre de forma emergente e emergencial) é tratado: a complexidade é apenas um possível resultado de um processo de produção

[9] Em nosso texto, os atores são identificados por pseudônimos, para atender as normas estabelecidas pela Comissão de Ética à Pesquisa da instituição de origem.

> de conhecimento e de significado, e o Modelo apenas existe enquanto está em movimento, "em ação". Estudar o MCS é usá-lo, exatamente isto (Lins, 2012, posfácio, destaques do original).

O *método de leitura plausível* é aplicável "[...] aos processos de produção de conhecimento e significado" (Lins, 2012, p. 23) e permite que se evidencie "[...] um processo no qual o *todo* do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente [...]" (*Id Ibid.*, destaques do original).

A partir de nosso lastro epistemológico, consideramos a *produção de significado* como "[...] o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana" (Lins, 1999, p. 86). A "[...] produção de significados se dá sempre no interior de atividades" (Lins, 2012, p. 28), sendo "[...] *significado* o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e, sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto" (Lins; Giménez, 1997, p. 145-146) e *campo semântico* é "[...] um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade [...] sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria condições para sua própria transformação" (Lins, 2012, p. 17).

Vale ressaltar que, o texto Lins (2012), destacando a visão lacaniana do professor Roberto Ribeiro Baldino – grande colaborador e incentivador do MCS –, levou-nos ao entendimento de que a *enunciação* não pode ser "interior", devendo então ser explicita(da), isso porque,

> [...] o modelo não faz diferença entre dizer e fazer. Ou dizer é entendido como fazer algo, ou fazer é entendido como um ato enunciativo. E fazer inclui por exemplo, gestos, arranjos ou manipulações de objetos físicos, desenhos e diagramas de todos os tipos (Lins, 2004, p. 5 *apud* Silva, 2022, p. 89).

Já *objeto* "[...] é aquilo para que se produz significado [...] O significado de um objeto, no interior de uma atividade, não é tudo que *poderia* ser dito a respeito da coisa da qual se fala [...] é na produção de significados que se constituem objetos" (Lins, 2012, p. 28, destaques do original).

> Deve ficar claro que, segundo o que proponho: (i) conhecimento é algo do domínio da enunciação, e não do enunciado, e que, portanto, (ii) todo conhecimento tem um sujeito (do conhecimento, e não do conhecer). E mais,

> o sujeito de um conhecimento não faz sentido sem o interlocutor[10] em direção ao qual este conhecimento é enunciado, isto é, a unidade mínima de análise, o sujeito cognitivo (ou epistêmico, se preferirem), não pode ser identificada ao sujeito biológico, assim como o sujeito funcional (unidade de análise funcional) é o formigueiro e não a formiga (Lins, 1999, p. 84).

Para o MCS, a *lógica das operações* é condição *sine qua non* na *análise da produção de significados* em relação a um certo *núcleo*, pois faculta que certas características emirjam em relação ao que pode e ao que não pode ser dito/feito, mas também faz com que certas *crenças-afirmações*[11] sejam priorizadas em detrimentos de outras, em relação a um *núcleo* (Lins; Giménez, 1997). Dessa forma, tematizar a *lógica das operações* subjacente a uma atividade não é necessariamente examinar o particular para abstrair o geral, visto que tal tematização trata de tornar legítimo falar a respeito de uma situação genérica e, segundo nosso referencial, "[...] isso não resolve nenhum problema (particular), mas é de interesse na sala de aula" (*Ibid.*, p. 120).

> Uma outra noção essencial em nossa formulação é a de *lógica das operações*. Posto de uma forma simples, estamos nos referindo a um conjunto de estipulações, dentro de um núcleo, que se referem diretamente ao que pode ser feito com os objetos que estamos constituindo pela produção de significados. Por exemplo, haveria uma "lógica das operações com todo e partes", que corresponderia ao que pode ser feito com um todo e suas partes: juntar duas ou mais partes, separar uma ou mais partes de um todo, repartir o todo ou uma parte em partes (iguais ou não), comparar partes. Quando significado é produzido em relação a um núcleo de todo e partes, por exemplo, para a equação "3x + 10 = 100", o que pode ser feito com esse objeto depende exatamente daquela "lógica das operações com todo e partes", mas, se produzíssemos significado para a mesma equação em relação a uma balança de dois pratos, operaríamos segundo uma "lógica das operações com balanças de dois pratos" (Lins; Giménez, 1997, p. 145).

Silva (2003) destaca que, em um *processo de nucleação*, isto é, de constituição e transformação de um *núcleo*, a incorporação de *estipulações locais*[12] ocorre ao longo do processo.

Na análise da *produção de significado* e de *conhecimento*, nos moldes propostos pelo MCS, é tomado como base a ideia *leontieviana* de níveis de funcionamento da atividade humana (atividade, ações e operações), na qual destacamos que "[...] toda operação é realizada segundo uma lógica" (Lins; Giménez, 1997, p. 114), sendo

[10] "O interlocutor é uma *direção* na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico" (Lins, 2012, p. 19, destaques do original).
[11] "o sujeito enuncia algo em que acredita" (Lins, 2012, p. 12).
[12] No MCS, *estipulações locais* são "[...] afirmações que localmente não precisam ser justificadas" (Lins, 1999, p. 87), "[...] são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação" (Lins, 2012, p. 26).

fundamental a investigação dessas lógicas com o propósito de procurar entender as formas de operar de nossos estudantes, de nossos sujeitos de pesquisa. Para tal, algumas noções basilares – denominadas de noções categorias – são essenciais. Vejamos então:

> i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
> ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e sua lógica;
> iii) A produção de conhecimento;
> iv) Os interlocutores;
> v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade (Silva, 2003, p. 77).

Para nosso artigo nos fixaremos na *lógica das operações* e nas *maneiras de operar* dos *sujeitos do conhecimento*, mas é importante destacarmos que:

> Na observação do núcleo, numa dada atividade, podemos identificar a maneira de operar dos sujeitos bem como a lógica das operações ligadas ao processo de produção de significados para um texto. As operações são o que o sujeito faz com os objetos e a lógica é o que garante que ele pode fazer (Silva, 2003, p. 76).

