http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2015.014

Alunos analisando suas próprias soluções: Adição de frações

Rafael Filipe Novoa Vaz
FAETEC; SME-RJ
rafaelfnv@yahoo.com.br

Lilian Nasser
Projeto Fundão – IM/UFRJ
liliannasser@uol.com.br

Elizabeth Belfort
IM/UFRJ
bbelfort@gmail.com

Resumo
Neste artigo é discutida a aplicação em sala de aula de uma estratégia didática baseada em análise de soluções. O experimento foi desenvolvido em escola pública no Estado do Rio de Janeiro, como parte da revisão de frações usualmente realizada no sétimo ano do Ensino Fundamental. São apresentadas resoluções desenvolvidas por alunos, quando solicitados a analisar soluções para questões relativas à adição e subtração de frações desenvolvidas por seus colegas. Os resultados indicam que alunos, trabalhando em grupos, de modo geral são capazes de reconhecer erros cometidos por seus colegas, elaborar justificativas para suas respostas e refazer corretamente as soluções incorretas que lhes foram apresentadas.

Palavras-chave: Ensino de frações. Adição de Frações. Análise de erros. Análise de soluções.

Students analysing their own solutions: Addiction of fractions

Abstract
In this article, possibilities of applying a didactical methodology based on analysis of solutions are discussed. The experiment took place in a public secondary school in Rio de Janeiro State, integrating the contents in order to review the topic of fractions in the seventh year of Basic School. The solutions developed by students when asked to analyse other students' answers for questions on addiction and subtraction of fractions are presented. Results indicate that, when working in groups, students are able to recognise and correct other students' mistakes, as well as present justifications for their work.

Keywords: Teaching of Fractions. Addiction of Fractions. Error Analysis. Solution analysis.

Introdução

Com algum tempo de magistério é possível observar, empiricamente, uma rejeição de grande parte dos estudantes desde os primeiros contatos com a Matemática.

Diversas hipóteses podem ser levantadas para justificar esta aversão, uma delas seria, por exemplo, a dificuldade inerente ao ensino da Matemática: conceitos que se desenvolveram ao longo de séculos são ensinados esperando-se que sejam assimilados em curto espaço de tempo. Outra hipótese plausível seria considerar que determinadas posturas didáticas poderiam contribuir para o crescimento desta aversão, por exemplo, o modo como os professores lidam com as falhas e tropeços dos alunos. Em geral, o erro, que deveria ser considerado como natural e parte do processo de aprendizagem, é visto como algo que deva ser combatido, aniquilado.

Borasi (1985) observou como as frustrações causadas por esta postura negativa em relação ao erro podem ser maléficas para o desenvolvimento dos alunos e na sua disposição para aprender Matemática. Segundo esta pesquisadora, ao cometer erros, "os alunos experimentam diversos sentimentos, tais como: desapontamento, frustração, vergonha e raiva" (p. 11, tradução nossa). Deste modo, um aluno com tais sentimentos pode facilmente se desestimular, criando obstáculos que irão atrapalhá-lo no decorrer da sua vida escolar.

A partir dessas reflexões, surgiu a ideia motivadora da pesquisa desenvolvida na dissertação de Mestrado, que culminou neste artigo, de propor a aplicação de uma metodologia baseada em uma visão alternativa do erro para o ensino de frações, mais especificamente, adição de frações. Nesta metodologia o erro, além de ser visto como algo natural e inserido no processo de construção do conhecimento, é considerado como matéria prima para essa construção.

Os resultados que serão apresentados e discutidos neste artigo são oriundos da aplicação de exercícios construídos a partir dos erros cometidos anteriormente pelos próprios alunos. Com essa análise, pretende-se investigar a utilização dessa metodologia como uma ferramenta para auxiliar a aprendizagem, ou, nas palavras da pesquisadora Raffaella Borasi, se o erro pode ser considerado como um "trampolim para a aprendizagem".

A Análise de Erros

Autores como Borasi (1985), Cury (2007) e Pinto (2000) consideram que há pelo menos duas posturas que o professor pode adotar diante dos erros dos alunos. Uma delas seria a de um professor remediador, focando a correção do problema, sem se preocupar com suas causas. Nas palavras de Pinto,

> quando o professor percebe que seus alunos estão errando muito nos problemas com frações e propõe, separadamente, exercícios de fixação, com treino de operações com frações, nem sempre está voltado para a superação de um possível

> problema. [...] Visto de forma simplificada, seu tratamento consiste em aplicar paliativos para eliminar seus efeitos. (PINTO, 2000, p.141-142)

A outra postura é defendida por Cury (2007), Mandarino et al. (2008), Oliveira e Palis (2011), Pinto (2000) e Tanus e Darsie (2007). Nesta, o erro deixa de ser visto como um sinal de falha e passa a ser encarado como um meio para se investigar a natureza do processo de aprendizagem do conteúdo estudado, pois os erros podem mostrar as dificuldades e limitações, e ajudar na melhoria dos métodos e resultados utilizados pelo professor e pela escola.

