

O estudo dos parâmetros em uma função quadrática no GeoGebra: uma experiência com alunos de Ensino Médio-Técnico

Thiago Beirigo Lopes¹

Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT)

Ademir Brandão Costa²

Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)

Luis Andrés Castillo Bracho³

Universidade Federal de Tocantins (UFT)

Ivonne C. Sánchez S.⁴

Universidade Federal do Pará (UFPA)

RESUMO

A investigação realizada teve como objetivo analisar o que dizem os estudantes sobre o estudo dos efeitos da variação dos parâmetros da função quadrática com uso do GeoGebra. Para isso, foram propostas e executadas atividades com discentes do ensino médio-técnico do 1º Ano de Agropecuária do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) - Campus Confresa, no mês de maio de 2022. Houve a exploração, com o uso do GeoGebra no laboratório de informática, de cada parâmetro que compõe uma função quadrática para que os alunos compreendessem as transformações que produzem cada parâmetro sobre uma família de curvas, com posterior apresentação e análise de suas opiniões e questionamentos sobre a atividade desenvolvida. A análise ressalta que a interatividade proporcionada pelo GeoGebra contribuiu para que os estudantes aprimorassem a articulação do raciocínio lógico matemático na busca de solução para as situações propostas.

Palavras-chave: Parâmetros; GeoGebra; Função Quadrática.

¹Doutor em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso (REAMEC/UFMT). Professor no Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT), Confresa, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Vilmar Fernandes, 300, Bairro Santa Luzia, Confresa, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78.652-000. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9409-6140>. E-mail: thiago.lopes@ifmt.edu.br.

²Mestre pelo Programa Profissional de Pós-Graduação em Educação pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Professor efetivo da Educação Básica pela Secretaria de Estado de Educação - SEDUC/PA, Canaã dos Carajás, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua do Mogno, Centro Canaã dos Carajás, Pará, Brasil, CEP: 68537000. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4191-7347>. E-mail: ademirbrandao@gmail.com.

³Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor convidado na Universidade Federal de Tocantins (UFT), Av. Juraídes de Sena Abreu, s/n, Setor Buritizinho, Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Juraídes de Sena Abreu, s/n, Setor Buritizinho, Arraias, Tocantins, Brasil. CEP: 77330-000. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5174-9148>. E-mail: luiscastleb@gmail.com

⁴Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPA), Rua Augusto Corrêa, 01, Campus Universitário do Guamá, Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Campus Universitário do Guamá, Belém, Pará, Brasil. CEP: 66075-110. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2485-1059>. E-mail: ivonne.s.1812@gmail.com

The study of parameters in a quadratic function in GeoGebra: an experience with high school students

ABSTRACT

The investigation carried out aimed to analyze what students say about the study of the effects of changing the parameters of the quadratic function using GeoGebra. For this, activities are proposed and carried out with high school technical students of the 1st Year of Agriculture at the Federal Institute of Mato Grosso (IFMT) - Campus Confresa, in May 2022. GeoGebra in the computer lab, of each parameter that composes a quadratic function so that the students understand the transformations that each parameter produces on a family of curves, with subsequent presentation and analysis of their opinions and questions about the developed activity.

Keywords: Parameters; GeoGebra; Quadratic Function.

El estudio de los parámetros en una función cuadrática en GeoGebra: una experiencia con estudiantes de enseñanza Media técnica

RESUMEN

La investigación realizada tuvo como objetivo analizar lo que dicen los estudiantes sobre el estudio de los efectos producidos al variar los parámetros de la función cuadrática usando GeoGebra. Para ello, se proponen y realizan actividades con alumnos de la enseñanza media técnica del 1º Año de Agricultura del Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) - Campus Confresa, en mayo de 2022. GeoGebra en el laboratorio de computación, de cada parámetro que compone un función cuadrática para que los alumnos entiendan las transformaciones que cada parámetro produce sobre una familia de curvas, con la posterior exposición y análisis de sus opiniones y dudas sobre la actividad desarrollada.

Palabras clave: Parámetros; GeoGebra; Función Cuadrática.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Por mais que se almeje caracterizar de maneira uniforme o pensamento matemático, essa não é uma empreitada fácil. Levando em consideração especificamente a Matemática ensinada nas escolas de Educação Básica, essa tarefa fica ainda mais complexa devido à escolha de conteúdos escolares ser realizada sem a devida atenção à necessidade de explorar as características dos conteúdos dessa disciplina, dessa forma implicando a não favorecer o desenvolvimento integral do estudante (RICARDO, 2005).

O ensino de funções durante o Ensino Médio não escapa desta realidade. Pesquisas constatarem uma série de dificuldades na aprendizagem, vinculadas às abordagens do conceito de função centralizado nas operações da expressão algébrica, manipulando as equações e aplicando regras tradicionais. Por exemplo, no caso da função afim $f(x) = ax + b$, os professores tendem a lidar com a questão dos pontos de interseção com os eixos coordenados apenas por meio da aplicação regras sobre a expressão para determinar as raízes, fazendo igual zero (0) as variáveis dependente e independente na equação. Porém, deixam um vazio na interpretação nos registros gráficos para dar sentido a esses valores que agrupados representam pontos no plano e que tem uma relação com a curva que representa a referida função.

Situações semelhantes com outros tipos de funções limitam as possibilidades dos estudantes de se apropriarem de conhecimentos matemáticos relacionados ao conceito de função que facilite o estudo das suas características e propriedades essenciais a partir de suas diferentes formas representação. No estudo das funções em geral diversas pesquisas apontam uma dificuldade que os estudantes têm em compreender os efeitos produzidos pela variação dos parâmetros na expressão algébrica de uma função sobre a família de curvas. Ou seja, a mudança nos valores daquelas letras que não são variáveis dependente ou independente, produzem efeitos geométricos.

Na literatura especializada já existem propostas para a análise de funções a partir de uma abordagem que permita um estudo com a possibilidades de um olhar simultâneo para a representação algébrica e geométrica de uma função afim (CERVANTES; PRIETO, 2013), função exponencial (CASTILLO; GUTIÉRREZ; PRIETO, 2013), quadrática (GUTIÉRREZ; PRIETO, 2015), e funções de mais de uma variável independente (LEÓN *et al*, 2021). O que têm todas estas propostas em específico é que são apoiadas pelo uso do GeoGebra.