No que se refere aos procedimentos relativos às ações de ensino, adotamos Práticas Educativas Investigativas (PEI), apresentadas em Chaves (2004) que, dentre outros princípios norteadores, visam estimular a dialogicidade, o trabalho colaborativo, de caráter investigativo, pautados em ideias basilares do MCS, de forma que um estudante em contato com a realidade do seu ambiente possa desenvolver atitudes criativas em relação ao mesmo, cabendo aos professores atuarem como interlocutores de uma educação que se oponha àquela em que o estudante é levado a ignorar as consequências dos seus atos (Chaves, 2004).

A partir desse escopo, consideramos que tanto *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI* (Lins; Giménez, 1997) quanto os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (Brasil, 1997) são obras que sugerem que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorra em todos os anos da Educação Básica e assim, sugerem que, desde os primeiros anos de escolarização, ocorra a observância e a investigação de padrões aritmético-geométricos. Daí, propor PEI envolvendo números figurados como possibilidades do que tais obras sugerem.

DESENVOLVIMENTO DE UMA PRÁTICA EDUCATIVA INVESTIGATIVA

No desenvolvimento de nossas PEI (Chaves, 2004), objetivamos estimular o uso de processos recursivos para se obter o termo geral de cada sequência de números figurados bidimensionais e, para isso, propusemos *maneiras de operar* que privilegiassem a ideia de distribuição *gnomônica*, na qual, cada novo termo pudesse ser obtido acrescentando mais pontos que denominamos de *gnomons*[13] e assim, passássemos a *produzir significado* para cada termo das respectivas sequências de números figurados como soma de *gnomons*.

Dessa forma, como material didático-pedagógico manipulativo, usamos "tampinhas" de garrafas PET e tabelas (figuras 2, 3, 4 e 5), com vistas a organizarmos os *gnomons*, a partir de tarefas de percepção (para nomeação e agrupamento de cores, nomeação e agrupamento de figuras geométricas e respostas advindas de ilusões visuais), de abstração e generalização (para comparação, discriminação e agrupamento de objetos), de dedução e inferência (com vistas ao estabelecimento de conclusões lógicas a partir dos *significados produzidos*) e de solução de problemas matemáticos (a partir das *estipulações locais* constituídas) (Luria, 1990).

Figura 2 – Números figurados triangulares.

Ordem	Distribuição *gnomônica*	Número triangular relativo à ordem
1	1	1
2	$1+2$	3
3	$1+2+3$	6
4	$1+2+3+4$	10
5	$1+2+3+4+5$	15
⋮	⋮	⋮
n	$1+2+3+4+5+\cdots+n$	$f_3(n)=\frac{(n+1)\cdot n}{2}$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Figura 3 – Números figurados quadrados.

[13] "Os gregos da Antiguidade consideravam *gnomon* (etimologicamente, conhecedor) como uma peça que poderia juntar-se a uma figura da mesma forma, mas de tamanho maior [...] *Gonomon* é também a parte do relógio solar que possibilita a projeção da sombra. Heródoto relata que os babilônios foram os inventores, mas foi Anaximandro de Mileto que ocidentalizou tal conhecimento" (Chaves; Rodrigues, 2014, p. 137, destaques do original).

Ordem	Distribuição *gnomônica*	Número quadrado relativo à ordem
1	1	1
2	$1+3$	4
3	$1+3+5$	9
4	$1+3+5+7$	16
5	$1+3+5+7+9$	25
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$1+3+5+7+9+\cdots+2n-1$	$f_4(n)=n^2$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Figura 4 – Números figurados pentagonais.

Ordem	Distribuição *gnomônica*	Número pentagonal relativo à ordem
1	1	1
2	$1+4$	5
3	$1+4+7$	12
4	$1+4+7+10$	22
5	$1+4+7+10+13$	35
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$1+4+7+10+13+\cdots+3n-2$	$f_5(n)=\frac{(3n-1)\cdot n}{2}$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Figura 5 – Números figurados hexagonais.

Ordem	Distribuição *gnomônica*	Número hexagonal relativo à ordem
1	1	1
2	$1+5$	6
3	$1+5+9$	15
4	$1+5+9+13$	28
5	$1+5+9+13+17$	45
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$1+5+9+13+17+\cdots+4n-3$	$f_6(n)=(2n-1)\cdot n$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Nas tabelas presentes nas figuras antecedentes, se tomarmos a última parcela a cada linha, formamos progressões aritméticas (PA) e assim, pelo termo geral e soma dos termos, respectivamente, chegaríamos a cada termo geral da distribuição *gnomônica* e ao termo geral de cada sequência de números figurados planos. Então, por que não usar tais técnicas ao invés de procurar, recursivamente, um padrão (numérico ou geométrico)? Porque nosso propósito é analisar a *produção de significado* dos nossos *sujeitos do conhecimento*, examinar a tematização da *lógica das operações* e *as maneiras de operar* de nossos *sujeitos do conhecimento*, assim como as *constituições e transformações dos núcleos*, indicando alguns elementos que constituem o processo. Também, por considerarmos que:

