
Hacia unas Matemáticas Para Todas las Personas. Una Reflexión Sobre la Alfabetización Matemática Básica Desde la Perspectiva Dialógica

JAVIER DíEZ-PALOMAR

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática.
CREA – Centro Especial de Investigación en Teorías y Prácticas Superadoras de
Desigualdades. Universitat de Barcelona, España (javirin29@yahoo.es)

“Creo que en el momento en que la naturalidad de las matemáticas se convierte en una condición para existir en el mundo, se está trabajando en contra de cierto elitismo que poseen los estudios de matemáticas, incluso a pesar de que los matemáticos deseen lo contrario. Esto significa democratizar la posibilidad de la naturalidad de las matemáticas, y esto es ciudadanía. Y cuando se hace posible una mayor convivencia con las matemáticas, no hay duda de que se contribuye a solucionar un gran número de cuestiones planteadas a nuestro alrededor, algunas veces existentes precisamente debido a una falta de competencia, incluso mínima, en la materia. ¿Y por qué no se da esta democratización? Porque se ha aceptado que comprender las matemáticas es algo profundamente refinado cuando, de hecho, no lo es ni debería serlo.” (*Freire, D’Ambrosio, Mendonca, 1997: 8*).

RESÚMEN / Vivimos en una sociedad de grandes cambios que nos obligan a replantearnos la enseñanza de las matemáticas para que todas las personas tengan las mismas oportunidades de aprender. En un estudio realizado con un grupo de mujeres de una escuela de personas adultas de Barcelona (España), hemos podido ver que las mujeres transforman su rechazo hacia las matemáticas cuando éstas adquieren sentido para ellas. A través del diálogo igualitario en un entorno dialógico de aprendizaje las mujeres del grupo de matemáticas construyeron una relación de solidaridad que les sirvió para transformar su baja autoestima y ver las matemáticas como un conjunto de conocimientos a los que pueden acceder. El presentar las actividades relacionadas con las situaciones de la vida cotidiana y la experiencia previa de esas personas ha sido un aspecto crucial. El reto de los profesores de matemáticas pasa por saber combinar el contenido instrumental de esta materia con la experiencia previa de las personas que la estudian.

PALABRAS CLAVE / Aprendizaje dialógico, experiencia previa, creación de sentido, altas expectativas, transformación.

Matemática para todas as pessoas. Uma reflexão sobre a alfabetização matemática básica desde a perspectiva dialógica

RESUMO / Vivemos numa sociedade de grandes mudanças que nos obrigam a reorganizar o ensino de matemática de modo que todas as pessoas tenham as mesmas oportunidades de aprender. Esta pesquisa, realizada com um grupo de mulheres de uma escola de pessoas adultas de Barcelona (Espanha), observou que as mulheres resgatam seu interesse para matemática quando estas percebem sentido na mesma. Através do diálogo igualitário num cenário dialógico de aprendizagem, elas construíram uma relação de solidariedade que ajudou-as a transformar sua auto-estima e passar a ver a matemática como um conjunto de conhecimentos acessíveis. A experiência prévia dessas pessoas e a apresentação de atividades relacionadas com situações cotidianas foram aspectos cruciais. Professores de matemática devem saber combinar o conteúdo instrumental desta disciplina com a experiência prévia dos indivíduos que a estudam.

PALAVRAS-CHAVE / Aprendizagem dialógica, experiência prévia, geração de sentido, altas expectativas, transformação.

Towards Mathematics for All: A Discussion on Basic Mathematical Literacy from the Dialogic Perspective

ABSTRACT / We live in a society that is going through significant changes, which forces us to rethink how to teach mathematics so that everyone can have the same opportunities to learn them. In a study carried out with a group of women at a school for adults in Barcelona (Spain), we have been able to see that women transform their rejection of mathematics once it acquires meaning to them. Through egalitarian dialogue in a dialogic learning environment the women in the mathematics group built relationships based on solidarity that helped them to transform their low self-esteem and to see mathematics as belonging to a set of knowledge to which they can gain access. Presenting the activities in relation to the daily life situations and prior experiences of these people was a crucial aspect in this process. The challenge of these mathematics teachers is to know how to combine the instrumental content of the subject with the prior experience of the people who are studying it.

KEY WORDS / Dialogic learning, prior experience, creation of meaning, high expectations, transformation

PRESENTACIÓN

A inicios del siglo XXI la **sociedad dialógica** está abriéndose a nuevos retos desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas. Los cambios que se están produciendo día tras día son tan trascendentales que nos obligan a pensar en nuevas maneras de formar al profesorado que enseñará matemáticas a cientos de personas el día de mañana.

En este artículo vamos a presentar los resultados de una investigación en la que hemos estudiado algunos de los motivos que explican esa resistencia hacia las matemáticas. Nos hemos centrado en la educación de personas adultas, y en concreto hemos analizado las reflexiones de las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí, de Barcelona (España) en torno a una serie de actividades sobre proporciones matemáticas, presentadas tanto en formato papel, como en formato digital (a través de una web construida por las propias personas adultas del grupo).¹ Expondremos las reflexiones que hemos realizado con las mujeres del *Grupo*. Este grupo de mujeres es muy consciente de la importancia del papel que juegan las matemáticas en la sociedad. A través de sus respectivas experiencias estas mujeres narran no sólo la utilidad de saber contar, sino lo importante que es para ellas saber sumar y restar y la seguridad que les da tener y saber utilizar ese conocimiento. Para ellas saber matemáticas implica no tener que avergonzarse y recurrir a otras personas para poder resolver las situaciones problemáticas cotidianas que nos vamos encontrando todos y todas a lo largo de nuestras vidas.

Primero haremos una breve contextualización del marco de cambio que supone vivir en la sociedad informacional. Describiremos las principales transformaciones que este nuevo marco social está introduciendo en la forma en como enfocamos la didáctica de las matemáticas. Hablaremos de matemáticas, de qué habilidades se precisan en la vida cotidiana actualmente, de cómo el desarrollo de dichas habilidades obliga a cambiar la forma de enseñar matemáticas, etc. Luego, una vez hayamos situado el contexto en el que entender la formación matemática actual, analizaremos las reflexiones de las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí. Veremos con ellas cómo superan las dificultades de aprendizaje

¹ Ver anexos adjuntos.

de una materia tan compleja como son las matemáticas a través de ejemplos concretos sobre actividades de proporciones. Finalmente, a la luz de las aportaciones de las mujeres del grupo, veremos cuáles son los retos a los que se enfrenta la didáctica de la matemática en los próximos años, y las posibles líneas de investigación que se abren para continuar aportando elementos para mejorar la enseñanza de las matemáticas y conseguir que todo el mundo tenga la oportunidad de aprender matemáticas.

LA SOCIEDAD DIALÓGICA: UN NUEVO REFERENTE

Diversos estudios e investigaciones indican que el cambio producido en el último cuarto del siglo XX se ha producido una transformación que ha cambiado nuestra forma de vida.² Se trata de un cambio total que afecta a la forma del capitalismo que conocíamos hasta el momento: el capitalismo fordista. Un cambio caracterizado por un incremento del diálogo en todas las relaciones sociales y en todos los ámbitos, tanto a nivel *micro* de las relaciones sociales interpersonales como a nivel *macro* de los procesos estructurales que se experimentan en el mundo.

Cada vez menos el destino de las personas se ve marcado por los “roles sociales” y cada persona crea su propia imagen. La estandarización propia de la sociedad industrial (una sociedad donde toda persona se casaba antes de los treinta, tenía hijos, les criaba y, finalmente, esperaba impaciente a la jubilación para ver desfilar la vida sin más) ha sido substituida por una sociedad de contrastes donde cada cuál toma una opción personalizada, propia, cambiante según las decisiones que cada cuál va tomando a lo largo de la vida.

En la escuela se dan encuentro personas de diferentes edades y procedencias. Se confrontan formas y maneras de ver y de vivir la vida completamente diferentes. Aparecen nuevas necesidades educativas desde el punto de vista de la formación del profesorado que giran en torno a conceptos como la educación intercultural o la educación intergeneracional, que se unen a aspectos ya más trabajados como son la coeducación o el respecto a la diversidad.

Se trata de una sociedad más reflexiva, más crítica, en la que la colonización de los sistemas abstractos por parte de la tecnología³ no es

² CREA, 1999b; CREA, 2000; Castells, 1998; Beck, 1999; Flecha, Gómez, Puigvert, 2001.

