La formación de familiares en el ámbito de la educación matemática

Javier Díez-Palomar
Profesor, Universidad Autónoma de Barcelona
Javier.Diez@uab.cat

Silvia Molina Roldán
Profesora, Universidad Autónoma de Barcelona
Silvia.Molina@uab.cat

Resumen
Las matemáticas es un área donde muchos alumnos y alumnas presentan dificultades, por lo que son necesarias iniciativas que les ayuden en el aprendizaje de esta materia. Existen investigaciones y experiencias que muestran que la familia tiene un papel central en el aprendizaje de los hijos e hijas, así como destacan la importancia de la conexión entre la escuela y la familia. Los talleres de matemáticas para familiares son una experiencia que se está desarrollando como respuesta a esta necesidad. Su objetivo consiste en facilitar a las familias el acceso a los contenidos que están trabajando sus hijos e hijas en la escuela y a la forma en que estos los están aprendiendo, a fin de establecer puentes de diálogo entre escuelas y familias. En este artículo se explica el contexto de dichos talleres, así como el tipo de actividades matemáticas que se han llevado a cabo y qué aspectos surgen de este tipo de prácticas que pueden ser relevantes para la formación de familiares en el ámbito de la didáctica de la matemática.

Palabras clave: Formación de familiares, talleres de matemáticas

Family training in the field of mathematics education

Abstract

Mathematics is an area where many students have difficulties. For this reason some experiences to help them to learn mathematics are needed. There are researches and experiences showing that families have a crucial role in their children learning process. These researches highlight the important link between school and family. The workshops of mathematics for families are a experience conducted as a response to this demand. Their objective is to help families the access to the type of mathematical contents that their children are doing at the school, as well as to the way that teachers are using to teach them. This would be a bridge to establish a dialogue between families and schools. In this article we present the context for these workshops, as well as the kind of mathematical activities that have been carried out, and what elements comes up in this type of activities, which would be relevant to family training in mathematics education.

Keywords: family training, workshops of mathematics

Introducción: ¿por qué talleres de matemáticas para familiares?

La formación de familiares ha sido la "gran olvidada" en todas las reformas educativas que se han realizado en la mayoría de países europeos, durante las últimas décadas. En España (país donde se sitúa la investigación que presentamos aquí), la participación de las familias se reduce únicamente a aspectos extraescolares, lúdicos o no académicos, tales como la gestión del comedor escolar, la organización del viaje de fin de curso, o la decisión de si poner inglés extraescolar o equipo de fútbol en la escuela. Las AMPAs (las asociaciones de madres y padres de alumnos) nunca entran en aspectos académicos, tales como decidir la secuenciación del currículum, qué contenidos y cómo enseñarlos, etc. Eso queda bajo el control del claustro de profesorado, exclusivamente. De hecho, y en base al trabajo de campo que hemos realizado, podemos afirmar que "el contenido" es responsabilidad del docente, no de las familias. En el imaginario social existe la idea de que la formación corresponde a la escuela, mientras que otros aspectos de la educación (más ligados al ámbito normativo de la moral y de la ética) también son competencia de la familia. A veces, incluso el profesorado se queja de que es la familia "quien tiene que enseñar modales", y no ellos/as. Ellos y ellas (el profesorado) se reservan el derecho de la enseñanza de matemáticas, lengua, ciencias, historia y todas las disciplinas instrumentales del saber académico.

Las investigaciones en el ámbito internacional aportan evidencias que muestran la importancia que tiene la vinculación de la familia a la escuela. PISA, por ejemplo, incluye un ítem sobre el nivel educativo de las madres como indicador contextual del éxito o fracaso escolar. La familia no sólo participa de la educación en valores de los niños/as. También es un referente desde el punto de vista del contenido académico. Estudios como los realizados por Atweh, Forgasz, y Nebres (2001), o Lerman (2000) demuestran la necesidad de tener en cuenta el hogar, la comunidad, y las perspectivas de las familias para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, así como la participación de los estudiantes que han sufrido limitaciones (o incluso barreras) en su acceso a la matemática (Allexshat-Snider, 2006).

Esto no es nada nuevo. En sociología de la educación, durante las décadas de los años setenta y ochenta, se hicieron multitud de estudios que mostraron de manera clara el impacto que tiene la familia (el contexto familiar) sobre los resultados académicos que logran los chicos/as en la escuela. Bernstein acuñó su teoría de clases, códigos y control (1973a, 1973b, 1977), donde analiza la práctica pedagógica tanto a nivel micro, como desde un punto de vista macro. El lenguaje (los códigos) se convierte en un "principio clasificador" que acaba por ubicar al estudiante entre "quienes sacan buenas notas" y "quienes acaban marginados y excluidos del sistema". Willis (1988), desde un punto de vista más interaccional y etnográfico, también señala que el contexto de niño/a es fundamental. Incluso cuando los estudiantes crean sus propios roles ("el empollón", "el guay", etc.), también salen aspectos de identidad que están anclados en la comunidad.

En los años noventa, y durante la última década, la teoría de la educación matemática se ha nutrido de conceptos como el de "foreground", usado por Skovsmose (1994, 2005), Skovsmose, Alro y Valero (2007), entre otros, para referirse a aquello que uno espera en el futuro: las expectativas. De nuevo, el contexto familiar sigue siendo una variable relevante, pero nunca sale como tal de manera explícita. La implicación de las familias en la escuela logra transformar su posición respecto de la escuela (Civil, Díez-Palomar, Menéndez, Acosta-Iriqui, 2008), y mejorar los resultados de los estudiantes (Díez-Palomar, Varley, Simic, 2007; CREA, 2006-2011). Las investigaciones dejan patente, por lo tanto, la importancia clave de buscar estas conexiones, lo que es una reivindicación tanto de los padres y madres como del profesorado, quienes consideran que la enseñanza de las matemáticas implica a ambas partes.

La participación de las familias puede presentar diferentes formatos. Civil y Bernier (2006) distinguen entre las familias como "recursos intelectuales", y las familias como "aprendices" (*learners*). Por un lado, las familias son "recursos intelectuales". Según el modelo de "participación de las familias" (*parent involvement*) discutido por estas dos investigadoras, la familia se hace eco de los aprendizajes académicos de la escuela, y sitúa en un contexto no formal (no escolar) dichos aprendizajes. Los ejemplos que aportan estas dos investigadoras tienen que ver con la ayuda que proporcionan las familias a sus hijos/as a la hora de hacer los deberes de la escuela, o a la hora de buscar situaciones cotidianas para promover el aprendizaje, etc. La familia toma también la responsabilidad de la formación, pero lo hace fuera de la escuela. En ese sentido, se convierten en "recursos intelectuales", en referentes de conocimiento, para sus hijos/as. En los talleres, estos conocimientos previos (*background*) aparecen y forman parte del aprendizaje que se produce de manera colectiva, con el resto de las familias. Pero esas familias también acuden a los talleres para aprender. Es en ese momento que se convierten en "aprendices" (*learners*). En muchos casos, la matemática es algo o que se ha olvidado, o que no se llegó a trabajar cuando fueron a la escuela. Dependiendo de si la persona en concreto fue a la escuela o no (o se quedó en un nivel académico más bajo que el que están cursando sus hijos/as), los talleres representan una oportunidad para aprender nuevos conocimientos de matemáticas. También ocurre que a algunas familias lo que les ha ocurrido es que con el paso del tiempo, y por falta de uso, olvidaron muchas de las cosas que habían aprendido en la escuela, sobre matemáticas. En cualquiera de los dos casos, al ir a los talleres, se convierten también en "aprendices" (*learners*).