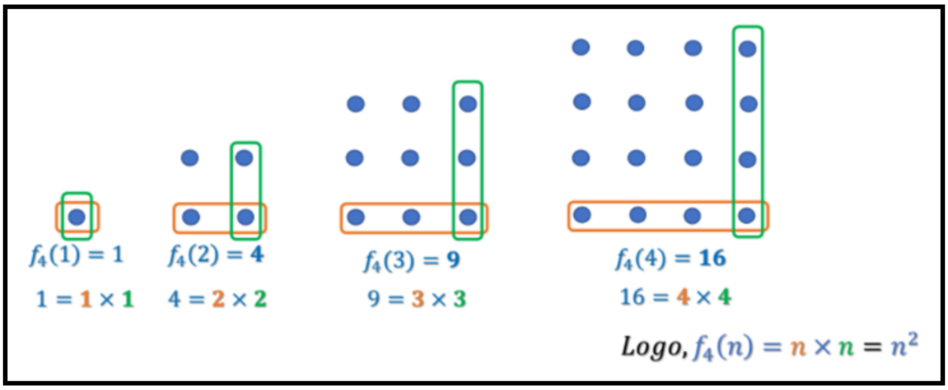
> Por um lado, fica claro que tanto as abordagens “letristas” quanto as “facilitadoras” estão, cada uma a seu modo, profundamente equivocadas. As “letristas”, por ignorarem completamente que o “texto em letras” não carrega, em si, significado algum, e que este significado é produzido em relação a um núcleo, e que via de regra há muitos significados possíveis; todo “cálculo com letras” está subordinado a uma *lógica das operações*, e essa lógica imprime características particulares às possibilidades desse cálculo. As “facilitadoras”, por ignorarem que a passagem de um *campo semântico* constituído em torno de um núcleo familiar para um outro *campo semântico* constituído em tomo de um outro núcleo – possível e até provavelmente não-familiar – não se dá por “passagem suave”, “abstração”, “generalização” ou qualquer outra coisa que sugira que permanece de alguma forma uma “essência” (Lins; Giménez, 1997, p. 131).

Dessa forma, a partir do nosso propósito, já explicitado, em um processo de *produção de significado* e em sua *leitura*, fundamentado nos princípios do MCS, nosso interesse encontra-se na *leitura* do processo e não na permanência, no produto. Isso porque, segundo nosso entendimento, a concepção algorítmica vigente na matemática escolar – de trabalhar a partir de fórmulas e algoritmos – é uma tentativa de ler na permanência, enquanto que, nosso interesse está no processo, na *lógica das operações*, na *produção de significados* e na *transformação e constituição dos núcleos.*

ALGUMAS LEITURAS E IDENTIFICAÇÃO DE ELEMENTOS NO PROCESSO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

Estabelecemos como *modo de produção de significado* que, iniciar pela sequência de números quadrados constituindo uma tabela (figura 3) como *objeto*, provavelmente, por recursividade, pudesse evidenciar que os termos da terceira coluna (número quadrado relativo à ordem) são os respectivos quadrados da ordem (primeira coluna). Assim, como *modos de produção de significados* “[...] são ‘campos semânticos idealizados’ que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se, o que dizem, é legítimo ou não” (Lins, 2012, p. 29, destaques do original), antecipávamos que a maneira de operar dos *sujeitos do conhecimento* poderia ocorrer a partir da comparação de números em colunas, estabelecendo uma relação entre o número figurado quadrado $[f_4(n)]$ e a ordem $[n]$; todavia, o ator de pseudônimo *Rosa* constituiu como *objetos* a relação entre pontos organizados por linhas e colunas, de forma que sua maneira de operar considera as dimensões e a quantidade de pontos distribuídos como medidas. Dessa forma, *Rosa*, indo à lousa, apresentou o seguinte texto (figura 6):

Figura 6 – Maneiras de operar de *Rosa*.



Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Apesar de *Rosa* não ter constituído a tabela (figura 3) como um *objeto*, recursivamente *Rosa* operou segundo um *campo semântico* pictórico, pois a representação pictórica dos números quadrados (figura 6) foi usada e, tal como a proposta apresentada em Luria (1990), podemos inferir que *Rosa* operou a partir de tarefas de percepção (para nomeação e agrupamento de cores, nomeação e agrupamento de figuras geométricas e respostas advindas de ilusões visuais), de abstração e generalização (para comparação, discriminação e agrupamento de objetos), de dedução e inferência (com vistas ao estabelecimento de conclusões lógicas a partir dos *significados produzidos*) e de solução de problemas matemáticos (a partir das *estipulações locais* constituídas, estabelecendo quantidade de pontos como medidas e multiplicando dimensões como se fosse calcular a área da figura).

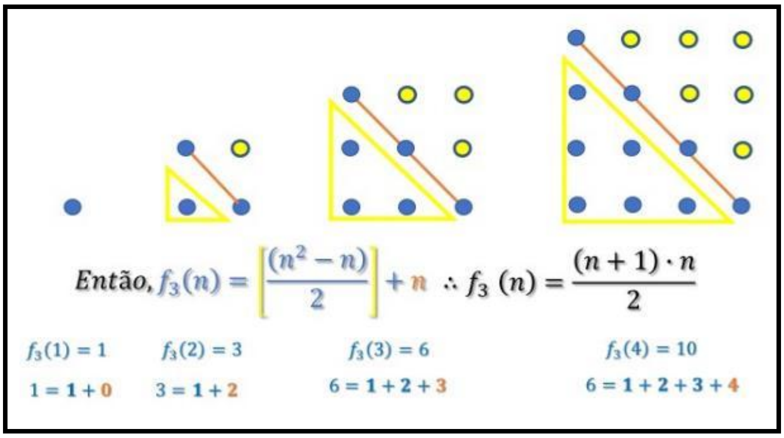
Rosa, em seu esquema (figura 6), ao expressar que $\mathbf{1 = 1 \times 1}$, $\mathbf{4 = 2 \times 2}$, $\mathbf{9 = 3 \times 3}$ e $\mathbf{16 = 4 \times 4}$, constituiu a relação entre o número de pontos da “base” (•) e o número de pontos da “altura” (•) com a quantidade total de pontos, como *objetos* e, como *estipulação local*, as quantidades de pontos distribuídos nas respectivas dimensões como medidas. O *processo de nucleação*, isto é, de *constituição* e *transformação do núcleo*, foi de incorporação de *estipulações locais* ao longo do processo, da seguinte maneira: inicialmente opera em um *campo semântico* pictórico e os *objetos* – mesmo não sendo abandonados – foram sendo transformados, na qual dimensões transformaram-se em medidas (ou quantidades) passando assim a operar em um *campo semântico* aritmético ($\mathbf{1 = 1 \times 1}$, $\mathbf{4 = 2 \times 2}$, $\mathbf{9 = 3 \times 3}$ e $\mathbf{16 = 4 \times 4}$), concluindo que uma extensão dessa sequência poderia ser escrita da forma $\boldsymbol{f_4(n)} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{n^2}$, passando, assim, por nova *transformação do núcleo*, operando a partir de um *campo semântico* algébrico.