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica que permite ao usuário ver e relacionar objetos matemáticos por meio de seus diferentes registros de representação (algébrica, geométrica, entre outros), tudo em uma mesma interface (HOHENWARTER, 2007). Além disso, Gutiérrez e Pazuch (2019) argumentam que o GeoGebra tem um papel essencial na exploração e validação de propriedades de conteúdos matemáticos representados na interface do *software*.

Pelo anteriormente exposto, a pesquisa realizada teve como objetivo analisar o que dizem os estudantes sobre o estudo dos parâmetros da função quadrática expressada algebricamente como $f(x) = ax^2 + bx = c$ com uso do GeoGebra. Para isso, são propostas e executadas atividades com estudantes do ensino médio-técnico do 1º Ano de Agropecuária do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) - *Campus Confresa*, no mês de maio de 2022. Em que houve a exploração, com o uso de GeoGebra no laboratório de informática, de cada parâmetro a , b e c que compõe este representante da família das funções quadráticas para que os estudantes compreendessem o efeito geométrico de cada um deles ao variar, com posterior apresentação e análise de suas opiniões e questionamentos sobre a atividade desenvolvida.

REFERENCIAL TEÓRICO

Os parâmetros na álgebra

Para Bloedy-Vinner (2001), de maneira geral, as letras nas expressões algébricas sempre denotam números. Embora, existam determinados contextos nos quais essas letras podem receber significados de diferentes maneiras. A respeito disso Küchemann (1981, *apud* BLOEDY-VINNER, 2001) identificou várias maneiras de interpretar e usar letras, entre estas tem-se: (i) **um valor desconhecido específico**, a letra tem um valor particular, porém desconhecido. Este uso é mais no contexto da resolução de equações; (ii) **números generalizados**, neste caso a letra pode assumir mais de um valor. Este uso de letras é necessário em problemas como do tipo $(x - 1)(x + 2) = 0$, a condição se cumpre quando $x = 1$ ou $x = -2$; (iii) usado quando as letras são vistas como um intervalo ou **conjuntos de valores**, por exemplo, em problemas como: ‘Qual é maior, $2n$ ou $n + 2$?’ Segundo Bloedy-Vinner (2001, p. 177), a análise de Kuchemann indica que as “letras são usadas como **variáveis** quando um problema requer o estabelecimento de uma relação (de segunda ordem) entre relações (neste caso entre as funções $2n$ e $n + 2$)”.

No que tange a álgebra do Ensino Médio há ainda outro uso de letras que interage com incógnitas e variáveis, mas deve ser distinguido delas. Para Bloedy-Vinner (2001) e Drijvers (2001; 2003) este uso de letras é denominado como parâmetros, os quais tem sentido encontrado de forma explícita ou implícita quando se estuda sobre famílias de equações, famílias de funções e em alguns problemas semânticos, e outros problemas matemáticos (BLOEDY-VINNER, 2001).

Basurto (2013) descreve que Drijvers (2003) realizou uma pesquisa sobre o aprendizado do conceito de parâmetro que incluiu o uso de ambientes tecnológicos e a partir do qual conseguiu gerar afirmações como as seguintes:

O parâmetro é uma variável extra numa expressão ou função algébrica que generaliza uma classe inteira de expressões, uma família inteira de funções ou um grupo de gráficos. O parâmetro é considerado uma meta-variável: o a em $y = ax + b$ pode desempenhar os papéis de uma variável ordinária, um **marcador de posição**, uma **quantidade desconhecida** ou **variável**, mas atua em um nível mais alto do que o caso de uma variável. Por exemplo, uma alteração do valor do parâmetro não afeta apenas um ponto específico, mas todo o gráfico [...] (BASURTO, 2013, p. 4, negrito nosso).

No caso do estudo das famílias de funções é utilizado o parâmetro como uma variável vinculada a um intervalo numérico definido. Agora compreendido o uso dessas letras em uma expressão algébrica de uma função é momento de compreender quais são

os efeitos que as variações desses parâmetros produzem nas representações geométricas das funções.

As transformações geométricas nas funções de uma variável

Segundo Castillo, Gutierrez e Prieto (2013) este tipo de transformações nas curvas que representa geometricamente uma de função, ou parte desta, são resultado de variações na expressão algébricas que a define. Segundo estes autores, se multiplicar a expressão que define uma função $r(x)$ por um valor diferente de zero, diga-se a , obtém uma nova função $f(x) = ar(x)$ cujo gráfico sofreu uma mudança em seu aspecto em relação ao gráfico de $r(x)$.

Aquela função indicada como base serve como referente para visualizar a mudança de forma e posição, para Confrey e Smith (1991), é chamada de “funções protótipo”. Segundo Borba (1993) as funções protótipo são as representantes das diferentes classes de funções e que, na maioria das vezes, atuam como referentes das transformações aplicadas às funções.

Castillo, Gutierrez e Prieto (2013), na busca por referentes sobre este tipo de transformações nas funções, encontraram a obra de Larson, Hostlerter e Edwards (2008) que define e classifica as transformações de função em dois tipos: as Transformações Rígidas e as não-Rígidas. As Transformações Rígidas são as que propiciam que o gráfico de uma função altere a posição no plano coordenado mantendo a forma de seu referente ou função protótipo. Entre estas transformações tem-se a Translação e Reflexão.

Sobre a Translação, este tipo de transformação consiste em mover o gráfico da função ao longo do plano coordenado, ou seja, cada um dos pontos da curva se move na mesma direção, sentido e comprimento. Se for adicionado ou subtraído um valor real positivo diferente de zero à expressão algébrica de uma função $f(x)$, diga-se c , obtém outra função $g(x) = f(x) \pm c$, cujo gráfico foi transladado verticalmente c unidades para cima (somando) ou para baixo (subtraindo), em relação ao gráfico de $f(x)$. Da mesma forma, se adicionar ou subtrair um valor real positivo diferente de zero à variável x de uma função $f(x)$, diga-se c , obtém outra função $g(x) = f(x \pm c)$, cujo gráfico foi transladado horizontalmente em c unidades à direita (ao subtrair) ou à esquerda (ao somar), em relação ao gráfico de $f(x)$.

Sobre a Reflexão, esta transformação rígida pode-se dizer que produz um efeito semelhante à transformação geométrica simetria axial ao gráfico de uma função $f(x)$,

obtendo assim o gráfico de outra função $g(x)$ cujos pontos estão em lados opostos e à mesma distância do eixo de reflexão, em relação aos de $f(x)$ (BORBA, 1993). No caso em que o eixo x é o eixo de reflexão, a expressão algébrica da nova função $g(x) = -f(x)$. Para o caso em que o eixo y é o eixo de reflexão, a expressão que define esta transformação é $g(x) = f(-x)$.

