

---

# Relações Entre Pensamento e Linguagem: Explorações Teóricas no Contexto da Educação Matemática

---

**JORGE TARCÍSIO DA ROCHA FALCÃO**

*O estudo do funcionamento cognitivo do sujeito em situação não pode prescindir de uma teoria da representação.*

Gérard Vergnaud

**RESUMO** / O presente artigo procura defender determinada perspectiva teórica acerca da relação entre pensamento e linguagem (aspectos simbólico-representacionais), propondo que esta última tem importância central e constitutiva no desenvolvimento conceptual, na medida em que pode se constituir em amplificador cultural decisivo para a construção de significado por parte do sujeito, sem contudo se constituir em aspecto fundante da própria cognição. Nesse sentido, reflexões acerca da ação gestual humana pré-simbólica, bem como das competências sociais complexas fundadas em conhecimentos-em-ação pouco explicitáveis simbolicamente, são apresentadas como argumento na direção da visão aqui defendida. Adicionalmente, extratos de protocolos de pesquisa envolvendo atividade representacional em álgebra são mostrados, tentando-se evidenciar, de um lado, a importância dos suportes de representação para a construção de significado neste campo conceitual, e de outro, a impossibilidade de atribuir a tais suportes, isoladamente, a explicação da aprendizagem de conceitos como os de variável e parâmetro em álgebra.

## 1. INTRODUÇÃO

A proposta teórica aqui esboçada tenta estabelecer relações entre pensamento e linguagem no contexto do que chamaríamos, adotando proposição de G. Vergnaud, a *psicologia do gesto* (Vergnaud, 1998). O gesto humano, em sua riqueza funcional, fez parte das reflexões de H. Wallon, que inclusive estabeleceu uma importante diferenciação evolutiva em três níveis: o gesto automatizado ou habitual, o gesto enquanto adaptação motora ao espaço ambiente, e finalmente o gesto simbólico, relacionado a um objeto não empiricamente presente no ambiente imediato de referência perceptual do sujeito (Lurçat, s.d). O gesto, enquanto objeto da psicologia cognitiva, assume aqui uma perspectiva vinculada à noção de *esquema*, tal qual proposta por Vergnaud (op.cit.): trata-se de um “protótipo” (sic) da atividade cognitiva humana, presente em todas as etapas do desenvolvimento, do bebê ao indivíduo adulto. Enquanto estrutura organizadora comum desta atividade, o gesto comporta as seguintes características: a) um *objetivo*, eventualmente fracionado em sub-objetivos interrelacionados; assim uma criança que ainda não dispõe da ferramenta lingüística socialmente compartilhada pode executar a ação gestual de direcionar o tronco e a cabeça na direção em que ela supõe que uma bolinha com a qual brincava se desloca sob uma mesa, de forma a se preparar para recuperar seu brinquedo; b) *um encadeamento ordenado de ações constituintes*: a criança do exemplo acima saberá organizar temporalmente e sequencialmente suas ações gestuais de forma eficaz para realizar seu objetivo; c) *identificação de objetos materiais e suas propriedades*: ainda a mesma criança será capaz de perceber variações situacionais na velocidade de deslocamento da bolinha, comprimento da mesa sob a qual a mesma desliza oculta, etc. d) *cálculo das ações a realizar, das informações a recolher, dos controles a executar*: a ação gestual, uma vez repetida para um fim semelhante, será capaz de reformulações em pleno curso de execução, de forma a dar conta de variações circunstanciais. Em outras palavras, a criança é capaz de modular suas ações gestuais em vista de determinado espectro (necessariamente limitado) de variações.

