

A NOÇÃO DE CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA¹

Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina

Celia Finck Brandt
Universidade de Ponta Grossa

Saddo Ag Almouloud
Universidade Federal da Bahia

RESUMO

Apresentou-se no texto a seguir algumas ideias oriundas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica referentes à noção de congruência semântica que é um fenômeno semiocognitivo que ocorre na transformação de uma representação semiótica em outra. Essa transformação pode ocorrer em virtude da operação cognitiva de tratamento no interior de um mesmo sistema semiótico de representação. Pode ocorrer também pro meio da operação cognitiva de conversão que transforma um registro pertencente a um sistema semiótico de representação em outro registro pertencente a outro sistema semiótico de representação. E ainda em virtude da operação discursiva de designação de objetos e relações, a função referencial. Relacionada à equivalência referencial, a congruência semântica mostrou-se ser de extrema importância na compreensão dos acertos e erros na produção discente frente à resolução de problemas. Por essa razão, a congruência semântica precisa ser compreendida no seu papel de análise na produção discente e, com isso, poder subsidiar a preparação de atividades didáticas que objetivam a aprendizagem de alguma noção matemática.

Palavras-chave: Congruência semântica; Equivalência referencial; Operações semiocognitivas de tratamento e conversão.

THE NOTION OF SEMANTIC CONGRUENCE IN MATHEMATICAL LEARNING

ABSTRACT

The following text presents some ideas from the Theory of Registers of Semiotic Representation referring to the notion of semantic congruence, which is a semiocognitive phenomenon that occurs in the transformation of one semiotic representation into another. This transformation can occur due to the cognitive operation of treatment within the same semiotic system of representation. It can also occur through the cognitive operation of conversion that transforms a register belonging to a semiotic system of representation into another register belonging to another semiotic system of representation. compared to referential equivalence, semantic congruence proved to be extremely important in understanding the successes and errors in student production in the face of problem solving. For this reason, semantic congruence needs to be understood in its role of analysis in student production and, with that, to be able to subsidize the preparation of didactic activities that aim to learn some mathematical notion.

Keywords: Semantic congruence; Referential equivalence; Semiocognitive operations of treatment and conversion

¹ Texto base da palestra proferida no VI SELEM (2021) que tomou por base um artigo a ser publicado na Revista Quadrante com o nome “Congruência semântica: um fenômeno semiótico e cognitivo a ser levado em conta na aprendizagem matemática”.

LA NOCIÓN DE CONGRUENCIA SEMÁNTICA EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

RESUMEN

El siguiente texto presenta algunas ideas de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica referidas a la noción de congruencia semántica, que es un fenómeno semiocognitivo que ocurre en la transformación de una representación semiótica en otra. Esta transformación puede ocurrir debido a la operación cognitiva de tratamiento dentro del mismo sistema semiótico de representación. También puede ocurrir a través de la operación cognitiva de conversión que transforma un registro perteneciente a un sistema semiótico de representación en otro registro perteneciente a otro sistema semiótico de representación. En comparación con la equivalencia referencial, la congruencia semántica demostró ser extremadamente importante para comprender los aciertos y errores en la producción de los estudiantes frente a la resolución de problemas. Por ello, la congruencia semántica necesita ser entendida en su papel de análisis en la producción estudiantil y, con ello, poder subsidiar la elaboración de actividades didácticas que apunten al aprendizaje de alguna noción matemática.

Palabras clave: Congruencia semántica; equivalencia referencial; Operaciones semiocognitivas de tratamiento y conversión.

INTRODUÇÃO

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), um dos constructos essenciais definido por Duval (1995, 1999) é o **registro** de representação, que é um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais em nível do funcionamento cognitivo consciente. Nesta perspectiva, o autor assevera que os registros são diferentes de códigos cujo funcionamento é mais limitado do que o caso dos registros de representação semiótica.

A codificação consiste em colocar em correspondência as unidades de um código com as unidades de uma mensagem já expressa ou objetivada de modo explícito num outro sistema semiótico. O registro coloca em jogo o problema da aprendizagem e os meios que deverão ajudar o professor tornar mais acessível à compreensão da matemática.

A noção de registro nos leva a salientar a importância de transitar entre diferentes registros de representação semiótica e da necessidade de uma coordenação entre eles.