O erro é visto como algo natural, inserido no processo de ensino-aprendizagem, como é considerado por Cury (2007):

> o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas. (CURY, 2007, p.80)

Do ponto de vista da didática, um tratamento diferenciado em relação ao erro no ensino de Matemática é proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) quando afirmam que na "[...] aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto" (p.55). Segundo os PCN, esta busca pode se transformar em uma metodologia de ensino:

> quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, como o aluno está pensando, o professor obtém as pistas do que ele não está compreendendo e pode planejar a intervenção adequada para auxiliar o aluno a refazer o caminho. (BRASIL, 1997, p.55)

Borasi entende que, ao se adotar uma visão mais ampla sobre o conhecimento matemático, o professor pode reconhecer o lado positivo dos erros. Adotando medidas didáticas adequadas, o erro pode ser utilizado "como um trampolim para a aprendizagem em Matemática" (BORASI, 1985, p.1). Para Mandarino et al., esta postura possibilita ao professor:

> a compreensão de diferentes interpretações feitas pelos alunos, e pode oferecer elementos para a recondução do processo de ensino e aprendizagem, tanto em seus aspectos metodológicos, quanto na abordagem dos conceitos e procedimentos associados ao conteúdo em estudo. (MANDARINO et. al., 2008, p.71)

Ainda apontando os benefícios didáticos gerados pelo conhecimento dos erros que os alunos cometem, Cury (2012) elucida:

> entendemos que, para poder trabalhar com os erros e tomar decisões sobre eles, é preciso ter conhecimento do conteúdo envolvido e das fases da análise, tomando decisões que são específicas dos professores, porque levam em conta, ao mesmo tempo, o que aluno sabe, o que não sabe e o que pode ser feito para ajudá-lo a reorganizar seu pensamento sobre o conteúdo em questão. (CURY, 2012, p.31)

Para Borasi (1985), a partir da análise dos próprios erros, ou daqueles cometidos por outros, os alunos podem obter uma aprendizagem mais significativa de conteúdos matemáticos. Borasi

(1985), Cury (2007, 2012) e Mandarino et al (2008) defendem o estudo das respostas dos alunos, corretas ou incorretas, para auxiliá-los na construção do conhecimento. E também que a análise destas respostas pode ser utilizada na construção de uma metodologia de ensino.

As Frações

As dificuldades relacionadas ao aprendizado de frações têm sido relatadas por diversos autores, como por exemplo, as pesquisas realizadas na Inglaterra por Hart (1981) e Kerslake (1986). Estas pesquisadoras diagnosticaram diversos problemas relacionados à aprendizagem de frações, dentre eles está a tendência por parte dos alunos de não usarem frações nas respostas, a crença de alguns estudantes de que é impossível dividir um número por outro maior e que, na multiplicação, o produto deveria ser sempre maior que os fatores. Outras dificuldades também foram destacadas por Santos (1997), quando afirmou que os conceitos relacionados às frações são difíceis e abstratos para os alunos:

> muitos alunos acreditam que o produto de dois números é sempre um número maior que os dois fatores dados; [...] os estudantes ficam confusos ao perceber que estas situações alteram-se em alguns exemplos com números racionais. (SANTOS, 1997, p.103)

Os PCN ainda afirmam que “a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais”. De acordo com este documento, esta é uma das possíveis explicações para as dificuldades no aprendizado das frações (BRASIL, 1997, p.171).

Para Campos e Rodrigues (2007), a ideia de unidade é essencial para a compreensão e o desenvolvimento de diversos conceitos e procedimentos relacionados com as frações, dentre eles a equivalência, comparação, adição e subtração.

> no caso específico do conceito de fração, a ideia de que as frações só têm sentido enquanto objetos matemáticos capazes de representar quantidades, de comparar quantidades ou de operar com essas quantidades, passa necessariamente pela ideia fundamental de que essas quantidades devem ser expressas segundo um mesmo referencial. (CAMPOS e RODRIGUES, 2007, p. 88).

Erros comuns dos alunos costumam indicar que a manutenção da unidade não está sendo considerada. Sem o conceito de unidade bem definido, um aluno pode acreditar, por exemplo, que $3/4$ é o mesmo que $3/5$, pois ambos representam três partes congruentes, como ilustrado na figura 1.

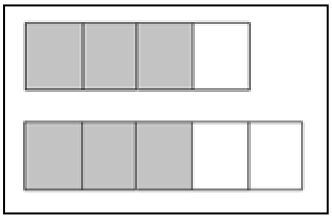


Figura 1 – Exemplo de erro decorrente da não manutenção da ideia da unidade.

Neste caso, ao invés de manter a unidade, se mantém o tamanho da parte. Um raciocínio similar parece ocorrer quando os alunos comparam as frações $1/2$ e $3/6$, e não identificam a equivalência, acreditando, em alguns casos, que $3/6$ corresponde ao triplo de $1/2$.

Em seu estudo, Kerslake (1986, p.15) sugere três razões principais que explicam as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem das frações:

- a dificuldade em aceitar a fração como sendo um número;
- as limitações do uso dos diagramas que representam a parte de uma unidade;
- a dificuldade de entender as classes de equivalência.

Kamii e Clark (1995) desenvolveram pesquisa apontando que o conhecimento de equivalência de frações envolve a habilidade de chamar o mesmo número de diferentes nomes, a habilidade de ignorar ou imaginar novas linhas em uma figura e/ou manifestar um pensamento flexível. Na representação apresentada na figura 2, se o aluno ignorar a linha horizontal no retângulo da direita, poderá observar que as frações $1/2$ e $2/4$ são equivalentes.