Em face do exposto, o gesto aqui referido diz respeito a uma organização invariante da conduta para uma classe limitada de situações. Ora, em momento bem posterior de seu desenvolvimento, aquela mesma criança disporá de *conceitos* para os quais é pertinente a mesma definição acima. Em situação intermediária de desenvolvimento, podemos mencionar

*competências-em-ação* do tipo apresentado no contexto do trabalho, variando das competências complexas de artesãos e mestres-artífices até o saber-fazer de profissionais altamente escolarizados (todos, do artesão ao engenheiro especializado, apresentando determinadas competências cuja explicitação em termos de um discurso ou texto é praticamente impossível). Enfim, as ações gestuais, as competências-em-ação e os conhecimentos conceituais compartilham uma mesma característica comum: são organizações invariantes da conduta para uma classe limitada de situações; em uma palavra, são *esquemas*, no sentido específico dado ao termo por G. Vergnaud (Vergnaud, 1990). Enquanto esquemas, abarcam desde as formas gestuais-operatórias até as formas predicativo-analíticas imbricadas na linguagem, e portanto contextualizadas sócio-culturalmente. Neste sentido, este mesmo autor ressalta que as formas predicativas do conhecimento são mais analíticas que as formas operatórias do conhecimento que nós utilizamos na ação, apesar das primeiras se constituírem a partir destas últimas (donde o papel prototípico e fundante do *gesto*, aqui defendido). Assim, os experts mais experimentados não são capazes de exprimir em palavras uma boa parte dos conhecimentos que ainda assim eles utilizam na ação [competências-em-ação], e que são justamente representativas de sua expertise. Da mesma forma as crianças não são capazes de explicitar todos os conhecimentos que contribuem à organização racional de suas atividades, apesar de serem capazes de se engajar em atividades cognitivamente complexas, interpretáveis pelo observador externo em termos de *teoremas-em-ação*. Esta diferenciação entre formas gestual-operatórias do conhecimento e formas simbólico-predicativas é razão suficiente para introdução, na teoria psicológica voltada para a reflexão acerca das relações entre pensamento e linguagem, das noções de *representação* e *invariante operatório*. (Vergnaud, 1998, pg.15).

A representação não se constitui, neste quadro de idéias, num processo de extração perceptual de indícios conducente a uma taxonomia fiel do real empírico; nos termos de E. Cassirer, a representação não pode ser circunscrita a um epifenômeno (Cassirer, 1977; Da Rocha Falcão, 1996 ). A representação em sua forma analítica mais elaborada, ou seja, sob forma de representação conceitual, implica em processo no âmbito do qual as peculiaridades da simbolização influirão no resultado final. Inversamente, a simbolização não pode ser vista independentemente das questões de conceptualização: nem a linguagem natural, nem qualquer outro sistema

simbólico baseiam-se sobre uma relação de associação direta e convencional entre significado-significante.

Na seção seguinte do presente artigo são fornecidos dados de pesquisa que, ao que nos parece, ilustram este ponto teórico fundamental, subsidiando igualmente a proposição da noção unificadora de *esquema* como explicação teórica para a interação entre aspectos simbólicos e operatórios num contexto cognitivo específico, a construção de significado em álgebra.

## **2. CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO EM MATEMÁTICA E SUPORTES SIMBÓLICO-REPRESENTACIONAIS: ALGUNS DADOS REFERENTES AO CAMPO CONCEITUAL DA ÁLGEBRA**

A passagem da linguagem natural para o simbolismo formal, no contexto da introdução à álgebra na escola, se constitui em processo complexo, conforme ilustrado pelos extratos de protocolo reproduzidos e comentados em seguida. Da Rocha Falcão propôs a alunos de 14 anos de final de collège<sup>1</sup> tarefa de proposição de fórmulas gerais para a modelização de sistemática de pagamento de salários em agências de viagem fictícias (Da Rocha Falcão, 1992). Tais salários eram calculados em função de uma parte variável, composta pelo número de horas trabalhadas, a que se somava o ganho em função do número de passagens aéreas vendidas, mais uma parte fixa; o ganho referente ao número de horas trabalhadas era obtido levando-se em consideração o parâmetro referente ao salário-hora proposto por uma agência específica, o mesmo ocorrendo com o ganho oriundo da venda de bilhetes aéreos, para o qual dever-se-ia considerar o percentual médio a ser pago por determinada agência sobre cada bilhete vendido. Dessa forma, o salário pago pelas agências de viagem poderia ser modelizado pela fórmula geral  $S = (Hh) + (Bb) + f$  onde S representa o salário total a ser recebido, H representa o parâmetro *salário/hora* pago por determinada agência, h representa a variável *número de horas trabalhadas*, B representa o parâmetro *percentual pago por cada bilhete vendido*, b representa a variável *número de bilhetes vendidos*, e finalmente f representa a parte fixa do salário. Confrontados a um problema de cálculo específico de um salário a ser pago a funcionário de determinada agência,