Agora no caso das Transformações não-Rígidas ocorrem quando o gráfico de uma função sofre uma distorção (modificação) na sua forma, em relação àquela que a curva de referência. Devido à sua natureza, esse tipo de transformação é chamado de “deformação” e pode ser de dois tipos. O primeiro apresentado é a deformação vertical, que é produzida pela multiplicação na expressão algébrica de uma função protótipo $f(x)$ por um número $a > 0$, obtendo assim outra função $g(x) = af(x)$. No caso em que $a = 1$, as funções são “idênticas” (isto é, $g(x) = f(x)$) e, conseqüentemente, nenhuma deformação pode ser observada no gráfico de $f(x)$. Por esta razão, vale a pena caracterizar a deformação em termos de dois possíveis intervalos de valores de a : $(0,1)$ e $(1, +\infty)$. Para o caso em que $0 < a < 1$, tem-se que o gráfico de $f(x)$ sofre uma “contração vertical”, enquanto se $a > 1$ sofre uma “dilatação vertical”.

O segundo tipo é a deformação horizontal, que é produzido multiplicando a variável independente de uma função protótipo $f(x)$ por um número a , com $a > 0$ e $a \neq 1$, obtendo assim o gráfico de outra função $g(x) = f(ax)$. Considerando novamente os intervalos $(0,1)$ e $(1, +\infty)$, no caso em que $0 < a < 1$ tem-se que o gráfico de $f(x)$ sofre uma “dilatação horizontal”, enquanto se $a > 1$ sofre uma “contração horizontal”.

DESCRIÇÃO DA EXPERIÊNCIA

No intuito de expandir essa expectativa para o estudo de função quadrática o presente trabalho apresenta uma experiência realizada a partir da utilização do GeoGebra para estudo da variação dos parâmetros a , b e c . Ao definir uma função quadrática, expressada pela forma algébrica $f(x) = ax^2 + bx + c$. Para realizar a experiência teve-se, em primeiro lugar, que considerar que as mudanças nos valores dos parâmetros da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ (com $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$) se produzem transformações rígidas e não-rígidas. Portanto, tem-se a presença de translação, reflexão e as deformações.

Em segundo lugar, é possível manipular a variação dos parâmetros da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ utilizando a ferramenta “controle deslizante”. No GeoGebra um

controle deslizante representa um conjunto de valores reais ou medidas angulares, que podem ser convenientemente controlados e ajustados pelo usuário em uma faixa de valores que o usuário irá percorrer (BASURDO; GALLARDO, 2011). Os controles deslizantes podem ser associados aos parâmetros de expressões algébricas, como a na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, para que na janela de visualização, observar as mudanças sofridas pelas curvas associadas à expressão à medida que os parâmetros mudam de valor.

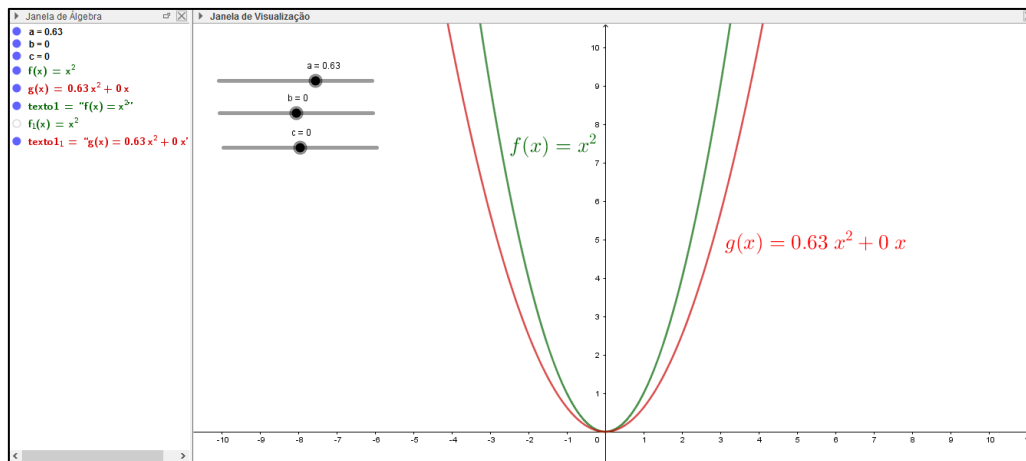
Finalmente, como a variação do parâmetro a produz dois tipos de transformações nos gráficos de $f(x) = ax^2 + bx + c$, na experiência foi decidido estudar separadamente cada uma destas. Para isso, foi necessário estabelecer os intervalos em que cada parâmetro deveria variar para visualizar um ou outro efeito. Esses intervalos guiaram os ajustes apropriados ao controle deslizante com a intenção de apreciar as correspondências entre os valores que o parâmetro assume e as transformações das curvas que são mostradas na interface do GeoGebra.

Para a experiência foi selecionado o 1º ano de Agropecuária do ensino médio-técnico do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) - *Campus* Confresa por ser uma turma com quantidade de estudantes reduzida e permite menos compartilhamento de computadores por dois estudantes ao mesmo tempo. A turma possuía 40 alunos matriculados em que que, dentre faltas e desistências, 26 estiveram presentes para a realização das atividades, que tiveram duração de 4 aulas (3:20 horas) e ocorreram no mês de maio de 2022. O ambiente para a realização dessa atividade foi o laboratório de informática, composto por 20 computadores com o sistema operacional baseado em Linux (uma vantagem do GeoGebra é poder ser usado em diversos Sistemas Operacionais, dentre eles o Android).

Nas atividades dirigidas, foi utilizado o projetor de imagens para desenvolvê-las. Inclusive no início das atividades, mesmo que os estudantes já haviam tido contato com o GeoGebra, foi necessário reforçar com explicações sobre as funções básicas do programa para propiciar a execução das atividades.

Após os estudantes satisfazerem suas curiosidades sobre a interface do GeoGebra, foi iniciada a análise da variação dos parâmetros. A fim de experienciar separadamente as variações dos parâmetros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, é apresentado o cenário em que há associação dos parâmetros de $f(x)$ a três controles deslizantes, os quais no início foram colocados a $b = 0$ e $c = 0$ (Figura 1).