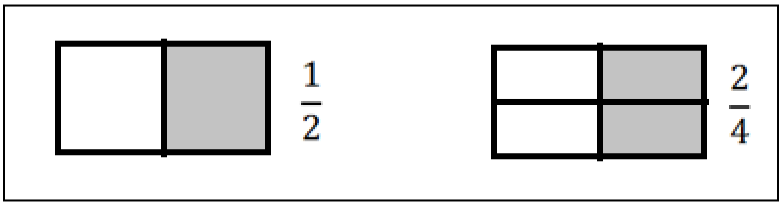


Figura 2 - Comparação entre $1/2$ e $2/4$

Para Kerslake (1986) as crianças são capazes de reconhecer a equivalência de frações quando são apresentadas em representação geométrica. Apesar disso, a autora aponta que as crianças não mostram um entendimento da aplicação da ideia de equivalência na adição de frações (pag. 36).

Assim como Ball (1990), Kamii e Clark (1995) defendem que os alunos devem ser encorajados a resolver os problemas construindo suas próprias representações das frações. Eles também propõem que as frações próprias sejam ensinadas simultaneamente às frações impróprias e os números mistos. Isto aumentaria a desenvoltura em transitar entre diversas representações numéricas, desenvolvendo melhor a habilidade de comparar frações com frações, frações com inteiros e reconhecer duas ou mais frações como sendo equivalentes.

A Metodologia Didática de Análise de Soluções aplicada à adição de frações

A amostra deste trabalho é formada por duas turmas do 7º ano do ensino fundamental de uma escola municipal, e as atividades foram aplicadas nos meses de abril e maio de 2012. As aulas tiveram um caráter de revisão de conteúdo, já que o estudo de frações já havia sido realizado no ano anterior, 6º ano.

A pesquisa realizada nessas turmas consistiu no acompanhamento da utilização de uma metodologia didática construída através da análise de soluções dos alunos, inspirada nas pesquisas de Borasi (1985) e da própria Cury (2007, 2012) para (re) ensinar frações, que recebeu o nome de *Metodologia Didática de Análise de Soluções.*

Nas aulas que antecederam a implementação desta Metodologia, o professor-pesquisador procurou desenvolver a construção de um ambiente adequado a ela, ao explorar atividades de cooperação onde os erros cometidos eram analisados por alunos e professor e as possíveis brincadeiras desrespeitosas e intolerantes eram desencorajadas.

A *Metodologia Didática de Análise de Soluções* envolve uma sequência didática (cíclica) de 4 etapas:

- Aula expositiva de revisão de conteúdo;
- Aplicação e recolhimento de exercícios do tipo 1;
- Construção de exercícios do tipo 2;
- Aplicação e discussão de exercícios do tipo 2.

A metodologia se iniciou com aulas expositivas de revisão de conteúdo. Em seguida, os alunos foram submetidos a exercícios denominados como "do tipo 1". Estes exercícios se caracterizam por serem individuais e similares aos encontrados nos livros didáticos, construídos com comandos simples: "efetue", "calcule" e "determine", inseridos em questões diretas ou em problemas.

A figura 3 ilustra uma questão do tipo 1:

Efetue: $\frac{2}{7} + \frac{1}{5} - \frac{6}{35}$

Figura 3 – Questão de adição do tipo 1

A figura 4 ilustra outra questão do tipo 1 utilizada na pesquisa, esta porém, apresentada em forma de problema:

João comeu $\frac{1}{4}$ de um bolo e Maria $\frac{2}{4}$. Calcule a fração do bolo comida pelos dois.

Figura 4 – Questão de adição em formato de problemas.

Os alunos resolveram estes exercícios individualmente, porém, durante a resolução, podiam consultar o caderno, os colegas e o professor. Ao final da aula, o professor recolhia todas as soluções obtidas, sem corrigi-las com a turma.

As soluções obtidas foram analisadas e, posteriormente, selecionadas pelo pesquisador. Os critérios adotados foram quanto à legibilidade, quanto ao grau de incidência, e também, quanto à relevância, de acordo com os referenciais utilizados. Estas questões formaram a matéria prima para a construção das questões denominadas como "do tipo 2". Tal matéria prima era composta de soluções completas ou incompletas, erradas ou corretas, similares ou não às desenvolvidas pelo professor em sala.

Com o objetivo de organizar as questões do tipo 2, o pesquisador idealizou cinco categorias, no que diz respeito à tarefa proposta aos alunos. As categorias são:

A: Continuação de uma resolução incompleta

B: Análise de uma solução incorreta;

C: Comparação entre duas ou mais soluções;

D: Identificação e correção de uma resolução incorreta;

E: Identificação e correção de um erro com o auxílio de figuras.

A última etapa desta metodologia consistiu na aplicação dos exercícios do tipo 2. Nesta etapa, os alunos eram solicitados a trabalhar coletivamente (em duplas ou trios). Estes exercícios possuíam comandos diferentes dos anteriores: "Explique", "Justifique" e "Por quê?". Esta alteração tinha como objetivo exigir uma maior reflexão dos estudantes durante a elaboração das respostas e fomentar os possíveis debates nos grupos.

Os alunos analisando seus erros nas questões do tipo 2

Nesta seção são analisadas respostas a cinco questões do tipo 2, construídas e aplicadas, com alguns de seus respectivos resultados. Cada uma das questões apresenta uma abordagem diferenciada. Assim, sem excluir novas possibilidades, é possível ter uma ideia de quão vasta pode ser a amplitude de exploração dos erros e a construção de questões a partir deles. Cada uma das cinco questões analisadas pertence a uma categoria, dependendo da tarefa proposta aos alunos. Para cada uma dessas questões, foi selecionada a solução de um grupo, que demonstrou entendimento da tarefa proposta.

