

Processos de Leitura e Escrita na formação inicial do professor que ensina Matemática

Jorge Cássio Costa Nóbriga¹

Universidade Federal de Santa Catarina

David Antonio da Costa²

Universidade Federal de Santa Catarina

Rita de Cássia Pacheco Gonçalves³

Universidade Federal de Santa Catarina

RESUMO

Esse texto apresenta apontamentos da Mesa Redonda n. 9, intitulada “Processos de leitura e escrita na formação inicial do professor que ensina matemática”, ocorrida por ocasião do 6º Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática - VI SELEM. A condução desse trabalho partiu de duas perguntas motivadoras, lançadas pela mediadora, de forma que motivasse o diálogo entre os membros da mesa e demais participantes do evento. Pergunta 1: Quais experiências de inserção de leitura e escrita vocês vivenciaram enquanto formadores de professores? Pergunta 2: Quais possíveis impactos da falta de leitura e escrita na formação inicial do professor para o ensino de matemática? O diálogo estabelecido mostrou a importância da incorporação de atividades de leitura e escrita para formação inicial dos licenciandos em matemática e pedagogia, destacando-se as atividades relacionadas ao trabalho com leitura e escrita matemática, bem como a problematização do uso da linguagem matemática em textos didáticos, seja por processos de escrita de experiências vivenciadas nos estágios, ou ainda, nas autoavaliações proporcionadas aos estudantes, revisitando suas videoaulas gravadas. Ressaltou-se a importância de atividades de leitura e escrita nos processos de formação inicial para fins de mitigar lacunas de comunicação da linguagem matemática e/ou da linguagem natural entre futuros professores e alunos.

Palavras-chave: Formação inicial. Relatórios de estágio. Teoria da Representação Semiótica. Leituras e escritas matemáticas. Formação de professores.

¹Doutor em Educação, Universidade de Brasília (UnB). Professor, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Blumenau, SC, Brasil. Rua João Pessoa, 2514. Bairro Velha - Blumenau/SC. CEP: 89036-004. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5745-6610>. E-mail: j.cassio@ufsc.br.

²Doutor em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professor, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Rua Douglas Seabra Levier 163 ap 208 Bloco B Trindade, Florianópolis/SC. CEP: 88040-410. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>. E-mail: david.costa@ufsc.br.

³Doutora em Educação, Universidade de Lisboa. Portugal. UL. Professora aposentada, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, SC, Brasil. Rua João Pio Duarte Silva, 404, ap 301, Juriti. Bairro Córrego Grande - Florianópolis/SC. CEP: 88000-37. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1691-5518>. E-mail: ritacassiagon@gmail.com

Reading and Writing Processes in the initial training of the teacher who teaches Mathematics

ABSTRACT

This text presents notes from the roundtable n. 9, entitled “Reading and Writing Processes in the initial training of the teacher who teaches Mathematics”, which took place on the 6th Seminar on Writing and Reading in Mathematics Education - VI SELEM. The conduction of this work started from two motivating questions, launched by the mediator, in a way that motivated the dialogue between the members of the roundtable and other participants of the event. Question 1: What experiences of insertion of reading and writing did you have as teacher educators? Question 2: Which are the possible impacts of the lack of reading and writing on the initial training of teachers for teaching mathematics? The dialogue established showed the importance of incorporating reading and writing activities for the initial training of undergraduates in mathematics and pedagogy, highlighting activities related to working with mathematical reading and writing, as well as the problematization of the use of mathematical language in didactic texts, either by writing processes of experiences lived in the internships, or even, in the self-assessments provided to students, revisiting their recorded video classes. The importance of reading and writing activities in the processes of initial training was highlighted in order to mitigate communication gaps in mathematical language and/or natural language between future teachers and students.

Keywords: Initial training. Internship reports. Semiotic Representation Theory. Mathematical readings and writings. Teacher education.

Procesos de Lectura y Escritura en la formación inicial del profesor que enseña Matemática

RESUMEN

Este texto presenta notas de la mesa redonda n. 9, titulado “Procesos de Lectura y Escritura en la formación inicial del profesor que enseña Matemática”, que tuvo lugar en el 6º Seminario de Escritura y Lectura en la Educación Matemática - VI SELEM. La realización de este trabajo partió de dos preguntas motivadoras, lanzadas por el mediador, de manera que motivaron el diálogo entre los integrantes de la mesa y los demás participantes del evento. Pregunta 1: ¿Qué experiencias de inserción de la lectura y la escritura vivieron como formadores de docentes? Pregunta 2: ¿Cuáles son los posibles impactos de la falta de lectura y escritura en la formación inicial de los docentes para la enseñanza de las matemáticas? El diálogo establecido mostró la importancia de incorporar actividades de lectura y escritura para la formación inicial de los estudiantes de licenciatura en matemáticas y pedagogía, destacando actividades relacionadas con el trabajo con la lectura y escritura matemática, así como la problematización del uso del lenguaje matemático en textos didácticos, ya sea mediante procesos de escritura de experiencias vividas en las prácticas, o incluso, en las autoevaluaciones proporcionadas a los estudiantes, revisitando sus videoclases grabadas. Se resaltó la importancia de las actividades de lectura y escritura en los procesos de formación inicial para mitigar las brechas de comunicación en lenguaje matemático y/o lenguaje natural entre los futuros docentes y estudiantes.

Palabras clave: Formación inicial. Informes de prácticas. Teoría de la Representación Semiótica. Lecturas y escritos matemáticos. Formación del profesorado.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Muitos encontros científicos tomam a temática da formação de professores em suas diversas facetas. O Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (SELEM) elege particularmente assuntos relacionados com a leitura, escrita e linguagem da Educação Matemática na Educação Básica, no Ensino Superior e na formação de professores que ensinam matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Nesta esteira, por ocasião do VI SELEM, a mesa n. 9, intitulada “Processos de leitura e escrita na formação inicial do professor que ensina matemática”, foi organizada de forma a promover o debate com professores Jorge Cássio Costa Nóbriga, David Antonio da Costa e Rita de Cássia Pacheco Gonçalves, atuantes nos cursos de licenciatura em matemática e pedagogia.

A partir de duas perguntas feitas pela mediadora, os professores membros da mesa redonda expuseram suas considerações: Pergunta 1: Quais experiências de inserção de leitura e escrita vocês vivenciaram enquanto formadores de professores? Pergunta 2: Quais possíveis impactos da falta de leitura e escrita na formação inicial do professor para o ensino de matemática?