³ Ver Giddens, 1995.

más que un sencillo indicador social del dinamismo de nuestras sociedades. Lo importante es que esta reflexividad implica que cada vez es más necesario el diálogo, confrontar opiniones y puntos de vista diferentes, para llegar a consensos en todos y cada uno de los espacios de la vida cotidiana, desde el trabajo hasta la cocina, pasando por la escuela. Por eso, a este nuevo modelo social se le puede llamar sociedad dialógica.⁴

LA INVESTIGACIÓN SOBRE FORMACIÓN MATEMÁTICA BÁSICA PARA TODOS

Los cambios sociales que se están produciendo en la sociedad informacional están abriendo nuevas líneas de investigación en el campo del currículum de matemáticas. Aparecen abundantes trabajos que tratan de concretar qué habilidades matemáticas son necesarias en el lugar de trabajo,⁵ la enseñanza de las matemáticas a lo largo de la vida,⁶ matemáticas y nuevas tecnologías,⁷ la democratización de la enseñanza de las matemáticas y matemáticas para todos⁸. English (2002) establece las prioridades de las investigaciones actuales en didáctica de las matemáticas y señala como campos abiertos para la investigación tres temas concretos: 1) el acceso democrático a las ideas-fuerza matemáticas a lo largo de toda la vida (*lifelong democratic access to powerful mathematical ideas*); 2) los avances en las metodologías de la investigación (*advances in research methodologies*); y 3) las influencias de las tecnologías avanzadas (*influences of advanced technologies*). Así por un lado, el desarrollo de sistemas técnicos cada vez más complejos justifica que se estén desarrollando muchas investigaciones sobre qué tipo de habilidades matemáticas son necesarias aprender⁹ e, incluso, se dediquen conferencias completas a debatir el tema.¹⁰ Pero por otro lado,

⁴ Ver Flecha, Gómez, Puigvert 2001.

⁵ FitzSimons, 2002a, 2002b, 2001a, 2001b; FitzSimons, O'Donoghue, Coben, 2001; van der Kooij, 2001; CREA, 1993.

⁶ FitzSimons, Coben, O'Donoghue, 2001.

⁷ Kaput, Noss and Hoyles, 2002; Hershkowitz, et al., 2002; Mariotti, 2002; Yerushalmy and Chazan, 2002; Bottino and Chiappini, 2002.

⁸ Skovsmose y Valero, 2002; Moreno-Armella and Block, 2002; Abreu, 2002, Amit and Fried, 2002.

⁹ OCDE, 1999, 2000, 2002; Bishop, 2000; Abrantes, 2002; Gellert y Jablonka, 2002.

¹⁰ Es el caso de la edición 53ª del CIEAEM, celebrado en Verbania, Italia, en el verano del 2001. English (2002) dice que una de los temas relacionados con los estudiantes que serán objeto de investigación en los próximos años es: "*What key mathematical understandings, skills, and reasoning proceses will students need to develop for success in the 21st century? What developments need to take place each level of learning, from preschool through the adult level?*" (English, 2002: 9).

la tendencia hacia la democratización de la educación abre la puerta a otras líneas de investigaciones orientadas a que todas las personas tengan las mismas oportunidades para estudiar.¹¹

En esta línea se sitúan los trabajos de Skovsmose y Valero (2002). En *“Democratic access to powerful mathematics ideas”* estos dos autores plantean una serie de preguntas finales que abren un abanico enorme de posibilidades para investigar en el ámbito de la didáctica de las matemáticas y que tienen gran interés para el trabajo que presentamos aquí. Por ejemplo, preguntan cómo hacer formas particulares de educación matemática, incluyendo interacciones y motivaciones en el aula, que generen reconocimiento de los valores democráticos, o cuáles son las formas de interacción en el aula que abren las posibilidades para la politización y la crítica de los contenidos matemáticos y de la interacción consigo mismos.¹² Por otro lado, ambos autores también se preguntan si es mejor tratar con modelos de contextualización que primero consideren los aspectos metafísicos de los paradigmas de las actividades, o tratar con referencias de la vida real.¹³

Gorgorió y Bishop (2000) señalan el campo de las tecnologías como uno de los retos de las futuras investigaciones que se realicen en el ámbito de la didáctica de las matemáticas, al igual que hace English (2002) cuando nos presenta el cuadro de las líneas de investigación principales que hay abiertas en la educación matemática.¹⁴ En su reflexión ambos autores proponen que docentes y administradores trabajen conjuntamente para lograr democratizar el acceso a las matemáticas. Estos dos autores señalan algunos retos de la investigación, que coinciden con las preguntas abiertas por otros autores. Estos retos son, por ejemplo, la necesidad de concretar qué habilidades matemáticas son necesarias para trabajar en la sociedad de la información o el tema del impacto

¹¹ Skovsmose y Valero, 2002; Abrantes, 2002.

¹² *“How do particular forms of mathematics education, including interaction and communication in the classroom that they generate, acknowledge democratic values? Which are the forms of interaction in the classroom that open possibilities for politization and critique of both the mathematical content and the interaction itself?”* (Skovsmose and Valero, 2002: 403).

¹³ *“Does the contextualization of school mathematics touch on both the students’ background and foreground in significant ways?”* (Skovsmose and Valero, 2002: 403).

¹⁴ *“El desarrollo de la cultura tecnológica y la omnipresencia del ordenador nos enfrentan a un nuevo reto, cuestionándonos la formación matemática de nuestros jóvenes, a la vez que nos proporcionan grandes posibilidades educativas. En el futuro, cada día habrá más ciudadanos que deban enfrentarse al ordenador en sus puestos de trabajo.”* (Gorgorió y Bishop, 2000: 195).

educativo que pueden llegar a tener las tecnologías de la información y de la comunicación.

Por otro lado, desde el punto de vista cognitivo, aparecen todos los trabajos que se han realizado desde la Psicología y las teorías del aprendizaje. Tras los primeros trabajos (demasiado reduccionistas) de los conductistas,¹⁵ aparecen modelos más elaborados dentro de esta misma corriente al margen de modelos mecanicistas basados en el modelo estímulo-respuesta y en todo un sistema (más o menos elaborado) de recompensas y refuerzos (positivos y negativos) destinados a estimular o inhibir comportamientos en los sujetos de estudio. Las investigaciones cognitivistas intentaron aportar algo más a la comprensión del aprendizaje. Pero los principales modelos de referencia (para posteriores investigaciones) son los que elaboraron Piaget (1968) y Vigotsky (1979).¹⁶ En el campo de la Psicología del aprendizaje de las matemáticas es muy conocido el trabajo de Resnik (1990), que nos presenta un cuadro de los fundamentos psicológicos de la enseñanza de las matemáticas donde aprovecha también para introducir algunas investigaciones que se han realizado en este ámbito. También, desde el punto de vista de las aportaciones al análisis cognitivo, encontramos el trabajo de Kraemer (2003) sobre diversos procedimientos de razonamiento para la realización de substracciones en situaciones de vida cotidianas. Por otro lado, en el terreno afectivo encontramos el trabajo de Gómez Chacón (2000). También son interesantes las reflexiones que hace Elster (2002) sobre este tema, porque pone las bases para construir un modelo de análisis científico sobre las emociones. Sus sugerencias sobre los diferentes mecanismos afectivos que ponemos en marcha para justificar nuestros deseos y nuestras creencias resultan muy útiles para analizar las intuiciones, los sentimientos y las creencias de las personas que están estudiando matemáticas, porque el aprendizaje de las matemáticas es un ámbito que no se queda frío a las emociones.¹⁷ Este punto de vista siempre ha ocupado un papel relevante en la investigación didáctica en el ámbito de la educación de personas adultas, porque tiene una

¹⁵ Pavlov, 1979, 1982a, 1982b; Watson, 1914, 1924; Guthrie, 1935, 1938, 1952; Thorndike, 1913.

¹⁶ Este último se empieza a redescubrir no hace mucho, a pesar que sus investigaciones son de principios del siglo XX.