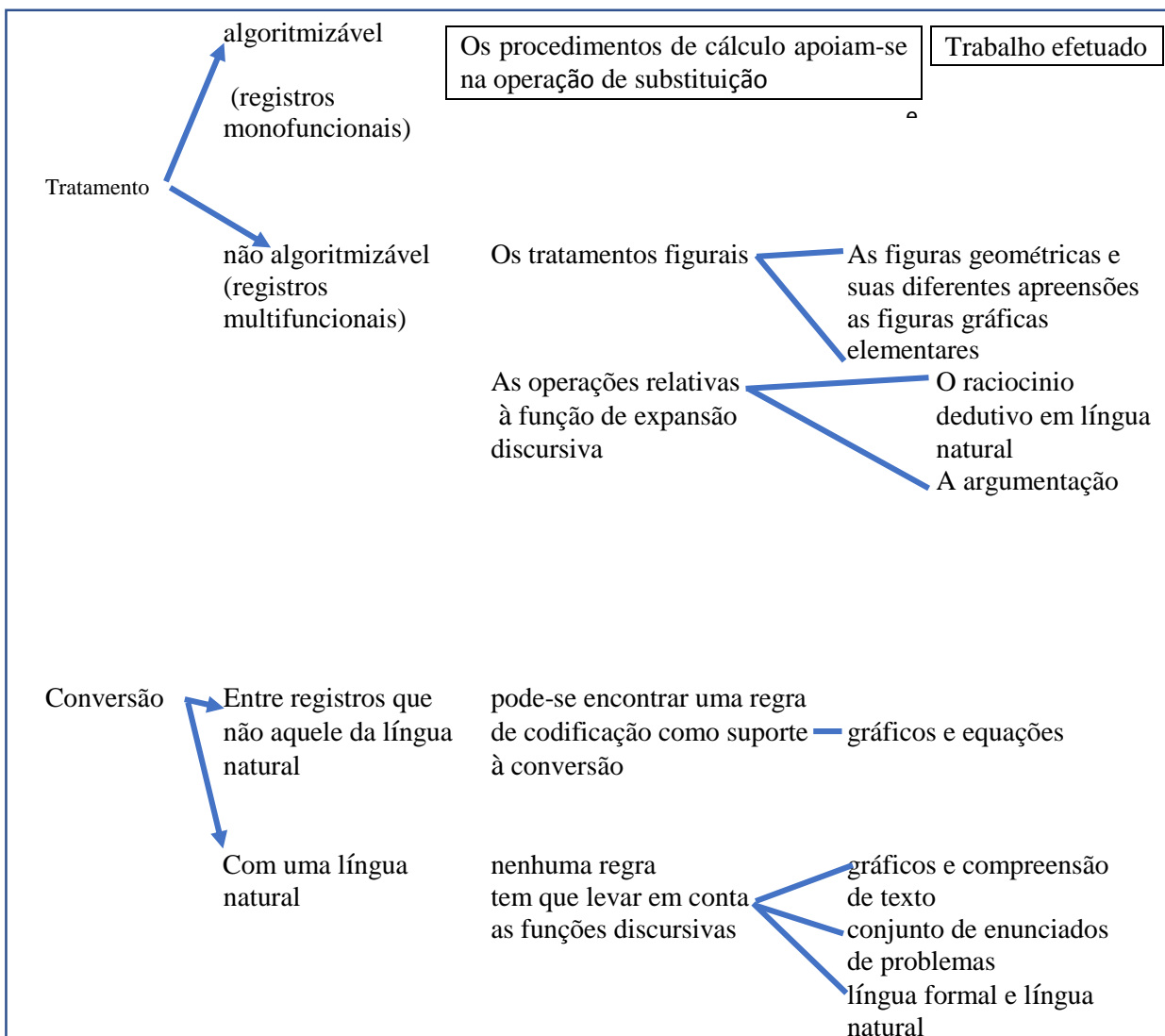
Duval (1995) apresenta as diferentes operações possíveis e *privilegiadas por um registro*. O autor afirma ainda que na atividade intelectual, na elaboração e na transformação de representações semióticas, é necessário bem distinguir dois tipos heterogêneos de transformação das representações: o tratamento e a conversão.

