
UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE FUNÇÕES UTILIZANDO SOFTWARES EDUCATIVOS

Andreia Carvalho Maciel Barbosa

COMENTÁRIOS INICIAIS

Esse relato é baseado no trabalho desenvolvido nas turmas de primeira série do Ensino Médio do Colégio Pedro II, Unidade Escolar Centro.

No Ensino Fundamental, quando estudamos expressões algébricas, trabalhamos com fórmulas. Esse enfoque permitiu abordar variáveis dependente e independente de maneira informal e fez com que surgisse a expressão *em função de*, como por exemplo “escrever a área em função do lado” e “o lucro de uma empresa em função do custo”. Entretanto, os alunos não tiveram contato com uma abordagem gráfica de função.

No Ensino Médio, apresentamos o conceito de função através da análise gráfica de diferentes modelos, para poder observar o crescimento e o decréscimo, os máximos e mínimos, o significado da função ser positiva, negativa ou nula. Na continuidade do estudo trabalhamos com funções de domínios discretos (seqüências) e de domínio real.

A seqüência de atividades descritas nesse relato teve por objetivo introduzir o conceito de função e a análise de gráficos.

INTRODUÇÃO

Os alunos se organizaram em grupos de três ou quatro e receberam uma folha com o seguinte problema, sugerido pela professora Monica Rabello.

TAREFA

Uma pessoa dispõe de 40 m de tela de arame para fazer uma cerca para um galinheiro. Ela pretende usar um muro com um dos lados deste galinheiro que devera ter um formato retangular, como mostra a figura abaixo. Determine as dimensões (comprimento e largura) que deve ter este galinheiro, para que sua área seja a maior possível.



OBS: Nesta atividade, mais importante do que encontrar a solução é registrar tudo que vocês pensarem na busca de solução. Por isto, não deixem de anotar tudo o que vocês fizerem enquanto procuram encontrar a solução do problema.

O trabalho foi desenvolvido em um conjunto de seis aulas de quarenta e cinco minutos cada.

Inicialmente os alunos desenvolveram o trabalho em sala de aula, buscando suas próprias estratégias, utilizando dois tempos de aula. Depois, em quatro tempos de aula, no laboratório de informática, utilizaram três softwares: O Excel, o Tabulae (software de geometria dinâmica) e o Graphmática (software que constrói o gráfico de uma função a partir de sua lei).

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE EM SALA DE AULA

No trabalho feito em sala de aula, os alunos começaram a pensar no problema de diferentes formas. Não foi sugerido aos alunos que usassem calculadoras. Houve um comentário de uma aluna “se eu tivesse uma calculadora faria as contas mais rápido”. Nesse momento, foi entregue a calculadora aos grupos, pois à medida que o processo de investigação estava incorporado, houve a necessidade de acelerar as contas.

Alguns grupos estruturaram tabelas de imediato, outros começaram a testar valores aleatórios, um mais alto, outro mais baixo, intermediário e assim por diante. Abaixo temos dois exemplos das estratégias que surgiram.

ESTRATÉGIA 1		
LARGURA	COMPRIMENTO	ÁREA
1	38	38
2	36	72
3	34	102
4	32	128
5	30	150
6	28	168
7	26	182
8	24	192
9	22	198
10	20	200
11	18	198
12	16	192
13	14	182
14	12	168
15	10	150
16	8	128
17	6	102
18	4	72
19	2	38

ESTRATÉGIA 2		
Largura: 5 Comprimento: 30 Área: 150	Largura: 12 Comprimento: 16 Área: 192	Largura: 14 Comprimento: 12 Área: 168
<i>"A resposta é menor que 12"</i>		
Largura: 11 Comprimento: 18 22 Área: 198	Largura: 10 Comprimento: 20 Área: 200	Largura: 9 Comprimento: Área: 198
A área máxima é 200 m ² .		

