

---

## **Geoplano: tarefas para o desenvolvimento do raciocínio no 7º ano do Ensino Fundamental**

---

### **Kleber Santana Souza**

Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba  
1kleber1@gmail.com

### **Paulo Cesar Oliveira**

Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba  
paulolliver@ig.com.br

### **Resumo**

Apresentamos uma tarefa investigativa envolvendo a exploração do material manipulativo geoplano com o objetivo de obter a fórmula de Pick. Temos o propósito de sensibilizar o professor para o contexto da investigação matemática, mais especificamente, discutir o papel da argumentação em aulas de matemática. Por meio da construção de polígonos expressamos o cálculo da área por meio da contagem de uma grandeza discreta. Posteriormente, expandimos o referido cálculo para polígonos vazados e abordamos o raciocínio indutivo neste processo.

**Palavras-chave:** Geoplano. Fórmula de Pick. Material Manipulativo. Tarefa Investigativa. Geometria.

---

## **Geoboard: tasks for the development of reasoning on the 7th of Elementary Education**

---

### **Abstract**

Here is an investigative task involving the exploitation of Geoboard manipulative materials in order to obtain the formula for Pick. We intend to sensitize the teacher to the context of mathematical research, more specifically, to discuss the role of argumentation in mathematics lessons. Through polygons construction express calculating the area by counting an understated grandeur. Subsequently, we expanded this calculation for polygons and leaked inductive reasoning approach this process.

**Keywords:** Geoboard. Formula. Pick's Manipulative Material. Investigative Task. Geometry.

### **Apresentação**

Esta proposta didático-pedagógica direcionada para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental é fruto de reflexões ocorridas no âmbito da disciplina de Metodologia de Ensino da Matemática, na

UFSCar. No entanto, é importante o professor avaliar se no decorrer da atividade matemática, os alunos estão sendo capazes de desenvolver as seguintes habilidades e competências: compreender o valor da área por meio do processo de contagem; perceber que polígonos com diferentes perímetros podem ter mesma área; identificar padrões geométricos e observar casos particulares para inferir uma regra geral.

## **Subsídios teóricos**

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental II consta que “[...] a partir da observação de casos particulares, as regularidades são desvendadas, as conjecturas e teorias matemáticas são formuladas. Esse caráter indutivo é, em geral, pouco destacado quando se trata da comunicação ou do ensino do conhecimento matemático” (BRASIL, 1998, p. 26). Mais especificamente para o sexto e sétimo ano é esperado “[...] desenvolver a argumentação de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de respostas a afirmações, mas assumam a atitude de sempre tentar justificá-las” (BRASIL, 1998, p. 71).

Nosso propósito é instigar o professor a promover um ambiente de Investigação Matemática que, na perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), pode ser caracterizado como exploratório e de formulação de conjecturas ou hipóteses, as quais são testadas empiricamente ou racionalmente, verificando sua validade ou não. Trata-se da base do raciocínio indutivo, ou seja, da observação de casos particulares se faz a inferência de uma regra geral, porém, como a proposição geral é fruto de testes empíricos ou racionais, ela não é geral.

## **A formulação da tarefa**

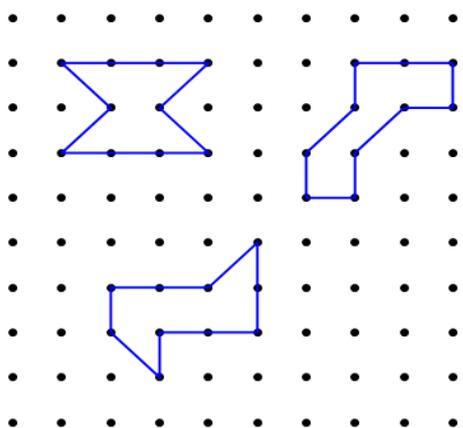
Existem vários modelos de geoplano, entre eles, o quadrado, o treliçado, o oval e o circular. No planejamento da tarefa dividida em três etapas e compreendida por nós como o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática do aluno, utilizamos o geoplano quadrado.

### *Primeira etapa*

Utilizando o geoplano desenhe polígonos simples e não sobrepostos. Mantenha um número fixo de pontos em seu perímetro e varie o número de pontos no interior do polígono. Finalmente, escreva uma fórmula para o cálculo da área da figura formada. Por polígonos simples, queremos dizer, polígonos cujo contorno é uma linha poligonal fechada, que pode ser percorrida inteiramente sem que durante o percurso, se passe mais de uma vez pelo mesmo vértice.

