As Contribuições de Francisco de Borja Garção Stockler (1759-1829) aos Fundamentos da Análise

Michel de Silva Pacheco
Estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRJ
micminred@gmail.com

Gert Schunbring
UFRJ
gert.schubring@uni-bielefeld.de

Resumo
Este artigo faz parte de uma biografia científica de Francisco de Borja Garção Stockler, um matemático, poeta e político de grande importância para Portugal e Brasil, mas ainda pouco conhecido. O artigo destaca entre os elementos da sua biografia em particular seus esforços de estabelecer um sistema público de ensino para Portugal e, depois, para o Brasil, seguindo o famoso plano de Condorcet de 1792, conceituando na Revolução Francesa a primeira vez um sistema coerente. O artigo analisa também o impacto dos seus estudos da matemática na primeira Faculdade, em Coimbra, que inaugurou estudos especializados desta ciência, para assim já realizar padrões de rigor na análise matemática em um livro-texto no final do século XVIII, que se tornaram a característica da matemática só durante o século XIX. A dedicação de clarificar melhor os fundamentos e praticar mais rigor no ensino fica emblemático para a tendência geral na Europa depois da Revolução Francesa de facilitar o acesso à matemática pelos novos sistemas de ensino.

Palavras-chave: Biografia Científica. Universidade de Coimbra. Plano de Educação. Rigor. Lagrange.

The Contributions of Francisco de Borja Garção Stockler (1759-1829) to the Fundamentals of Analysis

Abstract
This article is part of a scientific biography of Francisco de Borja Garção Stockler, a mathematician, poet and politician of great importance to Portugal and Brazil, but still little known. The article highlights, among the elements of his biography, in particular his efforts to establish a system of public education: first in Portugal and then also in Brazil, according to the famous education plan by Condorcet of 1792, where - due to the French Revolution – a coherent system was conceived of for the first time. The article analyses also the impact of his studies of mathematics in the first Faculty, in Coimbra, which ever established specialised studies of this science, upon already realising frameworks of rigour in analysis in a textbook, in the late eighteenth century that became the general characteristic of mathematics only during the nineteenth century. Stockler's dedication to better clarify the fundaments and to practice more rigour in teaching mathematics turned out to be emblematic for the general tendency in Europe after the French Revolution to enable a better and broader access to mathematics via the new education systems.

Keywords: Scientific Biography. Coimbra University. Education Plan. Rigour. Lagrange.

Introdução

A construção de uma biografia científica deve seguir algumas direções metodológicas. Durante um certo tempo, biografias de cientistas não foram mais um foco da historiografia, devido à nova tendência na historiografia de abordagens sócio-históricas; o estilo tradicional de biografias era do tipo de “elogios”, do heroísmo, destacando “gênios”. Nos últimos tempos, porém, o padrão de biografias científicas alterou-se, adaptando-se às abordagens da história social e da sociologia das ciências, que enfatizam o contexto da vida e da obra de um cientista. Essa nova metodologia é elaborada e comentada no livro *Les Uns et Les Autres*, publicado por Philippe Nabonnand e Laurent Rollet, em 2013, em particular, no seu prefácio.

Assim, o interesse e a dificuldade de uma biografia histórica residem no desafio de reconstruir a identidade de um ator, seguindo suas trajetórias nos campos diferentes de atuação: disciplinares, profissionais, acadêmicos, políticos e familiares (NABONNAND; ROLLET, 2013, p. 2). Isto implica em conceber a relação entre um indivíduo e um coletivo, no caso de um cientista de sua inserção em uma comunidade científica. Os autores ainda alertam para a tendência praticamente natural, ou sedutora, de atribuir ao biografado uma trajetória sem contradições ou inconsistências (ibid., p. 3). Já mudanças no contexto sócio-político podem provocar mudanças nas posturas e atuações dos atores envolvidos.

A vida de Stockler no contexto luso-brasileiro na época da Revolução Francesa

Stockler nasceu em 25 de setembro de 1759 em Lisboa, como descendente de um cônsul alemão, de Hamburgo. Sua morte aconteceu no dia 6 de março de 1829, em Portugal. Dedicou sua vida às atividades acadêmicas, sendo Bacharel em Matemática pela Universidade de Coimbra. Envolveu-se também na carreira política e militar, recebendo o cargo de Secretário das Imediatas Resoluções do Rei, além de tornar-se membro da Junta do Código Criminal Militar e da Junta convocada para a formação do projeto da Carta Constitucional em 1823. Chegou ao posto de Tenente General. Pertenceu à Academia Real das Ciências desde 1787. Foi também fidalgo cavaleiro da Casa Real, fez parte do conselho de do rei D. João VI, foi comendador da Ordem de Cristo, governador do Algarve, governador e capitão general dos Açores (FERNANDES, 1998, p. 148)

Stockler teve uma carreira muito movimentada tanto no campo da política, como no campo militar e, evidentemente, no campo acadêmico. O historiador da matemática Luis Saraiva também dedica uma parte de sua pesquisa aos dados biográficos de Stockler. Baseado em suas pesquisas, ele afirma que Stockler “é uma personalidade marcante no meio científico português do final do século XVIII e início do XIX” (SARAIVA, 1997, p.79). Além das suas pesquisas nos fundamentos da análise, publicou muitas obras de poesia. Os dois volumes de *Obras Completas* (vol. I, de 1805, e vol. II de 1826) contêm em, grande parte, lírica e poesia. Ele atuou também como historiador, tendo publicado a primeira história da matemática em Portugal, em 1819.

Já o primeiro fato biográfico marcante da trajetória de Stockler é que ele foi um dos primeiros alunos da Faculdade de Matemática, criada em 1772 como inovação geral – devido às reformas iluministas da Universidade de Coimbra - para os estudos da matemática, mas na periferia da Europa. Além dos estudos especializados e bem organizados, esta Faculdade conferiu os primeiros diplomas aos seus alunos – da licenciatura até o doutorado. Como é característico para profissionalizações e especializações de matemáticos universitários, os estudos na nova Faculdade inspiraram o Stockler em sua abordagem de estabelecer mais rigor na matemática, e, em particular, na análise. Matriculado em 1782 na Faculdade e graduado como bacharel depois dos quatro anos estipulados, em 1785, foi nomeado professor de matemática na Academia Real da Marinha. Em 1794, ele publicou a obra *Compendio da Theorica dos Limites, ou Introdução ao Méthodo das Fluxões*, na qual elaborou uma concepção algebrizada do conceito de limite, até então concebido em termos geométricos e retóricos e não utilizando símbolos – a versão algebrizada tornou-se a base para o novo rigor na análise (SCHUBRING, 2005, p. 234).

Já bem estabelecido como professor e pesquisador na matemática e destacado desde 1799 como secretário da Academia das Ciências em Lisboa, onde entrou em 1797 como sócio, a vida do Stockler foi atingida pelos desdobramentos da Revolução Francesa. Portugal tornou-se alvo da política dos dois poderes em conflito: França e Inglaterra. Napoleão quis fechar todas as fronteiras e costas europeias para impedir importações inglesas, realizando um bloqueio continental contra mercadorias inglesas. Assim, Portugal deveria estar sob controle francês, embora Portugal sempre mantivesse relações políticas e econômicas estreitas com a Inglaterra. Pressionado por todos os lados e completamente encurralado entre os interesses das duas potências em guerra, a solução encontrada pela corte portuguesa foi atender a "sugestão" inglesa e organizar a providencial fuga para o Brasil Colônia.

