

Teorema da Poligonal Entre Duas Retas Paralelas

Marcos Paulo Henrique¹

Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro

RESUMO

Objetiva-se com esta proposta a investigação do teorema da linha poligonal definida por transversais construídas entre duas retas paralelas. Trata-se de uma relação correlata do teorema dos ângulos alternos, conhecido popularmente como teorema dos bicos. Apresenta-se uma tarefa elaborada para ambiência dinâmica com o aplicativo GeoGebra geometria para *smartphones*. Espera-se que os estudantes elaborem conjecturas e formulem uma prova ou formas de convencimento de ideias emergentes para o teorema.

Palavras-chave: Retas paralelas e transversal. Linha poligonal. Ambiente de geometria dinâmica. Aplicativo GeoGebra. *Smartphones*.

Polygonal Theorem Between two Parallel Lines

ABSTRACT

The aim of this proposal is to investigate the theorem of the polygonalline defined by transversals constructed between two parallellines. This is a correlate relation of the theorem of alternate angles, popularly known as the theorem of thenozzles. A task designed for dynamic ambience with the GeoGebra Geometry application for smartphones is presented. Students are expected to elaborate conjectures and formulate a proof or forms of convincing emerging ideas for the theorem.

Keywords: Paralleland transversal lines. Polygonalline. Dynamic geometry environment. GeoGebra application. Smartphones.

Teorema de la poligonal entre dos rectas paralelas

RESUMEN

El objetivo de esta propuesta es investigar el teorema de la poligonal definida por transversales construidas entre dos rectas paralelas. Se trata de un correlato del teorema del ángulo alterno, popularmente conocido como teorema de los picos. Una tarea diseñada para un ambiente dinámico se presenta con la aplicación GeoGebra Geometría para teléfonos móviles. Se espera que los estudiantes desarrollen conjeturas y formulen una demostración o formas de convencer ideas emergentes para el teorema.

Palabras clave: Rectas paralelas y transversales. Recta poligonal. Entorno de geometría dinámica. Aplicación GeoGebra. Smartphones.

¹ Doutor em Educação pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Professor de Educação Básica (SEEDUC-RJ), Centro Integrado de Educação Pública Toninho Marques, Volta Redonda, Rio de Janeiro, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7115-3336>. E-mail: mphenrique@prof.educacao.rj.gov.br.

Introdução

(...) If the proof starts from axioms, distinguishes several cases, and takes thirteen lines in the text book. It may give the youngsters the impression that mathematics consists in proving the most obvious things in the least obvious way (POLYA, 1962, p. 129).

O *smartphone* viabiliza a interação por meio de troca de mensagens e chamadas de áudio ou vídeo, acesso a conteúdos digitais, movimentação financeira, compras *online*, localização com o GPS² etc. Essas possibilidades evidenciam a aplicação matemática utilizada no desenvolvimento de aparelhos e aplicativos. Todavia, os conceitos matemáticos podem ser investigados a partir dos dispositivos móveis com toques em telas (DMcTT), *smartphone*, tablet, iPad.

Existe disponível uma gama de aplicativos com propostas variadas (construções, jogos, quebra-cabeças e fichamento de fórmulas) para exploração de ideias matemáticas. Particularmente, para a abordagem de tópicos da Geometria, pode-se usar aqueles que possuem a ambiência de geometria dinâmica com a realização de tarefas de propósitos diversos.

Nessa perspectiva, o âmago dessa proposta está na apresentação de uma tarefa em que se considerou o DMcTT, o tema, as formas de manipulações (construções) e os convites às interações e às reflexões. Objetiva-se, portanto, a investigação do teorema dos bicos, aplicação correlata das relações entre ângulos obtidos a partir do estudo de retas paralelas intersectadas por uma transversal, mediante o aplicativo GeoGebra³ geometria.

Retas paralelas cortadas por uma transversal

O estudo da Geometria Euclidiana parte de figuras elementares no plano: pontos e retas (Barbosa, 1985). Concerne de um sistema matemático que possui vocabulário e características peculiares, que se fundamenta em termos não definidos e, a partir deles, estabelece-se os termos adicionais. Em consequência, tornam-se aparentes as propriedades do sistema, neste caso, os axiomas e os teoremas (Alexander; Koeberlein, 2010).

Entretanto, a abordagem geométrica, por meio de uma ambiência dinâmica como o GeoGebra, desconsidera essa estrutura, certa de que o aplicativo se constitui na própria lógica euclidiana (Henrique; Bairral, 2022). Por exemplo, para a inserção de uma **Reta**,

² Global Positioning System.

³ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/download>>. Acesso. em: 04 ago. 2023.

faz-se necessária a construção prévia de dois pontos. A construção de **Reta paralela** exige a implementação precedente de uma reta. De acordo com as informações exibidas na tela do aplicativo GeoGebra Geometria (versão: 5.0.751.0) ao selecionarmos as duas ferramentas:

Reta: “selecione dois pontos ou duas posições”.

Reta paralela: “selecione primeiro o ponto e, depois, a reta (ou segmento, ou semirreta ou vetor)”.