Para apoiar suas respostas, os professores mobilizaram alguns conceitos procedentes do campo da Educação Matemática e da Educação. Na próxima seção, estes conceitos serão brevemente abordados. Em seguida, apresentam-se as considerações dos professores e as referências utilizadas.

ALGUNS CONCEITOS MOBILIZADOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DA EDUCAÇÃO NOS CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

A Teoria de aprendizagem semiocognitiva de Duval fornece subsídios para o entendimento e reflexão do processo de ensino/aprendizagem da Matemática. A Teoria se apoia na mobilização de diferentes registros de representação para a compreensão dos conceitos da matemática. Para Duval, “a aprendizagem das matemáticas constitui, em evidência, um campo de estudos privilegiados para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos” (DUVAL, 2009, p. 13).

Os estudos de Raymond Duval têm sido cada vez mais aceitos por pesquisadores. Sendo uma teoria de origem da Didática Francesa, chegou ao Brasil por volta dos anos 90. E como boa parte dos estudos teóricos, há um longo caminho a ser trilhado até a sua efetiva apropriação e usos em sala de aula. Da academia até a esta, a distância pode ser verificada pela demora da implementação dos resultados das pesquisas nos livros didáticos e na mobilização dos conceitos adotados pelos professores. Um dos fatores que contribuem para essa distância persistir é a pouca difusão e incorporação dessas teorias nos cursos de formação dos professores.

Como não é usual haver um espaço formal nos programas dos cursos de licenciatura em matemática para discussão das teorias da Educação Matemática, a mobilização destes conceitos de forma transversal nas disciplinas de Metodologia de Ensino e Estágios Supervisionados parece ser uma alternativa.

E, aqui, cabe esclarecer o entendimento de que o curso de formação de professores é profissionalizante. Nessa perspectiva, falar de formação de professores é mais do que buscar aspectos relacionados a uma vocação. Parece não fazer sentido dizer que determinado indivíduo tem mais, ou menos, vocação para o seu desenvolvimento ao longo da sua carreira docente. Por outro lado, a formação docente inicial também não pode ser considerada como um conjunto de métodos e processos que podem ser visitados ou revisitados seguindo um manual como um guia de iniciação. Pensar nas estratégias de formação ampla para os futuros professores na contemporaneidade é um desafio que se apresenta aos cursos de licenciaturas de forma geral. Mas como realizá-lo? Quais mecanismos, quais estratégias os formadores de professores têm à disposição? Como incorporar aspectos do desenvolvimento científico das pesquisas no campo da Educação Matemática nos cursos de formação inicial?

Em uma pequena nota os pesquisadores franceses Pastré, Vergnaud e Mayen (2006) postulam que:

aprendizagem é algo tão importante para os humanos que eles inventaram instituições dedicadas ao desenvolvimento: escolas, se considerarmos o termo no seu sentido mais amplo, ou seja, toda instituição cujo objetivo é favorecer a **atividade construtiva** num dado domínio (p. 156).

Esta atividade construtiva leva ao que é chamado de uma aprendizagem intencional, ou seja, uma aprendizagem que tem por primeiro objetivo transformar o próprio sujeito – em contraste com uma atividade produtiva.

Para melhor distinguir esses dois termos, isto é, *atividade produtiva* e *atividade construtiva*, pensa-se em um indivíduo que age, alguém que transforma o real, seja por exemplo material, social ou mesmo simbólico. Isso é o que caracteriza a atividade produtiva. Mas ao transformar o real esse sujeito se transforma e ao se transformar ele participa e protagoniza uma atividade construtiva de forma recíproca⁴.

Duas consequências decorrem dessa situação: uma aceleração do ritmo da aprendizagem; uma maior capacidade do sujeito em transformar em conhecimentos os

⁴ Uma discussão mais aprofundada sobre os conceitos: *atividade produtiva* e *atividade construtiva*, poderá ser vista em: Hofstetter, Rita; SCHNEWLY, Bernard. Savoirs en (trans) formation - Au coeur des professions de l'enseignement et de la formation. In: Rita Hofstetter; Bernard Schnewly (Éds) (2009). *Savoirs en (trans) formation - Au coeur des professions de l'enseignement et de la formation*. Bruxelles: Éditions De Boek Université, p. 7-40.

recursos que ele tem à sua disposição para agir, considerados próprios e suscetíveis, de modo a se tornarem saberes (PASTRÉ; VERGNAUD; MAYEN, 2006).

Para ajustar-se a todos os tipos de situações um sujeito dispõe dos recursos construídos no passado e adquiridos da experiência. Mas ele dispõe, sobretudo, de uma capacidade de criar novos recursos, para reorganização daqueles já adquiridos. [...] por um lado, os nossos conhecimentos são recursos que utilizamos para resolver os nossos problemas. Por outro, estes mesmos conhecimentos podem ser encarados em si próprios, de modo a que se possa identificar neles mesmos propriedades, tornando-se assim saberes. Estes constituem conjuntos de enunciados coerentes e reconhecidos por uma comunidade científica ou profissional. Adquirindo então um lugar central na aprendizagem intencional [isto é, na aprendizagem construtiva, aquela que modifica o sujeito] (PASTRÉ; VERGNAUD; MAYEN, 2006, p.156).

A comunicação permeia todas as possibilidades de diálogo entre os semelhantes. Para o desenvolvimento das atividades de professor, dominar esses processos de comunicação é de fundamental importância. Mais do que compreender que se trata de um sistema que envolve pelo menos dois polos: um emissor e um receptor, mediados por uma linguagem. O futuro professor, para exercer plenamente seu ofício, deve desenvolver habilidades relacionadas à leitura e à escrita, não só na língua materna, mas igualmente na linguagem matemática.

Nas aulas de matemática a comunicação com a linguagem corrente, ou língua materna, oral ou escrita, acontece nas formas de interação e diálogos entre alunos e professores, mas também ocorre a comunicação através da linguagem matemática, com sua representação simbólica, oral e escrita. Esta comunicação, no processo de ensino aprendizagem é determinante na compreensão dos conceitos matemáticos. A comunicação de significados matemáticos, na linguagem corrente e/ou matemática, constitui vias de aproximação de um conceito matemático. “Em geral o conceito a ser construído na aprendizagem aparece diretamente ligado à representação e a suas formas de expressão” (SANTOS, 2005, p.122). Isto faz pensar que a articulação entre linguagem corrente ou materna (oral e escrita) e linguagem matemática – que possuem características muito distintas –, e o trânsito de uma para a outra se constituem em um processo de ensino aprendizagem complexo e carregado de dificuldades, particularmente nos primeiros anos do ensino fundamental. Santos (2005, p.122) indica que

as várias formas de expressão simbólica construídas socialmente e que o aluno utiliza para exprimir a ideia que vai compondo sobre frações [ou qualquer outra ideia matemática] [...] são de extremo interesse na sala de aula, pois constituem vias de aproximação de um conceito matemático, por

meio de diferentes formas de representação e da passagem de uma para a outra.