¹⁷ De sobra es conocida la fama de "materia difícil" que tienen las matemáticas (Corbalán, 1995).

incidencia importante en las creencias y las actitudes que muestran las personas adultas hacia la educación.¹⁸

Las aportaciones a la enseñanza de las matemáticas desde el estudio de un caso de aprendizaje dialógico en la educación de personas adultas

PLANTEAMIENTO

Durante dos años investigamos las dificultades y las facilidades que encontraban un grupo de mujeres de la escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí en la clase de matemáticas (de nivel básico). A lo largo de ese tiempo exploramos los elementos que excluyen a esas personas del aprendizaje matemático y resaltamos los aspectos transformadores de sus prácticas, que contribuyen a la superación de las dificultades de aprendizaje. Este estudio nos sirvió para poner de manifiesto algunos de los procesos afectivos y cognitivos que influyen en el desarrollo de las habilidades comunicativas matemáticas en el proceso de aprendizaje. Para lograrlo utilizamos situaciones de aprendizaje siguiendo la idea de “la producción de aprendizaje” (Giménez, 1997). Con la ayuda de las tecnologías de la información y de la comunicación propusimos situaciones matemáticas¹⁹ para estimular a las personas adultas a buscar formas matemáticas de resolver dichas situaciones, en un contexto de aprendizaje dialógico (Flecha, 1997, 2000).

EL APRENDIZAJE DIALÓGICO

El aprendizaje dialógico²⁰ es un enfoque que parte de que la enseñanza se tiene que dar en un entorno igualitario, en el que se imponga la validez

¹⁸ FitzSimons, Coben, O'Donoghue, 2001; FitzSimons y Godden, 2000; English y Goldin, 2001; DeBellis & Goldin, 1997; Buendía, 1999; McLeod, 1992. Como dice Evans: “*Substantial amounts of recent work reported to research conferences on adult mathematics learning, or on mathematics education generally, emphasise the importance of affect, emotion and feelings among adult learners of mathematics and users of quantitative ideas (see eg Kaye, Evans, Healy and Seabright forthcoming, Cockburn and Nardi, 2002).*” (Evans, 2002: 79).

¹⁹ Ver anexos.

²⁰ El aprendizaje dialógico (Flecha, 1997, 2000) se basa en siete principios. 1) *El diálogo igualitario*. Es el diálogo que se produce entre dos o más personas, cuando el valor de sus aportaciones se considera en función de la validez de sus respectivos argumentos y no de su posición de poder o autoridad dentro del grupo. 2) *La inteligencia cultural*. Todas las personas tenemos inteligencia cultural. El concepto de inteligencia cultural abarca desde la inteligencia que utilizamos en los contextos académicos (que ha sido bautizada con diversos nombres, según el investigador o investigadora que ha trabajado sobre ella) hasta la inteligencia que usamos para resolver problemas de tipo práctico (que también se conoce bajo diversos nombres). La inteligencia cultural es un conjunto de conocimientos y procedimientos individuales de origen social.

de los argumentos y no la autoridad del profesor/a. Se trata de un aprendizaje que se basa en “altas expectativas”, que cree en la capacidad que todos tenemos de aprender (y, en este caso, de utilizar las matemáticas); en la transformación de las barreras al aprendizaje mediante la solidaridad, la participación activa y, sobretodo, igualitaria, a través del diálogo. Una concepción del aprendizaje que es, ante todo, social. No se puede entender el aprendizaje como un proceso individual, desligado del contexto donde se produce.

NUESTRO OBJETIVO

En este estudio nos centramos en la investigación de las barreras (normativas, instrumentales, cognitivas y emocionales) que dificultan el aprendizaje de matemáticas básicas en la educación de personas adultas, resaltando los elementos que sirven para transformar esas dificultades en posibilidades (tal como decía Paulo Freire, 1998), analizando la importante que tienen las matemáticas en la vida cotidiana de las personas adultas (Schliemann y Carraher, 2002; Carraher, Carraher, y Schliemann, 1985; Niss, 1995; MEG, 1998). Para ello propusimos tres hipótesis a saber: que 1) existe una brecha entre las matemáticas de la vida real y las matemáticas académicas; que 2) la distancia entre las “matemáticas de la vida real” y las “matemáticas

Se desarrolla a través de la convivencia con otras personas, mediante el diálogo diario, del intercambio de conocimientos con otras personas en nuestros entornos de relación. Por eso es cultural, porque se produce en todas partes, pero depende de cada contexto concreto. 3) *Transformación*. La educación tiene que servir para abrir las puertas al conocimiento a todas las personas, no para reproducir situaciones de desigualdad social. El principio de la transformación resalta la capacidad de la educación para transformar nuestras vidas, dotar de nuevos significados a aquello que estamos haciendo y dar mayores oportunidades a las personas para poder elegir (el tipo de trabajo, por ejemplo). 4) *La dimensión instrumental*. Todo aprendizaje tiene una dimensión instrumental, es decir, sirve para algo y transmite una serie de conocimientos concretos. El principio de la dimensión instrumental en el aprendizaje dialógico implica que no se tiene que rebajar nunca el nivel de exigencia en el aprendizaje, sino que se tienen que buscar fórmulas para asegurar que todas las personas participantes aprenden cualquier tipo de conocimiento. 5) *La creación de sentido*. El aprendizaje en el caso de la educación de personas adultas basada en el aprendizaje dialógico se caracteriza por la creación de sentido. Las personas adultas que van a la escuela descubren nuevos conceptos y conocimientos, que transforman sus imágenes previas del mundo objetivo y dotan de un nuevo sentido a sus vidas. 6) *Solidaridad*. Las personas intercambiamos entre nosotras lo que sabemos y nos preguntamos mutuamente nuestras dudas cuando tenemos algún problema, para encontrar entre todas la solución. 7) *Igualdad de diferencias*. La igualdad de diferencias significa respetar las diferencias de todas las personas y ofrecerles las mismas oportunidades a todas ellas. Hay que ofrecer una igualdad en el trato y en los aprendizajes.

académicas” genera actitudes negativas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas; y que 3) las personas utilizan estilos de aprendizaje basados en el diálogo igualitario para aprender el concepto matemático de proporciones. Esta brecha se manifiesta de diferentes formas. A lo largo del estudio tratamos de corroborar estas hipótesis mediante el análisis de la información recogida en las entrevistas, la tertulia y la grabación de una sesión de clase en la que las mujeres del grupo de matemáticas resolvieron diversas actividades sobre proporciones.

EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Para analizar la información recogida durante el estudio tuvimos en cuenta tanto los aspectos cognitivos del aprendizaje, como los normativos, los instrumentales y los emotivos,²¹ tomando como punto de partida el análisis que hace Habermas de la obra parsoniana,²² así como el desarrollo teórico y metodológico llevado a cabo por CREA en sus proyectos. Utilizamos el cuadro siguiente, donde se recogen todas las variables del modelo de análisis que proponemos.²³

Puntos de vista Componentes	Objetivo (<i>verdad</i>)	Social (<i>rectitud</i>)	Subjetivo (<i>validez</i>)
1. Cognitivos		Relación cognitiva	Interiorización de los contenidos matemáticos
2. Afectivos	Actitudes ante el problema matemático	(Auto)escenificación	Relación de sensibilidad espontánea con uno mismo
3. Instrumentales	Conjunto de procedimientos, herramientas, algoritmos, etc.	Relación instrumental	Uso de los contenidos matemáticos
4. Normativos	Reglas heurísticas para resolver los problemas matemáticos	Relación de obligación, de norma	Relación de censura con uno mismo

Cuadro 1. Elementos para el análisis del discurso. Elaboración propia a partir de Habermas, J. (1989).

²¹ La propuesta que hacemos aquí no es la única que existe para tratar de construir un modelo comprensivo para la investigación del aprendizaje de las matemáticas. Bishop (1999) dice que “*lo que hace falta es un esquema que relacione la enseñanza de las matemáticas con su entorno societal*” (Bishop, 1999: 34), y cita el modelo de White (1959), que distingue entre cuatro dimensiones: ideológica, sociológica, sentimental y tecnológica. Nosotros proponemos una categorización algo diferente, partiendo de las matemáticas como disciplina de conocimiento.

²² Parsons (1971) en *The System of Modern Societies*.

²³ Para la definición de cada categoría, ver en los anexos en cuadro adjunto.