Por otro lado, también es importante destacar el impacto de la formación matemática de familiares en variables tradicionales en el campo de las ciencias sociales, como la clase social y la etnia. La clase social ha sido siempre un tema relevante en educación matemática, ya que está ampliamente demostrado que existe una desigualdad en los resultados académicos que obtienen los y las estudiantes de clases sociales bajas (Campbell, Hombo, & Mazzeo, 2000; Hart, 2003; Allexshat-Snider, 2006). Algunos autores buscan en el "capital cultural" la explicación a este tipo de situaciones. Martin (2006), con su trabajo con familias afroamericanas en Estados Unidos (en Chicago, concretamente), ha demostrado cómo la "*Critical Race Theory*" permite arrojar luz sobre la situación que viven centenares de familias afroamericanas, de los suburbios urbanos, que sufren una situación de exclusión social. El enfoque crítico permite legitimar el aprendizaje de las matemáticas y la participación como formas "raciales" de experiencia. En esta línea, Moses (2001) tomó el álgebra como recurso para superar la situación de fracaso escolar de muchos niños y niñas afroamericanas en las escuelas. Algo parecido a lo que hacen las personas que trabajan desde el punto de vista de la "social justice theory" (Gutstein, 2006).

La experiencia de la formación de familiares en el ámbito de las matemáticas

En el apartado anterior se ha justificado la importancia de la participación de las familias en la enseñanza, y la menguada existencia de estudios sobre este tema que existe en Europa (sobre todo en comparación con otras regiones, como Estados Unidos, por ejemplo). Ahora bien, es cierto que la implicación de las familias en la enseñanza, desde el punto de vista de los contenidos curriculares (aprendizaje instrumental en términos de la teoría del aprendizaje dialógico de Flecha, 2000) exige también una formación previa de las familias. Muchas veces, las madres que participan en los proyectos sobre "*parent involvement*" declaran que se sienten sin recursos para poder ayudar a sus hijos con las matemáticas. Esto es especialmente cierto en el caso de la secundaria (Díez-Palomar, 2009). Las familias (especialmente las madres, que suelen ser las que más participan en este tipo de iniciativas) dicen que no entienden lo que explica el profesor o la profesora a sus hijos/as, y, por tanto, tampoco les pueden ayudar con las matemáticas. Otras veces lo que ocurre es que lo que les explican lo hacen de una manera completamente diferente a como ellas lo aprendieron cuando iban a la escuela (Díez-Palomar, Civil, Menéndez, Acosta, 2008). El desarrollo de los talleres de matemáticas es una respuesta innovadora a la necesidad de desarrollar estrategias que permitan conectar lo que sucede en casa con la familia y lo que sucede en la escuela. Las madres, padres y otros familiares son personas de referencia para los niños y niñas, chicos y chicas, que forman parte de su contexto de aprendizaje y que, por tanto, tienen una influencia importante en éste. En este sentido, es necesario tener en cuenta que los niños y niñas, chicos y chicas no sólo aprenden en la escuela y del profesorado, sino que aprenden en todos los contextos en los que viven y de todas las personas con las que se relacionan: escuela, familia, amigos, medios de comunicación, etc. (Aubert et al., 2008).

Existen diversas experiencias en todo el mundo donde se está trabajando para establecer este vínculo entre la familia y la escuela. El centro de investigación CEMELA (*Center for the Mathematics Education of Latinos/as*), ubicado en Estados Unidos, es un buen ejemplo de ello. Este centro de alguna manera es la continuación de una larga tradición de trabajo con las familias que en Estados Unidos viene representada por el trabajo desarrollado por Civil y colaboradores. Desde el punto de vista de la comunidad existen trabajos extensos realizados por Licón-Khisty (ver Secada, 1995), donde analiza el impacto del contexto familiar en el aprendizaje de las matemáticas, en el caso de la comunidad Latina, desde un punto de vista reivindicativo muchas veces. Moll (2005, 2001), junto a sus colaboradores, se centra en estudiar el impacto socio-cultural de la comunidad sobre aspectos educativos. Conceptos como el de "*funds of knowledge*" le ayudan para comprender cómo los estudiantes recurren a sus referentes culturales y familiares para dar sentido al discurso académico que se les transmite en la escuela. Los conflictos surgen cuando no existen vías de correspondencia entre ambos discursos. Gutiérrez, Baquedano-López, y Tejada (1999) hablan de prácticas híbridas como propuesta para integrar el discurso académico y los discursos no académicos, en la escuela. Es decir, que las actividades se contextualicen en el marco de la vida cotidiana y de los referentes culturales y familiares del estudiante. Goldman (2006) usando la etnografía analizan las prácticas que las familias, en sus entornos privados, hacen para apoyar el aprendizaje de sus hijos. Existen videos muy interesantes de cómo el equipo de investigación hace el seguimiento de una boda, con todos los preparativos, y las consecuencias en términos matemáticos que de ello se derivan. La boda se convierte en una manera de recontextualizar ("*re-frame*") la matemática.

En España no son muchas las experiencias de este tipo, ni tampoco las investigaciones sobre formación de familiares. La más relevante es la actuación de éxito *Comunidades de Aprendizaje* (CREA, 2006-2011; Díez-Palomar & Flecha, 2009; Molina & Niemela, *en prensa*). Existen en la actualidad más de 60 escuelas en España[1] (desde educación infantil hasta educación de personas adultas) que están desarrollando este proyecto, que consiste en abrir la escuela a las familias y la comunidad para que éstas puedan decidir la escuela que quieren para sus niños y niñas, y participar en ella tanto en la gestión del centro como en las propias actividades de aprendizaje, tanto del alumnado, por ejemplo a través de grupos interactivos, como en la propia formación de familiares y de la comunidad. El objetivo es transformar la escuela y su contexto para conseguir la mejor educación para todo el alumnado (Elboj et al. 2002; Aubert et al., 2008). En las *Comunidades de Aprendizaje* las familias pueden (y de hecho lo hacen) entrar en el aula para apoyar de manera voluntaria al maestro o la maestra en la tarea de enseñar matemáticas (o cualquier otra materia). Ahora bien, esta entrada supone también la necesidad de que exista algún proceso de "formación" destinado a las familias, para que puedan ayudar de manera efectiva a los/as estudiantes. Esto es especialmente necesario muchas veces en el caso de la matemática, ante la que muchas familias se sienten con pocos recursos (porque no recibieron una formación matemática sólida, o porque se les ha olvidado).

[1] También existen Comunidades de Aprendizaje (en los términos de esta propuesta educativa) en Brasil y en Chile.