Categoria A: Continuação de uma resolução incompleta

Nas questões desta categoria, o aluno deve continuar a resolução de um item incompleto, sem que haja a necessidade de realizar nenhuma correção. A figura 5 apresenta um exemplo de questão com essa classificação.

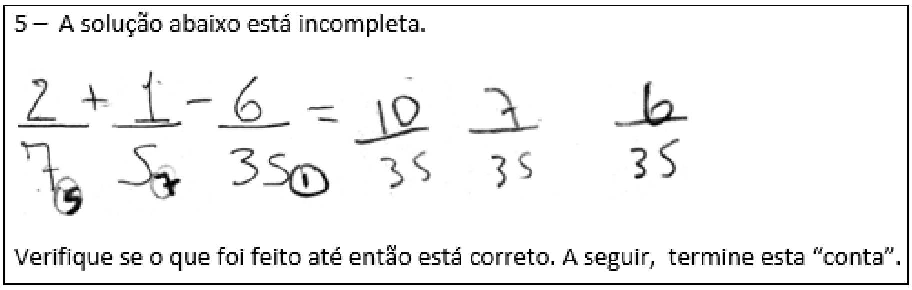


Figura 5 – Questão referente à continuação de uma resolução incompleta.

A figura 6 mostra a solução de um grupo de alunos que apresentou o cálculo do MMC, verificando que o denominador previamente encontrado pelos colegas estava correto. A seguir, o grupo obteve, novamente, as frações equivalentes e efetuou corretamente a operação.

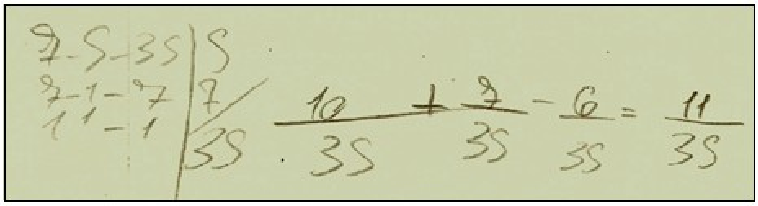


Figura 6 – Solução encontrada para a questão incompleta

Categoria B: Análise de uma solução incorreta

Uma questão deste tipo é composta de duas etapas, primeiramente o aluno deve identificar um ou mais erros e, em seguida, tecer uma análise desse(s) erro(s). A figura 7 ilustra um exercício do tipo 2 em que foi cometido um erro básico na adição de frações.

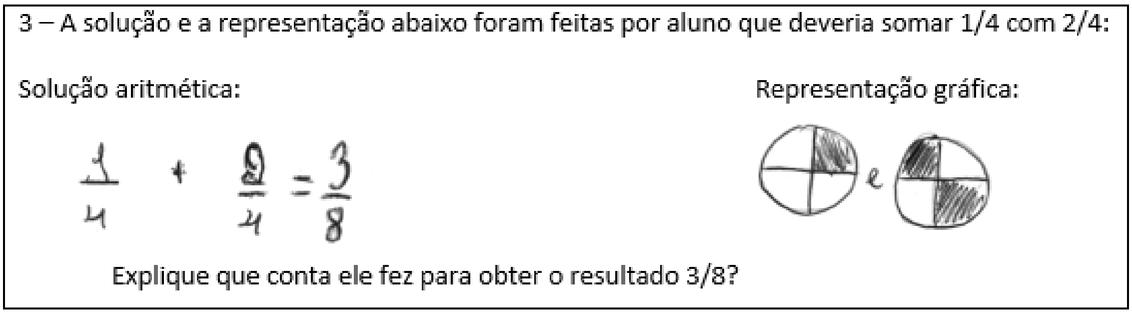
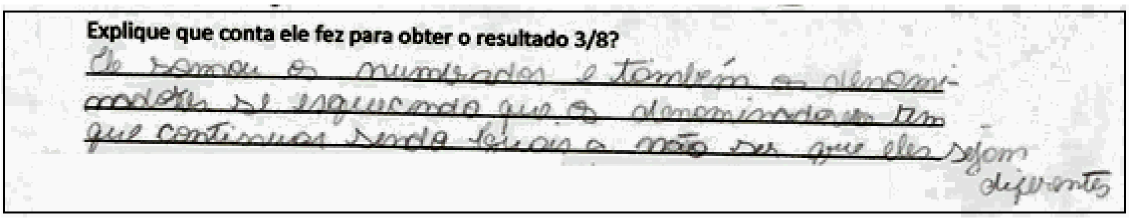


Figura 7 – Questão referente à análise de uma questão incorreta.

Na figura 8, há uma solução que permite ao professor analisar a compreensão dos alunos sobre a operação realizada. É interessante observar que, como estabeleceram Campos e Rodrigues (2007), o erro parece estar ligado à não manutenção da unidade. Entretanto, a explicação dada pelos alunos para o erro se refere aos aspectos da técnica de adição de frações e não mais ao significado das mesmas como partes de uma unidade.