A complexidade da vida cotidiana atual tem provocado discussões e pesquisas que buscam garantir uma formação mais abrangente que dê conta desta complexidade e, neste contexto, encontram-se novas orientações para o ensino de matemática que passam a ser consideradas relevantes. Por um lado, a percepção de que esta disciplina possui uma linguagem própria, que ganha sentido na articulação com a linguagem corrente; por outro, o desenvolvimento da capacidade de argumentar, partilhar, negociar com os outros as suas próprias ideias, qualidade para a qual a linguagem matemática é participante, cabendo a esta área do ensino também a responsabilidade de ensinar a ler e escrever.

O conceito de sujeito alfabetizado se amplia para alfabetização num sentido considerável, que “supõe não somente a aprendizagem do sistema de escrita, mas também, os conhecimentos sobre as práticas, usos e funções da leitura e da escrita, o que implica o trabalho com todas as áreas curriculares e em todo o processo do Ciclo de Alfabetização” (BRASIL, 2012, p. 27).

Fonseca (2005) levanta possibilidades de relação entre atividade matemática e práticas de leitura. Ela aponta a leitura de enunciados de questões de problemas matemáticos e de textos didáticos que abordam conteúdos escolares como atividades frequentes nas aulas, onde os professores se deparam com a leitura e a escrita como uma questão que interfere, senão determina, a aprendizagem de matemática. Com frequência também, os professores de matemática atribuem as restrições das habilidades dos alunos na leitura desses textos aos professores de português. No entanto, Smole e Diniz (2001), enfatizam que “a dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender texto de problemas está, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema” (p. 72). Mas, a dificuldade de leitura se estende para além dos enunciados dos problemas matemáticos e textos didáticos. Somem-se a estas, a de ler e a de escrever textos de matemática, com linguagem não verbal, com uma diagramação e sintaxe próprias. A dificuldade de ler e escrever em matemática impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo, de dizerem o que sabem de matemática e de fazerem matemática.

Diante dessas dificuldades, pesquisas (BELLO; MAZZEI, 2008; NACARATO, 2013) têm sido feitas em Educação Matemática com intuito de entender e propor ações

para minimizá-las. No entanto, a prática formativa dos professores que a ensinam não tem refletido o avanço das pesquisas nessa área.

Na formação dos professores de matemática, dificilmente são tratadas questões de didática da leitura (e da produção) de textos, como se não nos deparássemos com essas questões em nosso fazer docente. Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de estratégias de leitura para o acesso gêneros textuais próprios da atividade matemática escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instruções para exercícios, descrições de procedimentos, definições, enunciados de propriedades, teoremas, demonstrações, sentenças matemáticas, diagramas, gráficos, equações etc. demandam e merecem investigação e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos e de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que o educador matemático precisa conhecer e assumir como de sua responsabilidade. (FONSECA; CARDOSO, 2005, p. 64-65).

Diante destes desafios, pergunta-se: quais seriam possíveis estratégias de professores de curso de formação para desenvolver, e por que não salientar, cada dia mais presente, habilidades no uso das tecnologias que também medeiam o processo de comunicação? Quais atividades que promovem aprendizagem produtiva que se desdobram e fomentam aprendizagem construtiva?

A PRODUÇÃO DA ESCRITA E LEITURA EM LINGUAGEM MATEMÁTICA: INTERRELAÇÕES COM A TEORIA DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL

Das respostas dadas às perguntas dirigidas aos membros da mesa, o Prof. Jorge Cássio concentrou sua exposição, a partir das suas experiências desenvolvidas nas ministrações das disciplinas de Metodologia do Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado, no curso de Licenciatura em Matemática da UFSC (Blumenau).

Um tópico da ementa da disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática é “Aprendizagem Matemática”. Neste tópico, explora-se, sobretudo, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. São propostas várias leituras e discussões a respeito do tema, buscando fazer com que os estudantes compreendam os conceitos-chave da teoria. É importante que eles saibam que, de acordo Duval (2011), o único acesso ao objeto matemático se dá por meio de suas representações em seus diferentes registros semióticos. Assim, o estudo das representações é fundamental para explicar a compreensão dos conceitos e da aprendizagem da matemática.

Isso tem bastante relação com a leitura e a escrita em Matemática. Busca-se, desta forma, conscientizar os estudantes de que a leitura em matemática não se dá como

na leitura de textos ocidentais, isto é, de cima para baixo, da esquerda para direita. Tal leitura precisa ocorrer com idas e vindas aos diferentes registros de representação, possibilitando criar condições para a “... mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação” (DUVAL, 2008, p. 14).

Quais experiências ocorrem para se atingir este objetivo?

Toma-se, por exemplo, uma atividade feita em sala de aula cujo objetivo é análise de como alguns conteúdos são explorados nos livros didáticos.

Figura 1: Exemplo de atividade para analisar como a semelhança de triângulos é abordada em um livro didático

Como estabelecer uma ordem de leitura?

196. Semelhanças

Conduzindo a altura \overline{AD} relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo ABC , obtemos dois triângulos retângulos DBA e DAC semelhantes ao triângulo ABC .