En otras zonas de Europa también existen también experiencias que muestran esta tendencia, como las "Noches de matemáticas" (*Parent nights*) de Suecia, talleres de matemáticas para familias, en horario extraescolar. Stedoy-Johansen (2007) explica cómo las noches de matemáticas supusieron un cambio para toda la familia. A través de estas experiencias los padres y las madres acabaron concienciándose en su rol como apoyos, motivadores, para sus hijos/as. Stedoy-Johansen (2007) relata cómo los padres y las madres empezaron a plantear preguntas matemáticas a sus hijos/es, en casa, y de alguna manera el diálogo sobre matemáticas encontró un lugar en las actividades cotidianas de la familia. En el Reino Unido también hay trabajo con las familias, aunque en una escala mucho más reducida. De Abreu y Cline (2005) analizan las representaciones que tienen las familias de sus propios hijos/as, como estudiantes de matemáticas, desde un punto de vista multicultural.

Por otro lado, la investigación internacional muestra que este acercamiento de la familia a la escuela, no está exento de problemas y conflictos. La formación previa de los padres y las madres, sus conocimientos (o la falta de ellos) sobre matemáticas, sus percepciones y expectativas de cómo ha de ser enseñada la matemática, etc., hacen que a menudo se creen situaciones de tensión (De Abreu, Cline, & Shamsi, 2002; Civil, Díez-Palomar, Menéndez-Gómez, & Acosta-Iriqui, 2008). Además, la matemática, como objeto de enseñanza, ha dado un gran cambio en los últimos años. Así, con frecuencia les estrategias que se utilizan actualmente en nuestras escuelas para enseñar matemáticas son diferentes de les estrategias que las familias aprendieron, lo que se convierte en dificultades y confusión para ayudar a sus hijos en el aprendizaje de las matemáticas. Estas dificultades se incrementan en el caso de las familias que provienen de otros países, ya que se añaden las diferencias debidas a las diferentes formas de enseñar matemáticas en los diferentes países.

La investigación muestra que los padres y madres depositan en la escuela unas expectativas que a veces piensan que no se cumplen, simplemente por el hecho de que ahora no reconocen en los métodos actuales que se utilizan para enseñar las matemáticas las matemáticas que ellos o ellas habían aprendido tiempo atrás, lo que es fuente de conflicto. Civil, Díez-Palomar, Menéndez-Gómez y Acosta-Iriqui (2008) muestran cómo estas diferencias están en el origen de muchos conflictos entre padres y madres, con sus hijos y el profesorado. Los padres y madres no entienden cómo el profesor o profesora resuelve los ejercicios y, además, estos métodos en ocasiones no se parecen a los que aprendieron ellos y ellas. Como consecuencia, cuando intentan ayudar a sus hijos e hijas con los deberes, sus indicaciones muchas veces sólo consiguen confundir más al niño o la niña.

Por otro lado, afecta mucho a cómo ven, entienden y perciben los padres y las madres que han de ser enseñadas las matemáticas, y qué esperan de la escuela. La "*identidad matemática*" de los padres y de las madres es un tema muy relevante. Autores como Wenger (1998) han analizado este aspecto en detalle, dado que reconocen que "existe una profunda conexión entre identidad y práctica" (Wenger, 1998, p. 149). Este autor distingue entre identidad como resultado de una negociación, como componente de la pertenencia a una comunidad, como resultado de una trayectoria de aprendizaje, como el nexo que se establece entre múltiples pertenencias a diferentes grupos, o como una relación entre elementos locales y globales. En cualquier caso, la definición que cada persona hace de su propia identidad la sitúa frente a las matemáticas en una situación particular ("yo sé resolver los problemas de matemáticas", "yo no sé resolver los problemas de matemáticas"); y eso tiene consecuencias en términos tanto de aprendizaje de las matemáticas, como dice Wenger, como por lo que respecta a la capacidad y posibilidad que tienen las familias de ayudar a sus hijos.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, y estas referencias de la investigación que ya se ha realizado en este campo, en este artículo presentamos una experiencia de formación de matemáticas para familiares de alumnado de primaria y secundaria. La experiencia consiste en el desarrollo de *Talleres de matemáticas* para familias, un espacio pensado para que éstas puedan acceder a los contenidos que sus hijos e hijas están trabajando en clase de matemáticas, conocer cómo les están enseñando en la escuela a resolver los problemas de matemáticas y aprender estrategias que les puedan servir para ayudar a sus hijos e hijas con las matemáticas, tanto para hacer los deberes como para trabajar las matemáticas desde el juego, a través de actividades lúdicas que puedan usar en sus casas. En este artículo se presentan tres episodios correspondientes a tres de las actividades que se llevaron a cabo en el marco de estos talleres de matemáticas para familiares, y se discuten aspectos relevantes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el caso de la formación de familiares.

Los Talleres de Matemáticas. Descripción de la experiencia

a. Objetivo

Partiendo de la realidad descrita y teniendo en cuenta las aportaciones de otras experiencias e investigaciones en el ámbito, se han desarrollado dos talleres de matemáticas para familiares. Uno de ellos se ha desarrollado en una escuela de educación primaria de Viladecans (Barcelona) y el segundo ha desarrollado en un instituto de educación secundaria del barrio de Nou Barris en Barcelona. Ambos centros están situados en contextos de población obrera y cuentan con alumnado de diferentes culturas. Desde que se han iniciado, en los talleres han participado un total de 25 familias diferentes, de diversos contextos y países de procedencia (familias catalanas, familias procedentes de la República Checa, de Rumania, de Ecuador, de Colombia, de Armenia, de Marruecos).

El objetivo de estos talleres ha sido establecer una vía de comunicación entre la escuela y las familias en relación al aprendizaje de las matemáticas de los niños y niñas, chicos y chicas, para potenciar que la enseñanza de las matemáticas que tiene lugar en la escuela pueda verse reforzada en el ámbito familiar y así contribuir al éxito académico de todo el alumnado.

b. Organización de los talleres

En cada uno de los centros educativos los talleres se llevaron a cabo en series de seis sesiones, y los talleres en un centro y en otro se han ido alternando, dejando un espacio de tiempo entre un taller y otro en el mismo centro.

Las seis sesiones de cada taller se realizaron una por semana, durante seis semanas consecutivas. El hecho de que fueran seis sesiones facilitó, por una parte, poder trabajar los temas con cierta profundidad, durante una o más sesiones cada uno, según la necesidad, y por otra parte mantener el interés en los talleres y el compromiso en la asistencia, evitando el posible cansancio de talleres que se alargaran demasiado en el tiempo. La experiencia de otros talleres de matemáticas realizados en otros lugares del mundo (CEMELA, en Estados Unidos, por ejemplo), muestran que es necesario acotar el número de sesiones del taller. Verlos como algo "factible", que se puede "identificar y ubicar los límites" ayuda a promover el interés por ellos. En este sentido, hemos podido comprobar el interés en que los talleres se siguieran desarrollando, ya que en todos los casos los familiares asistentes siguen pidiendo más sesiones, temporada tras temporada.