Depois de um período de preparativos, no dia 29 de novembro, manhã de domingo, a frota partiu rumo à colônia. Embora os dados sejam divergentes, estima-se que entre marujos, "convidados', membros da corte e a família real, um número entre 10 a 15 mil pessoas deixaram Portugal naquela ocasião, chegando ao Brasil no dia 22 de janeiro de 1808 (SCHWARCZ, 2001, p. 222). O resultado de todo esse movimento político que culminou com a ida da família real para o Brasil foi a invasão de Portugal pelo exército francês.

Essa intervenção militar da França em Portugal trouxe sérias complicações para Stockler que, além de ser apontado como simpatizante dos franceses, foi acusado de colaborar com os invasores. Por ser secretário da Academia de Lisboa, Stockler proferiu o discurso de recepção do general francês Junot, que comandava o exército napoleônico. É bem verdade que ele sempre se defendeu desses acontecimentos tão negativamente marcantes em sua vida, alegando que fora obrigado a tomar as atitudes que tanto causaram mal-estar, como destaca Saraiva.

> Stockler sempre afirmou que o seu discurso era passível de uma dupla leitura, e que só o fizera isso por causa da sua posição o ter obrigado. Mas isto não impediu ter sido demitido de todas as suas funções por Decreto Real de 1809. E mesmo após esta decisão ter sido anulada, em 1812, a sua relação com a Academia não voltou a ser pacífica, tendo esta por três vezes recusado publicar obras suas, a última das quais em 1824, o que fez Stockler demitir-se, reenviando à Academia o seu diploma de sócio. (SARAIVA, 1997, p. 25)

As alegações de Stockler não impressionaram muito o governo português, que decidiu puni-lo com demissão.

Com o objetivo de se explicar para D. João VI e terminar de vez com todo aquele mal-estar, Stockler decide partir para o Rio de Janeiro, longe de qualquer tipo de proteção francesa, para ter uma audiência com o rei e resolver todas as questões que tanto incomodavam. Sabe-se apenas que ele estava no Brasil no ano de 1812, quando sua sentença, pronunciada por causa de suas ações simpáticas ao general Junot, foi revogada pelo rei (SARAIVA, 1997, p. 27). D. João VI não somente anulou a condenação imposta a Stockler por causa dos acontecimentos de 1807 envolvendo o general Junot. Ele também o nomeou para a Junta de Direção da Academia Real Militar do Rio de Janeiro, cargo que ocupou até 1820. Ele tornou-se presidente interino da Academia Militar do Rio de Janeiro e foi encarregado de elaborar um projeto de fortificação de toda a costa na região do Rio de Janeiro, ambos cargos de extrema confiança.

Além disso, a coroa portuguesa também delegou a Stockler a tarefa de organizar um Plano de Instrução Pública para o Reino do Brasil, com exceção das Ciências Eclesiásticas (FERNANDES, 1998, p. 147). A responsabilidade pela elaboração da instrução pública confiada a Stockler demonstra o reconhecimento de D. João VI aos predicados acadêmicos e a sua capacidade intelectual.

Stockler permaneceu no Brasil até o ano de 1820, quando voltou para Lisboa e foi nomeado Capitão e Governador Geral das Ilhas de Açores. Stockler não retornou mais ao Brasil (SARAIVA, 1997, p. 28).

Em Portugal, foi um grande admirador e partidário de D. Miguel, irmão de D. Pedro I e postulante ao trono português. D. Miguel o nomeou governador das Armas na província de Algarve, cargo que ocupou até sua morte, no dia 6 de março de 1829.

O Primeiro Plano de Instrução Pública Apresentado no Brasil

Este primeiro plano para um sistema de ensino público é de suma importância para a história da educação no Brasil, mas – apesar de sua análise detalhada feita por Saraiva em 1997 e a reimpressão no Brasil em 1998 – ficou praticamente desconhecido. Stockler já havia elaborado uma primeira versão deste plano em 1799 para a metrópole, Portugal. Tratava-se do *Plano e Regimento de Estudos* que Stockler apresentou anonimamente à Academia Real das Ciências. Sobre este plano Saraiva comenta:

> Este plano preconiza um sistema de educação pública e, nalguns casos, gratuita. Distingue entre a instrução básica geral (embora em estabelecimentos próprios para cada classe social) e a instrução mais especializada, que para os alunos filhos de trabalhadores será de tipo técnico-profissional, enquanto que para os outros será de tipo literário-científico. (SARAIVA, 1997, p. 27)

A Academia não aprovou o plano, principalmente por falta de verbas para financiá-lo. Porém, o plano serviu de base para aquele que anos mais tarde foi apresentado à corte para ser aplicado no Brasil. O projeto dividia a instrução pública em quatro graus: o Primeiro Grau era a “Instrucção necessária a todos”; o Segundo Grau a “Instrucção propria para os Agricultores, Artistas e Commerciantes em geral”; o Terceiro Grau a “Instrucção considerada como complemento dos graus de instrucção precedentes, etc”; finalmente o Quarto Grau era relativo ao “conhecimento de todas as Ciencias e Artes consideradas em sua mayor extensão, e em todas as diversas relações com a ordem social”. Segundo o planejamento de Stockler a aplicação do plano seria gradual, começando nas vilas e cidades e o orçamento nunca deveria ultrapassar três quartos do dinheiro disponível, esperando-se que, à medida que o orçamento fosse aumentando, as demais áreas populacionais fossem atingidas pelo plano de instrução (SARAIVA, 1997, p.28).

O plano destaca-se por ser inspirado pelo famoso plano do Condorcet de 1792, que visava estabelecer um ensino público na Franca. Em consequência, o plano de Stockler concebeu uma posição forte da matemática no ensino.

Saraiva apresenta um plano da obra sistematizada que pode ser resumido da seguinte maneira:

Título	**nº de artigos**	**nº de páginas**
I – Divisão da Instrucção Publica	5	3
II – Das Escolas do Primeiro Grau	10	10
III – Das Escolas do Segundo Grau	11	7
IV – Das Bellas Artes	11	5

V – Das Escolas do Terceiro Grau	13	7
VI – Das Escolas do Quarto Grau	10	13
VII – Das corporações dos Professores e suas obrigações	21	10
VIII – Da direção e inspecção das Escolas Públicas	31	14
IX – Da sociedade Real das Sciencias e Artes; sua organização, deveres e administração	79	35
Totais	191	104

O Plano de Instrução Pública idealizado por Stockler foi dividido em quatro graus. No primeiro artigo Stockler define, em linhas gerais, os principais benefícios de seu Plano de Instrução na vida dos habitantes das diversas Províncias ou Capitanias do Reino. Trata do desempenho de deveres e fruição de direitos, ou seja, elementos ligados à cidadania, e trata também do desenvolvimento de talentos nos ofícios, profissões ou empregos, além de uma capacitação para administrar bens e propriedades. Nessa apresentação fica clara a abrangência que ele desejava para seu plano de instrução, deixando evidente expectativas quanto a aspectos civis, abstratos e práticos. Cada grau de instrução se ocuparia de uma dimensão daquilo que foi enunciado no primeiro artigo.