De fato, devido à congruência dos ângulos indicados na figura acima,

Por que? $\hat{B} = \hat{1}$ (complementos de \hat{C}) e $\hat{C} = \hat{2}$ (complementos de \hat{B})

temos:

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ $\triangle DBA \sim \triangle DAC$



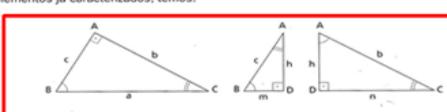
pois eles têm dois ângulos congruentes. **Como ler?**

Logo: $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$

197. Relações métricas

a) **Dedução**

Com base nas semelhanças dos triângulos citados no item anterior e com os elementos já caracterizados, temos:



$\triangle ABC \sim \triangle DBA \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow bc = ah & (4) \\ \frac{a}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = am & (2) \\ \frac{b}{h} = \frac{c}{m} \Rightarrow ch = bm & (6) \end{cases}$

$\triangle ABC \sim \triangle DAC \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow b^2 = an & (1) \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{h} \Rightarrow bc = ah & (4) \\ \frac{b}{n} = \frac{c}{h} \Rightarrow bh = cn & (5) \end{cases}$

$\triangle DBA \sim \triangle DAC \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{b} = \frac{h}{n} \Rightarrow bh = cn & (5) \\ \frac{c}{b} = \frac{m}{h} \Rightarrow ch = bm & (6) \\ \frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow h^2 = mn & (3) \end{cases}$

Resumindo as relações encontradas, excluindo as repetidas, temos:

(1) $b^2 = a \cdot n$ (3) $h^2 = m \cdot n$ (5) $b \cdot h = c \cdot n$
(2) $c^2 = a \cdot m$ (4) $b \cdot c = a \cdot h$ (6) $c \cdot h = b \cdot m$

Como transformar numa equação?

c) **Teorema de Pitágoras**

A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

$b^2 + c^2 = a^2$ **Como ler?**

Demonstração:

Para provar esta relação basta somar membro a membro (1) e (2), como segue:

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} b^2 = a \cdot n \\ c^2 = a \cdot m \end{matrix} \right\} \Rightarrow b^2 + c^2 = am + an &\Rightarrow b^2 + c^2 = a(m+n) \Rightarrow \\ &\Rightarrow b^2 + c^2 = a^2 \end{aligned}$$

Como identificar os lados homólogos?

Fonte: Dolce e Pompeu (2013, p.192)

A partir desta proposição, os estudantes analisam a atividade e buscam identificar, *a priori*, as possíveis dificuldades que os alunos do Ensino Básico podem ter ao lerem. É importante que os estudantes busquem identificar tais dificuldades, levando-se em consideração a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS). Essa

atividade é dirigida por meio de algumas perguntas lançadas no texto para serem discutidas em conjunto. Algumas dessas indagações estão registradas na figura 1.

Esta atividade permite também explorar as demonstrações matemáticas. Para isso, leva-se em conta uma linguagem própria da matemática que necessita ser codificada e decodificada pelos estudantes e alunos. A figura a seguir apresenta um exemplo de demonstração abordada em um livro didático.

Figura 2: Incentro do triângulo

PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

$\overline{AM}_1 \cap \overline{BM}_2 \cap \overline{CM}_3 = \{G\}$
 $\overline{AG} = 2 \cdot \overline{GM}_1, \overline{BG} = 2 \cdot \overline{GM}_2, \overline{CG} = 2 \cdot \overline{GM}_3$
 $\overline{AG} = \frac{2}{3} \cdot \overline{AM}_1, \overline{BG} = \frac{2}{3} \cdot \overline{BM}_2, \overline{CG} = \frac{2}{3} \cdot \overline{CM}_3$
 $\overline{GM}_1 = \frac{1}{3} \cdot \overline{AM}_1, \overline{GM}_2 = \frac{1}{3} \cdot \overline{BM}_2, \overline{GM}_3 = \frac{1}{3} \cdot \overline{CM}_3$

Nota
O baricentro é o centro de gravidade do triângulo.

II. Incentro — Bissetrizes internas

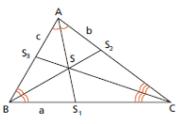
117. As três bissetrizes internas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto que está a igual distância dos lados do triângulo.

Seja o $\triangle ABC$ de lados $\overline{BC} = a, \overline{AC} = b$ e $\overline{AB} = c$:

Hipótese: $\overline{AS}_1, \overline{BS}_2, \overline{CS}_3$ são bissetrizes internas

Tese: $\left\{ \begin{array}{l} (1) \overline{AS}_1 \cap \overline{BS}_2 \cap \overline{CS}_3 = \{S\} \\ (2) d_{s,a} = d_{s,b} = d_{s,c} \end{array} \right.$

Demonstração:
Seja S o ponto tal que:
 $\overline{BS}_2 \cap \overline{CS}_3 = \{S\}$



Temos:
 $S \in \overline{BS}_2 \Rightarrow d_{s,a} = d_{s,c}$
 $S \in \overline{CS}_3 \Rightarrow d_{s,a} = d_{s,b} \Rightarrow d_{s,b} = d_{s,c} \Rightarrow S \in \overline{AS}_1$

Logo,
 $\overline{AS}_1 \cap \overline{BS}_2 \cap \overline{CS}_3 = \{S\}$ e $d_{s,a} = d_{s,b} = d_{s,c}$

Fundamentos de Matemática Elemental 121

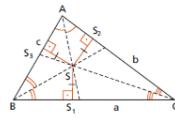
PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

118. Incentro — definição

O ponto de interseção (ou ponto de encontro ou ponto de concurso) das três bissetrizes internas de um triângulo é o **incentro** do triângulo.

S é o incentro do $\triangle ABC$.
 $\overline{AS}_1 \cap \overline{BS}_2 \cap \overline{CS}_3 = \{S\}$
 $d_{s,a} = d_{s,b} = d_{s,c}$

Nota
O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.



III. Circuncentro — Mediatrizes

119. As mediatrizes dos lados de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto que está a igual distância dos vértices do triângulo.

Seja o $\triangle ABC$.

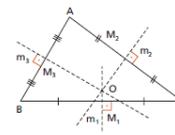
Hipótese: m_1, m_2, m_3 mediatrizes de $\overline{BC}, \overline{AC}$ e \overline{AB}

Tese: $\left\{ \begin{array}{l} (1) m_1 \cap m_2 \cap m_3 = \{O\} \\ (2) \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \end{array} \right.$

Demonstração:
Seja O o ponto tal que:
 $m_2 \cap m_3 = \{O\}$

$O \in m_2 \Rightarrow \overline{OA} = \overline{OC}$
 $O \in m_3 \Rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} \Rightarrow \overline{OB} = \overline{OC} \Rightarrow O \in m_1$

Logo,
 $m_1 \cap m_2 \cap m_3 = \{O\}$ e $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$