LOS RESULTADOS

Uno de los elementos más destacados del aprendizaje dialógico es la “creación de sentido”.²⁴ A lo largo del trabajo de campo pudimos observar cómo las personas del grupo de matemáticas respondían de manera más segura a las actividades que les resultaban “familiares” que a las que no lo eran. Ejemplo de ello fue el caso de los folios de papel.²⁵ Se trataba de una actividad que “rompía” todos los esquemas de experiencia previa que pudiesen tener las mujeres del grupo. Ante esta actividad la mayoría de las mujeres prefirió preguntar a la profesora para saber qué tenían que hacer.

A nivel cognitivo tenemos el ejemplo de los estudios hechos por Schliemann and Carraher (2002). Ambos autores muestran que en el “hacer matemáticas” intervienen diferentes factores y que normalmente **las personas solemos “saber” resolver aquellos ejercicios que se relacionan con el contexto en el que vivimos antes que los que se plantean desde un punto de vista excesivamente normativo y descontextualizado.** En ese caso recurrimos a procedimientos de las “matemáticas académicas”. El análisis de las entrevistas, de la tertulia y de la sesión de actividades con las personas participantes nos ofrecieron múltiples ejemplos de ello, como el comentario de una de las personas del grupo cuando decía que *“las matemáticas que hacemos las mujeres, no las hacéis vosotros los matemáticos...”*. ¿A qué se refería esta persona? Pues a que para ella los números significan pagar recibos, comprar el billete del autobús, calcular lo que le queda para final de mes, etc., pero eso no lo ve como matemáticas (o, por lo menos, no son las matemáticas que se encuentra en los libros de “matemáticas”). No existe una identificación de esos “conocimientos de la vida cotidiana” como matemáticas (lo cual parece ser un ejemplo de la “paradoja de la invisibilidad” de la que habla Niss, 1995). Las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela al principio de la investigación decían que las matemáticas consistían en aplicar el *m.c.m.* para resolver una ecuación, o resolver un problema de paréntesis. Cuando hablaban de “matemáticas” se refieren siempre a las matemáticas

²⁴ Bishop dice que la formación formal de matemáticas debería ser, por lo menos, una formación que aporte *“algo relevante para sus vidas presentes, que para ellos tenga significado aprenderlo y sea útil en sus vidas futuras.”* (Bishop, 2000: 38). Las matemáticas tienen que motivar, estimular y enriquecer.

²⁵ Ver actividades en los anexos.

académicas. Multitud de ejemplos lo corroboran: el hecho de resolver una tabla, el preguntar salteado, las respuestas a diversos ejercicios que aparecen a lo largo de las citas, etc. Son éstas las matemáticas que ellas consideraban difíciles.

Esto no significa de ninguna manera que las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas* no supiesen desenvolverse con esas matemáticas “académicas”. Las mujeres del grupo **sí** que resolvían las actividades que se encontraban tanto en el libro, como en el ordenador. Ahora, lo que puede “sorprender” son **los métodos que utilizaban**. A lo largo de las grabaciones aparecieron múltiples ejemplos como el cálculo mental (el “**hacer las cuentas de cabeza**”), que no es sólo un método diferente de calcular una operación con una calculadora, o sobre el papel, sino que también implica utilizar operaciones cognitivas diferentes (como es el caso de la aproximación por estimación, de agrupar los números y añadir las unidades después, etc.). Durante el trabajo de campo quedó claro que, por lo general, las mujeres del grupo de matemáticas preferían este método de cálculo (el “hacer las cuentas de cabeza”) antes que utilizar las posibilidades que les ofrecen los ordenadores para realizar los cálculos. Esto se debe en gran medida **al desconocimiento del medio tecnológico por un lado, y a la socialización por el otro**. Utilizar los ordenadores como herramienta requiere una cierta “predisposición”, es decir, unas ciertas habilidades que podríamos denominar “uso de tecnologías como herramientas” para resolver situaciones problemáticas. Y es algo a lo que las personas del grupo no estaban habituadas porque las tecnologías no habían sido algo “normal” en sus vidas.

La mujeres del grupo de matemáticas utilizaban estrategias que nos recuerdan a ejemplos de resolución de problemas que están ampliamente documentados en el caso de la educación infantil (por ejemplo agrupar las cantidades cuando se opera con ellas, en vez de utilizar el método aritmético). Gravemeijer (1997) documenta un experimento en el que propone a niños de 8 a 9 años el hacer una división “larga”, y lo que hacen es repartir las unidades (representadas simbólicamente con círculos), por grupos (uno para cada niño).²⁶ Y esto es algo que también está documentado en la educación de personas adultas, como muestran

²⁶ Gravemeijer, K. 1997.

las investigaciones que citan Schielmann and Carraher (2002).²⁷ En nuestro caso también podemos ofrecer ejemplos que contribuyen a corroborar esta idea. La persona B tenía una librería y explicaba que ella calculaba el IVA siguiendo el mismo procedimiento de agrupar los números mentalmente hasta lograr alcanzar la cifra exacta. Otro ejemplo fue el caso de varias personas que dialogaban sobre cómo pasar un número decimal al valor que le corresponde en una escala sexagesimal.²⁸ este caso coincide en líneas generales con el ejemplo que pone Gravemeijer (1997) sobre la cantidad de kilómetros que puede recorrer un turismo con cada litro de carburante.²⁹ Como vemos en el ejemplo, los niños lo que hacen es primero redondear las cifras al número entero más próximo al decimal que se les da en el planteamiento, y luego van haciendo agrupaciones hasta llegar por aproximación al resultado correcto. Lo mismo hicieron las mujeres del grupo para pasar del 1,87 a una hora y “*algo más de tres cuartos*”.

Todo esto nos lleva a pensar, ¿qué es lo que hacemos primero, pensamos en el caso concreto, y luego generalizamos, o actuamos a la inversa?

La idea de **ir de lo concreto a lo abstracto** (desde el punto de vista teórico) está situada en la perspectiva de la “educación matemática realista” (*realistic mathematics education*) que parte de la fenomenología de Freudenthal (1983).³⁰ En matemáticas el último nivel es el de la formalización a través de la vía de la axiomática. Freudenthal (1983) dice que es un error pensar la didáctica desde la generalización. Es un error querer enseñar directamente las matemáticas como conjuntos de axiomas que se rigen por una serie de leyes y de principios.³¹

²⁷ Citan dos investigaciones: una sobre unos vendedores de pescado, en Brasil (Schliemann & Nunes, 1990) y otra sobre unas mujeres cocineras que van a una escuela de personas adultas, y están aprendiendo a resolver problemas sobre proporciones (Schliemann & Magalhaes, 1990).

²⁸ Ver los comentarios de la actividad 3, en el capítulo sobre el “análisis de las trayectorias de aprendizaje”.

²⁹ “*Suppose you used 34,09 litres for 466,8 Km, which would require the division 466,8 / 34,09. To keep it simple let us do 467/34. Obviously, 34 goes least ten times into 467. Ten times 34 gives 340 to start with. Two more times? No, three more times gives 340 + 102 = 442, which means 13 km par litre. Or more precisely, one decimal at least: with 25 left by 467 – 442 do 0,5 x 34 = 17; 0,7 x 34 = 17 + 7 = 24. So our estimate would be 13,7 km par litre.*” (Gravemeijer, 1997: 324).

³⁰ Aunque ya encontramos referencias en la obra de Piaget, por ejemplo.

³¹ Lo que propone Freudenthal (1983) es la reinención de las matemáticas, es decir, dice que en la clase lo que hay que hacer es ir descubriendo las ideas matemáticas. Para ello crea modelos a partir de situaciones de la vida cotidiana. Se llama *matematización*. Lo que hace es quitar todos aquellos aspectos que pueden despistar del contenido matemático, y poner situaciones que provoquen aprendizaje de las ideas matemáticas.

Alcalá (2002) nos propone cuatro niveles de simbolización de las matemáticas: 1) de la palabra al simbolismo notacional; 2) la adquisición de las operaciones aditivas y la formación operatoria del número natural; 3) las operaciones multiplicativas y nuevos campos numéricos; y 4) el simbolismo de tercer orden (el álgebra, básicamente). Se trata de una propuesta muy parecida a la encontramos en Vergnaud (1997), que también habla de “dos campos conceptuales principales en la aritmética ordinaria: las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas”, sigue con el álgebra elemental y las operaciones formales y termina con los conceptos herramienta y los objetos conceptos (*tool-concepts and object-concepts*). Como vemos, ambos autores parten de las operaciones más sencillas (desde el punto de vista de la abstracción), para acabar en las más complejas.