Los talleres tuvieron una duración de entre una hora y media y dos horas, y se desarrollaron dentro de los mismos centros escolares. En cada caso, el horario fue acordado tanto con la dirección del centro como, sobre todo, con los y las familiares participantes, facilitando un horario en que pudiesen asistir el máximo de personas interesadas. En función de esto, los talleres se realizaron unas veces en horario extraescolar, a partir de las cinco de la tarde, cuando acaban las clases del alumnado, y otras veces de tres a cinco, mientras el alumnado estaba en clase. De esta manera los familiares no se tenían que preocupar de quién iba a encargarse de ellos y quedan libres para asistir al taller. Por otro lado, en ocasiones, cuando el horario lo permitía, algunas madres también venían acompañadas de sus hijas, y acabaron participando conjuntamente en las actividades.

c. Contenidos y actividades

De la misma manera que el horario de los talleres, los contenidos también fueron acordados. Por una parte, a través de una reunión con el equipo directivo y/o profesorado de matemáticas del centro, se acotaron los temas que el alumnado estaba trabajando en los diferentes cursos, así como los contenidos en que según el profesorado éstos suelen encontrar más dificultades y necesitan más refuerzo. Por otro lado, con las y los propios familiares participantes se han acordado contenidos que les interesaba trabajar, según lo que sus hijos e hijas estaban trabajando en ese momento y también según las dificultades particulares que ellos y ellas como familiares encontraban a la hora de ayudarles con las matemáticas, bien por falta de conocimiento de los contenidos, por tenerlos olvidados, o porque en su momento los aprendieron de manera diferente. A partir de este diálogo, las sesiones se planificaron para tratar los temas identificados como más importantes. De esta manera, se aseguró que los talleres respondiesen a las necesidades reales de formación matemática de las familias para que éstas pudiesen ayudar a sus hijos e hijas.

Los talleres se iniciaron normalmente con una primera sesión de presentación de los talleres y de sus objetivos, donde se acordaban estos aspectos de horarios y contenidos. En estas sesiones se introducían también los talleres con una actividad para “romper el hielo” que, de forma lúdica, presentaba las matemáticas a las familias y facilitaba que el grupo se empezara a conocer entre sí a través de trabajar conjuntamente.

Posteriormente, en las siguientes sesiones trabajaron los temas previamente acordados. Entre ellos, en la escuela de primaria, se trabajaron temas como los números y tipos de números (primos, múltiplos, divisores), sumas y restas, multiplicaciones y divisiones, fracciones y operaciones con fracciones, resolución de problemas, y geometría (perímetros, áreas, ángulos). En el instituto de secundaria se trabajaron temas como las ecuaciones de primer grado, segundo grado, sistemas de ecuaciones y geometría.

Por cada uno de los temas, se presentaron diferentes tipos de materiales, para facilitar el acceso a los contenidos de diferentes maneras y para proporcionar a los y las familiares recursos diferentes que pudieran utilizar con sus hijos e hijas. Así, normalmente, por cada tema se ofreció por un lado explicaciones de los contenidos, destacando los aspectos clave o que generan más dificultades, por otro lado, actividades similares a las que tienen que resolver los niños y niñas, chicos y chicas en la escuela, para practicar su resolución, y por último, algún juego relacionado con el tema, para dar recursos a las familias para que puedan trabajarlo en casa de forma más lúdica.

d. Funcionamiento de los talleres. Aprendizaje dialógico

De la misma manera que la participación de las familias es algo que se ha potenciado tanto en la decisión de la organización de los talleres (horarios) como de los contenidos, el propio desarrollo de las sesiones se orientó también buscando su máxima participación. Así, en cada sesión de los talleres habitualmente se combinó, por un lado, la presentación del tema a trabajar, explicando las principales ideas y las formas en que se explica al alumnado y se le enseña a resolver esas actividades en clase. Y por otro lado, se trabajó en la resolución de problemas y ejercicios.

La resolución de ejercicios se trabajó en grupos o parejas, o en ocasiones entre el conjunto del grupo. Tanto los y las familiares participantes como las personas facilitadoras nos situábamos alrededor de una mesa, para facilitar el trabajo en grupo y la interacción. La resolución los ejercicios se comentaban en todo el grupo, poniendo en común las diferentes estrategias empleadas para resolver un mismo problema. De esta manera, se complementaban las estrategias de resolución que se enseñan en la escuela o en instituto con las que aportan los familiares, más ligadas a la experiencia o a la forma en que ellos y ellas lo aprendieron, y también las estrategias que se utilizan en otras comunidades o culturas, en el caso de familiares de otras procedencias, como algunos de los que han asistido a los talleres.

La metodología didáctica que se utilizó durante los talleres siempre fue el aprendizaje dialógico (Flecha, 2000; Aubert, Flecha, Garcia, Flecha, Racionero, 2008).[2] La aplicación de este enfoque a la enseñanza de la matemática (Díez-Palomar, Giménez, Garcia, 2005) implica la obertura de espacios donde todas las personas tengan la misma oportunidad de intercambiar sus respuestas a las preguntas matemáticas que se plantean (sean problemas, situaciones, proyectos, etc.). Lo importante para valorar la corrección (o no) de una respuesta son los argumentos que se aportan (si dichos argumentos son o no correctos), no quién sea la persona que exponga dichos argumentos. Este enfoque permite crear un contexto en el que el dominio de la clase no lo tenga exclusivamente el profesor/a, sino que el protagonismo recaiga sobre el propio aprendizaje, y la corrección de los argumentos. De alguna manera, la enseñanza de las matemáticas va más allá de lo que Evans (1999) teoriza con la idea de la tesis de la transferencia: no se trata únicamente de transferir el aprendizaje de conocimientos, sino de compartir formas de llegar a ese conocimiento y utilizarlas como medio para "crear sentido" a las explicaciones más formales que se presentan en el contexto académico. De alguna manera, y siguiendo la línea de otros teóricos, como Gutiérrez, Baquedano-López y Tejada (1999) en Stanford, se trata de crear espacios híbridos donde compartir el conocimiento.

Ejemplos de actividades en los Talleres de matemáticas:

e. "Conocernos a través de la estadística"

La primera consistió en una de las actividades de presentación que se llevó a cabo al iniciar una de las series de talleres en el instituto de secundaria. La actividad tenía por objetivo presentar los conceptos básicos de la estadística, los primeros que aprenden los chicos y chicas, y hacerlo a través de elementos cercanos, de la vida cotidiana. Al mismo tiempo, una actividad de este tipo estaba pensada también como actividad de toma de contacto, para fomentar que los miembros del grupo se conozcan entre sí, aunque en este caso la mayoría ya había estado en los talleres anteriores.

Iniciamos la actividad a tomando como punto de partida las letras de los nombres de las personas participantes en el taller. En primer lugar, todos y todas escribimos nuestros nombres poniendo cada letra en un cuadrado de papel que después pudiésemos recortar. Utilizamos los nombres completos (compuestos, si era el caso) para tener más letras. Con todos los nombres, contamos cuántas letras tenía cada nombre y ordenamos los nombres desde los que tenían más a los que tenían menos letras. De esta forma, teníamos una primera aproximación a la descripción de nuestros nombres: teníamos nombres de cinco letras, de seis, de diez, de doce y de diecisiete, y podíamos decir fácilmente qué nombres tenían más letras y cuáles menos. La distribución de los nombres con sus letras, ordenados en filas uno al lado del otro de más largo a más corto, nos daba también una aproximación a una representación gráfica de los datos.

[2] El aprendizaje dialógico se caracteriza por siete principios, que son: diálogo igualitario, inteligencia cultural, aprendizaje instrumental, solidaridad, transformación, creación de sentido, e igualdad de diferencias. Para más información, se recomienda la lectura de Flecha (2000).