Um tratamento é a transformação de uma representação em uma outra representação do mesmo registro. O tratamento é então uma transformação estritamente interna a um registro... Um tipo de tratamento depende das possibilidades do funcionamento representacional de um registro.

Uma conversão é a transformação de uma representação de um registro D em uma outra representação de um registro A, conservando, pelo menos, a referência ao mesmo objeto (objeto no sentido estrito, ou situação...), mas sem conservar a explicitação das mesmas propriedades desse objeto. (Duval, 1999, p. 30, tradução nossa)

A análise cognitiva das investigações em Didática da Matemática necessita que se distinga bem o que é do **tratamento** propriamente dito e o que é de uma conversão. Mais precisamente, como pode ser visto na Figura 1, é necessário bem distinguir dois tipos de tratamentos e dois tipos de conversão.

Figura 1 - Diferenciação entre tratamento e conversão



Fonte: Duval, 1999b, p. 16.

Outro constructo teórico da TRRS, objetos de estudo deste texto, é que a *congruência semântica* vai determinar o caráter natural ou, ao contrário, “arbitrário” de uma conversão.

2. CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

O fenômeno da congruência semântica, que se manifesta nas operações cognitivas de transformação de representações semióticas pode explicar o sucesso ou fracasso dos alunos ao transformar uma representação em outra, processo encontrado em vários momentos da aprendizagem matemática. Nesta perspectiva,

O problema da congruência ou da não congruência semântica de duas representações de um mesmo objeto é, portanto, o da distância cognitiva entre essas duas representações **sejam elas pertencentes ou não ao mesmo registro**. Quanto maior a distância cognitiva, mais o custo da passagem de uma representação a outra corre o risco de ser elevado e não ser efetuado ou entendido (DUVAL, 2012, p. 105, grifo nosso).

Grifamos essa citação de Duval para ficar bem claro que o fenômeno da congruência semântica diz respeito não só no caso da transformação de representações por conversão, mas pode ocorrer nas transformações por tratamento. Assim, as expressões que são escritas nas formas $y = x^2 - 4x + 3$ e $y + 1 = (x - 2)^2$ representam a mesma parábola, mas entre uma e outra representação há uma distância muito grande que precisa ser preenchida por operações algébricas que demandam aprendizagem.

Quando há congruência entre a representação de partida e a representação de chegada, a transformação é trivial, e poderia quase ser considerada, intuitivamente, como um simples código. Quando não há congruência, a transformação torna-se custosa em termos semiocognitivos.

No caso da conversão de registros, pode ser congruente em um sentido e não no sentido inverso. Os três critérios de congruência são:

- Possibilidade de correspondência “semântica” de elementos significantes: a cada unidade significante simples de uma das representações, é possível associar uma unidade elementar;

- Univocidade “semântica” terminal: cada unidade significante elementar da representação de partida corresponde a uma única unidade significante elementar no registro da representação de chegada;

- Organização das unidades significantes: as organizações respectivas das unidades significantes, de duas representações comparadas, possibilitam a apreensão das unidades em correspondência semântica, segundo a mesma ordem, nas duas representações.

Nos problemas aditivos de Gérard Vergnaud, esse fenômeno se manifesta intensamente, isso porque Duval (1995, p. 50-51) considera que as dificuldades apontadas têm na não congruência semântica uma explicação. Esse fenômeno pode também estar relacionado às estratégias de resolução dos problemas que são expressas em sentenças numéricas. Alguns exemplos podem ser apontados para explicitar a maior ou menor congruência – e, assim, o maior ou menor sucesso na obtenção da solução como na Figura 2. Essa estratégia de resolução contou com o procedimento do complemento. Aqui nos defrontamos com o critério da ordem e da exigência da propriedade comutativa (ter algumas e ganhar 3 é o mesmo que ter 3 e ganhar algumas). É um critério não cumprido que aumenta a dificuldade do problema.