Outras estratégias apareceram, mas com características comuns às duas citadas. Nas investigações realizadas, nenhum grupo usou números não inteiros, nem números que gerassem valores negativos ou nulo nas medidas, nem tampouco calculou a área diretamente em função do comprimento; todos passaram pelo cálculo da altura e multiplicaram os valores.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

No laboratório de informática a primeira atividade foi no Excel. Apesar de não ser um software elaborado para o ensino, ele pode ser adaptado e tem a vantagem de ser encontrado em todos os computadores com configurações usuais.

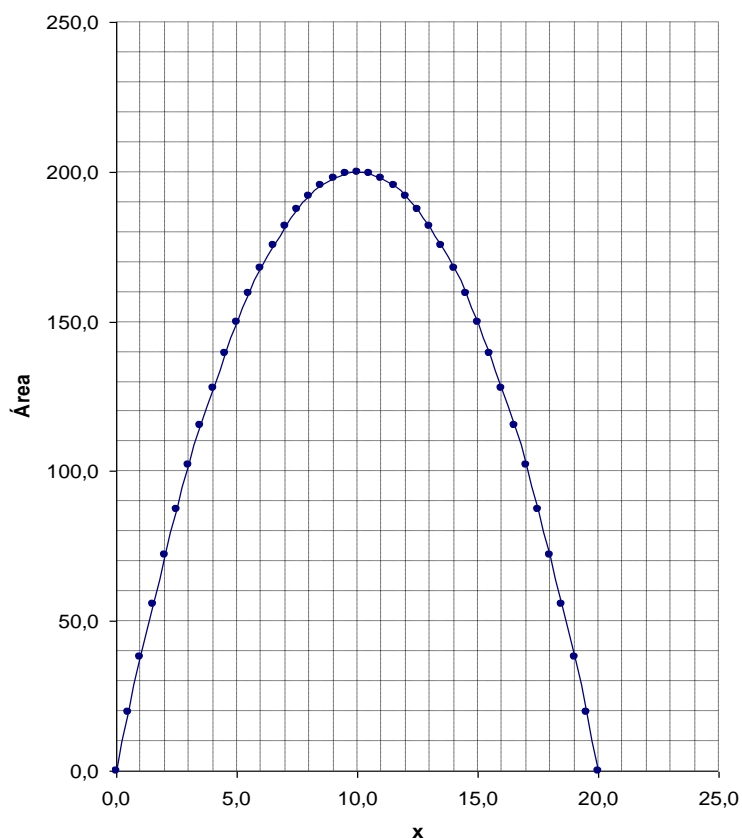
A atividade teve vários objetivos.

Ao construir a tabela com valores da área em função de x trabalha-se com a idéia de valor numérico de uma expressão algébrica e também com a idéia da medida da área depender da medida x .

Outro objetivo foi o de trabalhar com valores não inteiros. A sugestão foi feita através de questionamentos como “*você tem certeza que o valor máximo da área é 200 m^2 ? Não poderia ser $200,5\text{ m}^2$ ou $200,8\text{ m}^2$?*”. Alguns grupos construíram tabelas variando o valor de x de 0,5 em 0,5. Apesar da sugestão, outros grupos construíram a variação de x em unidades inteiras e nenhum grupo variou além de 0,5 no comprimento.

Ainda no Excel os alunos construíram o gráfico da área em função do comprimento através das tabelas construídas. Na figura abaixo temos um exemplo da atividade desenvolvida no Excel.

x	$40-2x$	Área= $x(40-2x)$
0,0	40	0,0
0,5	39	19,5
1,0	38	38,0
1,5	37	55,5
2,0	36	72,0
2,5	35	87,5
3,0	34	102,0
3,5	33	115,5
4,0	32	128,0
4,5	31	139,5
5,0	30	150,0
5,5	29	159,5
6,0	28	168,0
6,5	27	175,5
7,0	26	182,0
7,5	25	187,5
8,0	24	192,0
8,5	23	195,5
9,0	22	198,0
9,5	21	199,5
10,0	20	200,0
10,5	19	199,5
11,0	18	198,0
11,5	17	195,5
12,0	16	192,0
12,5	15	187,5
13,0	14	182,0
13,5	13	175,5
14,0	12	168,0
14,5	11	159,5
15,0	10	150,0
15,5	9	139,5
16,0	8	128,0
16,5	7	115,5
17,0	6	102,0
17,5	5	87,5
18,0	4	72,0
18,5	3	55,5
19,0	2	38,0
19,5	1	19,5
20,0	0	0,0