Silva (2003) chama atenção de que essas *transformações* que ocorrem em um *processo de nucleação* que caracterizam a dinâmica em um processo de *produção de significado*.

Assim, na tematização da *lógica das operações*, *Rosa produziu significado* geométrico para área de quadrados, na formação da sequência de números figurados quadrados e as tarefas de percepção, abstração e generalização, dedução e inferência e solução de problema matemático, constituíram-se como *maneiras de operar* de nosso *sujeito do conhecimento* (*Rosa*).

No que se refere à obtenção de um termo geral de números triangulares [$f_3(n)$], o *sujeito do conhecimento*, cujo pseudônimo é *Pi*, optou por construí-los a partir da representação pictórica dos números quadrados [$f_4(n)$] (figura 7).

Figura 7 – Maneira de operar de *Pi*.



Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Para tal, *Pi* dirigiu-se à lousa, apresentou o conjunto de imagens antecedentes (figura 7) e enunciou:

> ***Pi*** – *Como conhecemos os números quadrados e um triângulo pode ser escrito como a metade de um quadrado, eu pensei então que isso poderia ser um começo. Daí, eu*

esquematizei os quatro primeiros números quadrados [esboça na lousa como o esquema pictórico da figura 7]. *Como o um é o princípio gerador eu não mexi nele, mas do segundo quadrado em diante eu observei um padrão bem assim, ó:*
Primeiro eu uni os pontos da diagonal com uma linha e daí vi que tirando a diagonal do quadrado $[n^2 - n]$, *ficariam dois triangulares de ordem anterior. Como só preciso de um triangular, eu dividi por 2. Assim*: $\left[\frac{n^2-n}{2}\right]$.
Depois disso acrescentei a diagonal novamente, que é um gnomon do triangular, para voltar à ordem que estava analisando. Então ficou $\left[\left(\frac{n^2-n}{2}\right) + n\right]$, *que é exatamente o termo geral do figurado triangular* $\left[f_3(n) = \frac{(n+1)\cdot n}{2}\right]$.

O *sujeito do conhecimento Pi*, constituiu como *objetos*: (*i*) a representação pictórica dos números triangulares de uma ordem qualquer; (*ii*) a representação pictórica dos números triangulares de uma ordem antecedente; (*iii*) a representação da diagonal do quadrado; (*iv*) a diagonal do quadrado como um *gnomon* de um número triangular.

Pi constituiu, como estipulações locais: (*a*) o 1 como princípio gerador; (*b*) os números quadrados como geradores de triangulares; (*c*) o número de pontos da diagonal do quadrado como equivalente à ordem.

Tal como *Rosa* (em relação aos números quadrados), inicialmente *Pi* opera em um *campo semântico* pictórico, na qual o *processo de nucleação* (*constituição* e *transformação do núcleo*) ocorre de maneira na qual os *objetos* foram sendo transformados, tomando como *estipulação local* um número quadrado como gerador de um número triangular.

Em relação às *enunciações* e as *maneiras de operar* do *sujeito do conhecimento Pi*, o *processo de nucleação* ocorreu a partir da incorporação das *estipulações locais* ao longo do processo, da seguinte maneira esquemática (Silva, 2003):

(*I*) diagonal em número de pontos associando à ordem (*n*);

(*II*) representação pictórica de um número quadrado em $[n^2]$;

(*III*) representação pictórica de número quadrado sem os pontos da diagonal na representação pictórica de dois triangulares de ordem antecedente em $[n^2 - n]$;

(*IV*) a separação pictórica de dois triangulares em um único triangular de ordem antecedente e este *objeto* em $\left[\frac{n^2-n}{2}\right]$;

(*V*) a representação pictórica de um número triangular como a representação pictórica um triangular de ordem antecedente acrescido da diagonal (*gnomon* da ordem atual) em $\left[\left(\frac{n^2-n}{2}\right) + n\right]$;

(*VI*) a expressão $\left[\left(\frac{n^2-n}{2}\right)+n\right]$ em $f_3(n)=\frac{(n+1)\cdot n}{2}$;

(*VII*) $f_3(n)=\frac{(n+1)\cdot n}{2}$ em $\boldsymbol{f_3(1)=1=1+0}$, $\boldsymbol{f_3(2)=3=1+2}$, $\boldsymbol{f_3(3)=6=1+2+3}$ e $\boldsymbol{f_3(4)=10=1+2+3+4}$.

Com essas *transformações*, observamos que o *sujeito do conhecimento Pi*, inicialmente, operava em um *campo semântico* pictórico e passou a operar em um *campo semântico* algébrico e só depois, possivelmente como uma forma de verificação, passou a operar em um *campo semântico* aritmético. Enquanto *Rosa* passou de *campo semântico* pictórico a um *campo semântico* algébrico, passando antes por um *campo semântico* aritmético, *Pi* passou do *campo semântico* pictórico a um *campo semântico* aritmético, passando antes por um *campo semântico* algébrico e essas foram as *transformações do núcleo*.

O *sujeito do conhecimento Pi*, opera de uma maneira na qual ele enuncia verbalmente uma *estipulação local* e em seguida, constitui como *objetos* as respectivas expressões algébricas: $[n^2]$; $[n^2-n]$; $\left[\frac{n^2-n}{2}\right]$; $\left[\left(\frac{n^2-n}{2}\right)+n\right]$; $f_3(n)=\frac{(n+1)\cdot n}{2}$.