Figura 2 – Exemplo de maior ou menor congruência

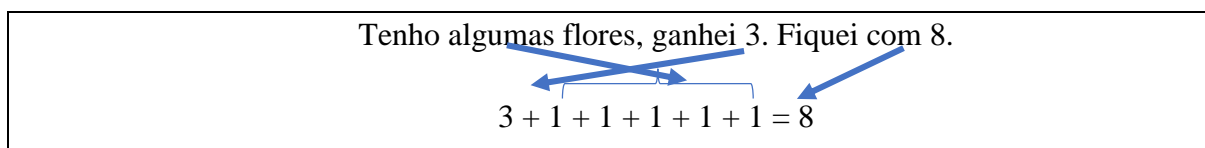


Diagrama de congruência semântica. No topo, o texto "Tenho algumas flores, ganhei 3. Fiquei com 8." está alinhado ao centro. Abaixo dele, a equação $3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$ é escrita. Sete setas azuis apontam do texto para os termos da equação: uma seta do "3" para o primeiro "1", uma seta do "ganhei 3" para o segundo "1", e cinco setas do "Fiquei com 8" para os outros cinco "1"s.

Tenho algumas flores, ganhei 3. Fiquei com 8.

$$3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

Fonte: os autores

O mesmo problema pode ser resolvido por meio do procedimento da diferença

Figura 3 – O mesmo problema com procedimento diferente

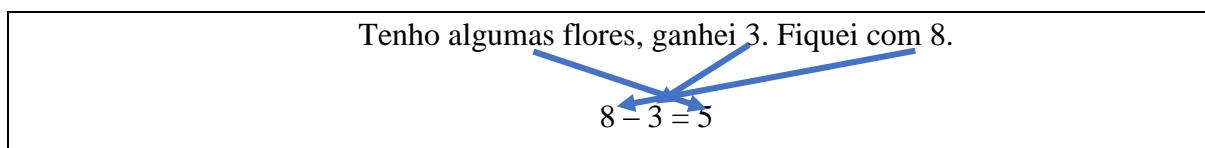


Diagrama de diferença semântica. No topo, o texto "Tenho algumas flores, ganhei 3. Fiquei com 8." está alinhado ao centro. Abaixo dele, a equação $8 - 3 = 5$ é escrita. Sete setas azuis apontam do texto para os termos da equação: duas setas do "Tenho algumas flores" para o "8", uma seta do "ganhei 3" para o "3", e uma seta do "Fiquei com 8" para o "5".

Tenho algumas flores, ganhei 3. Fiquei com 8.

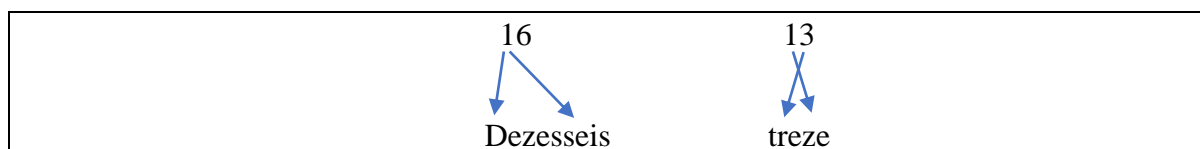
$$8 - 3 = 5$$

Fonte: os autores

Aqui, o critério da univocidade semântica terminal não é cumprido, pois a estratégia de resolução que exigiu a recursividade (**ganhar** na ida é **perder** na volta) confronta a palavra “**ganhar**” com o sinal de **subtração**. Há também o critério da ordem não cumprido.

Em certos intervalos numéricos, a não congruência é mais evidente, e não faz transparecer a identificação da estrutura do sistema de numeração decimal na palavra e na notação arábica:

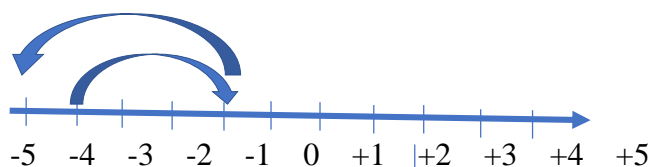
Figura 4 – Não congruência mais evidente



Fonte: os autores

O uso de representações auxiliares pode reservar algumas surpresas como foi o caso da pesquisa realizada por HILLESHEIM (2013, p. 128) com a questão apresentada a um grupo de 69 alunos do Ensino Fundamental:

Escrever uma expressão numérica que representasse os movimentos do desenho a seguir, tomando como ponto de partida o -4



De 69 alunos apenas 12 alunos (17%) responderam à questão corretamente. Essa taxa de acerto se deve aos “pontos de ancoragem” -5 , -4 e -1 apresentados na questão e que mobilizam a atenção dos alunos que deixam de fazer as operações que levam de um ponto a outro mostrados na representação da figura auxiliar.