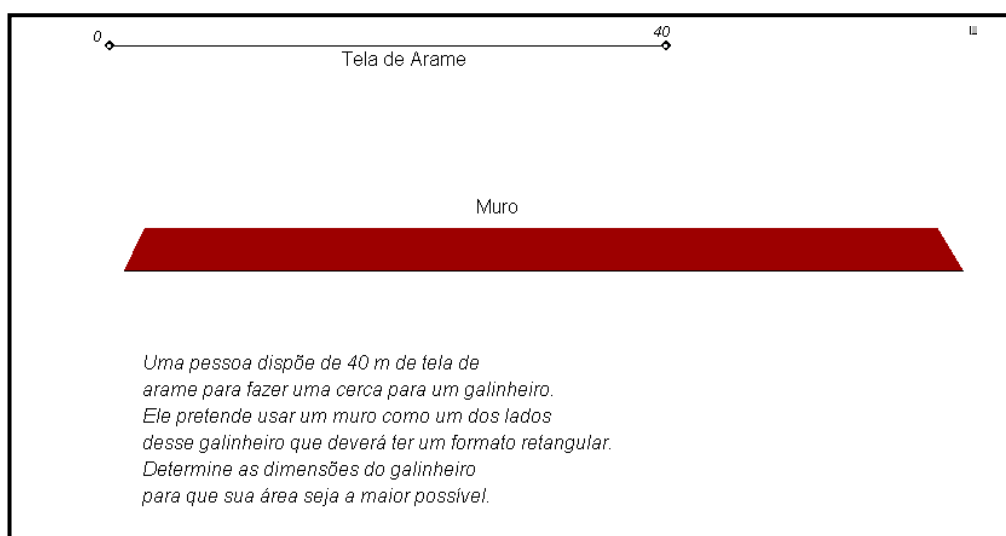
Após a construção da tabela e do gráfico alguns questionamentos surgiram. Através de perguntas como “qual o valor da área quando x mede 4,19 ou $\sqrt{3}$?”, foi possível destacar que apesar da resposta do problema ser inteira, a área existe para qualquer valor real maior que zero e menor que 20. Foi possível também fazer uma análise do comportamento do gráfico. Alguns comentários foram:

“Esse gráfico não é uma reta.”; “Ele sobe, depois desce.”; “Tem um biquinho no 200”; “Nenhum valor é maior que 200.”; “De um lado e do outro ela fica igualzinha”.

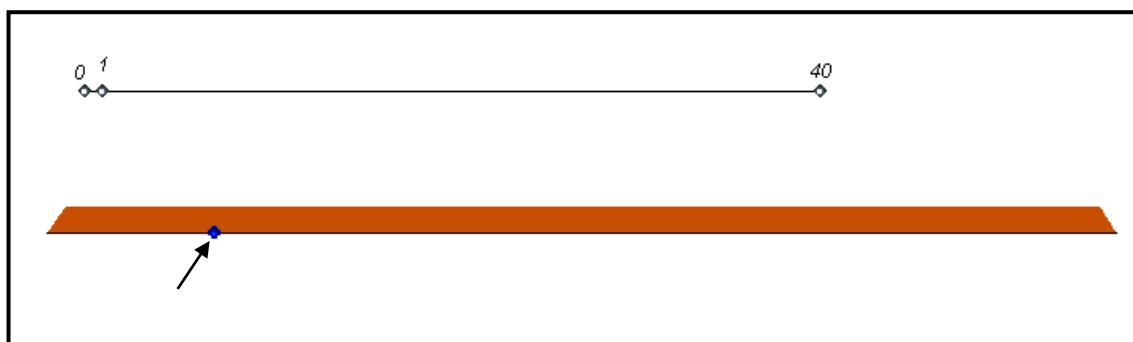
Após a utilização do Excel, em outros dois tempos de aula, realizamos a segunda atividade no laboratório de informática. No software de Geometria dinâmica Tabulae, o objetivo foi trabalhar a geometria do problema junto com o gráfico.