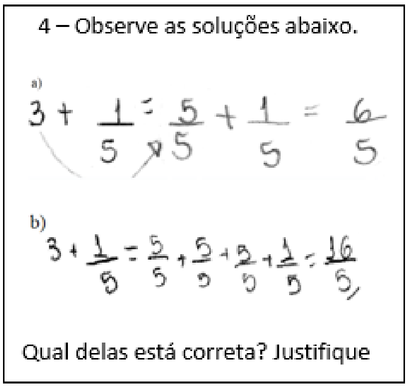

Explique que conta ele fez para obter o resultado 3/8?

Ele somou os numeradores e também os denominadores se esquecendo que os denominadores tem que continuar sendo iguais a não ser que eles sejam diferentes

Figura 8 – Solução encontrada na análise de uma questão incorreta.

Categoria C: Comparação entre duas ou mais soluções

Esta categoria se caracteriza pela comparação entre duas ou mais soluções de uma mesma questão. A figura 9 ilustra uma questão onde os alunos deveriam comparar duas soluções: uma correta, porém realizada de um modo não convencional, e uma incorreta. O“não convencional” neste caso refere-se à transformação de três inteiros em três frações 5/5.


4 – Observe as soluções abaixo.

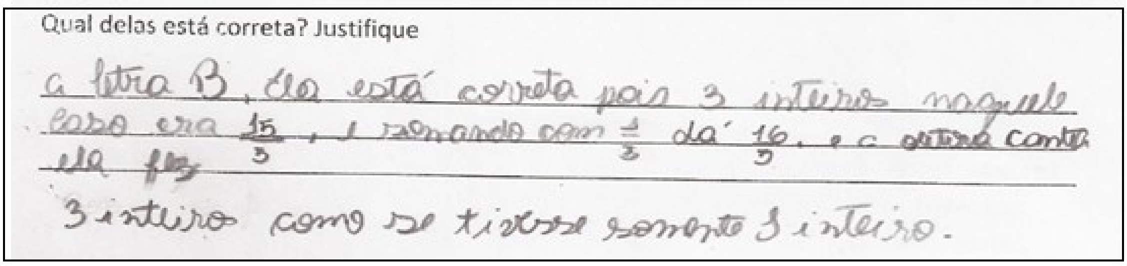
a) $3 + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

b) $3 + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{16}{5}$

Qual delas está correta? Justifique

Figura 9 – Questão referente à comparação de duas soluções

Sobre o item (a), a análise do grupo é correta ao perceber que o erro está na associação de 3 inteiros a $5/5$ ao dizer “ela fez 3 inteiros como se tivesse somente 1 inteiro”. No item (b), porém, não fica claro se o grupo chega à conclusão correta por entender a solução, ou seja, perceber que as três parcelas de $5/5$ correspondem a $15/5$ ou sabendo que 3 inteiros são iguais a $15/5$.

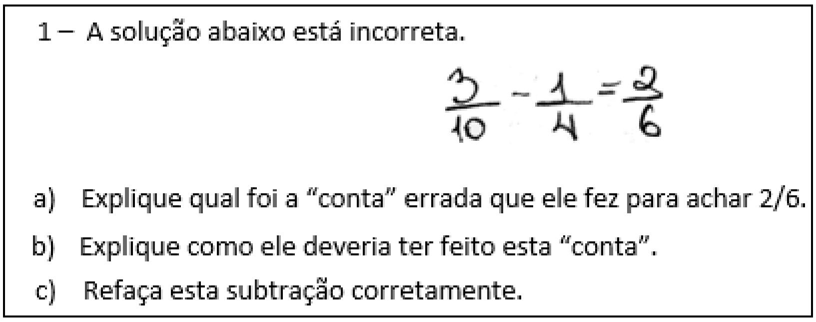

Qual delas está correta? Justifique

a letra B, ela está correta pois 3 inteiros naquele caso era $\frac{15}{5}$, e somando com $\frac{1}{5}$ dá $\frac{16}{5}$. e a outra conta ela fez 3 inteiro como se tivesse somente 1 inteiro.

Figura 10 – Resposta encontrada na comparação de duas soluções

Categoria D: Identificação e correção de uma resolução incorreta

Fazem parte dessa categoria questões onde os alunos devem identificar um ou mais erros e, em seguida, refazer a questão corrigindo-os. Esta questão, como se pode observar na figura 11, possuía três itens. No item (a), os alunos deveriam analisar a solução incorreta e identificar um motivo para o erro e no item (b), eles deveriam explicar qual seria o procedimento correto na resolução do problema. Já o terceiro item propunha que os alunos refizessem corretamente a solução.


1 – A solução abaixo está incorreta.