Desse modo, através de um tema central e com uma abordagem que envolve um ambiente de geometria dinâmica é possível construir e desenvolver conceitos que alicerçam a Geometria Euclidiana Plana. Conforme mostrou o estudo realizado por Henrique (2021), a abordagem do postulado dos ângulos correspondentes e dos teoremas correlatos quando realizados em uma ambiência dinâmica com DMcTT pode desempenhar esse papel. O trabalho das propriedades de ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal permite revisar entes fundamentais, tais como: a ideia de reta paralela; ângulo; propriedades envolvendo retas concorrentes e avançar no estudo de teoremas relacionados a triângulos e a quadriláteros.

Esse tópico alicerça boa parte dos conteúdos geométricos previstos nos anos finais do Ensino Fundamental e, frequentemente, nos livros didáticos, apresenta-se de forma superficial ou tendo como objetivo a aplicação de técnicas e procedimentos, com foco mais algébrico do que geométrico. O que pode comprometer o papel essencial que a Geometria desempenha no desenvolvimento cognitivo e na articulação de um conjunto de habilidades, por exemplo: a imaginação, a intuição e a visualização, que potencializa a construção e o desenvolvimento conceitual (Henrique, 2022).

Devido a relevância do tema com base na construção de conceitos fundamentais e para abordagem geométrica, apresentamos uma proposta de investigação mediante o aplicativo GeoGebra geometria para *smartphones*.

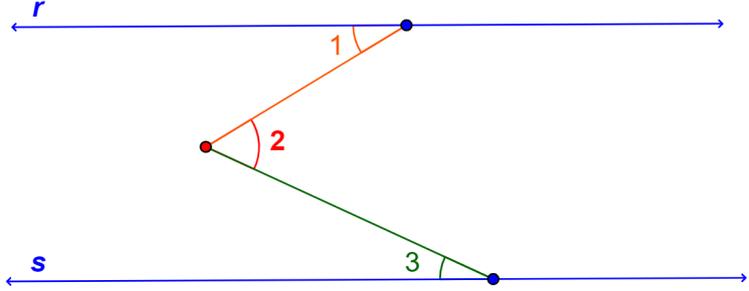
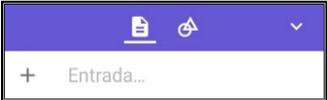
Conjeturando o teorema dos bicos

A propriedade entre ângulos em uma linha poligonal proveniente de duas retas paralelas (ou teorema dos bicos) estabelece uma relação entre os ângulos formados. Como proposta para investigação em sala de aula por meio do aplicativo GeoGebra⁴, propomos

⁴ Para tal finalidade o aplicativo deve ser instalado nos *smatphones* dos próprios discentes. Embora não seja objetivo deste planejamento, esclarecemos que esse tipo de atividade demanda organização docente,

a tarefa “ângulos em uma poligonal” (Quadro 1) na qual a natureza combina a ubiquidade do DMcTT e a dinamicidade do aplicativo, que possibilita aos sujeitos visualizarem formas variadas do objeto matemático, elaborarem conjecturas e a construção de uma prova.

Quadro 1 – Construção de segmentos entre retas paralelas

Tarefa: ângulos em uma poligonal	Ferramentas do GeoGebra
<p>Construa duas retas paralelas e dois segmentos (linha poligonal), conforme figura.</p>	 Reta  Reta Paralela  Segmento  Ângulo  Mover
	
<p>Construa os ângulos 1, 2 e 3. No <u>campo álgebra</u> em Entrada adicione 1 e 3 e compare o resultado com a medida do ângulo 2, em seguida mova livremente as retas e os segmentos a fim de modificar os ângulos.</p>	
<p>Qual a relação entre os ângulos? Elabore uma conjectura e justifique-a.</p>	

Fonte: elaboração própria

Explicação

Espera-se que os estudantes verifiquem que a soma dos ângulos 1 e 3 é igual a medida do ângulo 2. Essa relação representa uma aplicação imediata do postulado (1), a seguir, e dos teoremas correlatos 1.1. e 1.2.:

1. Se duas retas paralelas se cortam por uma transversal, então os ângulos correspondentes são congruentes.
 - 1.1. Se duas retas paralelas se cortam por uma transversal, então os ângulos alternos são congruentes.

inclusive, um momento de ambientação para que os estudantes se familiarizem com o uso do aplicativo. Para maiores detalhes, consultar Bairral e Henrique (2021).

1.2. Se duas retas paralelas se cortam por uma transversal, então os ângulos colaterais são suplementares.

A soma dos ângulos 1 e 3 é igual à medida do $\angle 2$ (Figura 1). A construção da prova para tal fato, realizada com o aplicativo GeoGebra, pode ocorrer da seguinte maneira: construção da reta t , paralela às retas r e s , a partir do ponto que contém o vértice do $\angle 2$ (Figura 2). Como consequência, o ângulo que forma o “bico” ($\angle 2$, Figura 1) foi dividido pela reta t nos ângulos 1 e 3 (Figura 2). Portanto, do teorema 1.1., tem-se que o ângulo do bico é igual à soma dos ângulos 1 e 3.