Ao tratar do primeiro grau, Stockler tem um cuidado de ser mais detalhista, indicando o conteúdo de cada ano e o conteúdo que deveria constar nos compêndios que os alunos iriam utilizar. Nessa fase os alunos deveriam aprender princípios fundamentais da aritmética, além de ler e escrever, conhecimentos necessários a qualquer profissão (STOCKLER, 1998, p. 157). O nono artigo é interessante. Repara-se uma exigência inovadora, de ter um “Livro para uso dos Mestres” com objetivo de indicar métodos, maneiras de abordagem para o ensino, bem como um suporte para ajudar nas dúvidas, que seria necessário para, de certa forma, compensar o número insuficiente de Mestres para ocupar as cadeiras nas Escolas de primeiro grau. De maneira similar às ideias de Condorcet, fica evidente uma preocupação de se ter um livro destinado também aos professores, fato inovador naquele contexto, como destacado por Schubring (2003, p. 84).

Os estudos nas escolas do Segundo grau também estavam divididos em três anos, conforme indica Saraiva:

- No Primeiro Ano serão lecionadas noções dos três reinos da Natureza, elementos de Química e suas aplicações às Artes [fabris] e breves noções de Agricultura.
- No Segundo Ano estudar-se-ão Princípios de Álgebra, Elementos de Geometria e Princípios Gerais de Mecânica e de Física.

- No Terceiro Ano os alunos terão Noções de Economia Política e Comércio, Princípios Fundamentais de Moral e Elementos de Direito (SARAIVA, 1997, p. 33).

Podem-se entender as escolas do terceiro grau como um tipo de “ensino médio”, porém com menos destaque ao ensino da matemática. Deveria existir uma escola desse tipo em todas as cidades ou vilas cabeça de Capitania ou Província do Reino. Em cada escola deveria haver doze professores, além daqueles que ensinavam as línguas ocidentais. As disciplinas de Filosofia Especulativa, Geografia e História Civil eram obrigatórias. Outras disciplinas como História Literária, Hermenêutica e Diplomática, Grego, Italiano, Alemão e Literaturas nacionais dependeriam da posição da direção e Inspeção da Instrução Pública (Plano de Instrução Pública, artigos 1º, 2º e 3º, apud STOCKLER, 1998, p. 166 – 167).

No entanto, o quarto grau, no nível de Academias, destaca a matemática fortemente. Saraiva ressalta a importância que Stockler atribuiu à Matemática no seu Plano de Instrução, que ocupou um lugar muito mais destacado do que as Ciências Humanas. Para exemplificar, as Academias Reais foram distribuídas em seis Classes. A Primeira Classe só havia uma Academia, que era dedicada exclusivamente ao ensino da Matemática.

> É significativo que Stockler escolha para as Academias de Primeira Classe as que se dedicavam ao ensino da Matemática, marca do papel de transcendente importância que atribuía a esta ciência, quer do ponto de vista formativo quer sob a perspectiva de aplicação prática dos seus resultados. (SARAIVA, 1997, p. 35)

As Academias de Primeira Classe eram compostas pela Primeira Cadeira que englobava Geometria Analítica, Geometria Transcendente, Trigonometria Esférica e Esferoidal, Análise ou Cálculo Superior. A Segunda Cadeira incluía Estática, Dinâmica, Hidrostática e Hidrodinâmica. Na Terceira Cadeira havia a Mecânica Celeste, ou Astrofísica. Na Quarta Cadeira Stereotomia, Geodésia e Optica. Na Quinta Cadeira aparece a Geografia Racional. Percebe-se um grande número de disciplinas envolvendo cálculos. As Academias Navais e Militares seguem a mesma linha (SARAIVA, 1997, p. 36-37).

Haveria também, ainda nas Escolas de Segundo Grau, a Escola de Belas Artes, que ensinaria Desenho, Pintura, Escultura, Arquitetura Civil, Gravura e Música. Sua sede seria no Rio de Janeiro com o nome de Escola Real de Bellas Artes.

O plano destaca-se também pelo cuidado pelas dimensões pertinentes de realizar um tal ensino, entre outras a qualificação dos professores, a construção de bibliotecas, a direção e inspeção das escolas.

Porém, infelizmente, como no caso de Portugal, também neste caso do Brasil, as condições políticas e econômicas não permitiram a realização deste plano bem abrangente.

Debates sobre os Fundamentos da Análise

Uma Memória da Academia de 1797: Sobre os Verdadeiros Princípios do Methodo das Fluxões

Em um texto publicado nas Memórias da Academia de Lisboa em 1797, como parte de um projeto mais ambicioso sobre os fundamentos da análise, *Sobre os Verdadeiros Princípios do Methodo das Fluxões*, Stockler destaca falta de generalidade nos métodos dos dois fundadores do cálculo infinitesimal, Leibniz e Newton. Stockler afirma que Leibniz e os geômetras que seguiram seus passos no cálculo dos infinitos e infinitamente pequenos compraram a brevidade e aparente elegância às custas da clareza e rigor matemático, típicos das demonstrações matemáticas.

Sobre Newton, a genialidade é reconhecida, entretanto Stockler afirma que o método dos limites das razões, que foi exposto na Seção do Livro I de seus *Principios Mathemáticos da Filosofia Natural* e na Introdução ao *Tratado da Quadratura das Curvas*, não é aplicável a todas as funções analíticas. Na mesma linha de raciocínio, destaca que o método trabalhado em o *Methodo das Fluxões e das Séries Infinitas* nada mais é do que uma reapresentação do mesmo método dos limites. Segundo ele, o método não é aplicável às funções transcendentes e não foi apresentado por Newton com rigor matemático (STOCKLER, 1797, p. 201).

Sobre a outra obra de Newton intitulada *Methodo das Fluxões, e das Séries Infinitas*, Stockler afirma que o método apresentado era o mesmo método dos limites representado de uma maneira diferente. Além disso, este método "não só se não acha aplicado às funções transcendentes, mas ou não está exposto com bastante clareza" (idem).

Quanto a Euler, Stockler o incluiu nas suas críticas: a estratégia de reduzir os infinitos pequenos de Leibniz ao nada absoluto não significou uma inovação propriamente dita, pois qual seria a diferença entre imaginar "nadas de diversas classes" e "infinitamente pequenos de diferentes ordens" (idem)?

O método de MacLaurin considerava variáveis geradas por um movimento contínuo. Seus teoremas foram demonstrados com rigor no *Tratado Synthético das Fluxões*. Segundo Stockler, suas demonstrações eram muitos longas e difíceis, além disso "caiu na impropriedade de introduzir na Álgebra princípios Mecânicos, propondo um método sintético e não algébrico. MacLaurin tentou corrigir esse ponto, mas sem sucesso, e no final de sua breve análise, Stockler concluiu que faltou ao método "toda a clareza necessária" (STOCKLER, 1797, p. 202).

