O Ensino na *École Polytechnique* e a Rigorização da Análise: o *Cours d'analyse* de Cauchy

Rubem Nunes Galvarro Vianna
Mestre em Ensino de Matemática, UFRJ
Professor do Estado do Rio de Janeiro
rubemvianna@hotmail.com

Tatiana Roque
Professora, UFRJ
tati@im.ufrj.br

Resumo
Pretendemos discutir a influência da necessidade de ensinar Análise no desenvolvimento desta disciplina no início do século XIX. Mostramos, em particular, como o livro-texto *Cours d'analyse*, de Augustin-Louis Cauchy, ajudou nesse desenvolvimento, com uma apresentação inovadora dos conceitos. Destacamos a necessidade de fundamentar a Análise para o ensino na *École Polytechnique* como o principal fator da inovação que representou esta obra, exemplo da estreita dependência entre o ensino e a história da Análise propriamente dita.

Palavras-chave: História da Análise. Ensino de Análise. Cauchy. Rigor matemático.

The teaching at the *École Polytechnique* and rigorization of Analysis: Cauchy's *Cours d'analyse*

Abstract
We intend to discuss influence the teaching of Analysis had in the development of this discipline in 19^{th} century. We show, in particular, how the textbook *Cours d'analyse*, by Augustin-Louis Cauchy, has helped as an innovative presentation of key concepts. This article seeks to highlight the need to teach Analysis in the *École Polytechnique* as the main reason for the innovations this work presented, an example of the close interdependence between teaching and history of Analysis.

Keywords: History of Analysis. Teaching Analysis. Cauchy. Mathematical rigor.

Introdução

O presente trabalho investiga os anos iniciais da atividade docente de Cauchy na *École Polytechnique*. Pretendemos discutir a importância de seu livro-texto *Cours d'analyse de l'École royale polytechnique. Première partie. Analyse algébrique* no movimento de rigorização da Análise e esclarecer de que maneira ele foi influenciado pela necessidade de ensinar esta disciplina.

A matemática começou a ser profissionalizada um pouco antes da institucionalização de seu ensino. Até meados da segunda metade do século XVIII, os conceitos básicos de Análise eram apresentados em pequenas introduções de aulas e livros, além de exposições para o público leigo. Na França pré-revolucionária a instrução matemática era relegada a um papel marginal e sofria da carência de professores qualificados. A matemática era ensinada – quando muito – no último nível do ensino secundário, após a maioria dos alunos já ter saído da escola. Nos anos 1750, no entanto, foi criado um segundo sistema educacional, com as escolas militares, que atraía estudantes hábeis, cujo recrutamento era restrito à nobreza. Nesse sistema, a matemática emergiu como a disciplina mais importante e muitos professores foram contratados.

A Revolução Francesa trouxe uma reforma educacional com dois aspectos importantes: em primeiro lugar, a criação da primeira escola de professores de nível terciário, a *École Normale Supérieure*, fundada em 1795; e em segundo, a implantação, a partir de 1794, de um projeto de elementarização do conhecimento matemático. Seu objetivo era reunir as contribuições de pesquisa dispersas, reestruturando o estoque de conhecimento num corpo coerente, tornando-o acessível a um amplo público na forma de livros elementares.

A rigor, livros-textos elementares e avançados já se faziam necessários para a nova e crescente comunidade científica desde muito antes desta iniciativa. Crescia o interesse científico de não-profissionais que se sentiam motivados por temas relacionados à matemática e à ciência, como a física newtoniana no entendimento das leis do universo. Além disso, conforme se apagavam as luzes do século XVIII, foi se alterando significativamente o perfil da sustentação financeira da pesquisa científica. Se anteriormente muitos matemáticos só podiam contar com a benevolência de patronos e de reis, agora não havia mais como manter esse estado de coisas. Os novos cientistas – pertencentes a uma classe média crescente – precisavam de suporte institucional, o que levaria à criação de novos postos de trabalho.

Partindo daí, e com a idéia cada vez mais aceita de que os cientistas eram úteis à nação, tanto na expansão da indústria como no aperfeiçoamento da força militar, foram abertas novas escolas e departamentos científicos. Foi com esse espírito que os fundadores da *École Polytechnique* reconheceram que ciência e matemática eram valiosas para o Estado e propuseram usá-la a seu serviço para recrutar e treinar cientistas e engenheiros.