Dando continuidade ao processo, passamos a operar com os números figurados pentagonais e um monitor, de pseudônimo *Emebê*, observou que em seu grupo os participantes apresentavam uma *dificuldade* – do ponto de vista epistemológico – em *produzir significado* para a distribuição *gnomônica* na sequência de números figurados pentagonais (figura 4). Antes de continuarmos, vale destacar algumas considerações a respeito de *dificuldades epistemológicas*, no que tange ao MCS.

> [...] uma dificuldade deve ser entendida de duas maneiras excludentes: ou ela caracteriza-se como um obstáculo ou como um limite epistemológico. Um **Obstáculo Epistemológico** [...] seria o processo no qual um aluno operando dentro de um campo semântico, poderia potencialmente produzir significado para uma afirmação, mas não produz. (Veremos um exemplo a seguir). Já um **Limite Epistemológico** seria a impossibilidade do aluno em produzir significado para uma afirmação. Este é o caso de Pedro que opera no campo semântico da balança; ao se defrontar com a equação 3x + 100 = 10, não produz significado para este texto. Caso ele não mude de campo semântico, ele não conseguirá resolver esta equação, o que caracterizaria um limite epistemológico (Silva, 1997, p. 17-18, destaques do original).

Ao observar a maneira como o grupo operava (figura 8), *Emebê* verificou que os participantes constituíram os *gnomons* como *objetos* (termos de uma PA) em um *núcleo*, na qual incorporaram elementos de uma PA como *estipulações locais*.

Figura 8 – Maneira de operar dos participantes do grupo *Emebê*.

NÚMEROS FIGURADOS – PENTAGONAIS

Progressão Aritmética

$a_1 = 1$

$r = 3$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_n = 3n - 2$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

$f_5(n) = \frac{(1 + 3n - 2) \cdot n}{2}$

$f_5(n) = \frac{(3n - 1) \cdot n}{2}$

Ordem	Soma de tampinhas por Parcela para o nº formado	TOTAL $f_5(n)$	Expressão numérica da soma
1	1	1	1 = 1
2	1, 4	5	1 + 4 = 5
3	1, 4, 7	12	1 + 4 + 7 = 12
4	1, 4, 7, 10	22	1 + 4 + 7 + 10 = 22
5	1, 4, 7, 10, 13	35	1 + 4 + 7 + 10 + 13 = 35
...	...	...	...
10	1, 4, 7, 10, 13, ..., 28	145	1 + 4 + 7 + 10 + 13 + ... + 28 = 145
...	...	...	...
37	1, 4, 7, 10, 13, ..., 28, ..., 109	2035	1 + 4 + 7 + 10 + 13 + ... + 109 = 2035
...	...	...	...
n	1, 4, 7, 10, 13, ..., $(3n - 2)$		1 + 4 + 7 + 10 + 13 + ... + $(3n - 2) = f_5(n)$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

Por essa maneira de operar, o *processo de nucleação* ocorreu a partir da incorporação das *estipulações locais* ao longo do processo, da seguinte maneira esquemática (Silva, 2003):

(*I*) a sequência *gnomônica* (1, 4, 7, 10, 13, ...) é uma PA que possui $3n - 2$ como termo geral;

(*II*) cada termo geral dos números pentagonais (1, 5, 12, 22, ...) é uma soma de termos de uma PA.

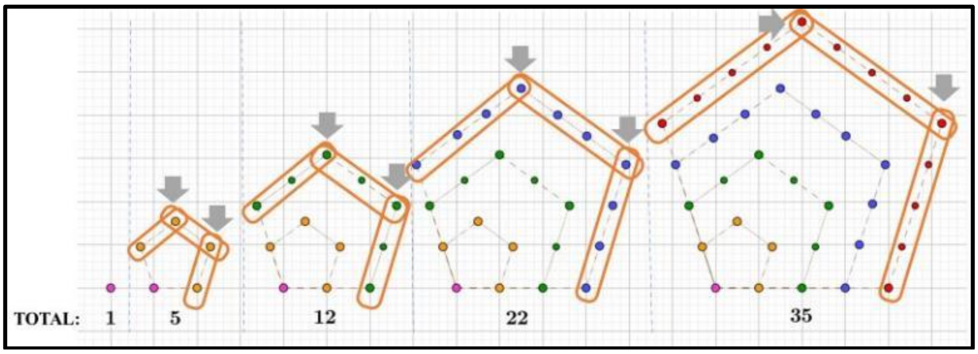
Acontece que os integrantes do grupo de *Emebê* começaram operando em um *campo semântico* pictórico a partir do uso de tampinhas – ao formarem as respectivas representações pictóricas dos números pentagonais (figura 4) –, passaram a operar em um *campo semântico* aritmético após constituírem a tabela (figura 8) como *objeto* e, para a obtenção do termo geral, passaram a operar em um campo *semântico algébrico*.

Mas a proposta acordada era procurar outras *maneiras de operar* que não adotassem elementos de uma PA. Para tal, *Emebê* passa a ser *um sujeito do conhecimento* ao propor a seguinte *lógica das operações*:

10.69906/GEPEM.2176-2988.2024.772

***Emebê** – E se olharmos para as representações geométricas dos números pentagonais? Olhem para cada gnomom. Vocês observam algum padrão nos gnomons?*
***Sorvete** – Cada gnomon tem três pedaços* [enuncia destacando as ditas 3 partes do *gnomon* (figura 9)] *e tem sempre dois pontos em comum* [enuncia destacando o que identificou como pontos comuns (figura 9)]. *Só que vai aumentando o número de pontos. Começa com 2, depois passa para 3, depois quatro, cinco ...*

Figura 9 – Proposta de *Emebê* na constituição de um *campo semântico* pictórico



Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

***Emebê** – Então! Agora que vocês identificaram um padrão dá para escrever isso de que forma?*
***Gente Boa** –* [escreve na lousa] – *Acho que fica assim, ó* [figura 10]*!*

Figura 10: Constituição de um *campo semântico* aritmético

$$f_5(1) = 1$$
$$f_5(2) = 1 + (3 \cdot 2 - 2)$$
$$f_5(3) = 1 + 4 + (3 \cdot 3 - 2)$$
$$f_5(4) = 1 + 4 + 7 + (3 \cdot 4 - 2)$$
$$f_5(5) = 1 + 4 + 7 + 10 + (3 \cdot 5 - 2)$$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