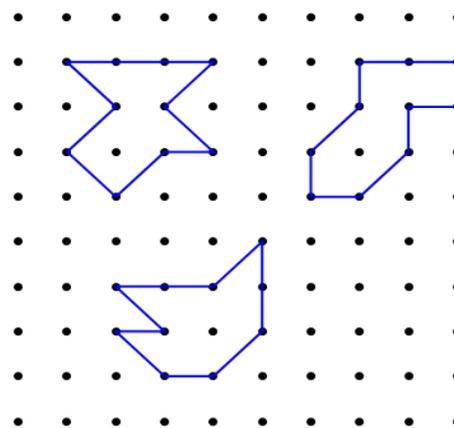
Como sugestão de construção, vamos iniciar com polígonos contendo dez pontos de perímetro e nenhum ponto no interior. Na sequência, propomos trabalhar com polígonos com dez pontos de perímetro e um ponto no interior, depois com dois pontos, com três pontos no interior e, assim sucessivamente, até uma quantidade que julgue ser suficiente. Para cada caso, calcule a área do respectivo polígono. A seguir apresentamos duas figuras (Figuras 1 e 2) e um quadro (Quadro 1) como formas distintas de representações matemáticas da situação em questão.

**Figura 1 – Polígonos com dez pontos de perímetro e nenhum ponto no interior.**



Fonte: Arquivo do pesquisador

**Figura 2 – Polígonos com dez pontos de perímetro e um ponto no interior.**



Fonte: Arquivo do pesquisador

**Quadro 1 – Resumo dos dados obtidos para 10 pontos no perímetro.**

10 pontos no perímetro						
Nº pontos no interior	0	1	2	3	4	5
Área	4	5	6	7	8	9

Fonte: Arquivo do pesquisador

É importante que os alunos procurem uma maneira própria para registrar por escrito e de forma organizada estas informações. Com base nos registros escritos é desejável que os alunos possam verificar que diferentes polígonos possuem a mesma área.

Esse processo de manipulação e investigação matemática com o Geoplano pode ser expandido para outros polígonos simples, com 9 e 11 pontos no perímetro, por exemplo. Com mais informações em mãos, pressupomos que os alunos tenham condições de solucionar a seguinte questão: escreva uma fórmula que permita obter o valor da área destes polígonos simples.

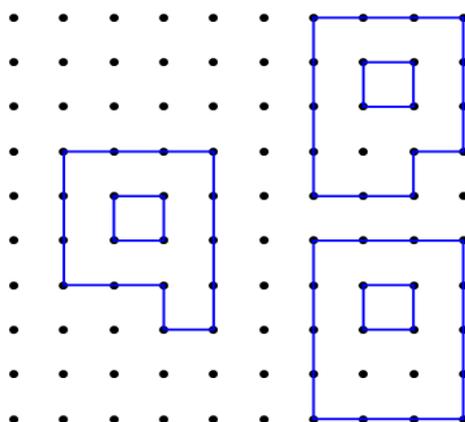
Como o produto desta atividade matemática é a fórmula de Pick, apresentamos ao professor uma forma de instigar conjecturas a partir de casos específicos. Temos, portanto, um estímulo ao raciocínio indutivo.

O raciocínio dedutivo empregado para demonstrar a fórmula de Pick pode ser consultado em Lima (1991). Tomamos por base Ponte, Henriques e Pereira (2012) que consideram o raciocínio indutivo e dedutivo e o ato de justificar como base do processo do raciocínio matemático.

*Segunda etapa*

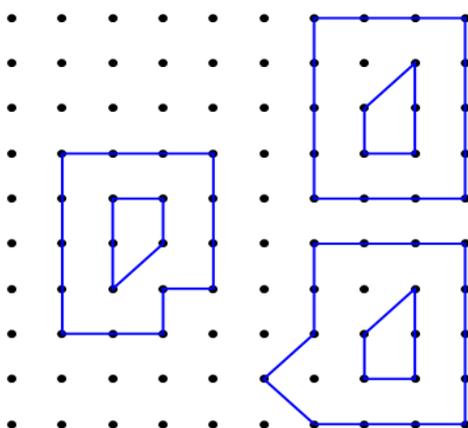
De forma similar, propomos a continuidade da tarefa, porém, com a construção de polígonos vazados. Desenhe um polígono vazado com apenas um furo. Mantenha um número fixo de pontos em seu perímetro e varie o número de pontos no interior do polígono. As figuras a seguir (Figuras 3 e 4) ilustram algumas dessas possibilidades.