Por fim destaca que D'Alembert, quando publicou no *Diciconário Encyclopedico* a *Theorica das Fluxões*, afirmou que aquilo que Newton havia apresentado como Cálculo Diferencial, nada mais era do que o método dos limites dos antigos geômetras com uma roupagem um tanto diferente, com generalizações e reduzidos a símbolos e procedimentos algébricos. Com esta leitura do trabalho desses matemáticos e apoiado no escrito de D´Alembert, Stockler alega que, apesar de homens tão notáveis terem produzido obras sobre o assunto, não havia ainda uma exposição completa do *Método das Fluxões* (STOCKLER, 1797, p. 202).

Após argumentar sobre a inexistência de uma exposição completa sobre o método das fluxões, Stockler fala sobre seu *Ensaio Analítico sobre o Método das Fluxões* que foi apresentado à Academia de Lisboa. Em sua avaliação sua obra traz exatamente aquilo que não estava presente nas obras de seus pares.

> [...] emprehendi com aprovação da Academia o meu Ensaio Analytico sobre o Methodo das Fluxões, de cujo progresso por diversas vezes tenho tido a satisfaçaõ de dar-lhe conta, e em que me proponho dar huma exposiçaõ completa da Theorica das Fluxões [...]. (STOCKLER, 1797, p.203)

Neste ensaio Stockler desejava apresentar uma exposição completa do método das fluxões, tentando colocar o tempo como base do seu conceito de Fluente, mantendo-o diferente do movimento. Segundo ele, Fluente é toda quantidade variável que cresce ou diminui por um fluxo contínuo. Essa quantidade, que constitui o objeto do *Methodo das Fluxões*, não pode passar de um estado de grandeza para outro sem passar por todos os estados intermediários, colocando esta qualidade como postulado, como foi o costume no século XVIII (STOCKLER, 1797, p. 204).

Stockler, porém, admite em sua teoria que o tempo está relacionado com a ideia de mudança. Ele acreditava que a ideia de tempo tinha uma conexão com a ideia de sucessão ou mudança. Sua concepção de fluente era a de quantidades que mudam através da passagem do intervalo de tempo, não importa quão pequeno seja esse intervalo. Sendo assim, pode-se concluir que seu incremento após um tempo maior será maior que seu incremento após um tempo menor. Assim, a relação das partes do tempo está longe de ser algo estranho à Teoria das Quantidades Fluentes (STOCKLER, 1800, p. 4). Essa era a inovação na teoria que Stockler defendia ter trazido.

Por esta razão, a ação do tempo está incluída na ideia de fluente. As quantidades fluentes podem ser uniformemente fluentes ou variavelmente fluentes. No primeiro caso, o aumento ou a diminuição que ocorre no intervalo de tempo irá obedecer à tendência primitiva, ou seja, o incremento ou decremento só receberão influência da tendência primitiva. Já no segundo caso, o incremento e o decremento recebidos em qualquer intervalo de tempo não sofrerão apenas o efeito da tendência primitiva, mas também sofrerão os efeitos de todas as variações desde o primeiro instante até o último (STOCKLER, 1797, p. 206).

Stockler, por sua vez, em uma empreitada notadamente ousada, buscou reduzir o pensamento a um “Theorema universal” em que todas as regras particulares fossem incluídas, bem como todos os teoremas conhecidos pelos geômetras para a determinação das Fluxões de quaisquer funções variáveis (STOCKLER, 1797, p. 207).

Stockler acreditava ter conseguido criar um novo método das Fluxões que poderia ser expresso numa só fórmula,

> [...] mas fazendo novas reflexões sobre os mesmos princípios facilmente conhecí, que d'elles se podia com efeito derivar a solução geral, que eu pertendia (sic), e que usando de hum novo modo de representar as funções variáveis todo o methodo directo das Fluxões ficaria reduzido a huma só formula simplicissima, aplicável a todo o gênero de funções, e da qual por meras substituições se podiaõ deduzir todas as regras até ao presente conhecidas, e ainda outras muitas, se fora conveniente multiplicallas. (STOCKLER, 1797, p. 207)

Se as quantidades tivessem tendências constantes para fluir, os incrementos e decrementos seriam iguais ao produto das suas fluxões pelos tempos. Acontece que as tendências que as quantidades fluentes possuem para fluir são infinitas, logo há uma infinita variedade de leis, inviabilizando os produtos das fluxões pelo tempo.

Diante dessas afirmações, Stockler argumentou que quaisquer que fossem as leis de sua variabilidade, entre todas as tendências ou fluxões imagináveis, sempre é possível encontrar uma que, continuada constantemente em cada variável, seria capaz de produzir seu incremento ou decremento dentro de um mesmo tempo no qual foi gerado. A essa fluxão Stockler chamou de *Fluxão Hypotética*, para diferenciar da *Fluxão Propria* (STOCKER, 1797, p. 208).

Supondo que o movimento varie continuamente entre dois instantes de tempo, há sempre um ponto em que a taxa de movimento é tal, que se ela se mantivesse constante por um tempo *t*, seria gerada uma quantidade igual ao incremento real gerado em movimento variável. Essa taxa de movimento, velocidade ou tendência, Stockler chamou de fluxão hipotética. O produto dessa fluxão pelo tempo é sempre contida entre as fluxões próprias no primeiro e segundo instante. Diminuindo o intervalo de tempo as fluxões hipotéticas se aproximam das fluxões próprias o quanto se deseja e a razão das fluxões próprias é o limite da razão das fluxões hipotéticas, e o objeto real da investigação nesse método é esse limite.

Com essa estrutura Stockler desejava atingir uma constante igualdade entre os incrementos e decrementos. Como exemplo, ele apresentou a equação $\omega = t\Delta x$, em que "x" é a quantidade variável qualquer, "ω" é o incremento, t é o tempo em que o incremento foi gerado e "Δx" é a fluxão hipotética. Stockler argumenta que tomando um intervalo de tempo entre duas fluxões, este intervalo conterá uma fluxão hipotética; assim, quanto mais próximos os instantes se tornarem, mais a fluxão hipotética se aproxima da fluxão própria. Daí as fluxões próprias do primeiro instante são os limites das suas fluxões hipotéticas. Além disso, a razão das fluxões próprias de quaisquer variáveis também será a razão das fluxões hipotéticas; sendo assim, tanto vale determinar a razão de uma fluxão quanto da outra. As fluxões hipotéticas dependem do tempo, as próprias não; por isso, é preciso que as fluxões hipotéticas se convertam em próprias, supondo que o "tempo desvaneça", isto é, tenda a zero (STOCKLER, 1797, p. 209).