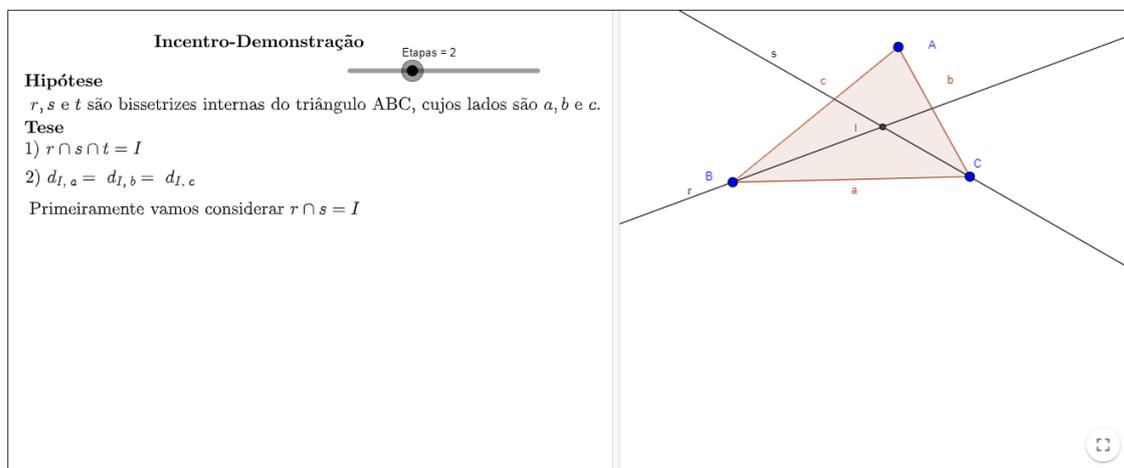
Fundamentos de Matemática Elemental 122

Fonte: Dolce e Pompeu (2013, p.121-122)

Utiliza-se a demonstração como ilustrado na figura anterior para questionar os estudantes sobre as dificuldades que eles sentem para compreendê-la. Estas podem ter diferentes causas, mas esta atividade favorece o foco nos desafios particularmente relacionados com a leitura da demonstração. Os estudantes percebem que uma das dificuldades está relacionada ao fato de que as representações aparecem todas de uma vez na página e que eles terão que fazer as conexões entre elas quando as estiverem lendo. Retomando os conceitos discutidos na TRRS de Duval, por exemplo, onde está na representação figural a representação simbólica $\underline{AS}_1 \cap \underline{BS}_2 \cap \underline{CS}_3 = \{S\}$?

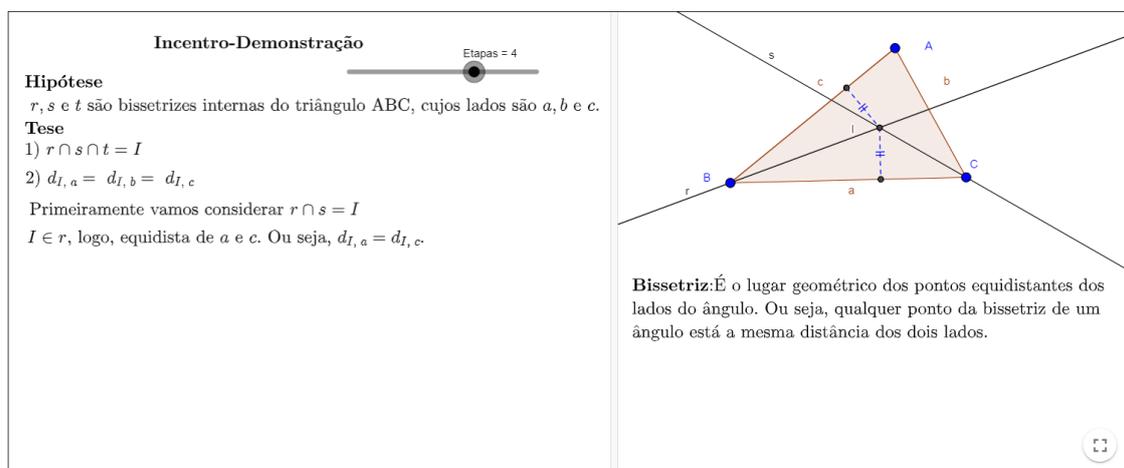
A partir das dificuldades identificadas, propõem-se adaptações nas atividades apresentadas nos livros didáticos de forma que elas possam ser minimizadas. As figuras 3, 4, 5 e 6 mostram um exemplo de adaptação feita.

Figura 3: Etapa 2 da atividade sobre incentro na plataforma GeoGebra



Fonte: Disponível em <https://www.geogebra.org/m/xMv7bmYn> acessado em 10 de junho de 2022

Figura 4: Etapa 4 da atividade sobre incentro na plataforma GeoGebra



Fonte: Disponível em <https://www.geogebra.org/m/xMv7bmYn> acessado em 10 de junho de 2022

Figura 5: Etapa 5 da atividade sobre incentro na plataforma GeoGebra

Incentro-Demonstração

Etapas = 5

Hipótese
 r, s e t são bissetrizes internas do triângulo ABC, cujos lados são a, b e c .

Tese
1) $r \cap s \cap t = I$
2) $d_{I,a} = d_{I,b} = d_{I,c}$

Primeiramente vamos considerar $r \cap s = I$
 $I \in r$, logo, equidista de a e c . Ou seja, $d_{I,a} = d_{I,c}$.
 $I \in s$, logo, equidista de a e b . Ou seja, $d_{I,a} = d_{I,b}$.

Bissetriz: É o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados do ângulo. Ou seja, qualquer ponto da bissetriz de um ângulo está a mesma distância dos dois lados.

Fonte: Disponível em <https://www.geogebra.org/m/xMv7bmYn> acessado em 10 de junho de 2022

Figura 6: Etapa 6 da atividade sobre incentro na plataforma GeoGebra

Incentro-Demonstração

Etapas = 6

Hipótese
 r, s e t são bissetrizes internas do triângulo ABC, cujos lados são a, b e c .

Tese
1) $r \cap s \cap t = I$
2) $d_{I,a} = d_{I,b} = d_{I,c}$

Primeiramente vamos considerar $r \cap s = I$
 $I \in r$, logo, equidista de a e c . Ou seja, $d_{I,a} = d_{I,c}$.
 $I \in s$, logo, equidista de a e b . Ou seja, $d_{I,a} = d_{I,b}$.
Como $d_{I,a} = d_{I,b}$ e $d_{I,a} = d_{I,c}$, então, $d_{I,b} = d_{I,c}$. Assim,
 $I \in t$ e $r \cap s \cap t = I$.