Vale ressaltar que os alunos já haviam manipulado outro software de Geometria Dinâmica anteriormente, o Sketchpad, e que também estudam Desenho Geométrico durante o Ensino Fundamental e na primeira série do Ensino Médio.

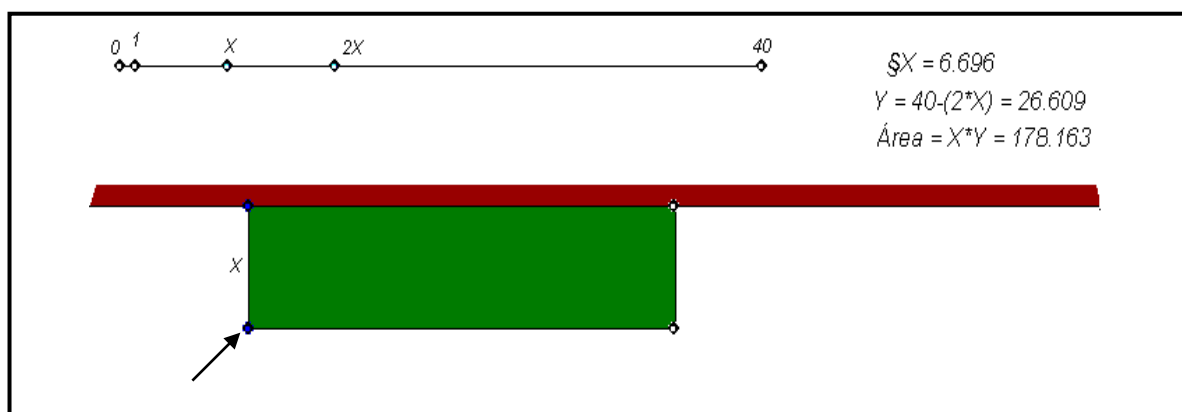
Inicialmente o problema foi proposto na tela 1.



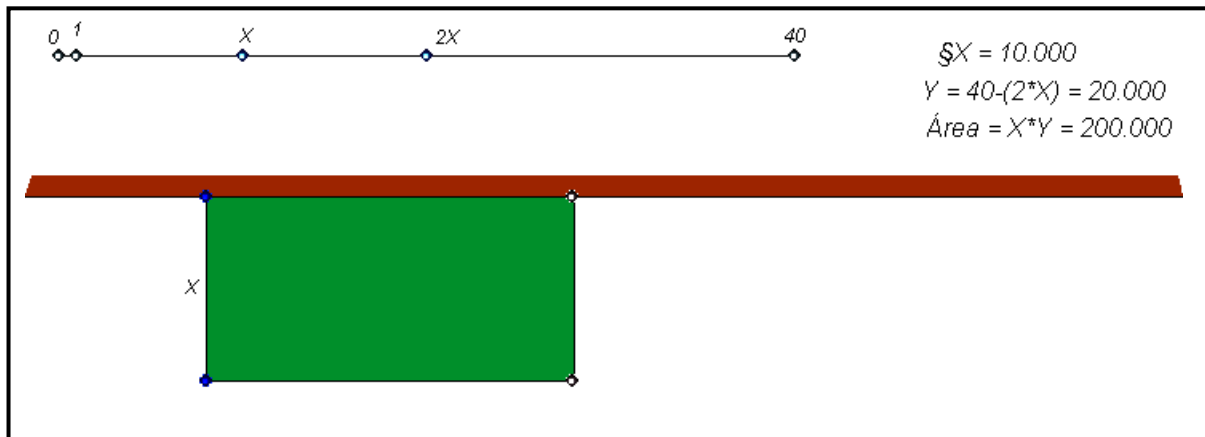
Depois, foi apresentada a tela 2.