Duval (1995, p. 335) aponta que as variações da redação de um texto relacionam-se a elementos explicitados de conteúdo cognitivo, ordem de apresentação e escolha de expressões linguísticas para as designações. Essas variações podem caracterizar o fenômeno da não congruência.

3. EXEMPLO DE VARIAÇÃO REDACIONAL

Enunciado 1: Segunda-feira após o meio-dia Pedro recebeu R\$ 849,00 de João. Depois, ele foi a uma loja fazer compras importantes. Na segunda de tarde, ele contou seu dinheiro e tinha R\$ 475,00 a menos que de manhã. Quanto ele gastou nas suas compras?

Enunciado 2: Segunda de manhã Pedro saiu com dinheiro. Após o meio-dia, Pedro recebeu R\$ 849,00 de João. Depois, ele foi a uma loja fazer compras e no final da tarde ele tinha R\$ 475,00 a menos do que de manhã. Quanto ele gastou nas suas compras?

A frase acrescentada combina duas variações redacionais. Uma que explicita a informação mencionada no texto “R\$475,00 a menos...” pela unidade apofântica “Pedro saiu com dinheiro...”, e a outra que reestabelece a ordem dos marcos temporais (segunda de manhã, segunda após o meio-dia, segunda de tarde).

O Enunciado 2 do problema aditivo induz a menos erros de compreensão do que o Enunciado 1, uma vez que um elemento de informação importante é redacionalmente explicitado, e não somente redacionalmente mencionado.

No Enunciado 2, a organização redacional corresponde à organização do conteúdo cognitivo, com congruência entre a organização redacional e a organização própria ao conteúdo cognitivo. No Enunciado 1, não há congruência.

A noção de congruência semântica caminha lado a lado com a ideia de referência desenvolvida por Frege (1978, p. 59-86). Para o desenvolvimento da matemática, ganha importância o fato de que a mudança de uma representação à outra deve manter a equivalência referencial. No Quadro 2 as relações possíveis entre equivalência referencial e congruência semântica são explicitadas. Isso decorre do fato de que as variações redacionais podem levar a soluções que são semanticamente congruentes (expressão algébrica e frase), ainda que não sejam referencialmente equivalentes.

Quadro 1: Relação entre congruência semântica e equivalência referencial.

		Congruência Semântica?	
		SIM	NÃO
Equivalência Referencial?	SIM	1	2
	NÃO	3	4

Fonte: Os autores

Alguns exemplos:

- Problema 1

Um pai tem 30 anos a mais do que a idade do seu filho. Sabendo-se que....


$$P + 30 = F$$

Existe congruência semântica, mas não existe equivalência referencial, é o Caso 3 do Quadro 2.

- Problema 2:

Um pai tem 30 anos a mais do que a idade do seu filho. Sabendo-se que....


$$P - 30 = F$$

Existe equivalência referencial, mas não existe congruência semântica (não existe univocidade semântica terminal “a mais” e “-”).

Variações redacionais podem levar a soluções semanticamente congruentes e referencialmente equivalentes, mas não no mesmo grau, em virtude de elementos significativos do enunciado.

- Problema 3:

A diferença entre a idade do pai e do filho é 30 anos. Sabendo-se que...


$$P - F = 30$$

- Problema 4:

A idade do pai menos a idade do filho é 30 anos. Sabendo-se que ...


$$P - F = 30$$

O enunciado do Problema 4, não muito comum nos manuais didático e até evitável com a palavra “menos”, usado apenas para ilustrar que é ainda mais semanticamente congruente com os enunciados anteriores e, além disso, possui equivalência referencial.

Nos exemplos apresentados no Quadro 2, são apresentados alguns problemas cujo maior ou menor sucesso na obtenção da solução pode ser explicado pelo fenômeno da congruência semântica.