Esta escola, onde Cauchy estudou, se formou engenheiro, e da qual veio a se tornar professor, é uma instituição de ensino e pesquisa fundada em 11 de março de 1794 que "encarna os valores franceses e contribui há dois séculos para legitimar os valores republicanos revolucionários" (DHOMBRES *in* FOURCY, 1987, p.7). Podemos dizer que esta foi a criação mais importante da Revolução em matéria de ensino, sobretudo no que concerne o papel das ciências exatas (BELHOSTE, 1985).

A *École Polytechnique* não se dedicava à pesquisa, mas ao ensino. Em cumprimento fiel ao seu papel de formadora de engenheiros, não oferecia uma formação enciclopédica, mas privilegiava a matemática e as ciências físicas, o que resultou na formação de hábeis matemáticos, embora estes não ocupassem uma posição elevada no contexto institucional que os cercava (SCHUBRING *in* GOLDSTEIN,1996). Todavia, embora fosse uma disciplina fundamental na educação técnica, a matemática era considerada auxiliar para a prática posterior. Havia outras instituições estabelecidas para a pesquisa científica, como o *Institut National*. De acordo com Schubring (2002), a concepção dominante era a de *complementaridade* entre pesquisa e ensino, de tal modo que acadêmicos de tempo integral não estavam, de fato, engajados em instituições de ensino.

O estabelecimento da *École Polytechnique* foi um impulsionador importante da prática educacional científica em toda a Europa, e escrever livros-textos baseados nos cursos de tal instituição tornou-se um procedimento padrão. Vários sábios "politécnicos", como Laplace, Lagrange e Lacroix, produziram livros-textos que se tornaram ferramentas cruciais para o ensino superior da matemática e formaram gerações de matemáticos importantes, como Cauchy.

O período da Restauração (1815-1830) – período em que Cauchy lecionou Análise na *École Polytechnique* – foi certamente o mais frutífero de sua carreira. O número de publicações desta fase – algo em torno de cem, incluindo livros-textos, artigos em jornais científicos e extratos – foi considerável. Nessa época, seu trabalho era dominado por três temas cruciais, sendo um deles o ensino, com ênfase nos fundamentos da Mecânica clássica e especialmente em Análise. A carreira dupla de professor e membro da Academia francesa fez com que diferentes interesses de pesquisa fossem surgindo na vida profissional de Cauchy, cada um atuando como fonte de inspiração do outro: "em sua imensamente criativa cabeça, havia um enlace de problemas, métodos e resultados, que, entre 1821 e 1825, culminaram nos seus grandes livros-textos" (BELHOSTE,1991, p.60).

Neste artigo, trataremos em particular do *Cours d'analyse*, enfatizando as relações entre o ensino de Cauchy e o modo como os pré-requisitos do cálculo são apresentados neste livro-texto. Começamos por situar este matemático em seu contexto histórico, a fim de compreender em que circunstâncias ele viveu e produziu sua obra matemática. Usamos pontos de vista de diversos historiadores da matemática, especialistas na obra de Cauchy, para corroborar a tese da influência do fator ensino no novo modo de expor a Análise proposto por este matemático. Em seguida, procuramos esclarecer a nova arquitetura proposta no *Cours d'analyse* através de apenas um de seus conceitos fundamentais, o de limite.

O papel do ensino na rigorização da Análise

Pouco tempo depois da Revolução Francesa, Lagrange – principal matemático francês do final do século XVIII – foi convidado a lecionar Análise na recém fundada *École Polytechnique*, fato que o pressionou a escrever uma de suas mais importantes obras, *Teoria das Funções Analíticas*. Foi a necessidade de ensinar que levou Lagrange a reunir suas idéias e publicá-las (GRABINER, 1981). Embora sua efetiva atuação como docente tenha sido breve, a experiência de ensino foi a ele a ocasião para reconhecer que infinitésimos, limites, primeiras e últimas razões eram fundamentos inadequados; uma doutrina positiva se fazia necessária. Lagrange resolveu, assim, basear seus conceitos na Álgebra formal, mas isso não era suficiente. Como ressalta Fauvel (1987), a fim de tornar a Análise rigorosa e mais fácil de ser ensinada, seria necessário derivar seus resultados em uma ordem lógica mais clara e compreensível. Este foi o papel de Cauchy.