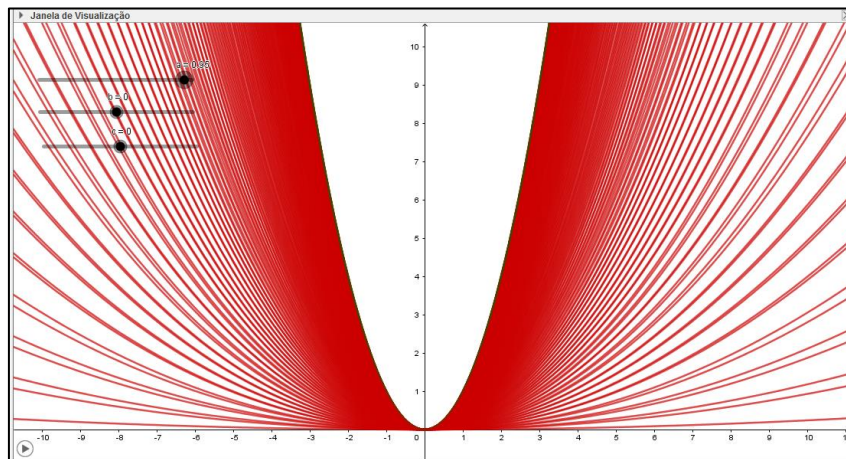
Figura 1 – Cenário de estudo das transformações de função



Fonte: Elaboração própria

A variação do parâmetro a da expressão $g(x) = ax^2 + bx + c$ em cada um dos intervalos $(0,1)$ e $(1, +\infty)$, define dois conjuntos particulares de curvas que são o produto de deformações do tipo vertical “dilatação” e “contração”, em relação ao gráfico de $f(x) = x^2$. As curvas se expandem verticalmente quando o parâmetro a assume valores no intervalo $(0,1)$. A Figura 2 mostra uma representação gráfica da família de curvas dilatadas em relação ao gráfico de $f(x)$.

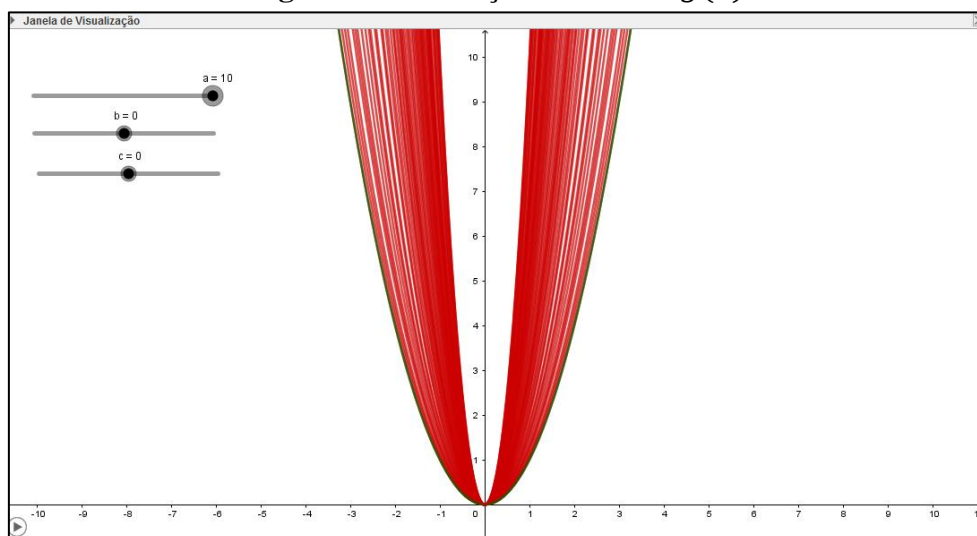
Figura 2 – Dilatação vertical de $g(x)$



Fonte: Elaboração própria

Por outro lado, as curvas de $g(x)$ se contraem verticalmente quando a assume valores no intervalo $(1, +\infty)$. A Figura 3 mostra a família de curvas contraídas, em relação ao gráfico de $f(x)$.

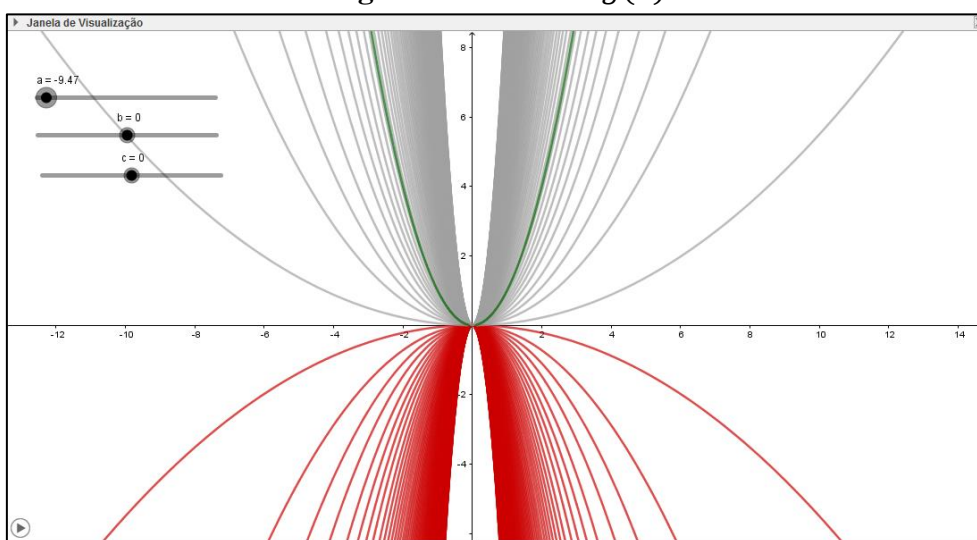
Figura 3 – Contração vertical de $g(x)$



Fonte: Elaboração própria

A variação do parâmetro a de $f(x)$ no intervalo $(-\infty,0)$ define uma família de curvas caracterizada por ser a reflexão das curvas deformadas geradas por $g(x) = ax^2 + bx + c$ quando um $a > 0$, $b = 0$ e $c = 0$. (Figura 4).