Vistas las diferencias entre los nombres en cuanto a número de letras, se planteó una pregunta: *Si alguien viniese a hacer una encuesta y quisiera saber la media de letras de nuestros nombres ¿cómo lo podríamos averiguar?* A lo que varias madres contestaron: *Sumar y dividir*. Sumamos las letras de todos los nombres y las dividimos entre el número de nombres, obteniendo la media. A continuación, buscamos la media de otra manera: distribuimos todas las letras entre las diferentes filas, repartiendo las letras que "sobran" de los nombres más largos a los nombres más cortos, de forma que todos los nombres (o supuestos nombres, ahora sólo filas de letras) tuviesen el mismo número (aproximadamente) de letras. De esta manera nos aproximamos a la idea de *media* como medida que caracterizara el número de letras de los nombres de los miembros del grupo, entendida como repartir el total a partes iguales entre todos los miembros.

Después deshicimos los nombres y, con el conjunto de todas las letras, se planteó la cuestión de qué más cosas se podrían decir de esas letras, y cómo podríamos organizar la información que teníamos para que tuviera sentido y pudiésemos decir algo más de esas letras con un golpe de vista. En el debate surgieron diferentes propuestas, como hacer un gráfico, o separar las letras en vocales y consonantes. Empezamos a agrupar las letras, primero en vocales y consonantes, pero finalmente se decidió agrupar cada letra por separado para poder decir cuántas veces se repetía cada una. Una vez agrupadas, se planteó cómo organizar la información para poder decir, por ejemplo, cuál es la letra que sale más y la que sale menos. Una propuesta fue ordenarlas de mayor a menor, de las que aparecen más veces y las que aparecen menos. Con esa información construimos una tabla donde por cada letra anotamos las veces que aparecía repetida, introduciendo así la idea de *frecuencia*. Podíamos ver así fácilmente las letras más y menos utilizadas, más y menos frecuentes, en general y entre las vocales y las consonantes.

Continuamos con una pregunta sobre algo que nos gusta, para acercarnos a la idea de la *moda*; decidimos hacerlo con nuestro color preferido (podría haber sido nuestra comida preferida, libro, película, etc.). Apuntamos cada uno nuestro color en un papel y hacemos una tabla con las frecuencias por cada color; el más repetido (el azul) era la moda.

De esta manera, teníamos dos medidas de tendencia central, la *media aritmética* y la *moda*, que junto con la *mediana* son las que estudian sus hijos e hijas en la escuela. A continuación se explicó cómo se calcula la media aritmética, la moda y la mediana (tal como se explica en la escuela), tomando como ejemplo las alturas de varias personas, que colocamos en una tabla junto con sus frecuencias. Vimos que las tres medidas se aproximaban a un mismo número, pero daban valores diferentes: la media tiene en cuenta todos los valores (a todas las personas) y se basa en distribuir entre todos por igual, la moda es el valor que más se repite y la mediana es el valor que queda en medio cuando ordenamos de menor a mayor.

Esta actividad pudimos aproximarnos a la idea de "estadística" y a los primeros conceptos relacionados con ella. Partir de algo sencillo y cercano, y que a la vez se pudiese tocar y manipular (como los trozos de papel con las letras), es útil para explicar la función de la estadística, que es poder describir la realidad, poder decir cosas de los datos, lo que es la base de la estadística que se enseña en las escuelas e institutos. Al mismo tiempo, esta forma de trabajar los contenidos es una forma que después las familias pueden compartir en casa con sus hijos e hijas para "jugar" haciendo estadística.

f. Trabajar con fracciones

La segunda actividad que presentamos también se llevó a cabo en el taller de familiares del instituto de secundaria. El objetivo de la sesión consistió en trabajar conceptualmente el significado de las fracciones, a partir de su representación gráfica, y en trabajar la resolución de problemas con fracciones.[3]

En primer lugar, se introdujeron las fracciones a partir de su representación gráfica. Para ello, se les propuso situar fracciones en una semirrecta.

> Facilitador: *¿Cómo haríais para representar 16/4?*
>
> Padre: *Dividirla en trozos, en 4 trozos*.
>
> Facilitador: *Yo voy haciendo lo que me decís*. Dibuja en la pizarra una línea dividida en 16 partes y pregunta: *¿cómo lo hacemos?*
>
> Los familiares contestan que hay que ir cogiendo de 4 en 4, como comenta este padre: *Sería la unidad: 4 sería 4/4. Y otros 4, 4, 4, 4*. De forma que las 16 partes representarían los 16/4.

Sobre el dibujo, un padre comenta: *Ahí habría 16 enteros, no 16/4, se tendrá que marcar que cada 4 es una unidad, y entonces son 4, 4, 4, 4.* El facilitador marca las divisiones en la pizarra entre los grupos de 4, y comenta: *Son 4 trozos que están divididos en unidades más pequeñas y son 16 en total. Si contamos las unidades pequeñas son 16 pero sobre la unidad grande son 4; si dividís 16 entre 4 tiene que salir 4 unidades*. A partir de aquí explica que nos pueden pedir 1/4 (una parte), o 2/4, (dos partes), etc., y si nos piden más de 4 partes ya será una pieza entera más alguna parte de la pieza siguiente. Como en el problema piden 16/4, será más de una vez la medida de la unidad.

Otro ejemplo muestra la misma idea: representar 5/3. Se explica que las porciones en que está dividida la unidad las marca el denominador, por lo tanto se dibujaría una unidad dividida en tres partes, lo que representaría 3/3. Si nos piden 5/3, nos están pidiendo 2 partes más, de otra unidad: por lo tanto, cogeríamos una pieza entera y 2/3 de otra. De esta manera se muestra que cuando en una fracción el numerador es más grande que el denominador, será *la pieza entera más trozos de la pieza siguiente*.

El siguiente ejercicio consistía en representar 3/3. El facilitador dibujó una semirrecta, la dividió en tres, y cogió tres partes. Un padre preguntó dónde estarían los 3/3 en el ejemplo gráfico anterior, dónde pedían 16/4. A continuación él mismo explicó que no se trataría de coger 3 partes de las anteriores, porque antes la unidad estaba dividida en 4 partes, no en 3, sino que se trataría de coger la unidad anterior y dividirla en 3 partes, de forma que los trozos serían más grandes. Si se mantiene el tamaño de la unidad, se varía el tamaño de las porciones, mientras que si se toma de referencia el tamaño de las porciones, *entonces la unidad es más pequeña*, como decía este padre. Él mismo también comentaba que si lo representábamos en la misma recta tendríamos que hacer lo primero, mantener el tamaño de la unidad.

[3] El contexto de esta actividad era trabajar con las familias los conceptos de fracción propia y fracción impropia, a través de la representación gráfica.

Mientras varios familiares discutían entre ellos sobre esto, el facilitador dibujó una semirrecta donde colocar las diferentes fracciones, y la dividió en varias partes. Explicaba cómo, para representar 16/4 una opción sería tomar 4 partes para hacer una unidad (cada 4 partes sería una unidad), mientras que para representar 3/3 se tomarían 3 partes para hacer una unidad (cada 3 partes sería una unidad). Los familiares, en cambio, hacen referencia a la posibilidad de mantener constante la unidad, para poder comparar entre fracciones e identificar fracciones equivalentes, como decía este padre: *tal y como lo representas en la misma línea, 1/4 sería del 0 al 1* (la primera porción) *y 1/3 sería también del 0 al 1* (la primera porción)*, entonces (...) ¿1/4 es igual a 1/3? (...) de cara a la comparación...* En la reflexión de los participantes del taller, al plantear y resolver los problemas conjuntamente, es como surge la idea de qué es mejor: tomar como referencia, la parte o la unidad. Y es a partir de esta discusión y la conclusión a que se llega que el facilitador vuelve a explicar la diferencia entre las dos formas de representarlo y como, como dice el padre, manteniendo la unidad, la representación se corresponde más con la realidad, y mantiene las proporciones.