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{2}{6}$$

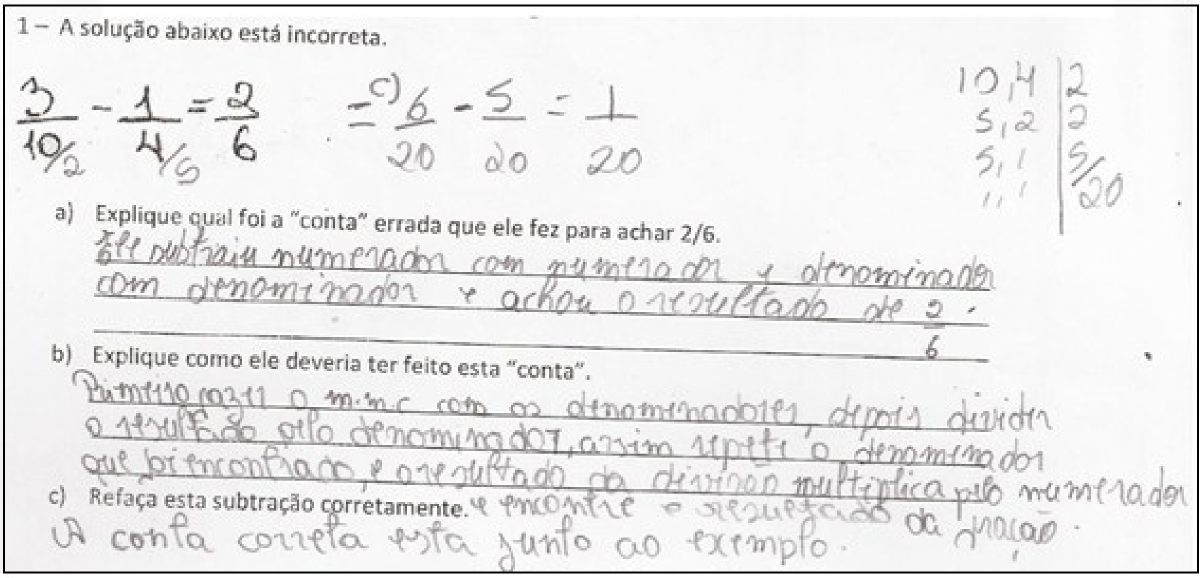
a) Explique qual foi a "conta" errada que ele fez para achar 2/6.

b) Explique como ele deveria ter feito esta "conta".

c) Refaça esta subtração corretamente.

Figura 11 – Questão referente à análise e correção de uma solução incorreta

Observando a figura 12, verifica-se que o grupo entendeu todos os procedimentos para a resolução. É importante observar que este grupo conseguiu se expressar corretamente, o que não é fácil, sobretudo para alunos que não estejam habituados a apresentar tais justificativas.


1 – A solução abaixo está incorreta.

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{2}{6} \quad c) = \frac{6}{20} - \frac{5}{20} = \frac{1}{20}$$

10, 4 | 2
5, 2 | 2
5, 1 | 5
1, 1 | 20

a) Explique qual foi a "conta" errada que ele fez para achar 2/6.
Ele subtraiu numerador com numerador e denominador com denominador e achou o resultado de 2/6.

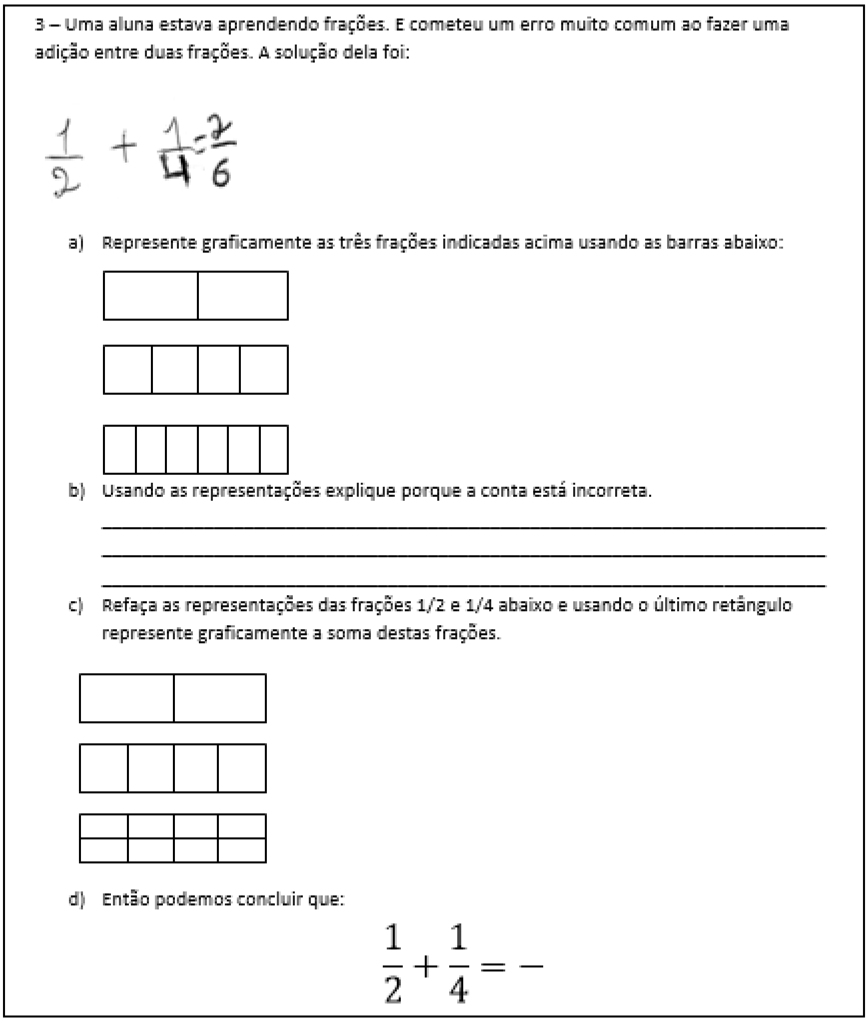
b) Explique como ele deveria ter feito esta "conta".
Primeiro achar o m.m.c com os denominadores, depois divida o resultado pelo denominador, assim repete o denominador que foi encontrado, e o resultado da divisão multiplica pelo numerador e encontre o resultado da fração.

c) Refaça esta subtração corretamente.
A conta correta esta junto ao exemplo.