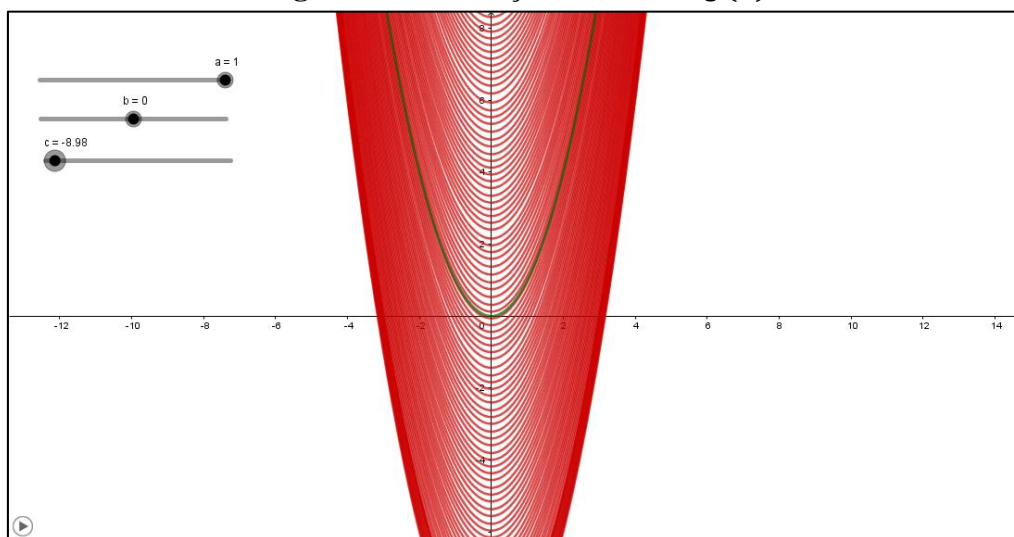
Figura 4 – Reflexão $g(x)$



Fonte: Elaboração própria

Já tendo estudado os efeitos que produz o parâmetro a , fixou-se os parâmetros $a = 1$, $b = 0$ e foi variado o parâmetro c , de maneira que possibilite observar o efeito de translação. O qual tem a característica de se trasladar o conjunto de curvas exatamente pela reta perpendicular ao eixo x e que tenha como um dos seus pontos ao vértice da parábola (Figura 5).

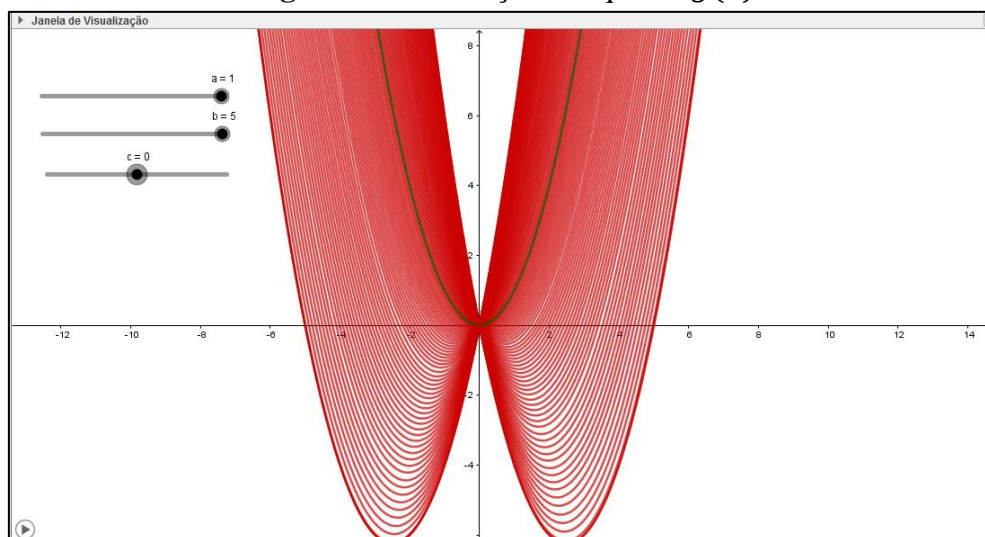
Figura 5 – Translação vertical de $g(x)$



Fonte: Elaboração própria

Para a próxima análise foram fixados os parâmetros $a = 1$ e $c = 0$ e foi considerado variar o parâmetro b , de maneira que torne possível observar o efeito de um tipo translação que acontece de maneira oblíqua. Pois, quando $b < 0$ a família de curvas se define entre os quadrantes II e III do plano coordenado e quando $b > 0$ as curvas se representam nos quadrantes I e IV do plano (Figura 6).

Figura 6 – Translação oblíqua de $g(x)$

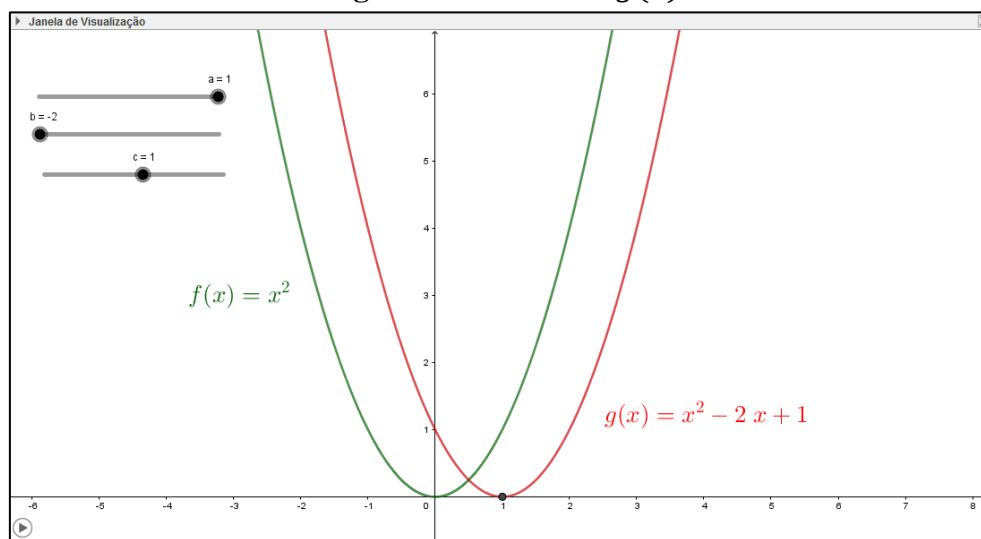


Fonte: Elaboração própria

Após esse estudo de cada um dos efeitos produzidos pela variação dos parâmetros na função definida por $f(x) = ax^2 + bx + 0$. Foram apresentadas para os estudantes da

turma diversas expressões do mesmo tipo de função variando os parâmetros com o propósito de eles identificarem as transformações gráficas na nova função a partir do protótipo. Tem-se o exemplo de $g(x) = 1x^2 - 2x + 1$. Primeiro foi o gráfico da função protótipo $f(x) = x^2$. Depois foi analisado cada valor para os parâmetros b e c , com o parâmetro $a = 1$, portanto não houve transformações como deformação ou reflexão. Assim, a parábola foi trasladada 1 unidade em outro eixo diferente do y , pelo fato do parâmetro $b \neq 0$ como se mostra na Figura 7.