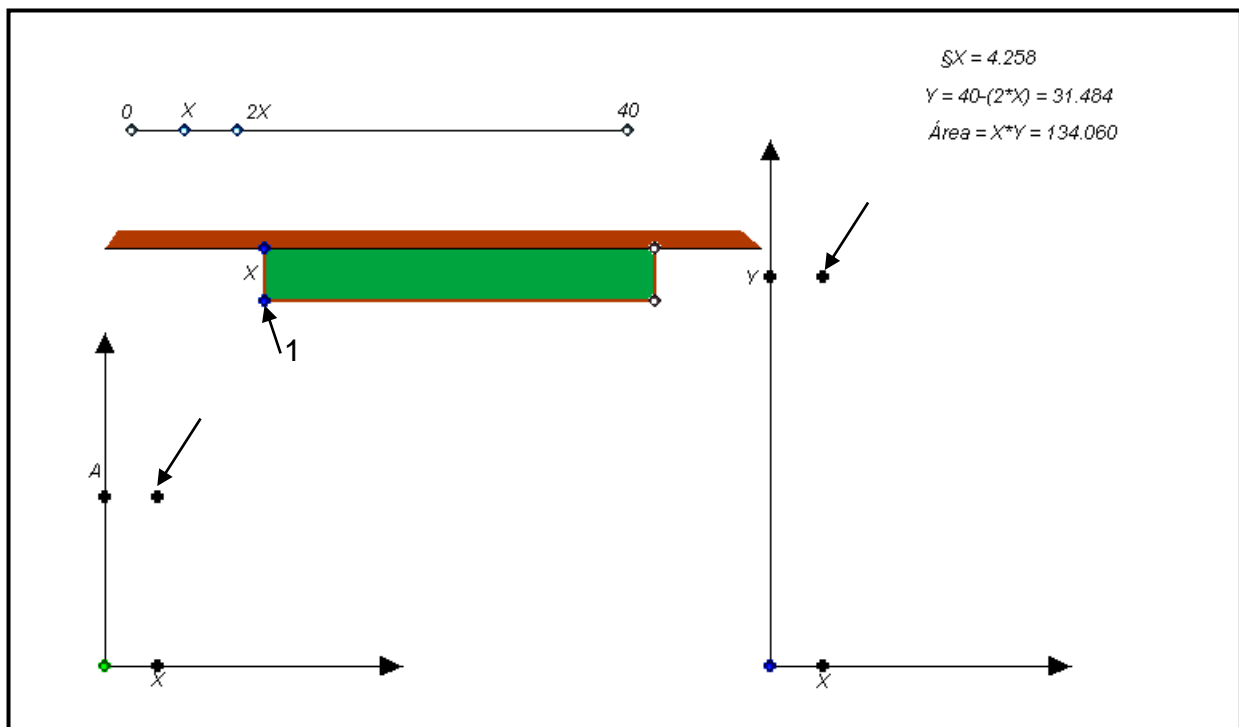
Nela os alunos construíram a cerca de 40 m, a partir do ponto indicado pela seta, mediram o comprimento e a largura, e calcularam a área, como observamos na figura abaixo.



Através da movimentação do ponto indicado pela seta, os alunos verificaram a medida da área em função de x, e encontravam a área máxima, em alguns casos aproximada.