Após estabelecer este princípio, Stockler apresenta um problema para ilustrar o funcionamento de seu método: Suponhamos que Φ represente uma função qualquer de uma ou mais variáveis, todas fluentes. Seja $d\Phi$ a sua fluxão própria e $\Delta\Phi$ sua fluxão hipotética relativa ao tempo t. Nesse caso, $t\Delta\Phi$ será o incremento ou decremento. Seja ainda $F\Phi$ uma função qualquer de Φ, assim $dF\Phi$ será a função própria e $t\Delta F\Phi$ seu incremento ou decremento. Pensando em x, y, z, etc como variáveis fluentes de F, então temos $x + t\Delta x$, $y + t\Delta y$ e assim por diante. Assim tem-se que $F\Phi$ será $F(\Phi + t\Delta\Phi)$ e o incremento $t\Delta F\Phi = F(\Phi + t\Delta\Phi) - F\Phi$ e a fluxão hipotética $\Delta F\Phi = F\frac{(\Phi + t\,\Delta\Phi) - F\Phi}{t}$ (STOCKLER,1797, p. 210).

Daí segue que a fluxão hipotética é a razão das fluxões próprias cujo limite é obtido considerando $t=0$, fazendo com que $\Delta\Phi$ se torne $d\Phi$. Então $dF\Phi$, fluxão própria de $F = F\frac{(\Phi + t\,d\Phi) - F\Phi}{t(0)}$. Por meio deste método, Stockler acreditava ser possível determinar as diferenças, fluentes e fluxões de todas as ordens de qualquer função variável, conforme mostra o texto original presente nos anexos.

Chama atenção um fato interessante. Stockler, que era confesso seguidor de Newton, utiliza sem restrições os símbolos de Leibniz em suas fórmulas e apontamentos, como fica claro nas expressões *"dFΦ" ou "dΦ*" utilizadas na sequência de raciocínio acima. Além disso percebemos que a Fluxão Hipotética, que é a razão finita das diferenças é um termo leibniziano, não aparecendo nas notações de Newton. Sendo assim a Fluxão Hipotética foi uma maneira de vestir conceitos newtonianos nos moldes de Leibniz nas diferenciais.

Stockler, já na parte final do texto, afirma que o desenvolvimento da expressão $F(\Phi + \omega)$ resulta a série $F\Phi + P'\omega + P''\omega^2 + P'''\omega^3 + \ldots + P^n\,\omega^n + \&c$. As funções de Φ representadas por P', P'', P''', são diferentes de $F\Phi$. Então, para encontrar a fluxão de Fp só é necessário calcular o segundo termo da série $Fp + P'\,\omega + \&c$ (STOCKLER,1797, p. 215).

Stockler também alegou que por meio de suas fórmulas seria possível provar o Teorema de Taylor, conforme mostra o trecho extraído do original a seguir:

E procedendo do meſmo modo ſe poderáõ achar as formulas geraes das Fluxões relativas a outra qualquer hypotheſe, mas que ſeraõ tanto mais complicadas, quanto mais elevada for a ordem da Fluxão, que ſe ſuppozer conſtante.

Das expreſsões reſultantes da ſuppoſiçaõ de $d\varphi$, conſtante ſe deduz com ſumma brevidade a demonſtraçaõ do celebre theorema de Taylor para a converſaõ das funcções em Series; por quanto dellas, ſe tira . . . .

$$P^{I} = \frac{dF\varphi}{d\varphi}\,;\; P^{II} = \frac{ddF\varphi}{1.2.d\varphi^2}\,;\; P^{III} = \frac{d^3F\varphi}{1.2.3.d\varphi^3}\,;\; P^{IV} = \frac{d^4F\varphi}{1.2.3.4.d\varphi^4}\,;$$

e em geral $P^{n} = \frac{d^nF\varphi}{1.2.3...nd\varphi^n}$; valores, que ſubſtituidos na Serie antecedente, que ſuppozemos reſultante do deſenvolvimento de $F(\varphi+\omega)$, daõ

$$F(\varphi+\omega) = F\varphi + \frac{\omega\, dF\varphi}{d\varphi} + \frac{\omega^2 ddF\varphi}{1.2.\,d\varphi^2} + \frac{\omega^3 d^3F\varphi}{1.2.3.d\varphi^3} + \frac{\omega^4 d^4F\varphi}{1.2.3.4.d\varphi^4} + \&c.$$

Fonte: STOCKLER, 1797, p. 217.

Concluindo seu texto, Stockler inclui um parágrafo justificando a utilização de elementos próprios da Teoria do Movimento, semelhante ao pensamento de MacLaurin, que assumia como uma premissa inquestionável de que todas as variáveis ("fluentes") são baseadas em processos geométrico-cinemáticos - em operações de movimento, espaço e velocidade (SCHUBRING, 2005, p. 208).

> Os princípios, em que pretendi estabelecella, são ao meu entender os mais exactos, e luminosos: e persuado-me, que quem Aí, no nú sobre eles reflectir cisudamente longe de me censurar de haver cahido na mesma impropriedade, de que ao princípio arguí ao célebre Maclaurin, fazendo entrar a razão das partes do tempo entre os elementos da minha Theorica, reconhecerá antes, que sendo impossivel conceber nenhum genero de successaõ, sem que na idéa, que dela se formar, entre tambem a idéa do tempo, com toda a razão generalizei hum elemento, ou princípio, que os Geometras tinhão até agora considerado como privativo da Theorica do movimento. (STOCKLER, 1797, p. 217)

Essa inclusão da Teoria do movimento é justificável, afinal, se os princípios estabelecidos por ele e publicados nas Memórias da *Academia Real das Sciencias* de Lisboa foram “exatos e luminosos”. Entretanto, não se pode deixar de lado o conteúdo infundado de seu comentário, uma vez que não há como pensar em movimento sem levar em conta a passagem de tempo.

A Crítica feita pelo Monthly Review de Londres 1799

Nas épocas sem revistas especializadas para as disciplinas científicas houve um tipo de publicação em vários países europeus que informavam ao público científico sobre novas publicações, listando livros publicados nas várias feiras de livros ou até incluindo uma resenha do conteúdo principal, escrito por pessoas – mais ou menos competentes. Na Inglaterra, uma tal publicação periódica foi a revista *Monthly Review*, publicada em Londres, desde o meado do século XVIII.

No volume 28, de 1799, entre várias resenhas de publicações de muitos países, encontrou-se uma resenha, em inglês, da memória do Stockler de 1797. É admirável o fato de, naquela época, haver pessoas competentes em Londres seguindo publicações em português e também competentes para analisar obras de matemática e da física. Há, inclusive, nas Memórias da Academia de Lisboa uma resenha breve de uma memória de José Monteiro da Rocha sobre stereometria. Pode-se assumir que todas as Academias mandaram suas novas publicações para as outras Academias na Europa, e que assim a *Royal Society* de Londres recebeu as memórias de Lisboa. A resenha sobre o texto de Stockler foi muito mais extensa, contando com três páginas e meia.

Primeiramente, a resenha dá um relato bem objetivo do assunto da memória de Stockler. Por seu método é possível concluir que Fluxão não é uma quantidade gerada realmente, mas sim o que seria gerado caso o movimento se mantivesse uniforme a partir de qualquer ponto. Como essa quantidade não é atribuível, Stockler supôs um movimento que varia continuamente entre dois instantes de tempo. Neste intervalo de tempo, a quantidade aumenta. Então sempre haverá um ponto em que a taxa de movimento se mantém constante para um certo tempo t. Consequentemente seria gerada, em algum momento, uma quantidade igual ao incremento real gerado em movimento variável. A essa taxa de movimento Stockler denominou Fluxão Hipotética, para diferenciar da Fluxão Própria (real). Essa Fluxão Hipotética sempre estará contida entre as Fluxões Próprias geradas em dois instantes distintos. Sendo assim, diminuindo o intervalo de tempo o quanto se queira, a Fluxão Hipotética se aproximará cada vez mais das fluxões verdadeiras. Logo, a razão das fluxões próprias é o limite da razão das fluxões hipotéticas. Este limite é o maior objeto de investigação deste método.