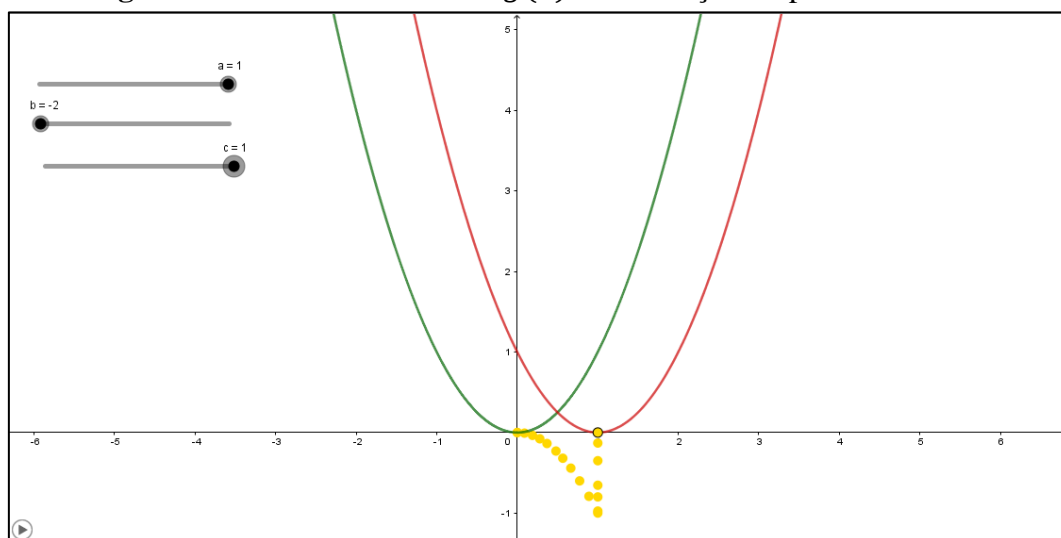
Figura 7 – Gráfica de $g(x)$



Fonte: Elaboração própria

Ainda, quando foi realizada a representação gráfica das duas funções, parece que a teoria planteada anteriormente para os estudantes esteve errada, pois, aparentemente, tem-se a presença de uma translação horizontal quando deveria ser vertical por causa do parâmetro c . Houve a necessidade da análise das projeções gráficas com a variação do parâmetro c e logo de b da função quadrática, por separado com ajuda dos controles deslizantes. Primeiro é definido que o ponto no GeoGebra teria as coordenadas (x_v, y_v) , onde $x_v = \frac{b}{2a}$ e $y_v = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$. Após gráfica o vértice da parábola de $g(x)$ e fazer a variação de b e logo de c , os alunos constataram que c produz a translação horizontal pela reta $x = 1$, pelo fato de b ter trasladado de maneira oblíqua o vértice da parábola para as coordenadas $(1, -1)$ como se mostra na Figura 8.

Figura 8 – Rastro do vértice de $g(x)$ traz variação do parâmetro b e c



Fonte: Elaboração própria

Ao finalizar as atividades práticas com o GeoGebra, foi entregue aos estudantes um questionário para que suas considerações sobre as atividades e seu próprio aprendizado fossem apresentadas e discutidas nessa pesquisa. As questões e seus respectivos objetivos foram:

Questão 1. Você percebeu alguma diferença entre ter aula no laboratório de informática e na sala de aula?

Essa questão teve a finalidade de verificar a opinião do estudante ao trocar o ambiente usual para estudos, que é a sala de aula tradicional com o uso de pincel, lousa branca e livro didático, por um ambiente mais tecnológico e interativo com algumas mídias tecnológicas que o próprio discente pode conhecer de outros ambientes, que é o laboratório de informática que é composto principalmente por computadores.

Questão 2. Como você se sentiu ao ter aula sobre função quadrática no laboratório de informática?

A finalidade dessa questão foi a de verificar o que o estudante sentiu ao mudar o ambiente de plotagem de gráficos, ou seja, um comparativo entre plotagens dos gráficos no quadro ou caderno e a plotagens dos gráficos no GeoGebra.

Questão 3. O que você achou de utilizar o GeoGebra para visualizar os gráficos e poder estudá-los?

Por meio dessa questão pretendeu-se perceber, sob a perspectiva do estudante, sobre a eficiência do uso dessa TDIC como ferramenta auxiliar no ensino desse conteúdo de Matemática.

Questão 4. Você conseguiu ampliar seus conhecimentos sobre função quadrática?

Fazer um comparativo entre o que se sabia e o que se aprendeu é um importante aspecto avaliativo, assim com essa questão pretendeu-se verificar se o aluno foi ciente da ampliação ou não de seu conhecimento sobre o tema estudado.

Questão 5. Como você avalia a execução das atividades propostas com o GeoGebra?

Com essa questão foi pretendido avaliar, novamente sob a perspectiva do estudante, como foi o desenvolvimento das atividades. Pois acredita-se ser importante a realização de autoavaliação para a busca do aprimoramento, assim tendo de realizar um processo contínuo de aprender a aprender e aprender a ensinar.

Nota-se que quase todas as questões podem ser respondidas com um simples “Sim” ou “Não”. Esse fato foi proposital para que estudantes ficassem à vontade para responder e dissessem o que tivessem vontade de relatar sem qualquer direcionamento ou forçar algo a mais em suas respostas.

RESULTADOS

Durante a execução das atividades foi possível perceber a curiosidade dos estudantes ser aguçada diante da interface do GeoGebra no computador e durante toda atividades, fato que tem sua importância ao se relacionar a motivação (RICOY; COUTO, 2009, p. 146) e a curiosidade (LOPES, COSTA; OLIVEIRA, 2016, p. 2). O fato de ser permitido explorarem o GeoGebra livremente os levou a visualizar detalhes nos gráficos que não haviam percebido antes, pois foram explorados somente por abstrações e esboços gráficos. Testaram também colocar funções ao acaso, verificando algumas características do gráfico que foi plotado (quando possível) e se surpreendendo a cada plotagem diferente. Tais testes realizados sob uma perspectiva não mediada pelo professor (RYDER, 2003, p. 229).