Tão logo assumiu a cadeira de Análise na *École Polytechnique*, em 1816, Cauchy cuidou de reformar radicalmente o curso (SCHUBRING, 2005), mas a direção da *École* não ficou satisfeita. Uma das razões para isto foi a abordagem escolhida que, por ser muito esmiuçada e reflexiva, ia além das demandas de um curso de Engenharia e gerava resistência da parte dos alunos. Isto resultou, portanto, em um movimento pela volta da instrução explícita dos infinitesimais, uma vez que eles se mostravam mais práticos e mais fáceis na execução dos cálculos, embora carentes de uma justificação rigorosa aos olhos dos matemáticos do século XIX.

Naquele momento, a Análise detinha uma espécie de hegemonia entre as demais disciplinas, uma vez que era comum a todas as carreiras da Engenharia. Cauchy e Ampère propuseram modificações no programa, mas a comissão designada para avaliá-las tinha uma visão diametralmente oposta à deles. Na opinião dos dois jovens professores, entender, assimilar e usar os princípios da Mecânica requeria um profundo conhecimento de Análise e seria necessário dedicar todo o primeiro ano a esta disciplina. Na visão da comissão, a Análise era apenas uma ferramenta para problemas concretos de construção, balística e engenharia. Os professores deveriam introduzir a Análise de forma sucinta e conveniente para a Mecânica, com ênfase nas aplicações. Mas Cauchy não seguiu o programa instrucional e continuou orientando os cursos com originalidade, pelo menos até 1823 (BELHOSTE, 1991).

Em 1820, o conselho superior impôs uma revisão do curso. O professor decidiu então, *"para maior proveito doa alunos"* (CAUCHY, 1992, p.i), escrever a série de aulas introdutórias que constituem o *Cours d'analyse*, publicado em 1821. Esta obra deveria conter, portanto, fundamentos que justificassem o ensino de Análise defendido por Cauchy; eis a principal influência da atividade docente no modo como os conteúdos são expostos e organizados neste livro, conhecido como um dos textos seminais da Análise moderna.

Grattan-Guinness (1980, p.2) observa que "algumas áreas da matemática foram estimuladas nos seus desenvolvimentos pelas necessidades educacionais (...) e a Análise Matemática foi uma dessas áreas". A profissionalização da matemática levou ao aumento do número de matemáticos pesquisadores e do montante de trabalhos publicados. A fim de apresentar aos estudantes as noções básicas desse mundo expandido de uma forma inteligível, professores tentaram apresentar da melhor maneira possível a essência dos ramos particulares da matemática, de forma econômica e rigorosa.

No mesmo sentido, Grabiner (1981) afirma que o ato de ensinar estimulou os matemáticos a considerarem os fundamentos de suas matérias. Ou seja, ao apresentar a Análise para estudantes iniciantes, não se pode apelar ao modo como o conceito é entendido em uso. Assim, ter alunos tende a forçar um professor a expor claramente os primeiros princípios de uma matéria e a pensar esses princípios de uma nova maneira. Isso ajuda a explicar por que as contribuições aos fundamentos do cálculo de Lagrange, Cauchy, Weierstrass e Dedekind foram todas estimuladas pelo ensino.

Bottazzini (1986) acrescenta que houve fatores internos e externos para que se formasse um novo ponto de vista a respeito da necessidade de mudar os padrões de rigor da matemática. Como fator interno, podemos citar, por exemplo, a ocorrência de erros e paradoxos no desenvolvimento de séries infinitas. Como fator externo, destacamos o fato de que, no começo do século XIX, a grande maioria dos matemáticos “militantes” (Lacroix, Poinsot, Cauchy, Monge) estava engajada em ensinar nas grandes escolas francesas, isto é, envolvida em reorganizar a teoria matemática para propósitos didáticos. Isso significa isolar os princípios fundamentais da teoria (em Análise, os conceitos de limite, função, continuidade, derivada, etc.) e deles fazer derivar teoremas de modo dedutivo, mostrando claramente como as proposições estão conectadas umas com as outras. Derivam daí as características inovadoras do livro de Cauchy.