Basándonos en la misma idea (el desarrollo de los conceptos de lo concreto a lo abstracto), en la parte de metodología propusimos cuatro ideas para entender el concepto de proporción: 1) la idea cualitativa (aumentar o disminuir); 2) la idea del binomio doble / mitad; 3) la idea cuantitativa (que significa especificar el valor de la constante de proporcionalidad); y 4) la idea teórica (que entra más en el terreno formal de las matemáticas, etc.).

A la luz del trabajo de campo realizado pudimos ver que las mujeres del grupo de matemáticas utilizaban perfectamente las tres primeras ideas, pero el concepto teórico no aparecía porque “rompía” con la idea utilitarista que tienen las matemáticas para estas personas. Los ejemplos que encontramos mostraban que esas mujeres tenían una comprensión de lo que son las proporciones muy contextualizada en su experiencia previa. Algo que también se ha encontrado en otras investigaciones, como por ejemplo en la que hacen Hoyles, Noss y Pozzy (2001).³²

A lo largo de la investigación aparecieron múltiples casos de **la importancia de la experiencia previa** (como fuente de sentido) en la

³² “*Conceptual analyses of proportional reasoning stand in marked contrast to the broad body of research on adults’ mathematical problem solving in the workplace or in everyday situations, much of which involves problems of proportionality (e.g., Carraher, Carraher, & Schliemann, 1985; Lave, 1988; Nunes, Schliemann, & Carraher, 1993; Schliemann & Carraher, 1993). These studies suggest that adults are adept at solving proportional problems in everyday or work situations but often employ informal strategies that are tailored to the particular situation and are not easily identified with formal school-taught methods.*” (Hoyles, Noss, Pozzy, 2001: 6-7). El subrayado es nuestro.

resolución de las diferentes actividades sobre proporciones. El análisis de las respuestas que dieron las mujeres del grupo a la actividad 3 fue buen ejemplo de ello. A través de las diferentes “interpretaciones comprensivas” que se establecían entre las mujeres del grupo pudimos ver cómo las personas participantes recurrían a su acervo de conocimiento para responder a las preguntas de la profesora. Aparecían elementos importantes como lo habitual que es el uso de la estructura “doble / mitad”, que es una de las ideas más básicas subyacentes al concepto de proporción, y que aparece en expresiones cotidianas como “inversa”, o “al revés”.

Esto muestra la importancia que tiene la experiencia previa como fuente de sentido para entender y resolver un ejercicio matemático, lo cual corrobora la idea de fondo de perspectivas teóricas tales como la etnomatemática,³³ los *cross cultural studies*,³⁴ las matemáticas de la calle³⁵ o la enseñanza realista.³⁶ Salvando las distancias entre todos estos enfoques, en todos ellos **el contexto social y cultural juega un papel clave** en la creación de sentido.

Siguiendo los diálogos que se entablaban en las diferentes actividades, vimos que **las mujeres del grupo resolvían las dificultades con las que se iban encontrando utilizando el diálogo para ello**. Como decíamos antes, es muy importante la actitud que se mantiene en la clase. Cuando alguien de la clase (sea la profesora, sea alguna compañera) se sitúa por encima del resto de personas del grupo, aparece entonces un desnivel que no resuelve las dificultades y genera rechazo.

La distancia entre las matemáticas de la vida real y las matemáticas académicas genera actitudes negativas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas. Ejemplo de ello fueron los comentarios que alguna de las mujeres del grupo hacía al encontrarse con actividades que no sabía resolver. A veces vemos en las transcripciones que las personas adultas dicen “no servir para las matemáticas”, o que “son muy difíciles”. Estos comentarios coinciden con las aportaciones de otras investigaciones en el terreno de la educación matemática de personas adultas y las emociones. Evans (2002) muestra el caso de una mujer, Fiona, que vive

³³ D’Ambrosio, 1999. Knijnik, 1995, 1996.

³⁴ Bishop, 1999.

³⁵ Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. 1993.

³⁶ Goffree, F. 2000.

las matemáticas con un sentimiento de “ansiedad”.³⁷ Ingleton y O’Regan (2002) a su vez muestran ejemplos de personas que han tenido experiencias negativas con las matemáticas, aspecto éste que les ha generado un profundo rechazo hacia ellas.³⁸

El papel del “tutor” en este aspecto es crucial. El efecto del etiquetaje y las “bajas expectativas” desaniman a las personas adultas y eso constituye una barrera clara que dificulta, cuando no impide, el acceso al conocimiento matemático.³⁹ Nosotros vimos algo parecido en el recuerdo que tenían las mujeres del grupo de las matemáticas que hicieron en la escuela. A menudo los adjetivos que utilizaban para referirse a ellas tenían un matiz negativo. Ingleton y O’Regan (2002) describen en su trabajo varias ‘actitudes’ frente a las matemáticas, como el rechazo y la baja autoestima. Nosotros vimos que, además, **la “baja autoestima” es una de las cosas que produce situaciones de bloqueo ante los problemas de matemáticas**; problemas que, por otra parte, cuando aparecen contextualizados, las personas son capaces de resolver perfectamente.

En cambio, **la solidaridad y las “altas expectativas”** tienen efectos totalmente contrarios: **transforman las situaciones problemáticas en posibilidades de aprendizaje** y de adquisición de nuevos conceptos, así como ideas y estrategias matemáticas de resolución de problemas.

CONCLUSIONES

A lo largo de la investigación que hicimos con las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas* vimos la importancia del diálogo igualitario como forma para transformar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Las mujeres tenían un concepto de la matemática muy académico, como algo que quedaba fuera de sus posibilidades. Sus

³⁷ “*I always had difficulty with that, I didn’t enjoy it at all. School wasn’t a particularly happy time for me anyway, so you might well find that a lot of my answers are negative...*” (Evans, 2002: 86). En este estudio, Evans lo que hace es analizar el discurso desde dos puntos de vista: hace un análisis estructural y un análisis textual. A través de ambas perspectivas ve las interrelaciones entre la actitud hacia las matemáticas dentro del aula, y elementos como las prácticas laborales de los padres (referencia a la clase social), el entorno familiar en el que está inscrita la persona, etc.

³⁸ Ingleton, C; O’Regan, K. 2002.

³⁹ “*Why should he be so nervous in this learning situation? The tutor’s judgement of his ability is unequivocal: ‘he had no idea... it would be impossible for him to pass... there is not much hope.’ The tutor’s negative judgement is reinforced by another student’s easy handling of the problem.*” (Ingleton, C.; O’Regan, K. 2002: 98).

miedos, frustraciones o malas experiencias previas en la escuela alimentaban aún más el rechazo de esas mujeres hacia las matemáticas. Para lograr superarlo y, por tanto, potenciar el aprendizaje, fue preciso transformar el concepto de matemáticas que tenían tanto ellas como la profesora. Enfocar el aprendizaje de las matemáticas desde la vida cotidiana (a través de la contextualización de los problemas, por ejemplo) sirvió para transformar ese sentimiento de rechazo. El realizar las clases en un entorno igualitario, basado en el diálogo, en la valoración de la experiencia previa, en la solidaridad y en las “altas expectativas”, fue la forma a través de la cual las mujeres del grupo descubrieron que ellas también sabían matemáticas y eran capaces de aprender más cosas todavía.

Nuestro reto como docentes está en saber combinar para cada concepto matemático el contenido instrumental (más académico), con los conocimientos cotidianos que todas las personas tenemos, a fin de encontrar la forma de potenciar los aprendizajes y garantizar que todo el mundo puede acceder a ellos.

REFERENCIAS

- Abrantes, P. 2002. “Mathematical competence for all: options, implications and obstacles” en Bazzini, L; Whybrow Incheley, C. *Littéracie mathématique à l'ère digitale*. Ghisetti e Corvi Editori. Páginas 38-51.
- Abreu, G. 2000. “El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos” en Gorgorió, N.; Deulofeu, A.; Bishop, A. (coords.) *Matemáticas y educación*. Barcelona: Graó. Páginas 137-150.
- Abreu, G. 2002. “Mathematics learning in Out-of-School Contexts: a Cultural Psychology Perspective” en English, L.D. (ed.) *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 323-353.
- Alcalá, M. 2002. *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Graó.
- Alsina, C. 1995. *Matemàtiques per a ciutadans*. Barcelona: Fundació per la Universitat Oberta de Catalunya.
- Alsina, C. 2002. *Menys temes, més idees; menys rutines, més creativitat. Educació, matemàtiques i segle XXI*. Barcelona: Universitat de Barcelona.