**Figura 3 – Polígonos vazados dezoito pontos de perímetro.**



Fonte: Arquivo do pesquisador

**Figura 4 – Polígonos vazados com dezenove pontos de perímetro.**

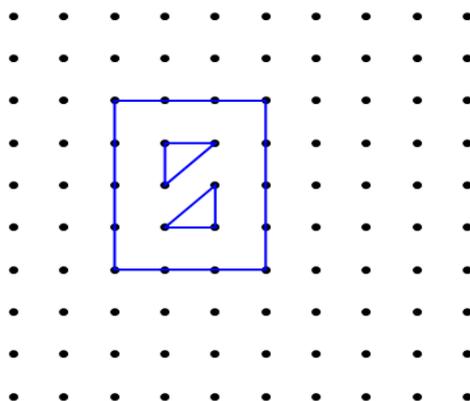


Fonte: Arquivo do pesquisador

Diante do que foi exposto, a fórmula de Pick pode ser utilizada para o cálculo da área de polígonos vazados, com apenas um furo em seu interior? Em caso negativo, escreva uma fórmula

compatível com esta categoria de polígonos. Na sequência teste sua nova fórmula para o polígono registrado na figura 5:

**Figura 5 – Polígono vazado com vinte pontos de perímetro.**



Fonte: Arquivo do pesquisador

### *Terceira etapa*

Na fase final da tarefa é oportuno discutir com os alunos a questão da demonstração matemática, a partir das seguintes formulações:

f: número de pontos no perímetro;

i: número de pontos no interior do polígono;

b: número de furos no polígono.

$$\text{Área} = \frac{f}{2} + i - 1 \quad (\text{fórmula de Pick para polígonos simples}) \quad (1)$$

$$\text{Área} = \frac{f}{2} + i \quad (\text{fórmula para polígonos vazados com um furo}) \quad (2)$$

$$\text{Área} = \frac{f}{2} + i - 1 + b \quad (\text{fórmula para polígonos vazados com dois ou mais furos}) \quad (3)$$

A fórmula (1) não serve para o cálculo de polígonos vazados. A fórmula (2) funciona para polígonos vazados com um furo, mas não serve para polígonos com dois furos. Já a fórmula (3) para  $b = 0$  ou  $b = 1$  contém as duas primeiras expressões matemáticas. Neste contexto, como podemos ter certeza que uma fórmula sempre vai funcionar?

As fórmulas que aqui sistematizamos são classificadas como conjecturas, pois até que possamos demonstrá-las através de um processo lógico-dedutivo, não teremos certeza de que elas possam ser generalizadas.

## Considerações finais

O processo ensino-aprendizagem de Matemática é pautado no desenvolvimento da capacidade de raciocínio do aluno, conforme orientações dos documentos curriculares vigentes, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998). Apresentamos, por um lado, uma proposta didático-pedagógica que julgamos contemplar esta competência. Por outro lado, tivemos a pretensão de ir além do simples fato de desenvolver a capacidade do raciocínio. Segundo Ponte, Henriques e Pereira (2012, p.356), “é preciso trabalhar em tarefas que, por um lado, requerem raciocínio e, por outro lado, estimulam o raciocínio. Só deste modo se pode esperar uma compreensão efetiva dos conceitos e procedimentos matemáticos por parte do aluno”.

Consideramos que um grande desafio na ação docente é o estímulo ao raciocínio matemático. Neste sentido, concebemos que a geometria é, por excelência, uma área da matemática, cujo estímulo para o raciocínio pode ocorrer pelo processo de experimentação. Partindo deste pressuposto, instigamos o professor a trabalhar com um material manipulativo que é o geoplano, o que permite a manipulação de polígonos de forma dinâmica.

O registro escrito das informações obtidas em cada construção pode contribuir no desenvolvimento do raciocínio indutivo por meio de argumentações, assim como levantamento de conjecturas de modo a aprender o conceito de área via grandeza discreta, tanto para polígono vazado quanto não-vazado.

## Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília : MEC SEF, 1998, 148 p.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: IMPA, 1991.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PONTE, João Pedro; HENRIQUES, Ana; PEREIRA, Joana Mata. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v.7, n.2, p.355-377, jul./dez. 2012.

Submetido em maio de 2014  
Aprovado em julho de 2015