Na visão da *Monthly Review* as objeções levantadas por Stockler contra os dois métodos de Newton e MacLaurin são igualmente válidas contra o método dele, que se baseou no movimento, um princípio também estranho à natureza do sujeito: "em primeiro lugar, a objeção feita justamente contra o método de Newton, MacLaurin e etc é igualmente válida contra o do Sr. S, que se baseia no princípio do movimento, um princípio estanho à natureza do objeto" (MONTHLY REVIEW, 1799, p. 573).

Como já comentado em outro momento deste artigo, Stockler realmente acreditava que a inserção de elementos novos no desenvolvimento do Cálculo de limites e fluxões era uma das grandes virtudes de seu método (STOCKLER, 1797, p. 207). Apesar disso, a crítica produzida pela *Monthly Review* apresentou um outro ponto de vista. Os princípios fundamentais do método de Stockler, segundo a crítica, eram os mesmos princípios que estavam presentes no já conhecido método dos limites. Neste método, a razão entre as fluxões de grandezas é a razão limitante de seus incrementos, que é obtida considerando o incremento igual a zero. No método de Stockler a razão limitante é obtida fazendo o tempo igual a zero. Como a fluxão hipotética multiplicada pelo tempo é o incremento, a conclusão é que os dois métodos são os mesmos (MONTHLY REVIEW, 1799, p. 573).

Com essas argumentações a alegação de originalidade de Stockler foi seriamente abalada. O (método) do Sr. Stockler pode parecer diferente, pois nele são introduzidos um novo termo e um novo símbolo, que dão ao velho método uma aparência diferente e melhorado. Mas o corpo continua sendo o mesmo, somente o traje foi alterado (MONTHLY REVIEW, 1799, p. 573; trad. por M.P.).

A crítica também comenta o fato de que Stockler procurou combinar a teoria dos limites com as funções em série, contudo seus esforços foram insuficientes porque para a fórmula $F\varphi + P'\omega + P''\omega^2$ *& c.* o desenvolvimento de $F(\varphi + \omega)$ não é demonstrado (MONTHLY REVIEW, 1799, p. 573).

Por fim, quanto à demonstração da fórmula de Taylor com o apoio das fórmulas previamente estabelecidas por Stockler, a *Monthly Review* lembrou que a série de Taylor já havia sido provada em 1772 por Lagrange por meio do desenvolvimento da expressão $f(x + i)$ em uma série da forma $fx + pi + qi^2 + ri^3$, *& c.*

E conclui a crítica com as seguintes palavras:

> Persuadido de que a teoria do Sr. Stockler possui a aparência apenas de novidade e originalidade, e que o método do limite das fluxões hipotéticas era de fato o método do limite das diferenças finitas de quantidades disfarçadas por uma nova notação, fomos obrigados a declarar nossos sentimentos em expresso, mas esperamos que não em termos severos; pois pensamos que o presente ensaio proporciona um feliz presságio do futuro estado da Ciência em Portugal.
>
> Afinal, não pode ser uma desgraça para o autor da presente memória falhar, no que tantos grandes homens falharam antes dele. (MONTHLY REVIEW, 1799, p. 574; trad. por M.P.)

Com essas palavras finais, a crítica declara considerar que Stockler, apesar de seus esforços, falhou em sua tarefa e reconhece que outros geômetras que tentaram o mesmo feito também já haviam falhado anteriormente.

Realmente um ponto a ser pensado é o fato de o autor desconhecido da resenha na *Monthly Review*, que era inglês, valorizar o trabalho de Lagrange, um matemático francês, deixando Newton, que era inglês, em segundo plano, especialmente se for levado em conta a admiração dos ingleses pela obra e pensamento de Sir Isaac Newton. A admiração do autor por Lagrange era tão evidente que a resposta produzida por Stockler às críticas feitas ao seu trabalho foi uma tentativa de comparar-se a Lagrange e ultrapassá-lo.

A Resposta de Stockler de 1800 à Crítica Feita Pelo Monthly Review – Uma Refutação e um Confronto com Lagrange

Stockler deve ter sido informado desta resenha e publicou já em janeiro de 1800 uma resposta extensa, de 74 páginas, em francês – aparentemente com o objetivo de ser melhor entendido. Nesta resposta, ele se dedicou a rebater de maneira minuciosa a cada objeção levantada pela resenha, um foco consistiu em se defender das críticas em comparação com Lagrange. Assim, Stockler comparou sua teoria com as ideias de Lagrange sobre as Funções Analíticas. Reconhecendo a grandeza do matemático francês e suas contribuições para a Análise e Geometria Transcendental e Mecânica, Stockler afirma que o autor da resenha na *Monthly Review* estava sendo influenciado pelo currículo de Lagrange, desconsiderando todas as outras Teorias, o que naturalmente incluía a sua teoria (STOCKLER, 1800, p. 4).

Mas, primeiramente, Stockler discutiu a afirmação feita pela *Monthly Review* de que seu método, a exemplo de Newton e MacLaurin, era dependente da ideia do movimento. Ele nega veementemente a possibilidade de ter considerado em sua teoria que as quantidades fluentes sejam geradas pelo movimento e afirma que a confusão feita na resenha sobre esta questão seja uma implicação do pouco conhecimento da língua portuguesa (STOCKLER, 1800, p. 4).

Ele procurou esclarecer que a sua teoria supõe que toda quantidade que muda de tamanho de maneira contínua e sucessivamente, deve ser considerada como tendo a cada momento certa tendência para mudar de estado e que os aumentos e diminuições são efeitos da ação dessa tendência. Segundo ele, movimento e velocidade são ideias peculiares o suficiente para serem admitidas como teoria geral das grandezas fluidas. Deve-se admitir apenas ideias comuns a qualquer espécie de quantidade e de mudança de tamanho, desde que seja contínua. Esse pensamento é a base da crítica feita à dependência do tempo a Newton e MacLaurin. Stockler, porém admite em sua teoria que o tempo tem conexão com a ideia de mudança.

A demonstração do Teorema de Taylor

A resenha colocou que Stockler conectou sua teoria dos limites com o desenvolvimento de funções em séries. Criticou não somente que esse desenvolvimento não foi bem demonstrado, mas acrescentou que o desenvolvimento de funções em séries segundo o teorema de Taylor já havia sido demonstrado por Lagrange em 1772.