Bissetriz: É o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados do ângulo. Ou seja, qualquer ponto da bissetriz de um ângulo está a mesma distância dos dois lados.

Fonte: Disponível em <https://www.geogebra.org/m/xMv7bmYn> acessado em 10 de junho de 2022

A atividade ilustrada nas figuras anteriores mostra como as representações surgem gradativamente, contribuindo assim para o estabelecimento de uma ordem de leitura e percepção das relações entre as representações. Atividades como essas são abordadas em Livros Dinâmicos de Matemática (NÓBRIGA e SIPLE, 2020). Os estudantes do curso têm a oportunidades de explorá-las, não apenas na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática, mas também, na disciplina de Geometria, quando estão aprendendo os conteúdos, e na disciplina de Tecnologias no Ensino de Matemática, para poderem aprender a fazer as atividades, usando o GeoGebra.

Na disciplina de Estágio Supervisionado, retomando a resposta do Prof. Jorge Cássio, explora-se a escrita dos estudantes por meio da produção de portfólio. Tal

atividade auxilia na organização das reflexões que, em conjunto com o retorno dos comentários do professor, amplia-se a compreensão de determinado tema em questão. Segue um exemplo na figura 7.

Figura 7: Excerto de relatório de estudante recebendo comentários problematizados do professor orientador de estágio

Desse modo, observei duas lacunas no entendimento dos estudantes. A primeira lacuna foi referente ao conhecimento de que $a^2/5$ é igual a $(1/5)a^2$. A segunda, por sua vez, foi a falta de compreensão fundamental de que as variáveis de um polinômio representam números e, portanto, possuem as mesmas propriedades que eles.

O restante da aula foi utilizado para explicar que a primeira prova da disciplina ocorreria na semana seguinte, e o professor os relembrou de todos os assuntos que cairiam nela. Ele também apresentou uma lista de exercícios de revisão elaborada por ele e pelo professor David sobre esses temas, que incluíam fatoração de números, raiz quadrada, conjuntos numéricos e

[J19] Comentário: Interessante. Em geral, os estudantes identificam aquilo que está explícito na representação. Veja que o "1" não está explícito. É preciso ensinar os estudantes a ler matematicamente. $7ab$ e $6ba$. Ele precisa entender $7ab$ é 7 vezes a vezes b . E se ele estivesse vendo " ab " como uma variável e " ba " como outra ?

Para concluir sua exposição, o Prof. Jorge Cássio sinaliza que uma parcela significativa dos estudantes revela dificuldades para produzirem textos, além de demonstrarem insegurança para se expressarem corretamente nas aulas. Ele acredita que isso pode ser consequência da pouca exploração da leitura e escrita em cursos de formação de professor de Matemática.

As atividades descritas anteriormente têm sido utilizadas para mitigar tal situação. Elas são criadas, levando-se em conta as teorias da Educação Matemática, e potencializam a formação dos futuros professores num gesto de aproximação da academia com a sala de aula.

OS RELATÓRIOS DE ESTÁGIO COMO INSTRUMENTO DO DESENVOLVIMENTO DA LEITURA E ESCRITA DOS ESTUDANTES

A intervenção do Prof. David Antonio explorou considerações acerca da atividade feita pelos estudantes nos respectivos relatórios de estágios. Este expediente de produção escrita promove uma síntese das ações desenvolvidas ao longo de todo estágio, desde o período de estudo, designação de turmas e conteúdos, aproximação com o campo de estágio, planejamento e ministração de aulas. Acompanhado do processo de regência, seguem as atividades propostas aos alunos da classe com os instrumentos de avaliação.

Considera-se, neste texto, a produção do relatório de estágio supervisionado como parte integrante da atividade construtiva realizada pelos estudantes frente à sua formação. Não só os ensaios de planejamentos de ensino e de aulas, mas o conjunto das ações são instrumentos importantes que permitem a reflexão dos estudantes no seu processo de formação. Tais problematizações ocorrem não só do ponto de vista da comunicação formal por meio da linguagem natural, mas também da mobilização dessa mesma linguagem em processo de ensino aprendizagem de matemática.

Uma situação particular que se destaca contemporaneamente são as formações nos tempos de pandemia do COVID-19. A condição socio sanitária exigiu de parte dos formadores de professores, estratégias alternativas e criativas que contribuíssem para que os estudantes tivessem mais contato com o uso das tecnologias nos processos de ensino.

Dessa forma, considerando as possibilidades de gravação (imagem e som) muitos estudantes não só ouviram suas experiências práticas, mas viram/assistiram/revisaram suas respectivas atividades de docência. Assim, puderam exercer uma crítica sobre o próprio trabalho realizado. Aspecto tão abordado em pesquisas, como as de Prado e Valente (2002) e Shön (1992), sobre formação de professores que sublima a reflexão sobre a própria ação, torna-se amplamente potencializado com o uso da tecnologia dirigida por meio deste tipo de atividade.

Mas, para que ocorra a *reflexão sobre a ação* é necessário que o professor distancie-se da ação presente para reconstruí-la mentalmente a partir da observação, da descrição e da análise dos fatos ocorridos. É o olhar a *posteriori* sobre o momento da prática e a sua explicitação que propicia ao professor reconhecer e entender como resolveu os imprevistos ocorridos e quais aspectos devem ou não ser alterados na sua ação (PRADO; VALENTE, 2002, p. 32, grifos dos autores).

Um exemplo disso é mostrado na figura 8 que contém excerto do portfólio de um estudante de estágio.

Figura 8: Excerto de relatório de estudante destacados na correção pelo professor orientador de estágio

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento da disciplina de Estágio Supervisionado II, diferente de tudo o que foi desenvolvido no decorrer do curso, possibilitou, mesmo que virtualmente, um contato direto com o ensino da matemática. No decorrer do curso muitos foram os momentos em que nos debruçamos em problemas matemáticos, mas nada comparável a formulação, organização e prática para mostrar o quão complexa e, de certa forma, difícil é a tarefa de desenvolver uma aula visando a aprendizagem de terceiros.

O uso das tecnologias, por mais que o curso tenha, em grande parte, uma organização EAD, se mostrou um desafio constante. O gerenciamento de programas de gravação juntamente com o desenvolvimento das aulas foram desafios constantes nesse projeto. A revisão do que fora produzido mostrou a necessidade e o longo caminho que necessito percorrer para desenvolver uma linguagem técnica e uma correta escolha dos termos matemáticos necessários.