- Amit, M; Fried, M. 2002. "Research, reform, and times of change" en English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 355-382.
- Beck, U. 1998. *¿Qué es la globalización? Falacias del globalismo, respuestas a la globalización*. Barcelona: Paidós.
- Beck, U. 1998. *Políticas ecológicas en la sociedad del riesgo*. Barcelona: El roure.
- Beck, U., Giddens, A., Lash, S. 1997. *Modernización reflexiva. Política, tradición y estética en el orden social moderno*. Madrid: Alianza Universidad.
- Bishop, A. 1999. *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona – Buenos Aires – México: Temas de educación. Paidós.
- Bishop, A. 2000. "Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos?" en Gorgorió, N.; Deulofeu, A.; Bishop, A. (coords.) *Matemáticas y educación*. Barcelona: Graó. Páginas 35-56.
- Bottino, R.; Chiappinni, G. 2002. "Advanced technology and learning environments: their relationships within the arithmetic problem-solving domain" en English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 757-786.
- Buendía, P. 1999. *Educación de personas adultas. Matemáticas*. Murcia: Consejería de Educación y Cultura.
- Castells, M. 1997. *La era de la información. Economía, sociedad y cultura. La sociedad red*. Madrid: Alianza Editorial.
- Castells, M. 1998. *La era de la información. El fin de milenio*. Madrid: Alianza Editorial.
- Castells, M. 1998. *La era de la información. El poder de la identidad*. Madrid: Alianza editorial.
- Civil, M. 2000. "Parents as learners and teachers of mathematics: toward a two-way dialogue" en ALM-7. *Adults learnin mathematics. A conversation between researchers and practitioners*. Tufts University Massachussets.
- Civil, M. 2001. "Adult learners of mathematics: working with parents" en FitzSimons, G.; O'Donoghue, J.; Coben, D. (Eds.) *Adult lifelong education in Mathematics*. Papers from the Working Group for Action

- (WGA) 6. 9th International Congress on Mathematics Education. ICME 9. Páginas 199-208.
- Corbalán, F. 1995. *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó.
- CREA. 1996. *Informe sobre habilidades básicas*. Universidad de Barcelona. Fondo de documentación de CREA.
- CREA. 1997/1999. *Informe del proyecto de Habilidades Comunicativas*. Universidad de Barcelona. Fondo de documentación de CREA.
- CREA. 1998. *DISTANCE. Adult distance education: Internet distance courses from adult education centres*. SOCRATES. European Commission.
- CREA. 1999a. *Difusión de la educación abierta y a distancia*. SÓCRATES. European Commission.
- CREA. 1999b. *Informe transnacional. La aplicación de las nuevas tecnologías en la educación abierta y a distancia*. Programa SOCRATES - ODL. European Communities.
- CREA. 2000. *La educación multimedia a distancia de personas adultas. Guía europea de buenas prácticas*. Programa SOCRATES - ODL. European Communities.
- CREA. 2001. *ALNET. Dialogic numeracy on the net*. Minerva. European Commission.
- D'Ambrosio, U. 1985. "Ethno Mathematics and Its Place in the History and Pedagogy of Mathematics" en *For the Learning of Mathematics*. 5. Páginas 44-48.
- D'Ambrosio, U. 1994. "Cultural framing of mathematics teaching and learning" en Biehler, R.; Scholz, R.W.; Sträber, R.; Winkelmann, B. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers. Páginas 443-456.
- D'Ambrosio, U. 1999. "Educació matemàtica per a una civilització en procés de canvi" en *Temps d'Educació*, 22. Páginas 29-49.
- DeBellis, V.; Goldin, G. 1997. "The affective domain in Mathematical problem-solving" en Pehkonen Erkki (ed.) *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for PME*. Vol. 2. Lahti. Finland. Páginas 209-216.
- Díez Palomar, J. 2002. "L'alphabétisation numérique dans l'éducation ouverte et à distance" en Bazzini, L; Whybrow Incheley, C. *Littéracie mathématique à l'ère digitale*. Ghisetti e Corvi Editori. Páginas 366-367.

- Díez Palomar, J.; García Wehrle, P.; Giménez Rodríguez, J. 2003. "Math literacy of adults: an example about proportions" en Maasz, J.; Schloeglmann, W. *Learning mathematics to live and work in our World*. Universitätsverlag Rudolf Trauner. Páginas 210-216.
- Díez Palomar, J.; Giner, E. 2000. *Nuevas tecnologías y educación*. Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz, 1998. "Reflective processes of a mathematics classroom in a rich learning environment". Paper submitted to *Cognition and Instruction*.
- Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz, et. al. 2002. "Mathematics curriculum development for computarized environments: a designer-research-teacher-learner activity" en English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 657-694.
- Dreyfus, T. 1994. "The role of cognitive tools in mathematics education" en Biehler, R.; Scholz, R.W.; Sträber, R.; Winkelmann, B. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers. Páginas 201-212.
- Elster, J. 2002. *Alquimias de la mente*. Barcelona – Buenos Aires – México. Paidós.
- English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Evans, J. 2002. "Developing Research Conceptions of Emotion Among Adult Learners of Mathematics" en *Literacy & Numeracy Studies. An International Journal in the Education and Training of Adults*. Vol. 11, núm. 2. Páginas: 79-94.
- Evans, J; Thorstad, I. 1995. "Mathematics and numeracy in the practice of critical citizenship". ALM1. Proceedings.
- FitzSimons, G. 2002. "Critical mathematical literacy for adult and vocational students" en Bazzini, L; Whybrow Incheley, C. *Littérature mathématique à l'ère digitale*. Ghisetti e Corvi Editori. Páginas 137-141.

- FitzSimons, G. E. 1997. "Gender issues in adult and vocational mathematics education." *Mathematics Education Research Journal*, 9(3), 292-311.
- FitzSimons, G. E. 2000a. "Lifelong learning: Practice and possibility in the pharmaceutical manufacturing industry." *Education & Training*, 42(3), 170-181.
- FitzSimons, G. E. 2000b. "Values, vocational education and mathematics: Linking research with practice." *Australian Vocational Education Review*, 7(1), 39-49.
- FitzSimons, G. E. 2001a. "Integrating mathematics, statistics, and technology in vocational and workplace education." *International Journal of Mathematics, Science, and Technology Education*, 32(3), 375-383.
- FitzSimons, G. E. 2001b. "Is there a role for mathematical disciplinarity in productive learning for the workplace?" *Studies in Continuing Education*, 23(2), 261-276.
- FitzSimons, G. E. 2002a. "Algebra, work, and lifelong learning." *Australian Senior Mathematics Journal*.
- FitzSimons, G. E. 2002b. "An Expensive Learning Approach to Mathematics Education for Parents: An Australian Case Study". Paper presented at the AERA. New Orleans, Louisiana. April 1-5, 2002.
- FitzSimons, G. E.; O'Donoghue, J.; Coben, D. 2001. *Adult and Lifelong Education in Mathematics*. ALM and ARIS Language Australia.
- FitzSimons, G.E.; Godden, G. 2000. "Review of research on adults learning mathematics" en FitzSimons, G.E.; O'Donoghue, J.; Coben, D. *Perspectives on Adults Learning Mathematics: research and practice*. Dordrecht, Netherlands. Kluwert Academic Press. Páginas 13-45.
- Flecha, R. 1997. *Compartiendo palabras*. Barcelona: El roure.
- Flecha, R. 2000. *Sharing Words. Theory and Practice of Dialogic Learning*, Lanham: Rowman & Littlefield.
- Flecha, R. et al. 1997. *Ensayos de pedagogía crítica*. Madrid: Editorial Popular. Colección Proa.
- Flecha, R., et al. 1994. *Nuevas perspectivas críticas en educación*. Barcelona – Buenos Aires – México: Paidós Educador.
- Flecha, R., Gómez, J., Puigvert, L. 2001. *Teoría sociológica contemporánea*. Barcelona – Buenos Aires – México: Paidós Studio.
- Freire, P.; D'ambrosio, U.; Mendonca, M. 1997. "A Conversation with