Stockler enfatiza primeiramente que seu desenvolvimento de $F(\Phi + \omega)$ não é essencialmente diferente daquela de Lagrange de $f(x + i)$, argumentando que Lagrange começa demonstrando, embora de maneira indireta, que no desenvolvimento de $f(x + i)$ só podemos encontrar potências inteiras de i, e isso só será diferente se dermos a x valores particulares. Depois disso, ele observa que podemos fazer $f(x + i) = fx + iP$, P sendo uma função de x, que não se torna infinito pela suposição de $i = o$. Desta equação ele escreve $P = \frac{f(x+i)-fx}{i}$ e continua seu raciocínio desta maneira: Como P é uma nova função de x *e* i, pode-se separar o que é independente de i, e que consequentemente não desapareceria quando se torna nulo. Então seja p o que P se torna quando $i = o$, p será uma função de x sem $\boldsymbol{i}$**.** Essa função é aquela que Lagrange chama de primeira função derivada de *fx,* e aqui seria todo o artifício de seu método (STOCKLER, 1800, p. 9).

Stockler faz questão de demonstrar forte respeito pelo pensamento de Lagrange. Ele chega a afirmar que gostaria que seu método recebesse a mesma consideração que o método de Lagrange recebeu, além disso reconhece que Lagrange trouxe novidades com seu método. Sua reinvindicação não era diminuir o pensamento de Lagrange, mas que seu pensamento também fosse reconhecido como uma novidade, pois em sua visão os dois métodos são novidades.

A diferença é que Stockler considerava que seu método trouxe ideias que ainda não haviam sido consideradas na exposição do Método das Fluxões e que Lagrange não trouxe novas abordagens e nenhum novos pontos de vistas para as ideias que já haviam sido consideradas desde a invenção do Método das Fluxões (STOCKLER, 1800, p. 11). Contudo, apesar desse reconhecimento do trabalho de Lagrange, Stockler faz questão de ressaltar que Lagrange procurou evitar dificuldades, o que, no entendimento de Stockler, obscureceu o método, enquanto o seu método procurou superar tais dificuldades. (idem). Ele destaca que, enquanto o método de Lagrange é dependente da Álgebra, uma vez que seus princípios derivam das representações algébricas das quantidades, o seu método não tem essa dependência, uma vez que seus princípios são derivados da natureza das quantidades (STOCKLER, 1800, p. 12) – uma afirmação não bem sustentada.

Para demonstrar sua linha de raciocínio, Stockler dedica uma grande parte de seu texto-resposta para exemplificar a eficácia de seu método em várias aplicações matemáticas, em particular na Mecânica, na Geometria, no estudo dos fluidos.

A tarefa principal do Stockler foi demonstrar que, comparando o seu método com o de Lagrange, a resenha na *Monthly Review* não tinha razão de proclamar o método do Lagrange como sendo superior. Assim, Stockler argumenta que seu pensamento está, ao menos, em pé de igualdade com o de Lagrange.

Mas o ponto mais importante e significativo para a evolução do conceito de rigor na análise revela-se pelo fato que Stockler critica o método do Lagrange pela falta do conceito de convergência.

Em sua defesa baseada, Stockler afirma que Lagrange cometeu uma falha que outros geômetras também cometeram. Esta falha se resume em que, quando esses matemáticos falam do desenvolvimento de funções, imaginam que há uma igualdade entre a função que se deseja desenvolver e a soma dos termos da sequência, que vem de seu desenvolvimento. Essa suposição só é verdadeira quando a sequência é finita, mas não se aplica quando a sequência é infinita. Na fala do próprio Stockler,

> a falha comum dos Geômetras, quando eles falam do desenvolvimento de funções, é supor que há sempre uma perfeita igualdade entre a função que se deseja desenvolver e a soma dos termos da sequência, que vem de seu desenvolvimento. Essa suposição é verdadeira somente quando a sequência é finita. Se for infinita, a função é apenas o Limite de magnitude, ou simplesmente o limite de expressão da soma de seus termos, conforme seja convergente ou divergente [...]. Portanto, não é surpreendente que, apesar da superioridade de seu intelecto, esse ilustre geômetra nunca tenha feito essa observação tão importante na doutrina das sequências, e eu creio que fiz primeiro em meu Theorica dos Limites. (STOCKLER, 1800, p. 68)

De fato, fica revelador que Stockler destaca aqui a pertinência e consistência dos seus conceitos de rigor, desde sua primeira grande obra de 1794. Neste livro, ele não utilizou os termos convergente e divergente, mas termos em concordância com sua teoria de limite. Aí, tratando em geral de variáveis ou de funções, ele sempre colocou da condição: “ser capaz de limite”, e, no caso contrário, colocou “limite de expressão”, quer dizer, uma soma formal. Em discutindo o caso de uma série ele estabeleceu como determinação geral: Semelhantemente chamaremos no primeiro caso as ditas series, *Series cujas sommas saõ capazes de Limite de expressaõ*, e no segundo simplesmente *Series cujas sommas saõ capazes de Limite* (STOCKLER, 1794, p. 47, apud SCHUBRING, 2005, p. 238).

Judith Grabiner, a historiadora de matemática que pesquisou mais detalhadamente sobre a concepção de Lagrange das funções analíticas, analisou cuidadosamente a alegada demonstração de Lagrange do Teorema do Taylor na sua memória de 1772. Ela destaca que Lagrange estava equivocadamente convencido de que qualquer expressão algébrica ou analítica poderia ser representada como uma série infinita. A prova apresentada por Lagrange de que toda função pode ser representada por uma série de Taylor recebeu influências do pensamento de Euler, que afirmava que “as funções de Z sempre podem ser representadas por expressões na forma $A + Bz + Cz^2 + \dots$ Para ele qualquer função de Z pode ser transformada em uma série infinita do tipo $Az^a + Bz^b + Cz^y + Dz^d$, onde *a, b, y* e d são números quaisquer. Foi desse ponto que Lagrange iniciou sua falsa prova (GRABINER, 1990, p. 48).

O procedimento adotado por Lagrange em sua prova teve como base a substituição de $(x + i)$ por x na função $f(x)$. Essa substituição implicou em uma nova expressão que poderia ser expressa na forma pi^r, na qual p é uma função de x *e* r é um número real. Assim, $f(x + i) = f(x) + pi + qi^2 + \dots + u^r$. Nesse ponto, surgiu uma questão: “[...] que valores podem ter os expoentes nesse desenvolvimento?” Para responder a essa questão, Lagrange se baseia no pensamento de Euler sobre funções “multiformes”: Seja $y = z^n - Pz^{n-1} + Qz^{n-2} \dots$ um polinômio em z. De acordo com Euler, z é uma função multiforme de y e possui tantos valores para y quanto existem unidades no expoente n.

Nesse caso, é necessário que P e *Q* sejam funções uniformes de *z*, caso contrário *z* terá, para determinado valor de *y*, mais valores do que unidade em *n* (GRABINER, 1990, p. 49).