Otro ejercicio similar les mostraba una figura que representaba 3/4 partes del total de una cinta, y les pedía que dibujasen las citas correspondientes a 1/2, 2/3, 4/3 y 3/2. Tal como un padre lo explicaba: *Divides en 3 partes y el equivalente a una parte se la añades (...) para sacar la mitad, o 2/3 o lo que sea*. Sale a dibujarlo en la pizarra, y a partir del dibujo en la mesa los participantes se explican entre ellos que eso sería 3/4, y que le faltaría 1/3 para ser la unidad. Entre todos resuelven como han de dibujar las diferentes fracciones, dividiendo la unidad según el denominador y tomando las partes lo que indica el numerador.

Estas actividades son un ejemplo de cómo en los talleres las explicaciones de los contenidos matemáticos que se trabajan se construyen conjuntamente. En primer lugar se promueve que sean los propios familiares quienes propongan formas de resolver las actividades y explicaciones de cómo hacerlo, y después estas propuestas se pueden complementar con otras explicaciones adicionales, que recogen en ocasiones las formas en que se está explicando en las aulas a los chicos y chicas. De esta manera, las explicaciones y las "reglas" para la resolución de los problemas van surgiendo a partir de las contribuciones de los propios participantes en el taller.

A continuación se propuso que resolvieran problemas con fracciones por parejas. El primero decía lo siguiente: *A una manifestación para la inclusión social participan 900.000 personas. Si 1/3 de las 5/6 partes son jóvenes menores de 20 años, ¿qué cantidad de jóvenes menores de 20 años se han manifestado?* Ante este problema, un padre y una madre lo resuelven de forma diferente, y así lo explican al grupo. La madre primero calcula los 5/6 de 900.000, y del resultado calcula 1/3. En cambio, el padre multiplica 1/3 por 5/6 por 900.000. Este ejemplo pone de manifiesto que hay diferentes maneras de resolver un mismo problema y que ambas son correctas.

El siguiente problema decía: *Por término medio una persona se pasa durmiendo 1/9 de la cuarta parte de su vida. ¿Cuántas horas por término medio se pasa durmiendo cada día?* Ante este problema, que se puede resolver multiplicando fracciones, una madre explicaba que para ella es más fácil hacer la división, ya que así lo entiende mejor: *Yo he dividido las 24 horas del día en 4 partes, y me salía que una parte eran 6 horas, y luego esa hora la dividía en 9 y me salían 0,6 horas. (...) A mi mentalmente me es más fácil así, porque entiendo el concepto, es como si fuera un pastel y lo voy haciendo trozos. Porque las matemáticas, si no entiendes no llegas a lo otro, yo necesito entenderlo cuando lo leo, o verlo, imaginármelo.* Otra vez se muestra que hay diferentes maneras de resolver los problemas; se explica que no sólo todas son igualmente válidas sino que unas formas pueden ser mejores para personas que son más visuales y necesitan dibujarse el problema, mientras que otras personas necesitarán hacer una operación y lo resolverán de otra manera. Asimismo, es importante de cara al aprendizaje de los chicos y chicas: es importante que cuando se les enseña o se les ayuda con las matemáticas se tengan en cuenta estas diferentes maneras, y no sólo la que aparece en el libro de texto o la forma concreta en que lo explica el profesor o profesora, que puede ser sólo una.

Por último, recogemos otro ejemplo de un problema de suma de fracciones: *Una persona invierte 1/8 parte del día en comer, 1/3 en dormir, 2/6 en el trabajo, y 2/12 en desplazamientos. ¿De cuánto tiempo dispone?* Esta suma la resolveríamos calculando el mínimo común múltiplo. Sin embargo, en este caso, contar con una madre Armenia nos muestra que en su país no calculan el m.c.m. como hacemos aquí para sumar fracciones, sino que usan otro procedimiento: éste consiste en coger el denominador más grande (12) y ver si lo puede dividir entre el siguiente denominador más grande (8); como no puede, lo dobla (24), y en este caso si que lo puede dividir por todos los demás denominadores. Por tanto, 24 será el denominador común para hacer la suma. Este problema, y el hecho de poner en común las diferentes estrategias que existen en el grupo, nos permiten ver que hay diferentes maneras de resolver el problema también entre diferentes culturas, y que también todas son válidas.

g. Haciendo estimaciones

Finalmente, usamos también la actividad del *Jarro de los caramelos*.[4] Se trata de una actividad que sirvió como "*ice-breaking*" para la segunda temporada del taller de matemáticas que realizamos con las familias de la escuela de primaria. La presentación de esta actividad consiste en un tarro grande, de cristal transparente, cerrado, y lleno hasta el borde de caramelos. La pregunta que se pone sobre la mesa es ¿cuántos caramelos tiene el tarro? La persona que más se acerca al resultado correcto, se lleva todo el tarro, en premio. El tarro se mueve alrededor de toda la clase. Todas las personas pueden tocar el tarro, manipularlo, pero no abrir el tapón, ni sacar ningún caramelo. Al final, después de un tiempo prudente de deliberación, cada persona (o familia, en nuestro caso) tiene que apuntar un resultado (estimación) en un papel, con sus nombres, cerrarlo y ponerlo en una bolsa que tiene la persona que dinamiza la actividad. La sesión se cierra con el recuento de respuestas. Luego, la persona que dinamiza abre el tarro, saca todos los caramelos sobre una mesa, los cuenta, y así se sabe quién ha hecho la mejor estimación (y, por tanto, quien se lleva el tarro a casa).

[4] Esta actividad está inspirada en el trabajo que uno de los autores de la comunicación realizó en CEMELA, *Center for the Mathematics Education of Latinos/as*, en Estados Unidos.

En el contexto del taller de matemáticas, las familias participaban juntas para averiguar el número correcto de caramelos. En este caso, a diferencia de las otras dos actividades que hemos comentado sobre estas líneas, no sólo había padres y madres, sino que también asistían al taller con sus hijos e hijas, y hacían "equipo" para tratar de hacer la estimación correcta.

Desde el punto de vista de las interacciones que pudimos observar en el desarrollo de la actividad, es interesante ver cómo padres/madres e hijos/as colaboraban conjuntamente, con ahínco, para descubrir el número deseado. Adultos y niños trataban de buscar métodos válidos para acercarse a la respuesta correcta. Lo que destaca del caso es que el número que acabaron apuntando en el papel fue, en todos los casos, un acuerdo tomado por toda la familia, en "círculo" (tres de ellas se pusieron haciendo "círculo", para intercambiar pros y contras hacia una determinada respuesta, hasta que acabaron tomando la decisión final). En cualquier caso, las respuestas no fueron sólo (o siempre) por parte de los adultos: los niños y las niñas también aportaron estrategias para averiguar el número correcto de caramelos.