Figura 12 – Solução encontrada na análise e resolução de uma questão incorreta.

Categoria E: Identificação e correção de um erro com o auxílio de figuras

Esta categoria distingue-se da anterior pela identificação do erro e a resolução dos itens propostos mediante o auxílio de barras, círculos ou outras figuras criadas ou fornecidas pelo pesquisador. Tal questão é ilustrada na figura 13.



3 – Uma aluna estava aprendendo frações. E cometeu um erro muito comum ao fazer uma adição entre duas frações. A solução dela foi:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{6}$$

a) Represente graficamente as três frações indicadas acima usando as barras abaixo:

b) Usando as representações explique porque a conta está incorreta.

____

____

____

c) Refaça as representações das frações 1/2 e 1/4 abaixo e usando o último retângulo represente graficamente a soma destas frações.

d) Então podemos concluir que:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -$$

Figura 13 – Questão referente à análise e correção com o auxílio de representações gráficas.

Observa-se que no item (a) (figura 14) um grupo representou corretamente as frações envolvidas na operação.

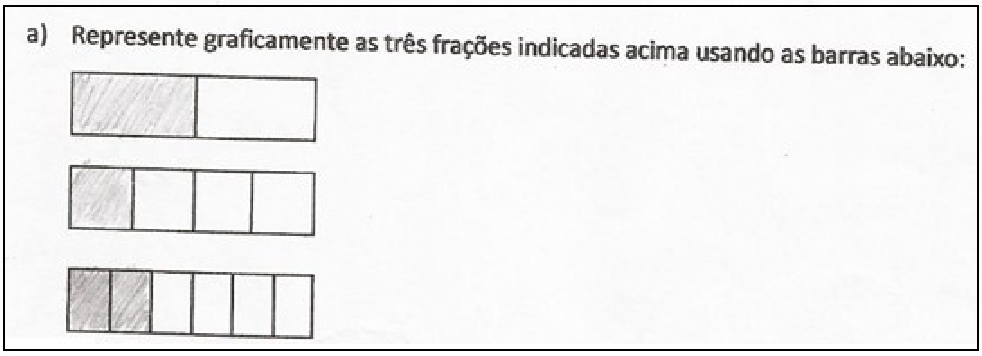


Figura 14 – Solução encontrada na análise e correção com o auxílio de representações gráficas (parte 1).

No item (b), este grupo percebe haver uma impossibilidade no resultado obtido. E no item (c), representa graficamente a solução correta (figura 15).

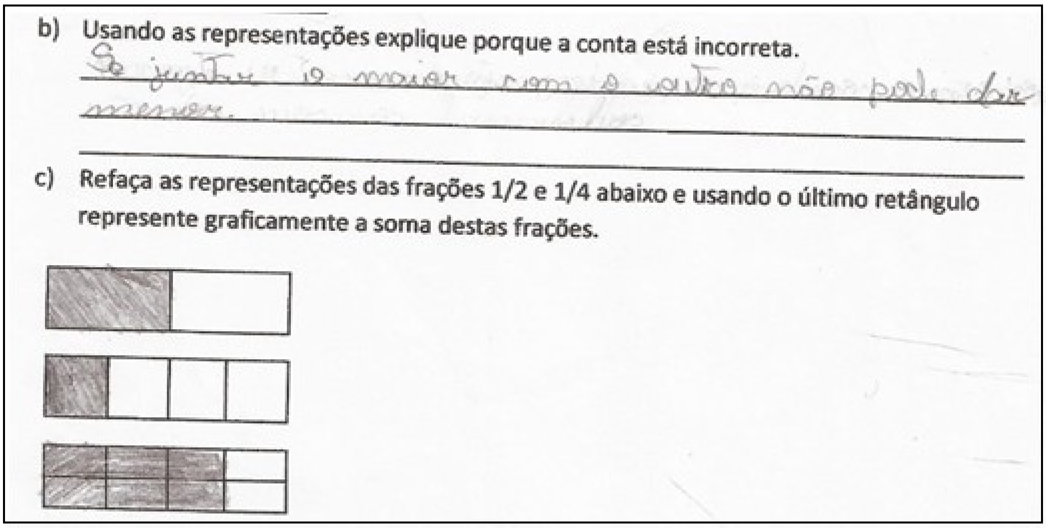


Figura 15 – Solução encontrada na análise e correção com o auxílio de representações gráficas (parte 2).

Observa-se que no último retângulo há uma linha horizontal desnecessária. Esta linha não foi planejada, e sim, acidental, tratando-se de um equívoco na elaboração da questão. Porém, este erro se tornou mais um fator a ser analisado. Como os estudantes iriam lidar com esta linha ‘a mais’ no desenho? Surpreendentemente, esta linha não foi um fator limitador nesta questão, como sepode observar nas duas soluções mostradas na figura 16.