- Paulo Freire". *For the Learning of Mathematics*. Nº17 (3). Pp. 7-10.
- Freudenthal, H. 1983 "¿Enseñanza de las matemáticas modernas o enseñanza de las matemáticas?" Piaget, J. y otros. *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza Editorial. Páginas 159-173.
- Gellert, U.; Jablonka, E. 2002. "Defining mathematical literacy for international student assessment" en Bazzini, L; Whybrow Incheley, C. *Littéracie mathématique à l'ère digitale*. Ghisetti e Corvi Editori. Páginas 119-123.
- Giddens, A. 1995. *Modernidad e identidad del yo. El yo en la época contemporánea*. Madrid: Península.
- Giménez, J. 1989. "About continuous operator subconstruct in rational numbers" en Vernaud, G.; Rogalski, J. & Artigue, M. (Eds.) *Actes de la 13 Conference Internationale, Psychology of Mathematics Education*. Paris: PME. Páginas 10-14.
- Giménez, J. 1997. "Matemáticas para todos, todos para las matemáticas en *Aula de innovación educativa*. Num. 58.
- Giménez, J. 1999. "Lo innecesario del cálculo en el siglo XXI" *UNO. Revista de Didáctica de las matemáticas*. Núm. 22. Páginas 5-8.
- Giménez, J. 2002. "Modelización, un desafío básico para la enseñanza postobligatoria" en *UNO. Revista de didáctica de las matemáticas*. Julio-Agosto-Septiembre, 2002. Vol. 31. Páginas 5-6. Barcelona.
- Gómez Cachón, I. 2000. *Matemática emocional*. Madrid: Narcea.
- Gorgorió, N.; Bishop, A. 2000. "Implicaciones para el cambio" en Gorgorió, N.; Deulofeu, A.; Bishop, A. (coords.) *Matemáticas y educación*. Barcelona: Graó. Páginas 189-209.
- Gravemeijer, K. 1997. "Mediating between concrete and abstract" en Nunes, T., Bryant, P. (eds.). *Learning and teaching Mathematics. An international perspective*. Sussex: Psychology Press. Páginas 315-346.
- Guthrie, E.R. 1952. *The psychology of learning*. New York: Harper & Row.
- Habermas, J. 1984. *The theory of communicative action. Vol I: Reason and the rationalization of society*. Boston Press: Beacon Press.
- Habermas, J. 1987. *La teoría de la acción comunicativa*. (2 vol). Madrid: Taurus.
- Ingleton y O'Regan. 2002. "Recounting Mathematical Experiences. Emotions in mathematics learning" en *Literacy Studies. An*

- International Journal in the Education and Training of Adults*. Vol. 11. Núm. 2. Páginas 95-108.
- Kaput, J.; Noss, R.; Hoyles, C. 2002. "Developing New Notations for a Learnable Mathematics" en English, L.D. (ed.). *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 51-75.
- Kaput, J.J. 1994. "The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience" en Biehler, R.; Scholz, R.W.; Sträber, R.; Winkelmann, B. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers. Páginas 379-398.
- Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. 1983. Proportional reasoning of early adolescents. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 45–90). Orlando, FL: Academic Press.
- Kraemer, J.M. 2003. "Apprendre a differencier les apprentissages a partir des constructions des élèves" en CIEAEM 55. *L'utilisation des matériels didactiques pour développer l'activité mathématique des élèves*. Páginas 19-21.
- Mariotti, M.A. 2002. "The influence of technological advances on students' mathematics learning" en English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 695-724.
- McLeod, D. 1992. "Research on affect in Mathematics education: a reconceptualization" en Grouws, D.A. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan Publishing Company. New York. Páginas 575-596.
- Niss, M. 1994. "Mathematics in Society" en Biehler, R.; Scholz, R.W.; Sträber, R.; Winkelmann, B. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht – Boston – London: Kluwer Academic Publishers. Páginas 367-378.
- Niss, M. 1995. "Las matemáticas en la sociedad" en *UNO. Revista de didáctica de las matemáticas*. 6. Páginas 45-57.
- Nunes, T. 1997. "Systems of sings and mathematical reasoning" en Nunes, T., Bryant, P. (eds.) *Learning and teaching Mathematics*. An

- international perspective*. Sussex: Psychology Press. Páginas 29-44.
- Nunes, T. 1999. Mathematics learning as the socialization of the mind. *Mind, Culture, and Activity*, 6(1), 33-52.
- Nunes, T., Bryant, P. (eds.) 1997. *Learning and teaching Mathematics. An international perspective*. Sussex: Psychology Press.
- Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. 1993. *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- O'Donoghue, J.; O'Rourke, U. 1998. "Guidelines for the Development of Adult Numeracy Materials. In ALM4 Proceedings.
- OECD. 1995. *Connecting students to a Changing World: A technology strategy for Improving Mathematics and Science Education*. New York.
- OECD. 1999. *Measuring student knowledge and skills. A new framework for assessment*. Paris: France.
- OECD. 2000a. *Literacy in the Information Age. Final report of the International Adult Literacy Survey*. Statistics of Canada.
- OECD. 2000b. *Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000 assessment of reading, Mathematical and Scientific literacy*. Paris: France.
- OECD. 2002a. *Home What PISA is?*. <http://www.pisa.oecd.org/pisa/summary.htm> , consultado el 21 de octubre de 2002.
- OECD. 2002b. Mathematical literacy. PISA 2000. <http://www.pisa.oecd.org/pisa> , consultado el 1 de agosto de 2002.
- OECD. 2002c. *PISA 2000*. <http://www.pisa.oecd.org>. Página web consultada el 28 de noviembre de 2002.
- OECD. 2002d. *DeSeCo*. <http://www.deseco.admin.ch>
- Parsons, T. 1971. *The System of Modern Societies*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Pavlov, I. 1979. *Reflejos condicionados e inhibiciones*. Barcelona: Ediciones Península.
- Pavlov, I. 1982a. *Fisiología y Psicología*. Madrid: Alianza Editorial.
- Pavlov, I. 1982b. *Actividad nerviosa superior. Obras escogidas*. Barcelona: Editorial Fontanella.
- Piaget, J. y otros. 1980. *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza Editorial.
- Piaget, J.; Beth, E.W. 1968. *Epistemología matemática y psicología*. Barcelona: Grijalbo. [p.o. 1961]

- Schliemann, A. D., & Magalhaes, V. P. 1990. *Proportional reasoning: From hopping, to kitchens, laboratories, and, hopefully, schools*. Paper presented at the XIV PME Conference, Oaxtepec, Mexico, July. Páginas 15–20.
- Schliemann, A. D., & Nunes, T. 1990. A situated schema of proportionality. *British Journal of Developmental Psychology*, 8, 259–268.
- Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. 1992. Proportional reasoning in and out of school. In P. Light & G. Butterworth (Eds.) *Context and Cognition*. Hemel Hempstead, Harvester-Wheatsheaf, 47-73.
- Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. 2002a. The Evolution of Mathematical Understanding: Everyday Versus Idealized Reasoning. *Developmental Review*, 22(2), 242-266.
- Skovsmose, O.; Valero, P. 2001. "Breaking Political Neutrality: the critical Engagement of Mathematics Education with Democracy" en Atweh, B.; Forgasz, H.; Nebres, B. (ed.) *Sociocultural Research on Mathematics Education. An International Perspective*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey, London.
- Skovsmose, O.; Valero, P. 2002. "Democratic Access to Powerful Mathematical Ideas" en English, L.D. (ed.) *Handbook of International research in Mathematics Education*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.. Páginas 383-407.
- Thorndike, E.L. 1913. *Educational psychology. The psychology of learning*. New York: Teachers College.
- Van der Kooij, H. 2001. "Mathematics and key skills for the workplace" en FitzSimons, G.; O'Donoghue, J.; Coben, D. (Eds.) *Adult lifelong education in Mathematics*. Papers from the Working Group for Action (WGA) 6. 9th International Congress on Mathematics Education. ICME 9. Páginas 231-242.
- Vigotsky, L. 1979. *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona – Buenos Aires – México: Paidós.
- White, M.A. 1987. "Information and imaginery" en White, M.A.: (1987) *What curriculum for the Information Age*. Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale, New Jersey.
- Yerushalmy, M; Chazan, D. 2002. "Flux in school algebra: curricular change, graphing technology, and research on student learning and teacher knowledge" en English, L.D. (ed.) 2002. *Handbook of*

International research in Mathematics Education. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Páginas 725-756.