---

<sup>1</sup> "Quatrième", no sistema francês de ensino, equivalente aproximado da nossa 8ª série, final do ensino fundamental.

os alunos não manifestaram qualquer dificuldade especial; não obstante, quando solicitados a propor uma fórmula geral que servisse de guia para cálculos subsequentes envolvendo outros empregados de outras agências nas mais diversas situações de produtividade, muitos alunos evidenciaram dificuldades importantes em propor fórmula como a acima reproduzida, conseguindo no máximo proposições fragmentárias como ilustrado pela “fórmula” em três partes proposta por L., 14 anos:

1. *seja  $x$  a quantidade de horas de trabalho  $x$   $x'$  o salário/hora*  
[Observação: o “ $x$ ” na expressão acima ...*horas de trabalho  $x$   $x'$*  representa multiplicação, ou seja, ...*horas de trabalho vezes  $x'$* ]
2. *seja  $y$  a quantidade de bilhetes vendidos  $x$   $y'$  a comissão por bilhete*
3. *seja  $z$  o salário total recebido mais  $z'$  a parte fixa.*

(Tradução de protocolo reproduzido em Da Rocha Falcão, 1992, pp.158).

O trecho de protocolo transcrito acima ilustra algumas dificuldades importantes de utilização de linguagem algébrica: em primeiro lugar, a utilização do que C. Laborde chamou “língua mista”, caracterizada pela convivência dos códigos lingüístico e formal matemático, como se pode constatar na utilização de “ $x$ ” para indicar a operação de multiplicar, a proposição de entidades literais como  $x$ ,  $y$  e  $z$ , ao lado de expressões lingüísticas correntes (Laborde, 1982; ver também Freudenthal, 1989). Em segundo lugar, a dificuldade em integrar todas as relações que compõem o cálculo do salário em expressão sintética e única, o que explica a proposição de uma fórmula em etapas. Finalmente, a etapa 3 da proposição acima atribui indevidamente a  $z$  o caráter de salário total, quando de fato trata-se de salário parcial (referente às contribuições variáveis) ao qual será somada a parte fixa; por outro lado, esse salário parcial não é explicitado nos termos em que L. vinha conduzindo sua proposição de fórmula, uma vez que este sujeito não registra explicitamente a proposição “seja o salário [parcial] dado pela soma de  $x$  e  $y$ ”. As dificuldades manifestadas por L. ilustram algumas das principais dificuldades encontradas por Da Rocha Falcão (Da Rocha Falcão, 1992) em termos de utilização de linguagem algébrica para expressão de relações e modelização matemática, conforme ilustrado no quadro 1 adiante. De acordo com os

dados deste quadro, as dificuldades manifestadas por L. seriam caracterizadas como de tipos 1 e 4. Cabe aqui ressaltar que a dificuldade tipo 2 (dificuldade de diferenciação de variáveis e parâmetros) mostrou-se igualmente importante, conforme ilustrado pelo trecho de protocolo reproduzido abaixo, referente à fórmula para cálculo do salário global proposta por Cl., nos seguintes termos:  $S = H + B + \textit{partie fixe}$