***Emebê** – E agora, dá para generalizar o gnomon em função da ordem?*
***Gente Boa** –* [enuncia] $3n - 2$*?*
***Emebê** – Isso! Então o termo geral do gnomon de um número pentagonal pode ser escrito como* $g_5(n) = 3n - 2$. *E como ficaria então o termo geral para um número figurado pentagonal?*
***Sorvete** – Pode fazer a soma gaussiana, como fizemos com os triangulares?*
***Emebê** – Só vamos saber se tentarmos. E aí, como será?*
***Rosa** – Acho que pode ser assim, ó:* $1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + 3n - 2$
***Rosa** – Agora eu volto, assim:* $3n - 2 + \cdots + 10 + 7 + 4 + 1$
***Emebê** – Só uma coisa. Quem antecede o* $3n - 2$*?*
***Sorvete** –* $3n - 3$*?*
***Emebê** – Vamos ver. Do* 1 *para o* 4 *quanto a Rosa acrescentou?*
***Sorvete** –* 3.
***Emebê** – E do* 4 *para o* 7, *quanto ela acrescentou?*
***Sorvete** –* 3.

Emebê *– Isso! Agora ela propôs descer ...*
Rosa *– ... não, eu disse voltar. Se indo eu somei* 3*, quando voltar vou diminuir* 3.
Emebê *– Então, como fica o antecedente de* $3n-2$*?*
Sorvete *–* $3n-5$*?*
Emebê *– E o antecedente de* $3n-5$*?*
Gente Boa *–* $3n-8$*?*
Emebê *– Tá! Então como fica a soma gaussiana, Rosa?*
Rosa *– Assim, ó* [dirige-se à lousa e esquematiza]

$$\underbrace{\begin{array}{ccccccccc} 1 & + & 4 & + & 7 & + & \cdots & + & 3n-2 \\ 3n-2 & + & 3n-5 & + & 3n-8 & + & \cdots & + & 1 \\ \hline 3n-1 & & 3n-1 & & 3n-1 & & \cdots & & 3n-1 \end{array}}_{n\ vezes}$$

Emebê *– E agora?*
Gente Boa *– Multiplico por n:* $(3n-1)\cdot n$ *...*
Rosa *– É, mas tem que dividir por 2, porque aí tem o dobro da soma que a gente quer achar.*
Rosa **–** [escreve na lousa] – $f_5(n) = \frac{(3n-1)\cdot n}{2}$.

A proposta que denominamos de *soma gaussiana*, apresentamos para chegarmos ao termo geral dos números figurados triangulares. Assim a denominamos por apresentarmos a lendária solução proposta por Gauss, na tenra idade, para responder o resultado da soma dos 100 primeiros números inteiros positivos.

Identificamos que as incursões do *sujeito do conhecimento, Emebê,* na tentativa de compartilhar um *espaço comunicativo* com os participantes de seu grupo, fez com que *Rosa, Sorvete* e *Gente Boa* abandonassem a concepção algorítmica, de aplicação direta de soma dos termos de uma PA, e passassem a buscar outras *maneiras de operar*. A *maneira de operar* do *sujeito do conhecimento Rosa*, levou-nos à reflexão de que

> Nosso *sentido numérico* é construído com base em uma grande variedade de experiências com números. Na rua, esses encontros envolvem dinheiro, medidas, inflação, juros, multidões e contagem simples. Na escola, esses encontros envolvem identificar unidades, dezenas e centenas, e em trabalhar essas ordens “da direita para a esquerda”, e envolvem somar “idades” e multiplicar negativos. Esse é o panorama, para uma pessoa que vai até a 5ª, 6ª série do lº grau, esse é um possível conjunto de experiências que participa da construção de um sentido numérico. Podemos colocar a questão em termos da formação desse sentido numérico: Em que medida a escola propõe a construção de um sentido numérico abrangente, ou a construção de um “sentido numérico escolar”, incompleto do ponto de vista da rua? Ou será que o sentido numérico da escola corresponde mesmo à *essência* do sentido numérico da rua, sua versão aperfeiçoada? Quando falamos de diferentes significados, lançamos a base para tratar esse problema (Lins; Giménez, 1997, p. 30-31).

As incursões de *Emebê* levou o *Rosa, Sorvete* e *Gente Boa* a *produzirem diferentes significados* fazendo com que emergisse outro *sentido numérico* diferente do adotado inicialmente, levando-os a abandonar a *maneira* algorítmica *de operar*. No episódio antecedente, em relação às *enunciações* e as *maneiras de operar* do grupo, a *constituição* e *transformação do núcleo* (*processo de nucleação*) ocorreu a partir da incorporação de *estipulações locais* ao longo do processo, da seguinte maneira esquemática (Silva, 2003):

(*I*) a distribuição *gnomônica* dos números pentagonais forma a soma dos termos de uma PA de razão 3;

(*II*) o termo geral dos números pentagonais pode ser obtido como a soma dos termos de uma PA, na qual o primeiro termo é 1 e o *n-ésimo* termo é $3n - 2$ (figura 8);

(*III*) há um padrão na representação pictórica dos *gnomons* dos números pentagonais (figura 9): são três distribuições, cujo o número de pontos equivale à ordem, com repetição de dois pontos em comum;