Desde el punto de vista matemático, y en concreto, desde el punto de vista de las estrategias de estimación, pudimos observar (y discutir) varias aproximaciones diferentes: desde la familia que sencillamente decía un número por probar, en base a su experiencia previa con ese tipo de tarros, hasta quienes elaboraban un procedimiento para tratar de inferir el número de caramelos. En general, las estrategias que se impusieron fueron dos (a parte de la del "número aleatorio", que acabamos de citar): la "estimación en base al volumen", y la "estimación por conteo".

La "estimación en base al volumen" consistía en tomar el tarro de caramelos entre las manos, girarlo para ver la base (de cristal), y contar el número de caramelos que había en el fondo del tarro. Luego, se vuelve a incorporar el tarro, sobre la base, y se cuentan las "capas" de caramelos hasta la boca del tarro. Con ambos números, se hace una multiplicación, y de esa manera se hace una estimación aproximada del contenido del tarro.

La "estimación por conteo", en cambio, consiste en coger el tarro, e ir contando todos los caramelos que se ven a través del cristal, por todas partes. Al final, a partir de ese número, las familias daban una respuesta final infiriendo el posible resultado.

Al finalizar la actividad, la familia que dio un número más aproximado al total real de caramelos, fue una familia que utilizó el método de la "estimación en base al volumen" del tarro. Y fue la niña quien hizo la aportación clave en este caso.

El objetivo de esta actividad fue el de crear un ambiente distendido, a partir del que conocernos y poder comenzar a trabajar juntos y juntas el tema de las matemáticas (que a menudo aparece envuelto en un aura de miedo o respeto). Pero mientras construíamos ese "ambiente" (Díez-Palomar, y Prat, 2009), nos dimos cuenta que la situación había sido propicia para que las personas participantes mostraran un abundante acervo de conocimiento matemático (desde el punto de vista de las competencias), basado en experiencias previas, tanto de la vida cotidiana, como de la vida real.

Conclusiones

Los talleres de matemáticas para familiares son una iniciativa que responde a una necesidad identificada en las escuelas e institutos y también en las investigaciones en relación al aprendizaje de las matemáticas. Se trata de proporcionar recursos a las familias para que puedan ayudar a sus hijos e hijas con las matemáticas en casa, contribuyendo a su mejor aprendizaje, y superando las distancias, barreras e incomunicaciones que se producen con frecuencia entre las escuelas y las familias. En los talleres, se parte de contenidos del currículum de matemáticas del alumnado y que a partir del diálogo con las familias se decide que es importante trabajar. Mediante una dinámica participativa se ponen en común las diferentes maneras de resolver las actividades de matemáticas: como las enseñan en la escuela de los niños y niñas, como las aprendieron los padres y madres, y como las resuelven en otros países o culturas, para así establecer puentes de comunicación entre las familias y la escuela.

Los datos que hemos recabado durante los tres episodios que se presentan en la sección anterior muestran una coherencia con la tesis de la transferencia de conocimiento de Evans (1999). Podemos apreciar como las personas participantes en los talleres echan mano de sus conocimientos previos para resolver las diferentes actividades que les plantea el facilitador. Pero nosotros queremos ir aún más allá de la idea de Evans. La tesis de la transferencia del conocimiento supone una relación unidireccional entre los diferentes agentes que están involucrados en la práctica pedagógica. El maestro es quien transmite una serie de conocimientos al conjunto de los estudiantes, que están allí para aprender. Este modelo clásico de enseñanza – aprendizaje no responde a lo que hemos observado durante los talleres. Al contrario, nosotros podemos ver (y es sobre todo evidente en el caso del segundo episodio, el referido a las fracciones) como las personas que participan en la sesión también comparten sus puntos de vista, y aportan conocimiento. La relación que se establece entre los diferentes actores es biunívoca: existe un compartir, más que un transmitir conocimiento. El aula se convierte en un espacio de diálogo, en el que las personas analizan las diferentes situaciones didácticas y discuten cuáles son los argumentos que dan una respuesta válida que resuelve lo que se pregunta.

Por otro lado, otro de los aspectos relevantes que podemos ver en los episodios presentados más arriba es la centralidad de la interacción. Esta idea es coherente con los resultados de investigación que ya había obtenido Vygotsky (1978) a principios del siglo pasado. El aprendizaje no es un proceso únicamente individual, aislado del mundo. También es una práctica social y cultural. Las personas aprendemos gracias a la interacción con otras personas. Se trata de procesos de comunicación donde el lenguaje no sólo es un fondo de cultura, sino que también es una herramienta que utilizamos para verbalizar los problemas, explicarlos, y encontrar soluciones con el resto de personas que nos rodean. Mediante el diálogo, buscamos y utilizamos entre nuestros referentes sociales y culturales elementos que puedan servirnos para dar con la respuesta al problema que se nos está planteando. El diálogo, por tanto, es también herramienta central en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el marco de la formación de familiares.

Finalmente, otro elemento que queremos destacar es la creación de un espacio que siguiendo el trabajo de Gutiérrez y sus colaboradores (1999) podemos denominar como híbrido. A lo largo de los diferentes episodios se puede observar que hay una convivencia entre los discursos más formales o académicos, y los discursos no formales, o basados en referentes de fuera de la vida académica. Desde el punto de vista de la formación de familiares, intuimos que la existencia de esos espacios híbridos es lo que ha permitido que los talleres acabaran funcionando. No tenemos evidencias para afirmarlo con rotundidad, pero esta intuición abre una línea de investigación futura que tiene el potencial de contribuir a esclarecer qué elementos explican que funcione la formación matemática de las familias, y que, por tanto, son referentes para las personas que quieran dedicarse a incentivar este tipo de formación.

Bibliografía

ALLEXSHAT-SNIDER, M. Editorial: Urban Parents' Perspectives on Children's Mathematics Learning and Issues of Equity in Mathematics Education. **Mathematical Thinking and Learning**, vol. 8, n. 3, p. 187-195. 2006.

ATWEH, B., FORGASZ, H., & NEBRES, B. **Sociocultural research on mathematics education:** An international perspective. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 2001.

AUBERT, A., FLECHA, A., GARCIA, C., FLECHA, R., RACIONERO, S. **Aprendizaje dialógico en la Sociedad de la Información.** Barcelona: Hipatia. 2008.

BAKER, D., STREET, B., & TOMLIN, A. Mathematics as social: Understanding relationships between home and school numeracy practices. **For the Learning of Mathematics**, vol. 23, n. 3, p. 11–15, 2002.

BERNSTEIN, B. **Class, codes and control,** vol. 1. London, Routledge & Kegan Paul, 1973a.

BERNSTEIN, B. **Class, codes and control**, vol. 2. London, Routledge & Kegan Paul. 1973b.

BERNSTEIN, B. **Class, codes and control**, vol. 3. London, Routledge & Kegan Paul. 1977.

CAMPBELL, J. R., HOMBO, C. M., & MAZZEO, J. **NAEP 1999 trends in academic progress:** Three decades of student performance. Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, National Center for Educational Statistics. 2000.

CIVIL, M. Parents as learners and teachers of mathematics: Towards a two-way dialogue. En M. J. SCHMITT & K. SAFFORD-RAMUS (Eds.), **Adults learning mathematics—7: A conversation between researchers and practitioners** (pp. 173–177). Cambridge, MA: Adults Learning Mathematics & National Center for the Study of Adult Learning and Literacy. 2001a.