Tipo de dificuldade	Descrição
1. Suporte simbólico misto	Utilização de elementos de representação simbólica oriundos da linguagem natural e formal.
2. Distinção entre variáveis e parâmetros	Dificuldade de diferenciação de variáveis e parâmetros na proposição de fórmulas genéricas ou equações correspondentes a dados empíricos modelizados ou problemas a pôr em equação.
3. Generalidade da expressão	Dificuldade em trabalhar com entidades literais, propondo-se frequentemente valores numéricos específicos para os parâmetros da expressão.
4. Caráter sintético da expressão	Dificuldade em propor expressão única, capaz de sumarizar todas as relações pertinentes ao problema ou modelo.
5. Gestão da ordem de prioridade das operações indicadas pela expressão	Ausência de marcadores formais que auxiliem a explicitação da ordem de prioridade de operações, como por exemplo parênteses, colchetes, barras em expressões fracionárias.

### Quadro 1

Dificuldades na utilização de linguagem algébrica  
(reproduzido de Da Rocha Falcão, 1992, pp. 74)

Como se pode observar, além de inclusão de expressão em língua natural (*partie fixe*, em francês, referente à parte fixa do salário), Cl. não considera necessário diferenciar variáveis e parâmetros ao representar os ganhos oriundos das horas trabalhadas e bilhetes vendidos, resumidos por uma única letra (H e B, respectivamente, ao invés de Hh e Bb). Cabe aliás ressaltar que o exame do protocolo de Cl. mostra que este aluno responde corretamente o problema, levando em conta, em seu processamento de cálculo, a composição multiplicativa de variáveis e parâmetros para a estipulação dos ganhos parciais oriundos de horas trabalhadas e bilhetes

aéreos vendidos. Outro exemplo desse mesmo tipo de dificuldade é ilustrado pelo protocolo de O., que propõe a seguinte fórmula geral para o cálculo dos salários:

$$(xH \times 1H) + (xB \times 1B) + \text{partie fixe} = S$$

O. propõe que a letra  $x$ , na fórmula acima, representa “quantidade de”:  $xH$  representa portanto quantidade de horas, e  $xB$  quantidade de bilhetes aéreos vendidos;  $1H$  e  $1B$ , por sua vez, representam os parâmetros *preço pago por uma hora* e *percentual médio por bilhete*, respectivamente.

Tais dados sugerem dificuldades importantes, que ao nosso ver não podem ser assimiladas exclusivamente a problemas semióticos, estritamente relacionados a aspectos da notação algébrica (Freudenthal, op. cit.), nem a problemas operatórios, relacionados à disponibilidade de invariantes lógicos gerais. Temos aqui, imbricadas, dificuldades referentes à modelização matemático-algébrica, para cuja exploração faz-se necessário levar em conta aspectos relacionados à representação simbólica das relações detectadas, bem como os aspectos conceituais relacionados à álgebra (noções de variável e parâmetro, por exemplo). A atividade de codificação, ou transposição do problema da linguagem natural para a linguagem simbólico-formal algébrica, tem papel importante na explicação dos obstáculos epistemológicos enfrentados pelos sujeitos que se iniciam em álgebra. Tal transposição implica num processo bem mais complexo que uma simples tradução intercódigos. De fato, a língua corrente se apóia numa quantidade considerável de meios auxiliares, tanto prosódicos quanto pragmático-contextuais, como a flexão, a pontuação, a melodia, o ritmo; a notação matemática, por sua vez, busca expressar estruturas por meios exclusivamente formais. Do ponto de vista conceitual-matemático, a passagem de um código a outro implica numa atividade mediadora que abrange a identificação de variáveis (conhecidas e a calcular), parâmetros e relações, mobilização de conceitos matemáticos os mais diversos (proporcionalidade, números negativos, por exemplo), mobilização de algoritmos, e, somente então, consideração de regras sintáticas específicas para, por exemplo, codificação de ordem de operações no âmbito de expressões complexas.

Tais problemas surgem igualmente no trabalho com alunos mais jovens, conforme explorado na seção seguinte.