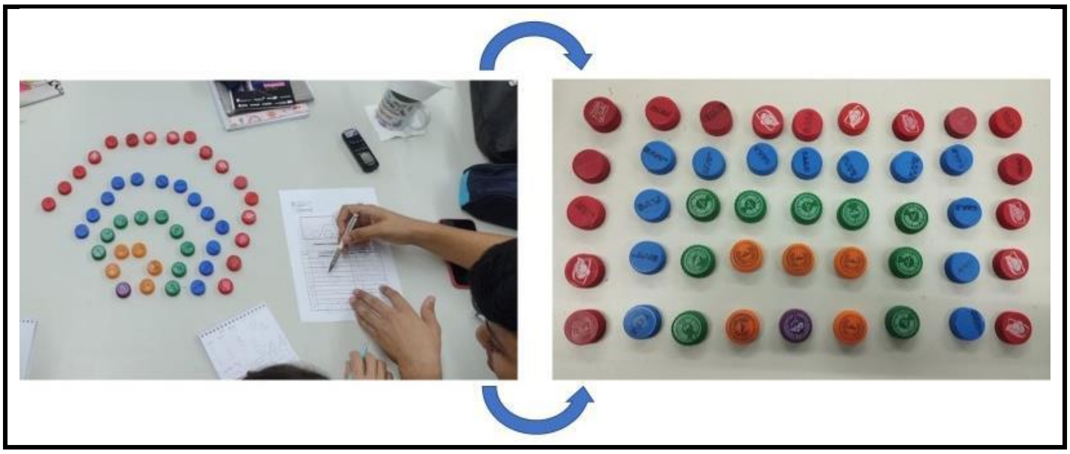
(*IV*) a generalização desse padrão equivale à expressão algébrica $g_5(n) = 3n - 2$ e pode ser obtida a partir da constituição de um *sentido numérico* (figura 10) que não se fixou na permanência algorítmica de usar fórmulas de PA;

(*V*) foi possível utilizar o método da *soma gaussiana* para a obtenção do termo geral de números pentagonais: $f_5(n) = \frac{(3n-1)\cdot n}{2}$.

No procedimento de trabalho que adotamos, todos os grupos apresentam, em plenária, suas propostas de soluções, mas sem nos fixarmos na ideologia da melhora – elencar a “melhor” ou “pior” solução –, pois isso seria uma *leitura* pela falta e, no método de *leitura plausível*, tal como proposto pelo MCS, não cabe esse tipo de procedimento. As resoluções são apresentadas para a realização de *leituras* de processos de *produção de significados*.

Com tal procedimento, quando iniciamos os trabalhos com os números figurados hexagonais (figura 5), os participantes, de imediato, adotaram a proposta do grupo de *Emebê*, apresentada por *Rosa* (figura 9) e constituíram $g_6(n) = 4n - 3$ como *objeto*. Sem que sugeríssemos, alguns grupos adotaram o método da *soma gaussiana* como procedimento para obtenção do termo geral dos números figurados hexagonais $[f_6(n) = (2n - 1) \cdot n]$; porém, essa não foi a única *maneira de operar* dos *sujeitos do conhecimento*. Dois participantes de um dos grupos propuseram transformações dos modelos pictóricos iniciais (figura 11), mas sem alterar a quantidade de pontos (tampinhas); os dois grupos usaram *lógicas das operações* semelhantes, pois, além de operarem no mesmo *campo semântico*, saíram do mesmo ponto e chegaram ao mesmo resultado, embora tenham adotado *maneiras de operar* diferentes.

Figura 11 – Transformação do figurado hexagonal de 5ª ordem (participante *Pantera Cor de Rosa*)



Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

O participante de pseudônimo *Pantera Cor de Rosa*, após a transformação dos modelos pictóricos, tomou o retângulo (figura 11) e, durante a plenária enunciou (fez/disse) na lousa (tabela 1):

Tabela 1: Maneira de operar de *Pantera Cor de Rosa*

Ordem	Altura	Base	$f_6(n)$
2	2	3	6
3	3	5	15
4	4	7	28
5	5	9	45
⋮	⋮	⋮	⋮
n	n	$2n - 1$	$n \cdot (2n - 1)$

Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

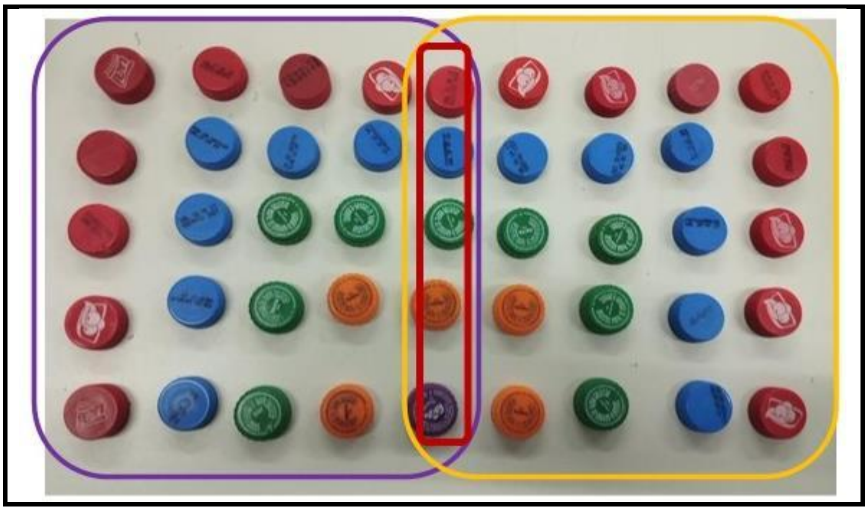
No episódio que envolveu o *sujeito do conhecimento Pantera Cor de Rosa*, em relação às *enunciações* e as *maneiras de operar*, a *constituição* e *transformação do núcleo* (*processo de nucleação*) ocorreu a partir da incorporação de *estipulações locais* ao longo do processo, da seguinte maneira esquemática (Silva, 2003):

(*I*) transformou-se hexágono em retângulo preservando o número de tampinhas e mantendo-se um padrão pictórico de distribuição, preservando inclusive as cores;

(*II*) constituíram uma tabela (tabela 1) como *objeto* e como *estipulações locais* consideraram a distribuição de tampinhas em relação à vertical e a horizontal, denominando-as por "altura" e "base", respectivamente.

Já o participante, cujo pseudônimo é *Junior*, operando no mesmo *campo semântico* que *Pantera Cor de Rosa*, também efetuou a transformação dos hexágonos em retângulos, preservando as respectivas quantidades (e cores) de tampinhas (figura 11), mas a *maneira de operar* foi a de composição e decomposição de quadrados (figura 12).