Nos casos em que o expoente é um número racional, os radicais têm que estar incluídos na função original *f(x)*, ou seja, o procedimento de substituição de *x* por $x + i$ não poderia alterar a quantidade dos radicais. Desse modo, se o desenvolvimento $(x + i)$ continha algum termo na forma $u^{m/n}$, nesse caso, a função $f(x)$ será irracional, tendo assim um número fixo de valores diferentes e o mesmo deverá ocorrer para a função $(x + i)$. Entretanto, tomando como exemplo, digamos a expressão:

> $(x + i)^{1/2}$ e seu desenvolvimento como séries em i (como $x^{1/2} + i/2x^{1/2} - i^2 / 8x^{3/2} + ...$) terá o mesmo número de valores possíveis. Mas se o desenvolvimento é dado pela série (esta notação) $f(x + i) = f(x) + pi, + qi^2 + ... + ui^{m/n} + ...$,"cada valor de *f(x)* será combinado com cada um dos *n* valores do radical $\sqrt[n]{i^m}$, de modo que a função $f(x + i)$ desenvolvimento terá valores mais diferentes que a mesma função não desenvolvida, o que é absurdo ". (GRABINER, 1990, p. 50)

O que esta citação quis dizer, de modo mais simples, é que o lado direito possui mais valores possíveis do que o lado esquerdo, descaracterizando assim a igualdade e estabelecendo um absurdo matemático.

Prosseguindo com a "prova", Lagrange acrescentou que os expoentes não poderiam ser negativos, caso contrário, tomando i = 0 então *f(x+i)* seria igual a *f(x)*. Nesse caso, o lado direito da igualdade seria infinito, criando assim uma contradição. Assim, Lagrange "provou" que todos os expoentes devem ser inteiros e positivos (GRABINER, 1990, p. 50).

Grabiner, refletindo sobre os procedimentos de Lagrange para provar que qualquer função tinha uma expansão em série de Taylor, afirma que seus argumentos poderiam ser válidos para expansões finitas, mas não seriam igualmente válidos para o infinito, afinal, podem haver infinitos valores da forma $i^{m/n}$. Também deve ser considerado que cada $i^{m/n}$ pode ser representado como uma série infinita de potências inteiras, algo que ele parece não ter considerado. Além disso, Lagrange não considerou a possibilidade de lidar com números irracionais (GRABINER, 1990, p. 50).

A crítica de Stockler a Lagrange de não introduzir o critério da convergência para o desenvolvimento das funções em séries não é conhecida até agora. A falta de generalidade neste conceito, tão geralmente aceito na época, foi criticado a primeira vez por Jozéf-Marie Hoené Wronski (1778-1853), de origem polonesa, em uma memória apresentada ao *Institut* (o nome da *Académie des Sciences de Paris* na época), e, por falta de ser apreciado, ele a publicou em 1812. Como Wronski foi achado ser um tipo de "mathematical crank", a sua crítica não causou muito efeito. Somente por meio das críticas de Cauchy percebeu-se mais geralmente que nem todas as funções podem se desenvolver desta maneira.

Por outro lado, deve-se admitir que não se percebe que Stockler tivesse aplicado o critério de convergência nas suas próprias publicações de 1797 e de 1800.

Em Vez de uma Conclusão

Na última obra matemática publicada por Stockler, o *Método Inverso dos Limites ou Desenvolvimento das Funções Algorítmicas*, de 1824, ele menciona no prefácio que recebeu, no Rio de Janeiro, o livro de Hoené Wronski de 1812, com sua crítica à suposta generalidade das funções analíticas de Lagrange. Porém, no seu livro de 1824, Stockler não fez uma conexão entre esta crítica e sua própria crítica feita em 1800 e os seus outros comentários à abordagem de Lagrange, deixando de lado a sua pesquisa sobre os conceitos de convergência e de divergência.

Parece que ele foi atraído para uma outra abordagem pelos livros de Wronski e os artigos de François Servois (1768-1847), que ele encontrou nos volumes da nova revista *Annales de mathématiques pures et appliquées*, de Gergonne, nos anos 1810, no Rio de Janeiro: Wronski alegou ter encontrado uma "Loi Suprème" para o desenvolvimento em séries, e Servois, instigado por Wronski, publicou também sobre uma fórmula universal. Como exposto quanto à memória de Stockler de 1797, ele procurou também um "Theorema universal" em que todas as regras particulares fossem incluídas. Visto que nem os livros de Wronski foram analisados até agora de maneira séria, e nem estas abordagens de Servois, podemos aqui somente indicar o interesse apresentado por essas procuras de generalidade na análise.

Devido ao seu fracasso de trazer as ideias de um sistema de ensino público segundo o modelo da Revolução Francesa para o Portugal, e também depois para o Brasil, Stockler se concentrou nas pesquisas sobre os fundamentos da matemática, e em generalizar os conceitos da análise, contribuindo assim para o grande movimento do século XIX de facilitar o acesso a aprender a matemática.

Referências

FERNANDES, R**: Projecto sobre o estabelecimento e organização da instrução pública no Brazil de Francisco Borja Garção Stockler (1816).** História da Educação. ASPHE/FaE/UFPel., Pelotas. p.147-149. Setembro 1998.

GRABINER, Judith V**. A Historian Looks Back: The Calculus as Algebra and Select Writing**. New York: Garland Publishing, 1990.

MONTHLY REVIEW from January to April**.** Volume XXVIII, **Memoir on the true Principles of the Methodo of Fluxions by Mr. Stockler.** p. 571 - 574 London, 1799.

NABONNAND, Philippe; ROLLET, Laurent. **Les uns et les autres... Biographies et Prosopographies en histoire des sciences**. Nancy, Universitaire de Nancy,

2012.

SARAIVA, Luis M. R. **Garção Stockler e o "Projecto sobre estabelecimento e organização da instrução pública no Brasil".** texto publicado nas Actas do 2º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, Águas de S. Pedro, SP, em Março de 1997, 25-43.

SCHUBRING, Gert. **Análise Histórica de Livros de Matemática.** Rio de Janeiro, Editora: Autores Associados, 2003.

SCHUBRING, Gert. **Conflicts Between Generalization, Rigor and Intuiton: Number Concepts. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17-19th Century France and Germany.** NovaYork, 2005.

SCHUBRING, Gert. **Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos: o princípio de permanência**. Rio Claro, Boletim de Educação Matemática, 2007, vol. 20.

nº 28, pp.1-20.

SCHWARCZ, Lilia Moritz. **A longa viagem da biblioteca dos reis**. São Paulo, Companhia das Letras, 2001.

STOCKLER, Francisco B. Garção. **Sobre os Verdadeiros Princípios do Método das Fluxões** *in* Memórias da Academia Real das Sciencias de Lisboa. Lisboa, 1797

STOCKLER, Francisco B Garção. **Lettre a M. le Redacteur du Monthly Review.** L'imprimerie

de L'Académie Royale des Sciences. Lisboa, 1800.

STOCKLER, Francisco B.G **Método Inverso dos Limites ou Desenvolvimento das Funções Algorítmicas, Lisboa,** Imprimérie de l'Academie Royale des Sciences 1824.

STOCKLER, Francisco B. **Garção. Projecto sobre o Estabelecimento e Organização da INSTRUÇÃO PÚBLICA no BRAZIL de Francisco Borja Garção Stockler (1816**). [Reimpressão] *História da Educação*. ASPHE/FaE/UFPeL, Pelotas(4),p. 151-204, set.1998

WRONSKI, Jozéf-Marie Hoené. **Réfutation de la Théorie des Fonctions Analytiques de Lagrange**. Paris: Blankenstein, 1812.