Junto a isso, ainda distante de uma sala de aula e os desafios que uma aula ao vivo impõe, a experiência de gravar aulas de um determinado conteúdo relativamente simples foi desafiadora, visto que a preocupação com a didática deveria ser constante. Sem sombra de dúvida, a disciplina de Estágio Supervisionado II foi a mais desafiadora de todo o curso. Aprendi que existe uma diferença muito grande em saber para resolver problemas e em saber para ensinar alguém a resolver problemas. É nesses momentos em que não só conhecimentos matemáticos desenvolvidos ao longo do curso precisam estar solidificados, mas todo um conjunto de habilidades

O breve trecho apresentado na figura 8 de um relatório de estágio supervisionado revela que o estudante, ao assistir/revisitar/discutir criticamente sua atuação na docência, pode se modificar e passar a enxergar de outra forma determinadas situações vivenciadas, exploradas nos diálogos com o professor orientador de estágio.

Dito de outra forma: uma atividade que leva a uma aprendizagem produtiva, considerada inicialmente na preparação de videoaulas, torna-se uma atividade que fomenta a aprendizagem construtiva, pois modifica e transforma a visão e postura dos estudantes frente à sua ação docente.

E essa interação dos estudantes com seus materiais produzidos das videoaulas é destacada pelo Prof. David Antonio para responder as perguntas formuladas.

O DESAFIO DE RESSIGNIFICAR PRÁTICAS DOCENTES PARA PROMOVER APRENDIZAGENS MATEMÁTICAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

As reflexões da Profa. Rita Gonçalves ocorreram a partir de memórias de seu trabalho com a formação de professoras pedagogas que atuariam com crianças nos anos iniciais e educação infantil. Relata que, na licenciatura de matemática, não aprendeu a ensinar a ler e escrever, tampouco aprofundou seu processo de ler e escrever de forma autoral, para expor o próprio pensar, ou seu entendimento sobre alguma situação, matemática ou não. No mestrado e doutorado se viu obrigada a escrever, e muito!

No entanto, a questão da leitura e escritas matemática se transformou em um tema didático logo no início da sua carreira, como professora de didática da matemática no curso de magistério, na Educação básica. O livro “Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua” (MACHADO, 1995) provocou o primeiro olhar sobre a questão da linguagem da matemática. Mais tarde, o livro “Ler e compreender, compromisso de todas as áreas” (NEVES et al., 2000) trouxe elementos para pensar a formação do professor que ensina matemática; e, o livro “Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática” (SMOLE; DINIZ, 2001) instigou o pensar sobre as possibilidades do trabalho docente nos anos iniciais, na perspectiva do ensino da leitura e da escrita em matemática como parte do processo de alfabetização no sentido lato.

Estas leituras e a vivência como professora de matemática permitiram a percepção, na prática, daquilo que Fonseca e Cardoso (2005) apontam em suas pesquisas e reflexões de que a “não aprendizagem de um fato matemático” deve-se, frequentemente ao desconhecimento das características do sistema de representação numérica, da simbologia da matemática, enfim da linguagem matemática, e não, necessariamente, da incompreensão do conceito ou do fato matemático em si.

A necessidade de ensinar a ler e a escrever em matemática não é um tema reconhecido na formação inicial dos professores que ensinarão as crianças a lerem e a escreverem. No curso de pedagogia encontram-se diversas disciplinas que tratam da leitura e escrita da língua materna (alfabetização, literatura, didática ou metodologia da língua portuguesa, etc), mas, normalmente existe apenas uma disciplina de matemática, e até mesmo cursos sem nenhuma disciplina de matemática. A pesquisa realizada para o trabalho de conclusão de curso intitulado Formação de Professores para o Ensino de Matemática em Cursos de Pedagogia de Universidades Federais (BENADUCE, 2018) mostra que a presença da matemática, nos currículos dos cursos de pedagogia para a formação do pedagogo, aparece como insuficiente e, possivelmente, repleta de

fragilidades. A análise das matrizes curriculares e ementário das 76 disciplinas entre obrigatórias, optativas e eletivas voltadas para a área da matemática nos 27 cursos analisados, concluiu que existe pouca oferta de disciplinas e uma baixa carga horária para tal. Cerca de 3,2% é a média de horas destinadas à formação do professor, para matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Além disso, conclui a autora, as disciplinas se voltam para o “como ensinar” e pouco espaço destinado para apropriação dos conteúdos. Essa pesquisa mostrou que foram encontradas duas disciplinas que contêm na ementa questões relacionadas com leitura, escrita e matemática: Uma disciplina obrigatória da Universidade Federal de Sergipe, cujo nome é “Alfabetização Matemática”, que tem como ementa *“Linhas de Pesquisa da Educação Matemática. Fundamentos Conceituais da Natureza do Número. Leitura e Escrita da Linguagem Matemática. Diferentes Sistemas de Numeração”* e uma disciplina eletiva da UFRGS, cujo nome é “Abordagem Psicopedagógica da Leitura, Escrita e Matemática” com a ementa: *“Estudo dos processos de aquisição e desenvolvimento da leitura, escrita e matemática Ênfase no conhecimento interdisciplinar para a compreensão dos processos de aprendizagem.”*

Uma questão, portanto, se coloca para nós, os formadores de professores que ensinam matemática: é importante ensinar a ensinar a ler e escrever em matemática? Como fazer isto?

Além de algumas obras já apontadas anteriormente nesse artigo, algumas experiências podem dar pistas: usar textos da vida cotidiana nas aulas de matemática e não apenas o texto de problemas estruturados; ler e escrever situações matemáticas do cotidiano com os estudantes; usar a literatura nas aulas de matemática; usar os textos das demais disciplinas (livros de geografia têm ótimos textos com questões matemáticas, por exemplo); entre outras muitas oportunidades.

Em relação à segunda pergunta sobre as consequências da falta de leitura e escrita na formação do professor, é importante que se preste atenção nos impactos da precária formação inicial do professor para o ensino de matemática, que são os responsáveis por ensinar a ler e a escrever, pois o Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF⁵ revela uma situação bastante preocupante para área de ensino da matemática.

⁵ Disponível em https://acaeducativa.org.br/wp-content/uploads/2018/08/Inaf2018_Relat%C3%B3rio-Resultados-Preliminares_v08Ago2018.pdf acesso em 11 de junho de 2022.