CIVIL, M. Redefining parental involvement: Parents as learners of mathematics. Paper presented at the **National Council of Teachers of Mathematics Research Pre-session**, Orlando, FL. 2001b.

CIVIL, M., & ANDRADE, R. Transitions between home and school mathematics: Rays of hope amidst the passing clouds. En G. DE ABREU, A. J. BISHOP, & N. C. PRESMEG (Eds.), **Transitions between contexts of mathematical practices** (pp. 149–169). Boston: Kluwer. 2002.

CIVIL, M., & ANDRADE, R. Collaborative practice with parents: The role of researcher as mediator. En A. PETER-KOOP, A. BEGG, C. BREEN, & V. SANTOS-WAGNER (Eds.), **Collaboration in teacher education: Working towards a common goal** (pp. 153–168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer. 2003.

CIVIL, M., & BERNIER, E. Exploring images of parental participation in mathematics education: Challenges and possibilities. **Mathematical Thinking and Learning**, vol. 8 n. 3, p. 309-330. 2006.

CIVIL, M., & QUINTOS, B. Uncovering mothers' perceptions about the teaching and learning of mathematics. Paper presented at the annual meeting of the **American Educational Research Association**, New Orleans, LA. 2002.

CIVIL, M., DÍEZ-PALOMAR, J., MENÉNDEZ-GÓMEZ, J.M., ACOSTA-IRIQUI, J. Parents' interactions with their children when doing mathematics. **Adult Learning Mathematics International Journal**, special issue, vol. 3, n. 2a, p. 41-58. 2008.

CREA **Includ-ed. Strategies for inclusion and social cohesion in Europe from Education**. Integrated Project. Sixth Framework Programme. Priority 7. European Commission. 2006-2011.

DE ABREU, G., & CLINE, T. Parents' representations of their children's mathematics learning in multiethnic primary schools. **British Educational Research Journal**, vol. 3, n. 6, p. 697-722. 2005.

DE ABREU, G., CLINE, T., & SHAMSI, T. Exploring ways parents participate in their children's school mathematical learning: Cases studies in multiethnic primary school. En ABREU, G., BISHOP, A., & PRESMEG, N. (Eds.) **Transitions between contexts of mathematical practices** (pp. 123-147). Boston, MA: Kluwert. 2002.

DÍEZ-PALOMAR, J. **Formació de familiars per a una escola inclusiva**. Projectes ARIE. AGAUR. Generalitat de Catalunya. Ref. 00011. 2009.

DÍEZ-PALOMAR, J., FLECHA, R. (Eds.). Comunidades de Aprendizaje. **Revista Interuniversitaria de Formación de Profesorado.** *Special issue.* 67, 24(1). 2009.

DIEZ-PALOMAR, J., GIMENEZ, J., GARCIA, P. L'aprenentatge de les matemàtiques des de l'aprenentatge dialògic. **Comunicació Educativa**, p. 27-30. 2005.

DÍEZ-PALOMAR, J., SIMIC-MULLER, K., & VARLEY, M. El club de matemáticas. Una experiencia cultural de matemáticas de la vida cotidiana, para la diverisdad. **UNO. Revista de didáctica de las matemáticas**, vol. 45, p. 99-103. 2007.

DÍEZ-PALOMAR, J., Y PRAT, M. Discussing a case study of family training in terms of communities of practice and adult education. Comunicación presentada en el **CERME** (Conference of European Research in Mathematics Education). Febrero, 2009.

ELBOJ, C.; PUIGDELLÍVOL, I.; SOLER, M.; VALLS, R. **Comunidades de aprendizaje.** Transformar la educación. Barcelona: Graó. 2002.

EVANS, J. Building Bridges: Reflections on the Problem of Transfer of Learning in Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 39, n. 1-3, p. 23-44. 1999.

FLECHA, R. **Sharing words:** Theory and practice of dialogic learning. Lanham, MD: Rowman & Littlefield. 2000.

GOLDMAN, S. A New Angle on Families: Connecting the Mathematics in Daily Life with School Mathematics. En BEKERMAN, Z., BURBULES, N., SILBERMAN-KELLER, D. (Eds.), **Learning in Places: The Informal Education Reader.** Bern: Peter Lang. 2006.

GONZÁLEZ, N., ANDRADE, R., CIVIL, M., & MOLL, L. Bridging funds of distributed knowledge: Creating zones of practices in mathematics. **Journal of Students Placed at Risk**, vol. 6, n. 1-2, p. 115-132. 2001.

GONZÁLEZ, N., MOLL, L., & AMANTI, C. **Funds of knowledge:** Theorizing practices in households, communities and classrooms. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 2005.

GUTIÉRREZ, K., BAQUEDANO-LÓPEZ, P., & TEJEDA, C. Rethinking diversity: Hybridity and hybrid language practices in the Third Space. **Mind, Culture, & Activity** vol. 6, n. 4) p. 286-303. 1999.

GUTSTEIN, E. **Reading and writing the world with mathematics.** London: Taylor & Francis. 2006.

HART, L. Some directions for research on equity and justice in mathematics education. En L. BURTON (Ed.), **Which way social justice in mathematics education?** (pp. 103–112). Albany: State University of New York Press. 2003.

LERMAN, S. The social turn in mathematics education research. En J. BOALER (Ed.), **Multiple perspectives on mathematics teaching and learning** (pp. 19–44). Westport, CT: Ablex. 2000.

LICÓN-KHISTY, L. Making inequality: Issues of language and meanings in mathematics teaching with Hispanic students. En WALTER SECADA, ELISABETH FENNEMA, and LISA B. ADAJIAN (Eds.), **New directions for equity in Mathematics Education** (pp. 279-297). Cambridge: Cambridge University Press. 1995.

MARTIN, D. Mathematics learning and participation as racialized forms of experience: African American parents speak on the struggle for mathematics literacy. **Mathematical Thinking and Learning**, vol.8, n. 3, p. 197-229. 2006.

MOLINA, S., & NIEMELA, R. Subcomunidades de aprendices mutuos en el aula. El caso de gruposs interactivos. **Revista de Psicodidáctica**. En prensa.

MOSES, R., & COBB, P. **Radical Equations:** Civil Rights froms Mississippi to the Algebra Project. Beacon Press. 2001.

SKOVSMOSE, O. **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education.** Dordrecht: Kluwer. 1994.

SKOVSMOSE, O. Foregrounds and politics of learning obstacles. **For the Learning of Mathematics**, vol. 25, n. 1, p. 4-10. 2005.

SKOVSMOSE, O., ALRO, H., VALERO, P. “Before you divide, you have to add” Inter-viewing indian students’ foregrounds. **The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph 1**, p. 151-168. 2007.

STEDOY-JOHANSSEN, I. **Mathematics learning** – A challenge for the whole family. International Meeting of EMMA – European Network for Motivational Mathematics for Adults. Florence, Italy. http://www.statvoks.no/emma/. 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society:** The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press. 1978.

WENGER, E. **Communities of Practice.** Learning, meaning, and identity. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

WILLIS, P. **Aprendiendo a trabajar:** cómo los chicos de la clase obrera consiguen trabajos de clase obrera. Madrid: Akal. 1988.

Submetido em julho de 2009.

Aprovado em setembro de 2009.