### 3. ATIVIDADE ALGÉBRICA NO INÍCIO DO CICLO FUNDAMENTAL: REPRESENTANDO PROBLEMAS ANTES DE OPERÁ-LOS

Em estudo conduzido em Recife (Brasil) com 72 crianças de idades variando entre 6 a 13 anos (1<sup>a</sup>. a 6<sup>a</sup>. série do I grau), A.P. Brito Lima pôde constatar situações extremamente interessantes de utilização de linguagem algébrica por parte de crianças ainda não submetidas à instrução formal em álgebra (Brito Lima, 1996; Brito Lima & Da Rocha Falcão, 1997). Neste estudo, as crianças foram confrontadas a problemas de difícil resolução aritmética, e incentivadas, em interação com o examinador, a adiar a preocupação de resolução dos referidos problemas e priorizar a representação prévia dos mesmos, utilizando desenhos, esquemas ou letras. Nesse contexto, uma criança de 3<sup>a</sup> série, K., foi confrontada ao problema seguinte:

Dona Vera e Dona Lia decidiram ir ao supermercado comprar algumas frutas. Dona Vera comprou 67 laranjas e um pacote de uvas, enquanto Dona Lia comprou 23 limões, um pacote de uvas similar àquele comprado por Dona Vera, e uma sacola de maçãs. As duas donas de casa, quando se encontraram na saída do supermercado, constataram que cada uma havia comprado o mesmo número de frutas. Quantas maçãs havia na sacola de maçãs comprada por Dona Lia?

Após uma primeira reação de paralisia diante do problema, K. aceita a proposta do examinador no sentido de representar de alguma maneira o problema proposto, e então ela produz a seguinte representação:

$$\begin{array}{r}
 \text{Dona Vera} \\
 \hline
 67 \\
 \uparrow \\
 \triangle
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 \text{Dona Lia} \\
 \hline
 23 \\
 \uparrow \\
 \triangle \\
 \bigcirc \\
 \hline
 44
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 23 \\
 \hline
 12 \\
 35
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \hline
 44 \\
 67
 \end{array}$$

Extrato de protocolo de K., 3<sup>a</sup> série, 8 anos.

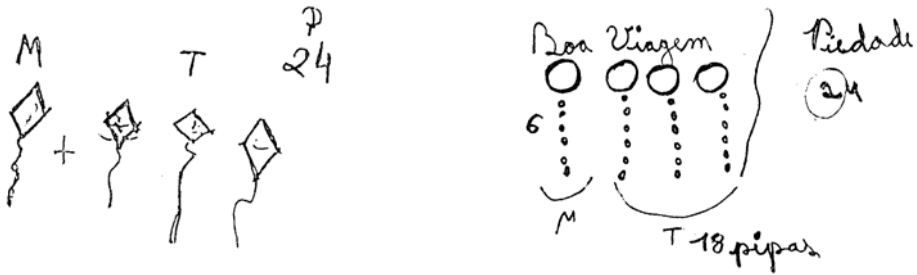


Convém notar que esta aluna propõe uma expressão que inclui o sinal de igualdade, bem como diferentes ícones para representar as diversas frutas mencionadas pelo problema, sendo o ícone escolhido para representar as uvas repetido em ambos os lados da expressão. Ela consegue resolver o problema manipulando implicitamente a incógnita representada pelo pacote de uvas, o qual é eliminado quando ela propõe que 23 limões mais as maçãs (incógnita representada pelo círculo) deve ser igual a 67 frutas. Este e muitos outros sujeitos de mesmo nível de escolaridade demonstram esquemas interessantes do ponto de vista de mobilização de meios psicológicos e situacionais para a resolução de problemas matemáticos. Tais esquemas abarcam possibilidades sofisticadas em termos de suporte simbólico, abrangendo a proposição de equações híbridas onde convivem elementos da linguagem natural, ícones, números e marcadores matemáticos formais. No caso de K., tais expressões não são a rigor manipuladas de forma algébrica, servindo porém de estruturas-suporte importantes para o trabalho aritmético que é realizado. Este mesmo esquema algébrico-aritmético pode ser constatado nos dois protocolos abaixo, produzidos por R. e A., dois sujeitos dos mais jovens da amostra (2ª série, 7 anos de idade). Tais sujeitos foram confrontados ao problema seguinte:

No último domingo de sol em Recife, crianças das praias de Boa Vigem e Piedade resolveram fazer um concurso para a escolha da mais bonita pipa. Trabalhando no sábado pela manhã, as crianças de Boa Viagem conseguiram confeccionar um certo número de pipas, e o triplo dessa quantidade à tarde. Já as crianças de Piedade conseguiram confeccionar 24 pipas no total. Sabendo-se que cada grupo de crianças produziu o mesmo número total de pipas, pergunta-se: quantas pipas o grupo de Boa Viagem produziu no sábado pela manhã?

R. não conseguiu resolver este problema, apesar de ter chegado, por sugestão do examinador, a propor uma representação prévia extremamente elegante e conceitualmente consistente (ver abaixo). A representação proposta por A., com círculos representando a produção de pipas da manhã (●) e da tarde (●●●) dos garotos da praia de Boa Viagem, possibilitou um interessante procedimento de resolução aritmética do problema: ela iniciou

um procedimento de colocação de pontinho pilotada por contagem, colocando um pontinho abaixo de cada círculo, até chegar ao limite de 24 pontinhos, estabelecido pelas condições do problema, devidamente representadas em sua estruturação preliminar, com a indicação do número 24 sob o título da praia de Piedade (ver quadro abaixo, lado direito).



Extratos de protocolo de R. (esquerda) e A. (direita), 2ª série, 7 anos. (Extraído de Brito Lima & Da Rocha Falcão, 1997).

Ao chegar ao limite pré-estabelecido de 24 pontinhos, A. conta então a produção da manhã, escrevendo 6 ao lado dos pontinhos, checa a produção da tarde, escrevendo ao lado 18, verifica que efetivamente  $18 + 6 = 24$  (o que satisfaz uma das condições do problema), e dá seu trabalho por concluído.

Importantes ganhos na conceptualização matemática estão inextricavelmente relacionados a mudanças representacionais, e vice-versa. É notável observar, no protocolo de R., a mudança de status epistemológico do ícone da pipa, que deixa de representar uma pipa e passa a representar “um tanto” desconhecido delas, “tanto” este que será o mesmo pela manhã e à tarde (as três pipas da tarde, em Boa Viagem, representando o triplo do tanto desconhecido, e não simplesmente três pipas individuais). Por outro lado, a representação do problema a que R. consegue chegar, em interação com o examinador e no âmbito do contrato experimental de trabalho<sup>2</sup>, permite ampliar um esquema de trabalho aritmético originalmente utilizado para situações de divisão, baseado por sua vez em teorema-em-ação culturalmente utilizado para a divisão

<sup>2</sup> Diante de um problema qualquer, procurar, antes de tentar respondê-lo, escrever, desenhar, por no papel as informações conhecidas e a pergunta a responder.

(distribuição controlada de elementos de um conjunto discreto por determinado número de recipientes ou quotas), para a resolução de um problema algébrico. Este caso ilustra portanto a clara interação entre suporte representacional e esquemas disponíveis para a construção de significado em matemática.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os exemplos apresentados nas seções anteriores mostram que o papel da função simbólica em geral não pode ser minimizado na construção contextualizada do conhecimento matemático. Não obstante, a consideração de um grande acervo de competências-em-ação e esquemas pré-simbólicos<sup>3</sup> na base de ações gestuais complexas impede a consideração da função simbólica em geral (e da linguagem em particular) enquanto aspecto fundante, central, primordial da cognição (tal como Piaget considerava os invariantes operatórios, *mutatis mutandis*). Conforme proposto por G. Vergnaud, "(...) o desenvolvimento da conceptualização repousa ao mesmo tempo sobre a extração das regularidades dos observáveis, sobre a construção de predicados e de objetos não diretamente associados aos observáveis, e sobre o estabelecimento de relações entre invariantes lingüísticos e simbólicos e invariantes operatórios. Dito de outra forma, os homomorfismos internos à conceptualização (...) têm uma importância tão grande que inviabilizam a redução do pensamento à leitura direta de um real empírico ou às estruturas específicas da linguagem." (Vergnaud, 1998, p. 19, tradução nossa).