Quadro 2 – Exemplos de problemas de maior ou menor sucesso

	Os Problemas	% de acertos
Prob. 1	Pedro tinha 3 figurinhas. Em seguida João lhe deu 5. Quantas figurinhas Pedro tem agora?	96
Prob. 9	Maria tem 9 bonecas. Regina tem algumas bonecas. Ela tem 3 bonecas a menos que Maria. Quantas bonecas Regina tem?	63
Prob. 10	Márcia tem nove 9 bonecas. Ela tem 3 a menos que Luciana. Quantas bonecas tem Luciana?	56

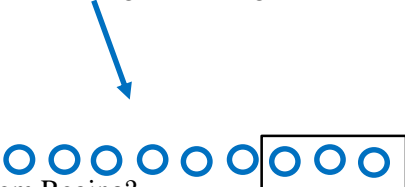
Fonte: Moretti & Brandt, 2014, p. 563

Para o Problema 1, a expressão $3 + 5$ que resolve o problema para a obtenção das oito figurinhas tem congruência semântica e equivalência referencial.

Para o Problema 9, a Figura 5, apresenta um procedimento utilizado em sua resolução.

Figura 5: procedimento utilizada na resolução do problema 9

P9: Maria tem 9 bonecas. Regina tem algumas bonecas. Ela tem 3 bonecas a menos que Maria.



Quantas bonecas tem Regina?

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

R. Regina tem 6 bonecas

Fonte: Moretti & Brandt (2014, p. 567)

De acordo com Moretti & Brandt no caso desse problema:

[...] as informações numéricas dizem respeito ao todo e ao valor da comparação. Essas duas informações numéricas têm que ser reunidas numa única sentença matemática e numa ordem invertida, pois as informações sobre as bonecas de Maria e de Regina não podem ser utilizadas pelo desconhecimento do número de bonecas de Regina. A estratégia utilizada pelas crianças com auxílio de desenhos feitos por elas próprias contribui para enfrentar o fenômeno da não congruência, pois as informações numéricas são tomadas na mesma ordem, e a correspondência semântica existe pela associação da palavra menos com a retirada de três bonecas (enquadradas no desenho) (MORETTI, & BRANDT, 2014, p. 566).

No caso do problema 10 não há correspondência semântica, pois se Márcia tem 9 e ela tem 3 a menos que Luciana isso significa que Luciana tem que ter mais do que 9 conforme apontado por (MORETTI & BRANDT, 2014, p. 567). Segundo os autores:

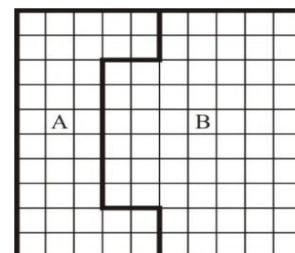
Conforme a estratégia utilizada para a resolução do problema, manifesta-se o fenômeno da não congruência semântica, mesmo que a operação utilizada seja a mesma. Quando a resolução for registrada, pode haver dúvidas, em virtude dessa não congruência oriunda da não correspondência das unidades de significado ou de ordens diferentes dos dados nos dois registros. Há que se ressaltar que o fenômeno da não congruência semântica pode ser oriunda ainda de termos portadores de informação semântica e, por essa razão, induzir ao erro, como é o caso, por exemplo, do Problema 10 (MORETTI & BRANDT, 2014, p. 569).

Podemos ainda identificar em problemas de geometria em que a noção de congruência semântica também tem as suas implicações. É o caso do problema a seguir submetido a um grupo de 392 alunos do primeiro ano do ensino médio (CAPES/COFECUB, 1996):

Responder e justificar

1 - O perímetro da parcela A é menor, igual ou maior do que o perímetro da parcela B.

2 - A área da parcela A é menor, igual ou maior do que o perímetro da parcela B.



Dos 392 alunos que responderam (sem considerar as justificativas), 75,7% acertaram a questão sobre a área e 30,8% acertaram sobre o perímetro. A razão desses resultados é a congruência semântica que no caso da área, por haver congruência entre o que é pedido e o que é mostrado na figura, levou a uma boa taxa de acerto. Já no caso do perímetro, o olhar de uma figura que apresenta a área da porção B maior do que a área da porção A induziu um grupo de alunos ao erro uma vez que para responder sobre perímetro seria necessário se desvincular da dimensão 2 (a dimensão de área) e olhar a figura em dimensão 1 e verificar que os contornos de A e B possuem a mesma medida.