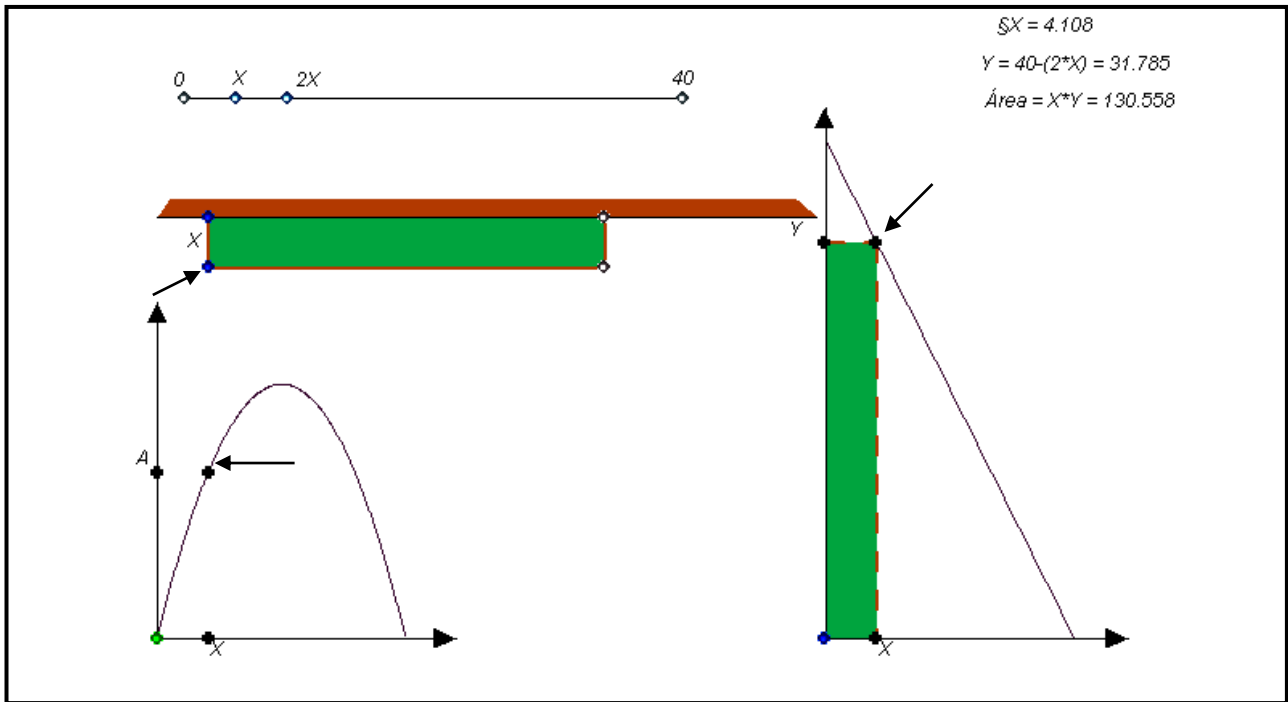


Na tela 3, os alunos encontraram a construção geométrica junto com os pontos da medida do comprimento e da medida da área em função de x.



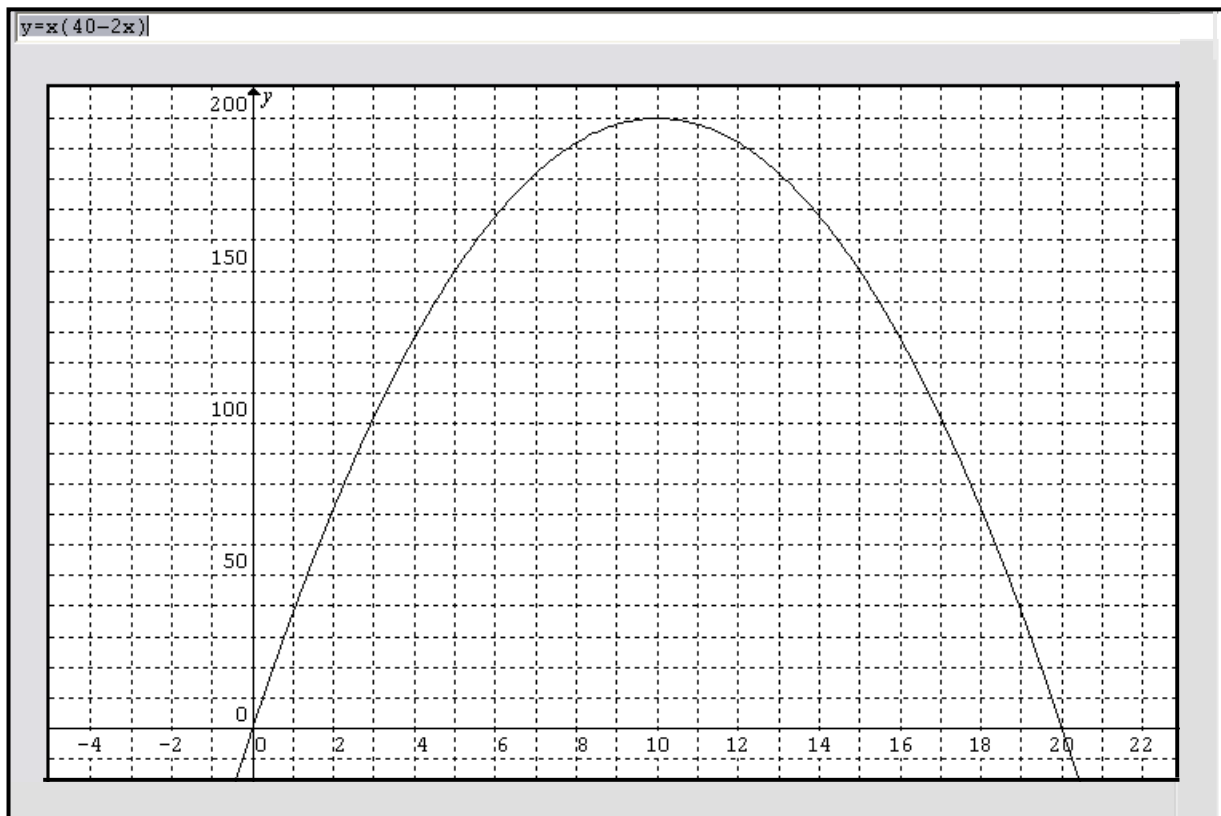
À medida que movimentavam a seta 1, os pontos área e comprimento também se movimentavam. Essa tela permitiu analisar, o comportamento da área e do comprimento a partir da variação da largura x, na figura da cerca.