Figura 12 – Transformação do figurado hexagonal de 5ª ordem (participante *Junior*)



Fonte: Elaborado pelos próprios autores.

O *sujeito do conhecimento Junior*, após a transformação dos modelos pictóricos, tomou o retângulo (figura 12) e, durante a plenária enunciou (fez/disse) na lousa que do retângulo tirariam dois quadrados de áreas n^2 e n^2 , mas há uma linha de ordem *n* que entrou duas vezes, portanto, tem que tirar n. Assim, $f_6(n) = n^2 + n^2 - n$, que é equivalente ao resultado encontrado por *Pantera Cor de Rosa*.

No episódio que envolveu *Junior*, em relação às *enunciações* e as *maneiras de operar* desse *sujeito do conhecimento*, a *constituição* e *transformação do núcleo* (*processo de nucleação*) ocorreu a partir da incorporação de *estipulações locais* ao longo do processo, da seguinte maneira esquemática (Silva, 2003):

(*I*) transformou-se hexágono em retângulo preservando o número de tampinhas e mantendo-se um padrão pictórico de distribuição, preservando inclusive as cores;

(*II*) constituiu dois quadrados de áreas n^2 como *objetos* e como *estipulações locais* considerou que a região comum aos dois quadrados possui *n* tampinhas;

(*III*) pela conjunção e dissecção de áreas, a região constituída como *objeto* é $n^2 + n^2 - n$;

(*IV*) tal região representa um número figurado hexagonal de *n-ésima* ordem e, portanto, $f_6(n) = n^2 + n^2 - n$;

(*V*) $f_6(n) = n^2 + n^2 - n = (2n - 1) \cdot n$.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Assim como apontado em Silva (2003), as análises do processo de produção indicaram que todos os elementos que constituem o processo – os *objetos*, o *processo de nucleação*, a *maneira de operar*, as *enunciações* (falar/fazer) na direção de *interlocutores*, dentre outros, estão interligados, de forma que as mudanças em um deles provoca transformações em todos os outros elementos. Entretanto, tais transformações caracterizam a dinâmica do *processo de produção de significados*. Todavia, existem também, outros fatores que interferem nessa dinâmica como, por exemplo, a questão da *legitimidade*.

Segundo nossa *leitura*, ao optarem (os participantes) em quebrar o acordo inicial e trabalharem a partir da concepção algorítmica – de usar fórmulas prontas envolvendo PA – tratou-se de uma questão de *autoridade/legitimidade*, visto que a justificação que os autoriza a fazer/dizer isso foi "A *autoridade* (de um professor, de um livro, de um filme; talvez uma lembrança autorizada sem se saber bem quem disse que é assim). A autoridade não 'explica' *nada*, ela apenas *autoriza*, *empresta legitimidade*" (Lins, 2012, p. 21, destaques do original). Ou seja, após passarem pelo ensino médio e por dois períodos de Fundamentos da Matemática Elementar, na qual provavelmente trabalharam com progressões, é *legítimo* que queiram romper o acordo inicial, isso porque: (1) "[...] nenhum conhecimento vem ao mundo ingenuamente. Aquele que o *produz*, que o *enuncia*, já fala em uma direção (o *interlocutor*) na qual o que ele diz, e com a justificação que tem, *pode ser dito*. Esta direção representa uma legitimidade que internalizou o sujeito" (Lins, 2012, p. 13, destaques do original); (2) estabelecer o acordo inicial (de não usar PA) configurou-se como uma forma de negar *legitimidade* a certos *modos de produção de significado* e, negar uma *legitimidade*, um *modo de produção de significado*, é negar – como apontara Vigotski – uma forma social e culturalmente produzida (Lins, 2012).

A análise que nos propusemos a fazer/dizer não ocorreu para elencar um *modo de produzir significado* em detrimento de outro, ou de se estabelecer certa *maneira de operar*, mas, em se tratando de um processo de formação de professores, entendemos que *ler* um estudante e colocá-lo para enunciar (dizer/fazer) é um diferencial, principalmente por subverter uma ordem na qual o professor é o ser que fala e o estudante o ser que ouve e aceita. Esse processo permite que se aflore a *dialogicidade* e que se exercite *ler* e ouvir os estudantes e considerar outras *maneiras de operar* que não sejam as autorizadas e *legitimadas* por livros, programas, autores e professores.

REFERÊNCIAS

BODGAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 2013 [1991].

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília, 1997.

CHAVES, R. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** Rio Claro, 2004. 223 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

CHAVES, R.; RODRIGUES, C. L. *Produções de significados matemáticos em obras de Leonardo da Vinci*. ***Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica****, v. 04, n. 02, p.128-167, 2014.*

DEZA, E.; DEZA, M. M. ***Figurate Numbers***. Singapore: World Scientific Plublishing, 2012.

DUTRA, T. M. de S.; CHAVES, R. **Números figurados planos em formação de professores**. Vitória: Editora do Ifes, 2020. (Série Guias Didáticos de Matemática, n. 71).

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

GUNDLACH, B. H. Trad.: DOMINGUES, H. H. **História dos números e numerais**. v. 1. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula).

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LURIA, A. R. **Desenvolvimento cognitivo**: seus fundamentos sociais e culturais. 4. ed. São Paulo: Ícone, 1990.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 2. reimp. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, A. M. da. **O Modelo dos Campos Semânticos**: um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.

SILVA, A. M. da. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. 2003, 256 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2003.

SILVA, A. M da. **Uma análise da produção de significados para a noção de base em Álgebra Linear**. 1997, 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Departamento de Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro, 1997.

TAHAN, M. **Antologia da Matemática**. v. 1. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 1967.

TAHAN, M. **Diabruras de Matemática**: problemas curiosos e fantasias aritméticas. 2. ed. São Paulo: Saraiva, 1966. (Maravilhas da Matemática).