A presente abordagem teórica busca, portanto, propor uma visão alternativa àquela defendida por considerável parcela dos psicólogos contemporâneos, visão esta que consiste, como bem pontuou J.-B. Grize, em tratar o *texto* (no sentido de produção simbólica) como "objeto a priori", deixando de levar em consideração outras dimensões fundamentais, referentes ao texto como "*atividade especificamente humana*", inscrita em um contexto que lhe dá um significado específico, contexto este em que os aspectos epistemológicos de um determinado domínio de referência são igualmente incontornáveis (Grize, 1974, pp.183; *itálicos nossos*).

---

<sup>3</sup> Faz-se referência aqui àqueles esquemas de composição de deslocamentos baseados na imagem mental, tal como definida por J. Piaget na análise dos últimos estágios da construção da permanência de objeto (Piaget, 1963).

Consideramos, adotando a perspectiva do filósofo e epistemólogo E. Cassirer, que um aspeto básico do desenvolvimento conceitual em geral (e do desenvolvimento dos conceitos matemáticos em particular) diz respeito ao estabelecimento de *relações* a partir do real, o que é sem dúvida mais complexo do que a perspectiva de certas teorias psicológicas, para as quais a formação de conceitos implicaria fundamentalmente na geração de categorias a partir da detecção de atributos comuns (Cassirer, 1977). Um exemplo ilustrativo do esforço de construção conceitual fundado sobre o estabelecimento de relações é dado pela criação (e aprimoramento) dos **modelos** matemáticos. Do ponto de vista matemático, tais modelos se expressam enquanto *funções*; do ponto de vista psicológico, são *relações* inferidas a partir de um recorte no universo de fenômenos detectáveis pelo aparelho cognitivo; tais relações têm como suportes simbólicos a linguagem natural e a linguagem formal-matemática, em graus diversos de combinação ou interpenetração.

J. Piaget e R. Garcia (Piaget & Garcia, 1973) propuseram que o desenvolvimento de conceitos científicos e matemáticos inscrever-se-ia no contexto mais amplo do desenvolvimento operatório geral, do qual em última análise dependeria. Tal abordagem enfatiza prioritariamente os invariantes operatórios subjacentes aos conceitos, relacionando a aquisição de tais invariantes a reequilibrações majorantes de caráter genérico. Para estes autores, a ordem de passagem do “concreto” para o “abstrato” caracterizaria o desenvolvimento das estruturas cognitivas gerais, incluindo conteúdos matemáticos; assim, a aritmética, com seus procedimentos de resolução de problemas diretamente conectados à semântica específica (“concreta”) destes problemas, representaria um campo de trabalho mais acessível para a criança do que a álgebra, com seus procedimentos formalizadores, generalizantes e fortemente sintáticos.

A observação crítica proposta por Vygotsky acerca da perspectiva acima nos parece pertinente: para este autor, o processo de desenvolvimento interno do conceito não segue o desenvolvimento cognitivo geral “como a sombra segue o objeto que a projeta, reproduzindo e repetindo exatamente seu movimento sem coincidir com ele” (Vygotsky, 1985a, p.210). Nesse sentido, o aporte simbólico proporcionado à criança por seu contexto sócio-cultural imediato (aí incluída a escola) e o desenvolvimento geral não representam dois processos independentes, mas um único processo no contexto do qual estes dois aspectos se interrelacionam de forma complexa.

Nessa linha de formulação, o pensamento não pode ser concebido enquanto atividade exclusivamente autônoma, individual, auto-referente; em consequência, a psicologia cognitiva não pode se limitar à abstração do intrapsíquico, uma vez que, conforme assinala Bronckart (1985, p.14), “(...) o pensamento e a consciência não constituem uma emanção de características estruturais ou funcionais internas (...), mas são, ao contrário, determinadas pelas atividades externas e objetivas realizadas com os congêneres, num ambiente social determinado”.