Em 2018, cerca de 20% da população brasileira ainda se encontrava no nível rudimentar – isto é, fazem um uso bastante limitado da leitura, da escrita e das operações matemáticas em suas tarefas do cotidiano – e cerca de 3 em cada 10 brasileiras/os compõe um grupo denominado pelo INAF como Analfabetos Funcionais – ou seja, têm muita dificuldade para fazer uso da leitura e da escrita e das operações matemáticas em situações da vida cotidiana, como reconhecer informações em um cartaz ou folheto, ou ainda, fazer operações aritméticas simples com valores de grandeza superiores às centenas.

O INAF considera como habilidade matemática a capacidade de mobilizar conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação, e também sobre suas relações, operações e representações, aplicados à resolução de problemas com os quais se deparam cotidianamente. Neste sentido, a Educação Matemática assume o papel de promover o acesso e o desenvolvimento de estratégias de leitura do mundo para as quais os conhecimentos matemáticos são fundamentais.

O INAF, de 2018, mostrou que havia um grande número de pessoas que não conseguiam chegar ao alfabetismo consolidado mesmo tendo maior escolaridade. Sete em cada dez pessoas que cursaram apenas os anos iniciais do Ensino Fundamental permanecem na condição de analfabetismo funcional e 21% chegam apenas ao nível elementar. Apenas 23% da população jovem e adulta brasileira eram capazes de adotar e controlar uma estratégia na resolução de um problema que envolvesse a execução de uma série de operações. Só essa parcela era também capaz de resolver problemas que envolvessem cálculo proporcional. É ainda mais preocupante a revelação de que apenas nesse grupo se encontravam sujeitos que demonstraram certa familiaridade com representações gráficas como mapas, tabelas e gráficos.

Embora os dados do INAF de 2018 tenham mostrado uma melhoria da situação do analfabetismo, entre 2005, ano do primeiro levantamento, e 2018, ano do último levantamento, caindo de 12% em 2001 para 6% em 2011, continua-se com dados inaceitáveis. O que a formação de professores que ensinam a ensinar matemática tem a ver com esta situação?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto foi apresentado na perspectiva de sintetizar as discussões motivadas por duas perguntas dirigidas aos professores membros da mesa n. 9, do VI SELEM,

feitas pela mediadora da sessão. Pergunta 1: Quais experiências de inserção de leitura e escrita vocês vivenciaram enquanto formadores de professores? Pergunta 2: Quais possíveis impactos da falta de leitura e escrita na formação inicial do professor para o ensino de matemática?

As respostas que foram trazidas dialogam diretamente com a formação dos membros da mesa, todos eles pesquisadores egressos do campo da Educação Matemática e que postulam suas atividades profissionais neste campo. Consideram fundamental que as teorias da Educação Matemática façam parte da formação dos futuros professores num gesto de aproximação da academia com a instituição de formação de professores.

E nessa direção, com o uso criativo de atividades, sejam relacionadas com leitura e interpretação de textos didáticos à luz da teoria de Duval, ou leitura crítica de produção de videoaulas, os professores apresentaram um conjunto de ações desenvolvidas nas suas respectivas instituições alinhadas a processos de leitura e escrita em Educação Matemática.

Enfatiza-se que a disseminação das teorias da Educação Matemática, ao longo do curso de formação de professores, seja fundamental para uma mudança significativa do cenário educacional. A ausência de atividades que promovam leitura e escrita na formação inicial configuraria um grande retrocesso. Tais atividades podem ocorrer com a inserção de disciplinas que explorem o ensinar a ler e escrever nos cursos de formação de professores de matemática, compartilhando com as demais áreas de formação a responsabilidade pela alfabetização matemática da população brasileira.

Não se concebe um profissional docente atuante sem ter suficiente domínio sobre processos de leitura e escrita. Compreende-se que a excelência poderá vir com o tempo e dedicação, mas o exercício e os fundamentos devem ser continuamente buscados.

REFERÊNCIAS

BELLO, S. E. L.; MAZZEI, L. D. leitura, escrita e argumentação na Educação Matemática do Ensino Médio: possibilidade de constituição de significados matemáticos. In: PEREIRA, N. M.; SHÄFER, N. O.; LÓPEZ BELLO, S. E. (Org.). **Ler e escrever: compromisso no Ensino Médio**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2008. p. 261-273.

BENADUCE, Luiza Angelina Frescura. **Formação de professores para o ensino de matemática em cursos de pedagogia de universidades federais**. Trabalho de Conclusão de Curso. Pedagogia. Centro de Ciências da Educação. UFSC. (2006-2018)

BRASIL. Ministério da Educação. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização** (1º, 2 e 3 anos) do ensino fundamental. 2012. 137p.

DOLCE, O.; POMPEU, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar- Geometria plana**. São Paulo: Editora Atual. Volume 9. 2013.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2008, p. 11–33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Coleção Contexto da Ciência. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2011. v. 1

FONSECA, M. C. F. R. Alfabetização Matemática. In: BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Apresentação**. Brasília: MEC, SEB, 2014.

FONSECA, M. C. F. R.; CARDOSO, C. A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. P.63-76

MACHADO, N.J. **Matemática e língua materna**. São Paulo: Cortez, 1995.

NACARATO, A. M. A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria & Prática**, Campinas, v. 31, n. 61, p. 63-79, nov. 2013.

NEVES, I. C. B. et al. (Org). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 3. ed. Porto Alegre: UFRG, 2000.

NÓBRIGA, J. C. C.; SIPLE, I. Z. Livros Dinâmicos de Matemática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 9, n. 2, p. 78–102, 2020. DOI: 10.23925/2237-9657.2020.v9i2p078-102. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/47318>. Acesso em: 16 abr. 2022.

PASTRE, P.; MAYEN, P.; VERGNAUD, G. La didactique professionnelle. **Revue française de pédagogie**, 154, 2006, p. 145-198.

PRADO, M. E. B. B.; VALENTE, J. A. A Educação a distância possibilitando a formação do professor com base no ciclo da prática pedagógica. In: MORAES, Maria

Cândida. **Educação a Distância: Fundamentos e Práticas**. Campinas, SP, 2002. Cap 2, p. 27-38.

SANTOS, Vinicius de Macedo. Linguagem e comunicação na aula de matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-116.

SMOLE, K. S., DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, Kátia Stocco, DINIZ, Maria Inez (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SCHÖN, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (coord.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa, Portugal, 1992. p. 77-91: Publicações Dom Quixote Instituto de Inovação Educacional.