Com esse método onde os estudantes eram instigados a investigar sobre gráficos e gráficos de funções quadráticas, não foi constatada qualquer incidência de indisciplina no decorrer de todas as atividades (JESUS, 2008, p. 21). Foi proposta uma aula mais atrativa em um ambiente diferenciado do habitual, tornando-o motivado para a aprendizagem (SOUSA, 2014, p. 19). Deixando margem, com a atividade livre inicial, para pesquisar, investigar, avaliar de modo indissociável (BRASIL, 2013, p. 25).

Essa exploração da interação triangular entre estudante-TDIC-professor-estudante faz com que o estudante teste os limites e a utilidade de qualquer conteúdo a ser ministrado. Extrapolando os limites do ensino puramente abstrato, trazendo para o ambiente de aula algo concreto onde o estudante pode ver, observar, sentir e interagir com o conteúdo matemático que está sendo estudado, que no caso foram os parâmetros das funções do segundo grau.

Na análise do questionário optou-se por transcrever as respostas dos estudantes. Para tanto, devido à sua grafia as vezes complicar a compreensão, foi solicitado aos estudantes que participaram das atividades que lessem particularmente as suas próprias respostas para o professor no intuito de dirimir algum possível equívoco na compreensão dessas respostas. Sendo as respostas de cada questão transcritas em nota de rodapé. Sobre a Questão 1, 25 estudantes deram respostas positivas quanto à mudança de ambiente de estudo e algumas dessas respostas são expostas a seguir.

Estudante 2: Sim, é mais fácil aprender na prática;

Estudante 4: Sim, a aula foi mais interativa;

Estudante 5: Sim, a dinâmica da aula é melhor de interagir e entender;

Estudante 9: Sim, toda turma se interage nas atividades;

Estudante 11: Sim, muita diferença. No laboratório consegue se ver na prática o que foi aprendido na sala;

Estudante 17: Sim, percebi que no laboratório a aula é mais produtiva;

Estudante 24: Sim, gosto mais no laboratório do que na sala.

Apenas um estudante respondeu que prefere as aulas na sala de aula em relação às as atividades no laboratório de informática. Apesar dessa resposta negativa, pode-se perceber a diferença que o estudante sente ao ser levado para um ambiente moderno e com aparelhos eletrônicos que agucem sua motivação e entusiasmo na execução das atividades livres e propostas.

Estudante 25: Sim, que é bem mis chata, não gostei, prefiro aula na sala mesmo.

Na Questão 2, quase todos os estudantes deram respostas positivas. Em tais respostas há menções à motivação, interesse e interação que reforçam o referencial teórico deste trabalho.

Estudante 1: Boa, que coisas que não vimos na sala de aula vimos aqui;

Estudante 4: Me senti mais incentivado a conhecer o conteúdo;

Estudante 5: Por mais que eu seja muito, como posso dizer, difícil de entender a Matemática, é um método muito interessante;

Estudante 9: Eu me senti bem por ver meus amigos interagindo;

Estudante 12: Ter uma visão real e virtual da função me ajudou bastante a entender o assunto;

Estudante 15: Bem, é um ótimo jeito de aprender;

Estudante 19: Foi diferente, estava acostumado na sala de aula;

Estudante 20: Muito bom que aqui (no laboratório) estamos fazendo a função e vendo como ela é no desenho.

No entanto, o mesmo estudante que respondeu negativamente a primeira questão, também respondeu negativamente à segunda. Porém, pode-se perceber que nessa segunda resposta há indícios motivacionais sobre a frustração relatada na primeira questão. A estudante não conseguiu fazer todos os gráficos sugeridos no GeoGebra e, durante as atividades, não relatou sua dificuldade ao professor. Relatando sobre essa dificuldade somente no questionário que serviu para reflexão sobre esse fato.

Estudante 25: Eu me senti muito inútil, pois não consegui fazer todas as funções.

Sobre a Questão 3 do questionário todos os estudantes deram pareceres positivos sobre o uso do GeoGebra para o estudo dos gráficos, inclusive o estudante que respondeu negativamente as duas primeiras questões. Mas ele ainda enfatiza sua dificuldade mesmo respondendo positivamente.

Estudante 4: Um método de ensino mais produtivo;

Estudante 5: Interessante;

Estudante 8: É mais fácil aprender do que na escrita;

Estudante 9: É totalmente diferente e melhor, de certo modo;

Estudante 10: Eficiente e de fácil compreensão do conteúdo;

Estudante 11: Ótimo, pois serviu como novo aprendizado;

Estudante 12: Um pouco complicado, mas melhorou meus conhecimentos sobre os assuntos;

Estudante 17: Muito bom, bastante produtivo;

Estudante 23: Ótimo, consegui aprender;

Estudante 25: Eu achei interessante, mas é complicado também.

Já na Questão 4 todos também responderam positivamente. Sendo que, talvez pela dificuldade em relatar como foi essa ampliação, houve muitas respostas “Sim”. Mesmo assim alguns estudantes deram respostas mais elaboradas que aprovam o uso do GeoGebra para complementar o estudo sobre Funções Quadráticas. Cabe aqui destacar que não era objetivo da investigação verificar se ampliaram seu conhecimento nesse conteúdo, mas o que dizem os estudantes sobre o uso do GeoGebra.

Estudante 8: Sim, no GeoGebra é mais fácil aprender o conteúdo de função quadrática;

Estudante 12: De modo geral, sim;

Estudante 16: Sim, por meio das várias formas de seu desenvolvimento;

Estudante 19: Sim, não muito, mas sim;

Sobre a avaliação das atividades na Questão 5, todos os estudantes responderam positivamente. Alguns desses relatos são apresentados a seguir e que reforçam tais atividades como fáceis, estimuladoras e como uma diferente forma de se estudar Funções Quadráticas.

Estudante 8: Muito bom, aprofundou muito o conteúdo numa forma mais fácil;

Estudante 9: Boa, bastante estimuladora;

Estudante 11: Uma ótima atividade;

Estudante 21: Em um nível muito bom;

Estudante 22: Muito fácil de aprender;

Estudante 23: Uma forma bem legal de estudar.