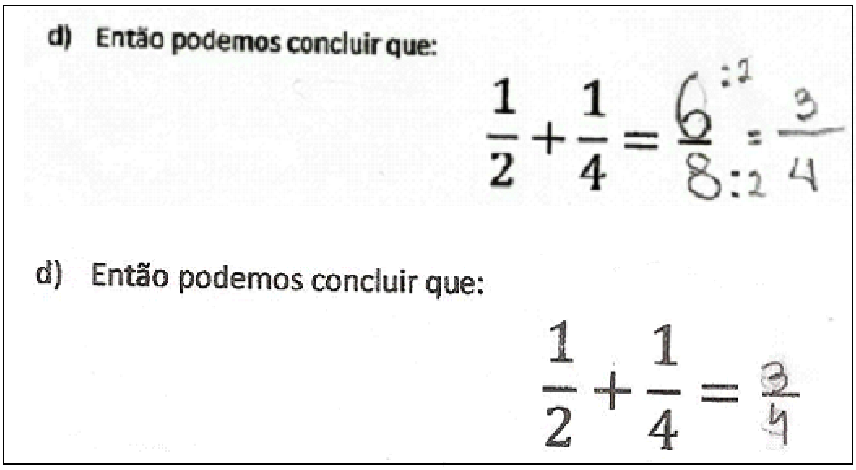


Figura 16– Soluções encontradas na análise e correção com o auxílio de representações gráficas (parte 3)

Conclusão

Como relatado anteriormente, o professor-pesquisador dedicou as aulas iniciais do ano letivo, anteriores ao início da pesquisa, à realização de atividades com o objetivo de obter uma mudança no pensamento e na atitude dos alunos diante do erro. Desse modo, pretendia-se evitar os sentimentos de frustração e vergonha previstos por Borasi (1985). Esta atitude, juntamente com a aplicação da Metodologia Didática de Análise de Soluções, foi um importante e positivo passo para o resultado deste trabalho. Os alunos, de modo geral, passaram a lidar melhor com os próprios erros e os de seus colegas.

Mesmo apresentando dificuldades em relação à escrita, foi observada uma evolução na capacidade de argumentação dos alunos nas soluções dos exercícios do tipo 2, o que é um outro ponto positivo do trabalho.

O uso de questões do tipo 2 se mostrou produtivo, uma vez que estas apresentavam abordagens diferenciadas que, como sugerido no referencial teórico, mostraram a riqueza e a amplitude de exploração dos erros pelos próprios alunos.

É claro que nem todas as soluções obtidas nas questões do tipo 2 foram satisfatórias, alguns alunos que erraram anteriormente, continuaram errando. No entanto, o que se constatou através das aulas, da análise das soluções e dos testes aplicados, é que um número considerável de alunos aprendeu a somar e subtrair frações. A eficácia deste método pode ser observada nos resultados comparativos entre um teste aplicado antes e depois das aulas. Antes das aulas nenhum aluno acertou uma simples questão de adição de frações com denominadores diferentes, e após as aulas, o índice de acertos atingiu os 60%.

Constata-se que a maior dificuldade para a utilização desta metodologia é o tempo necessário para realizar a análise das questões do tipo 1 e construir as questões do tipo 2, pois geralmente os professores não possuem tempo de preparação de aulas suficiente para tal. Todavia, uma nova postura sobre os erros pode e deve ser adquirida pelos professores de Matemática. O professor precisa compreender que o erro reflete muito mais do que 'aquilo que o aluno não sabe'. Pode refletir também uma dificuldade do aluno de se expressar matematicamente, carência em pré-requisitos teóricos, bloqueios psicológicos, e porque não, uma falha dos métodos didáticos utilizados pelo próprio professor. Neste caso, a análise dos erros dos alunos pode ajudar numa mudança de rumo na prática adotada, resultando na melhoria no seu desempenho. A metodologia proposta neste artigo é um exemplo que contribui nesse sentido.

Referências

BORASI, R. Using errors as springboards for the learning of mathematics:an introduction. **Focus on Learning Problems in Mathematics**. V. 7, n.3-4, p.1-14, 1985.

BRASIL, MEC. (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional.**REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática.** V.2.4, p.68-93, UFSC: 2007.

CURY, H. N. **Análise de Erros**: O que podemos aprender com as respostas dos alunos. Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica. 2007

CURY, H. N. O conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros. In: CURY, H. N.; VIANNA, C. R. (Org.) **Formação do Professor de Matemática**: Reflexões e Propostas. Santa Cruz do Sul, RS, Editora IPR, 2012. cap. 1. p. 19 - 48.

HART, K. M. (ed.): **Children's Understanding of Mathematics***:* 11-16,London. John Murray, 1981.

KAMII, C.; CLARK, F. B. Equivalent Fractions:Their Difficulty and Educational Implications**.Journal of Mathematical Behavior.** V.14, p.365-378, 1995

KERSLAKE, D. **Fractions**: Children`s Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project.The NFER-NELSON Publishing Company Ltd. London,1986.

MANDARINO, M. et al. Soluções inesperadas na resolução de problemas matemáticos: erro ou acerto?**Anais do II Internacional Cotidiano**: Diálogos sobre Diálogos.Niterói: UFF 2008.

OLIVEIRA, A. T., PALIS, G. O potencial das atividades centradas em produções de alunos na formação dos professores de Matemática. **Relime**, v.14, p.335-359, Nov. 2011.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: Estudo do erro no ensino da Matemática elementar. 2. ed. Campinas: Papirus, 2000

SANTOS, V. M. P. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática**: métodos alternativos – Projeto Fundão: UFRJ. Rio de Janeiro,1997.

TANUS, V. L. F. A.; DARSIE, M. M.P. O tratamento dado ao erro no processo ensino-aprendizagem da matemática. **SEMIEDU - Qualidade do Ensino na Contemporaneidade: novos e velhos desafios**. Cuiabá, 2007.

Submetido em maio de 2014

Aprovado em dezembro de 2014