As representações simbólicas constituem-se num aspecto-chave na aprendizagem da matemática devido notadamente a dois aspectos: a) tais representações não se constituem em um mero resultado ou superestrutura de estruturas operatórias, mas de um aspecto constituinte dos conceitos, juntamente com os invariantes operatórios e circunstâncias situacionais; b) tais representações vão se constituir num canal importantíssimo de ligação entre o indivíduo e o acervo simbólico de sua cultura, o que propiciará instâncias novas de construção conceitual. Assim, tais representações podem fazer o papel de **metáforas** ou **amplificadores culturais** (Bruner, 1972) no processo de construção de conceitos formais. Ao serem usadas como metáforas, tais ferramentas da cultura tornam-se então “pontes” entre conceitos espontâneos e científicos (Vygostky, 1985a, 1985b; Da Rocha Falcão, 1995), em um processo de importância central para a reflexão em didática da matemática.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRONCKART, J.P. (1985) (org.) *Vygotski aujourd'hui*, Neuchâtel, Delachaux & Niestlé.
- BRITO LIMA, A.P. & DA ROCHA FALCÃO, J.T. (1997) *Early development of algebraic representation among 6-13 year-old children: the importance of didactic contract*. Relatório de pesquisa apresentado ao XXIth International Conference for the Psychology of Mathematics Education PME-21). Lahti (Finlândia), julho-1997.
- BRUNER, J.S. (1972) *The relevance of education*. Middlesex, Penguin Books.
- CASSIRER, E. (1977) *Substance et fonction*. Paris, Les Editions du Minuit.
- DA ROCHA FALCÃO, J.T. (1997) Lenguaje algebraico: un enfoque psicológico. *Uno – Revista de Didáctica de las Matemáticas* (Barcelona – Espanha). Vol.14, pp. 25-38.

- DA ROCHA FALCÃO, J.T. (1992) *Représentation du problème, écriture de formules et guidage dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre*. Tese de Doutorado. Université Paris-V/Sciences Humaines-Sorbonne.
- DA ROCHA FALCÃO, J.T. (1995) A case study of algebraic scaffolding: from balance scale to algebraic notation. *Proceedings of the XIXth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Recife (Brazil).
- DA ROCHA FALCÃO, J.T. (1996). Elementos para uma abordagem psicológica do desenvolvimento de conceitos científicos e matemáticos. IN: Dias, M.G. & Spinillo, A.G. orgs. (1996) *Tópicos em psicologia cognitiva*. Recife, Editora Universitária UFPE.
- FREUDENTHAL, H. (1989) Notation mathématique. IN: *Encyclopædia Universalis*, Paris, Encyclopædia Universalis S/A, vol. 16, pp.474/480.
- GRIZE, J.-B. (1974) Argumentation, schématisation et logique naturelle. *Révue Européenne des Sciences Sociales*. XII, 32, pp. 183-200.
- LABORDE, C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse de Doctorat, Université Scientifique et Médicale, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble.
- LURÇAT, L. Du geste au langage. *Bulletin de psychologie*, 501-505 (referência incompleta)
- PIAGET, J. (1963) *A construção do real na criança*. Rio de Janeiro, Zahar/MEC.
- PIAGET, J. et GARCIA, R. (1983) *Psychogenèse et histoire des sciences*. Paris, Flammarion.
- VERGNAUD, G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10-23, 133-170.
- VERGNAUD, G. (1998) *Qu'est-ce la pensée?* Comunicação ao Colóquio "Qu'est-ce la Pensée?", Suresnes (França), 1 a 4 de julho.
- VYGOTSKY, L.S. (1985a) *Pensée et langage*. Paris, Editions Sociales.
- VYGOTSKY, L.S. (1985b) Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. IN: BRONCKART, J.P. (org.) (1985b) *Vygotski aujourd'hui*, Neuchâtel, Delachaux & Niestlé.