Ao final das análises dos questionários pode-se concluir que as atividades foram estimuladoras, interessantes e interativas. Os estudantes que possam preferir as aulas habituais em sala de aula ou ainda tenham alguma dificuldade em manusear o GeoGebra também indicam essa constatação sobre essas atividades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando-se a experiência de anos anteriores na qual sentia-se as dificuldades apresentadas pelos estudantes no estudo de função quadrática e, especialmente, a construção dos gráficos, foi proposta essa investigação com o intuito de facilitar os estudos sobre os efeitos ao variar os parâmetros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ + com o uso de uma sequência de atividades desenvolvidas com o auxílio do *software* GeoGebra.

Durante a realização das atividades foi possível observar a interação dos estudantes, sendo considerado o modo como resolveram as atividades, a interação que existiu entre os mesmos e o GeoGebra. Ainda foi verificado que a interatividade proporcionada pelo GeoGebra contribuiu para que os estudantes aprimorassem a articulação do raciocínio lógico matemático na busca de solução para as situações propostas, sendo um elo entre teoria e prática.

Por fim, destaca-se que o aspecto mais importante notado durante o desenvolvimento da atividade proposta foi a interação realizada entre o estudante e a interface do GeoGebra. Tal interação possibilitou o estudante especular, experimentar e, desse modo, ser autônomo em seu estudo e do seu saber. Ainda foi percebido que os estudantes ficaram instigados a fazer construção dos gráficos, uma vez que eles construíam os gráficos no GeoGebra e podiam compreender suas variações.

Atualmente não se pode mais admitir que o ensino se consolide estritamente de forma tradicional, tendo que se propiciar tanto os discentes quanto os docentes ambientes em que se sintam confortáveis para fazer uso de alternativas para melhoria dos resultados nos estudos matemáticos (LOPES; SANTOS, 2016, p. 9).

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

BASURTO, E. Uso de tecnología digital en la comprensión de parámetros en funciones polinomiales. In: RAMIREZ, A.; MORALES, Y. CONGRESO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE AMÉRICA CENTRAL Y EL CARIBE, 1., Santo Domingo, República Dominicana, nov. 2013. **Anais [...]**. Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra: 2013. Disponible: https://redumate.org/wp-content/uploads/2020/09/Memorias_completo.pdf.

BASURTO, E.; GALLARDO, A. El estudio de los parámetros por medio de tecnologías híbridas. En M. Marín, G. Fernández, L. Blanco y M. Palarea (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XV**, (pp. 287-296). Ciudad Real: SEIEM, 2011

BORBA, M. Student's understanding of transformation of functions using multirepresentational software. Tese (Doutorado em Filosofia). Universidad de Cornell, 1993

CASTILLO, L. A.; GUTIÉRREZ, R. E.; PRIETO, J. L. Una perspectiva de análisis de las transformaciones geométricas en curvas de la función $f(x) = e^{ax}$ utilizando el GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 2, n. 2, p. 81-92, 2013.

CERVANTES, A.; PRIETO, J. Variación de los parámetros de la función afín y sus efectos geométricos: una propuesta de análisis con GeoGebra. Congreso Internacional Pedagogía 2013, **Anais [...]**, La Habana (Cuba).

CONFREY, J.; SMITH, E. A framework for functions: Prototype, Multiples Representations and Transformations. In **North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Proceedings of the Annual Meeting 13th (pp. 57 – 63.), October, Virginia. 1991

GUTIÉRREZ, R. E.; PRIETO, J. L. Deformación y reflexión de funciones con GeoGebra. El caso de las parábolas definidas por la expresión $g(x)=ax^2$. **Números: Revista de didáctica de las matemáticas**, v. 88, p. 115-126, 2015.

DRIJVERS, P. (2001). The concept of parameter in a computer algebra environment. H. Chick *et al.* (eds.), Proceedings of the 12th ICMI Study Conference. The Future of the Teaching and Learning of Algebra. Vol. 1. The University of Melbourne, Australia, pp, 221-227.

DRIJVERS, P. (2003). The concept of parameter in a computer algebra environment. En M. van den HeuvelPanhuizen (Ed.), Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education, Vol 2 (pp. 385-392). Utrecht, Netherlands: Freudenthal Institute.

GUTIÉRREZ, R. E. A.; PAZUCH, V. Tarefas de geometria dinâmica com objetos de aprendizagem para a exploração e a investigação de conceitos geométricos. **Boletim GEPEM**, n. 74, p. 20–36, 2019.

HOHENWARTER, M. GeoGebra — didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht. **Journal für Mathematik-Didaktik**, v. 28, n. 1, p. 76–77, 2007. <https://doi.org/10.1007/BF03339335>.

JESUS, S. N. Estratégias para motivar os alunos. **Educação**, v. 31, n. 1, p. 21-29, 2008.

KÜCHEMANN, D. 'Algebra'. In K. Hart (Ed.). **Children's Understanding of mathematics: 11-16**. (pp. 102-119). Murray: London, 1981

LARSON, R.; HOSTETLER, R.; EDWARDS, B. (2008). Shifting, Reflecting, and Stretching Graphs. In **Precalculus: A Graphing Approach**, 5th Edition. (pp. 127 – 132) New York: Houghton Mifflin Company.

LEÓN, M. J.; GUZMÁN, M.; SÁNCHEZ, I. C.; CASTILLO, L. A. Ensino de transformações de funções com GeoGebra: O caso de parabolóides definidos por $g(x, y) = a(x - h)^2 + b(y - k)^2 + c$. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. 1, p. e2001, 2021. <https://doi.org/10.35819/remat2021v7i1id4075>

LOPES, T. B.; COSTA, A. B.; OLIVEIRA, R. F. S. Estudo de função afim utilizando o software Geogebra como ferramenta interativa. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 8, n. 17, p. 1-16, 2016.

LOPES, T. B.; SANTOS, L. G. O uso do Geogebra como ferramenta auxiliar para estudo da reta tangente a um gráfico. **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 14, n. 2, p. 1-10, 2016.

RICARDO, E. C. **Competências, interdisciplinaridade e contextualização**: dos parâmetros curriculares nacionais a uma compreensão para o ensino das ciências. 2005. 255 f. Florianópolis: Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

RICOY, M. C; COUTO, M. J. V. S. As tecnologias da informação e comunicação como recursos no Ensino Secundário: um estudo de caso. **Revista Lusófona de Educação**, v. 14, n. 14, p. 145-156, 2009.

RYDER, M. Comunidades anônimas de práticas acadêmicas na internet. **Revista Contrapontos**, v. 3, n. 2, p. 223-231, 2003.

SOUSA, R. M. **O uso do geogebra no ensino de função quadrática**. 2014. 76 f.
Santarém: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014.