ANEXOS

DEFINICIÓN DE LAS CATEGORÍAS DEL DISCURSO

Variable cognitiva: se refiere a los procesos mentales que utiliza la persona participante para resolver las actividades matemáticas planteadas.

Variable cognitiva objetiva: no existe. Por definición, las variables cognitivas son subjetivas.

Variable cognitiva social: son las estrategias cognitivas que se ponen en marcha debido a la colaboración entre dos o más personas para resolver una actividad matemática.

Variable cognitiva subjetiva: son los procedimientos mentales que utiliza la persona para resolver una actividad matemática.

Variable afectiva: se refiere al conjunto de emociones, sensaciones, creencias e imágenes de sí misma, que tienen todas las personas.

Variable afectiva objetiva: es el conjunto de actitudes que tiene la persona frente a la actividad matemática.

Variable afectiva social: es la escenificación que hace la persona que resuelve el problema de sí misma ante el resto de los compañeros/as.

Variable afectiva subjetiva: es la relación de sensibilidad espontánea con uno mismo.

Variable instrumental: se refiere al conjunto de conceptos y conocimientos de las matemáticas.

Variable instrumental objetiva: es el conjunto de conceptos, procedimientos, herramientas, etc., que constituyen el conjunto de los conocimientos matemáticos.

Variable instrumental social: es la construcción social de uno o varios elementos pertenecientes al conjunto de conocimientos matemáticos.

Variable instrumental subjetiva: es la percepción que tiene cada persona de uno o varios elementos pertenecientes al conjunto de conocimientos matemáticos.

Variable normativa: se refiere al conjunto de normas o reglas establecidas para la resolución de una actividad matemática.

Variable normativa objetiva: es el conjunto de normas o reglas estándares para resolver una actividad matemática. En otras palabras, es el método académico de resolución de actividades matemáticas.

Variable normativa social: es el conjunto de normas o reglas que establece el grupo.

Variable normativa subjetiva: son las normas o reglas que se impone uno mismo a sus actuaciones para resolver las actividades matemáticas.

ACTIVIDADES QUE SE REALIZARON EN LA SESIÓN QUE SE GRABÓ

Actividades que aparecen en el libro de texto utilizado.

		Enunciado	Tipo de problema	Contenidos matemáticos
Actividad 1	Planteamiento	En este puesto del mercado han elaborado una tabla para tener calculados los costes de varias pesadas y así no tener que calcular el importe cada vez que hacen una venta.	—	—
	Pregunta	Completa la siguiente tabla: Masa (kg) 1 2 ... Importe en ? 3 6	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular
Actividad 2	Planteamiento	Durante la hora que hemos estado en el puesto se han vendido 10 kilos de champiñones. Si se mantiene constante el ritmo de venta,	—	—
	Pregunta	¿qué valores va tomando la magnitud “kilos de champiñones” en la siguiente tabla? Tiempo... 1 2 ... Kilos... 10	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular
	Pregunta	¿Cuál es el valor numérico y el significado de la constante (k) en este caso?	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Concepto matemático de constante k

		Enunciado	Tipo de problema	Contenidos matemáticos
Actividad 3	Planteamiento	Una vez cerrado el mercado, las personas de el puesto tienen que limpiar y ordenar. Suponiendo que el rendimiento por hora de trabajo de todas las personas es el mismo, el tiempo que tarden en arreglarlo dependerá del número de personas que colaboren en ello.	—	—
	Pregunta	Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que el doble de personas no tarda el doble, sino la mitad de tiempo Nº de personas... 1 2 Minutos... 60 ...	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular
	Información	En este caso la constante de proporcionalidad es el tiempo total de trabajo ($k = 60$ minutos). Dividiendo k por los distintos valores de a primera magnitud (número) vamos obteniendo os valores correspondientes de la segunda (minutos).	—	—
Actividad 4	Planteamiento	Teniendo en cuenta que el kilo de lenguado está a 30 euros...	—	—
	Pregunta	...completa la siguiente tabla. Masa - Kg Importe - ? 1 30 2	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Sistema de presentación aritmético - tabular
Actividad 5	Planteamiento	Al llegar el momento de cerrar, quedan aún unas cuantas personas sin despachar. Teniendo en cuenta que hacerlo llevaría a un sólo dependiente 24 minutos...	—	—
	Pregunta	...completa la siguiente tabla. Nº dependientes Minutos tardan 1 24 2	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular

Actividades que aparecen en la página web.

		Enunciado	Tipo de problema	Contenidos matemáticos
Actividad 6	Planteamiento	Si nos acercamos o nos alejamos a las cosas que nos rodean, se hacen más grandes o más pequeñas a nuestra vista.	—	—
	Pregunta	Haz una prueba: júntate con alguien e intentad medir la altura de la puerta de la clase entre los dos.	Problema de la vida real	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Pregunta	¿Qué es más grande, tu compañero o la puerta?	Problema con texto	Relación numérica y geométrica de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Pregunta	¿Crees que si comienzas a caminar hacia delante o hacia atrás llegará un momento en el que tu compañero o compañero será “igual” de alto/a que la puerta?	Situación problemática	Relación geométrica de proporcionalidad inversa entre magnitudes (perspectiva)
	Pregunta	¿A qué distancia de la puerta se ha puesto para conseguirlo?	Problema con texto	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Planteamiento	Pregúntales a tu compañero o compañera cuánto miden	—	—
	Pregunta	¿cuánto crees que mide la puerta?	Situación problemática	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes
Actividad 7	Pregunta	Ahora coge dos folios. Uno dóblalo justo por la mitad. Tiene la misma forma que el otro, que está sin doblar?	Situación problemática	Semejanza de figuras
	Pregunta	¿Cómo lo sabes?	Situación	Semejanza de figuras

		Enunciado	Tipo de problema	Contenidos matemáticos
Actividad 8	Planteamiento	El tema de las proporciones a menudo lo utilizamos en los lugares más insospechados. Imagínate que estás en el mercado y que quieres comprar butifarra.	—	—
	Pregunta	¿Qué le pasa al precio cuando doblas la cantidad de butifarra que pides?	Situación problemática	Relaciones numéricas de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Pregunta	¿El precio es el doble?	Problema de la vida real	Relaciones numéricas de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Aclaración	Acabas de descubrir que la relación entre precio/cantidad de butifarra es proporcional (cuanta más butifarra compres, más dinero tendrás que pagar).	—	—
	Pregunta	¿Cuánto vale un kilo de butifarra en tu barrio?	—	—
	Pregunta	¿Y 5 kilos?	Ejercicio	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes / linealidad de la proporcionalidad directa
	Pregunta	¿Crees que es verdad que a más cantidad de productos que compremos, más barato nos sale?	Situación problemática	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	¿Cómo lo sabes?	Situación	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	Si un día te encuentras con una oferta que si compras 2 kilos de butifarra, te dan tres, ¿cuánto te has ahorrado en euros?	Problema de la vida real	Razón de una magnitud: tasa entre magnitudes

		Enunciado	Tipo de problema	Contenidos matemáticos
Actividad 9	Planteamiento	Ahora piensa en el cambio de moneda: si te dicen que la butifarra va a 2 euros con 5 céntimos el kilo	—	—
	Pregunta	¿cuántas pesetas de antes crees que valdría ese kilo?	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes / linealidad de la proporcionalidad directa
	Aclaración	Con las proporciones también puedes solucionar un problema como éste, haciendo sólo una multiplicación	—	—
	Pregunta	¿cómo lo harías?	Situación problemática	Razón de una magnitud: tasa entre magnitudes
Actividad 10	Planteamiento	He comprado 3 kilos de butifarra y más o menos, cada persona come 0,25 Kg.	—	—
	Pregunta	¿Para cuántas personas me va a llegar?	Problema de texto	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Planteamiento	Si vienen siete amigos a comer a casa,	—	—
	Pregunta	¿tendrás bastante butifarra?	Situación problemática	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	¿Tendrás que volver a salir a comprar más?	Situación problemática	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	¿Por qué?	Situación	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Planteamiento	Imagínate que estás sola en casa y, que no te apetece volver a bajar al super	—	—
	Pregunta	¿Cuánta butifarra le toca a cada invitado, teniendo en cuenta que tú también vas a comer, claro?	Problema de la vida real	Reparto directamente proporcional