Na apresentação de textos didáticos em Braille, geralmente transcritos a partir do texto em tinta, há um aumento significativo no número de caracteres utilizados. Por exemplo, a expressão $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ que, em tinta, comporta 9 caracteres, em Braille essa mesma expressão terá 19 caracteres conforme Figura 6:

Figura 6: expressão $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ escrita em Braille



Fonte: Anjos & Moretti (2016, p. 403).

Assim,

A escrita em Braille é um código que:

- lineariza a escrita matemática e apaga a sua organização sintática não linear;
- cria um custo semiótico de leitura por conta do número de símbolos a serem percorridos e retidos em memória de curto termo (ANJOS & MORETTI, 2016, p. 403).

Podemos falar em aumento da não congruência na expressão em Braille que sofre um aumento considerável no número de caracteres além de perder a espacialidade da escrita? Colocamos esta questão tendo em vista o fato de que o aluno cego simplesmente recebe a expressão em Braille pronta e, evidentemente, não participa do processo de transcrição da tinta ao Braille.

4. CONCLUSÕES

A distância cognitiva que pode existir entre representações semióticas pertencentes ou não a sistemas semióticos distintos foi objeto de reflexão no presente texto. O que buscamos mostrar é que qualquer que seja a transformação de representação se o fenômeno da congruência se manifestar ele pode ser responsável por muitas das dificuldades dos alunos em momentos de aprendizagem, é um fenômeno que precisa ser compreendido para fornecer subsídios para a organização do ensino e para a compreensão da produção discente.

Alguns problemas apresentados foram analisados em relação ao formato da redação para indicar um maior ou menor grau de congruência semântica, visto que os critérios (a mesma ordem, univocidade semântica terminal e o mesmo número de unidades significativas) podem não serem contemplados. Isso significa uma extrema importância à variação redacional. Ao inverter os dados do problema, ao incluir palavras com sentido semântico explícito (ganhar, perder, subir, descer) ou ao omitir informações de natureza temporal a dificuldade aumenta e pode ser explicada pelo fenômeno da não congruência. Por essa razão a palavra “mais” pode levar a uma adição, a ordem dos dados numéricos nos problemas pode levar o aluno a seguir a mesma ordem na sentença matemática, dentre outros fatores.

A análise das produções acadêmicas dos alunos, em situação de resolução de problemas ou de tratamentos algébricos, geométricos ou numéricos precisa levar em conta o fenômeno da congruência. Sua relevância deve ser explicitada por sua relação com custos cognitivos importantes em operações cognitivas de conversão ou tratamentos e nas dificuldades matemáticas apresentadas por alunos para reconhecer e compreender o processo de substituição por equivalência referencial. Isso significa dizer que nem sempre os erros ou incompreensões são oriundos de conceitualizações, mas podem ser em virtude da congruência semântica visto que o processo de substituição, por equivalência referencial, não é uma simples codificação.

Não devemos evitar atividades que não são congruentes, mas saber que esse fenômeno existe e que pode ser determinante na definição dos objetivos de ensino e na organização de atividades.

REFERÊNCIAS

ANJOS, Daiana Z.; MORETTI, Méricles T. Transcrição da tinta ao Braille: apontamentos de algumas diferenças semio-cognitivas. **Zetetiké**, v. 24, n. 3, Campinas: 2016.

CAPES/COFECUB - **Relatório n. 174/95 – Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996**. Brasília, 1996.

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática. Trad. Méricles T. Moretti. **REVEMAT**, v. 7, n. 1, 2012.

DUVAL, R. **L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique**. Curso dado ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC/SP. São Paulo: 1999a.

DUVAL, R. **La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée (troisième cours)**. Curso dado ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC/SP. São Paulo: 1999b.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. New York: P. Lang, 1995.

FREGE, G. **Lógica e filosofia da linguagem**. Trad. Paulo Alcoforado. São Paulo: Ed. Cultrix e Ed. da USP, 1978.

HILLESHEIM, S. F. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2013.

MORETTI, M. T. & BRANDT, C. F. Dificuldades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica. **Acta Scientiæ**, v.16, n. 3, set./dez. 2014.