Usando o ícone lugar geométrico, eles construíram o lugar geométrico descrito pela área A, quando x se move e o lugar geométrico descrito pelo comprimento y, quando x se move.



Eles observaram que o retângulo formado no gráfico à direita é congruente ao construído na cerca e, pela movimentação, observaram o ponto cuja área mede 200 m^2 nos gráficos.

A última atividade desenvolvida no laboratório foi utilizando o graphmática. A partir da lei da função os alunos construíram o gráfico da função $A(x) = x(20 - 2x)$.



Através do gráfico trabalhamos informalmente com a idéia de domínio e imagem, questionando quais os valores de x e y que podiam ser usados no problema.

COMENTÁRIOS FINAIS

Nesse relato temos uma situação problema explorada em diversas atividades. Em cada etapa, o trabalho foi feito de forma a ampliar o campo conceitual do aluno e a diversidade de atividades procurou estimular os diferentes focos com que o problema pode ser encarado.

A estrutura elaborada na seqüência de atividades procurou estimular o aluno a não resolver o problema por mecanismos que visassem unicamente procedimento, mas promover uma investigação das características do problema. Essa proposta possibilitou a discussão das diferentes soluções, onde ao professor não cabe fornecer respostas simplesmente, mas encaminhar sugestões e formular perguntas que levem o aluno a levantar questões ou redirecionar seu trabalho.

O trabalho permitiu, também, que os alunos tivessem vivência de questões sobre o conceito de função, características da função quadrática, simetria e vértice da parábola, onde o modelo aparece a partir da análise de uma situação-problema proposta, sem a formalização do conceito nesse momento. Um outro aspecto que vale ressaltar é que, apesar da atividade buscar um modelo não linear, a linearidade surge como uma idéia forte; muitos grupos utilizaram essa idéia para resolver o problema.

A tecnologia apareceu como um importante recurso para o desenvolvimento das atividades. Eles proporcionaram, em um primeiro momento, acelerar os cálculos, tanto com o uso da calculadora, quanto no Excel, a partir da necessidade dos próprios alunos de "*fazer contas mais rápido*".

Os softwares também favoreceram a manipulação de dados, a observação de resultados, a exploração do comportamento da área, além da análise do comportamento dos gráficos.

Os diferentes softwares permitiram desenvolver atividades com diferentes abordagens do mesmo problema. Quanto maior a vivência do aluno com recursos tecnológicos, maior sua capacidade de investigar utilizando esse recurso. Entretanto, a mera utilização desses recursos não garante o aprendizado. O que favorece a aprendizagem é a atividade que o aluno realiza com o auxílio do software e as interações entre professor e aluno que podem ser promovidas no ambiente.