Figura 1 – Ângulos em uma linha poligonal intersectada por duas retas paralelas

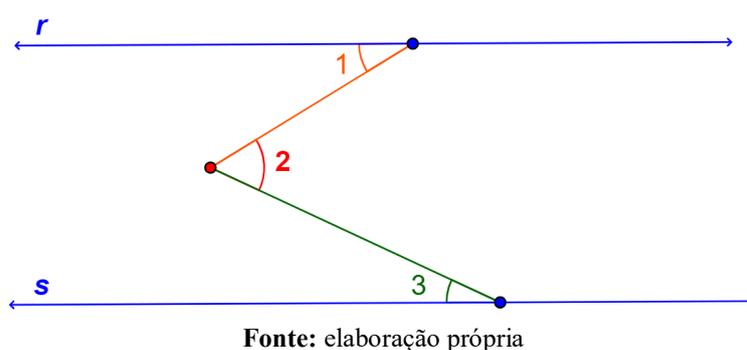
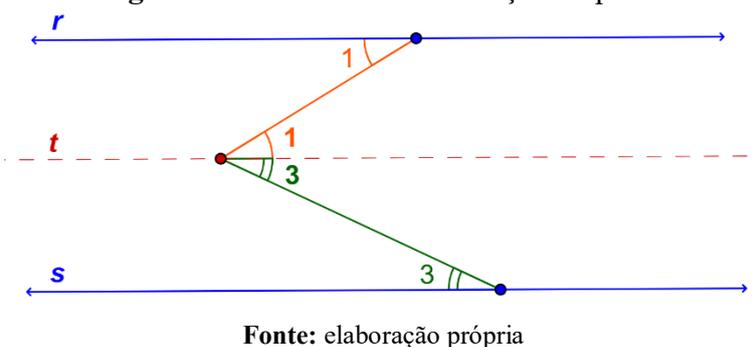


Figura 2 – Processo de construção de prova



O resultado obtido nesse processo é possível ser ampliado, pois independentemente do número de “bicos” a relação será verificada.

A tarefa proposta pode ser complementada com outras atividades, por exemplo, a síntese das ideias discutidas na utilização da escrita e a resolução de problemas⁵. Concordamos com Stein e Smith (2009) quando afirmam que é o efeito acumulativo,

⁵A noção de problema aqui tem como base a definição de Polya (2006) para problema de determinação, que pode ser teórico ou concreto e sua finalidade está em encontrar a incógnita que logra envolver procedimentos variados (calcular, escrever, desenhar etc.).

diariamente em sala de aula, de diferentes tipos de tarefas que permite o amadurecimento das ideias matemáticas.

Dessa forma, para sintetizar os resultados obtidos, pode-se trabalhar na elaboração de um relatório que, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), consiste na confecção de um pequeno texto dissertativo, no qual o objetivo é uma ação reflexiva, dos discentes, apresentando os resultados e as conclusões acerca das atividades, além de servir como um instrumento avaliativo para o professor. No sentido de um convite à reflexão, os problemas⁶ propostos podem abranger uma análise estritamente escrita ou com o auxílio do aplicativo para generalização de resultados.

Reflexão final

O teorema dos bicos deve ser usado para envolver estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental na elaboração de conjecturas e construção do processo de prova ou formas de convencimento emergentes em um ambiente de geometria dinâmica com DMcTT, instalado nos *smartphones* dos próprios discentes. Tal proposta também admite ser complementada com atividades que envolvam formas variadas de registros, por exemplo, a produção textual e a resolução de outras tarefas, além de diferentes metodologias de ensino, como a resolução de problemas.

Referências

ALEXANDER, Daniel. C.; KOEBERLEIN, Geralyn. M. **Elementary Geometry for College Students**, 5a. Ed. Hawthorne: Brooks Cole, 2010.

BAIRRAL, Marcelo Almeida; HENRIQUE, Marcos Paulo. (ogs.). **Smartphones com toques da Educação Matemática: mãos que pensam, inovam, ensinam, aprendem e pesquisam**. Curitiba: CRV, 2021.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: SBM, 1985.

HENRIQUE, Marcos Paulo; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Straight Lines and Angles that Move, Students' Ideas that Touch and Add. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 8, p. 315–339, 2022.

HENRIQUE, Marcos Paulo. **Metáforas e toques em tela: potencializando aprendizagens discentes no estudo de retas paralelas e transversais**. Tese (Doutorado em

⁶ Por exemplo, a questão 13 (ângulos em bicos) do Banco de Questões de 2015 da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>>. Acesso em: 21 jan. 2023.

Educação) – Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar,UFRRJ, Seropédica/Nova Iguaçu, 2021.

HENRIQUE, Marcos Paulo. **Visualizando com Toques**: retas e ângulos em telas. *In*: BAIRRAL, M. A; OLIVEIRA, G. W. B.; IZAR, S. (ogs) Retratos de Experiência para Visualização em Geometria, Seropédica: Ed. Da UFRRJ, 2022.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**: Um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POLYA, George. **Mathematical Discovery**: onunderstanding, learning and teaching problem solving. Nova Iorque: John Wiley& Sons, 1962.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, nov./dez. 2009.