A nova arquitetura da Análise

O *Cours d'analyse* foi pensado por Cauchy como uma introdução ao Cálculo infinitesimal, cujo conteúdo constituía a segunda parte do curso de primeiro ano da *École Polytechnique* e seria tratado em outro livro, o *Résumé* – contendo os conceitos de derivada e integral –, publicado em 1823. Portanto, esses conceitos não estão no escopo do *Cours d'analyse* que continha somente a “análise algébrica”, segundo a tradição herdada de Euler e Lagrange. Mas embora Cauchy concordasse com Lagrange sobre a necessidade de se fundamentar rigorosamente a Análise e sobre a insuficiência de justificar seus métodos somente por uma aplicação bem-sucedida na geometria e na física, ele não aceitava os argumentos baseados na generalidade da álgebra como base para a precisão analítica. A descoberta dos erros cometidos pelos analistas do século XVIII aumentava a demanda por um *novo rigor* na Análise.

De um lado havia o antigo – e ainda não resolvido – problema do Cálculo infinitesimal que, a despeito de sua aplicação universal e da quantidade imensa de resultados, permanecia frágil quanto aos princípios. De outro lado, havia o fato de que novos resultados mostravam claramente que nem mesmo os conceitos fundamentais, como o de limite, pareciam estar adequadamente definidos. O Cálculo era um campo bem desenvolvido, com ferramentas eficientes e um corpo conhecido de resultados. Mas, para torná-lo rigoroso, estes resultados deveriam derivar de fundamentos estabelecidos. Era preciso, portanto, reorganizar a teoria matemática:

> Isso significa isolar os princípios fundamentais da teoria (em análise, tipicamente os conceitos de função, continuidade, derivação, etc.) e deles fazer derivar teoremas de modo dedutivo, o que mostra claramente como as variadas proposições estão conectadas umas com as outras. Isso pode ser visto num grande número de livros-textos escritos para estudantes naquela época (BOTTAZZINI,1986, p.91).

Esta citação nos ajuda a compreender em que consiste exatamente este novo rigor posto em prática no século XIX, distinto daquele admitido no século XVIII. Observamos que o rigor matemático é um conceito histórico e, portanto, em progresso. Matemáticos do século XVIII consideravam-se rigorosos, de acordo com os padrões do seu tempo. Mas segundo Grabiner (1981), quando um matemático do século dezenove pensava em rigor na Análise, tinha três coisas em mente:

a) Todo conceito teria que ser definido explicitamente em termos de outros conceitos conhecidos;
b) Os teoremas teriam que ser provados; cada passo deveria ser justificado:
   - por um outro teorema previamente provado, ou
   - por uma definição ou por um axioma explicitamente declarado (isso significava em particular que a derivação de um resultado por manipulação de símbolos não provaria um resultado, e nem o desenho de um diagrama provaria afirmações sobre curvas contínuas);
c) As definições escolhidas e os teoremas provados teriam que ser suficientemente amplos para suportar a estrutura inteira de resultados válidos.

O *Cours d'analyse* marcou época na literatura matemática justamente por propor uma nova arquitetura da Análise, baseada nas noções de limite, continuidade e função. Ordem lógica, relativa concisão, especificidade do domínio, recuperação dos resultados conhecidos, enfim, ingredientes que mostram a organização desta obra de Cauchy. Nem ele mesmo foi tão coerente e sistemático em todos os seus trabalhos. Freudenthal analisa assim porque o *Cours d'analyse* viria mostrar sua face sistemática:

> Por que, então, o *Cours d'analyse* foi tão diferente de outros trabalhos seus? Não porque era mais fundamental, mas porque era um livro-texto, no qual ele não apenas comunicou seus resultados, mas também tornou explícita sua experiência prática. Cauchy não era um amante da pesquisa sobre os fundamentos como Bolzano, mas, para ensinar a iniciantes, ele teve que analisar e apresentar as técnicas implícitas em sua prática. Uma situação que é comum hoje, quando um professor moderno torna explícitos seus hábitos lógicos, mesmo que não seja um lógico (FREUDENTHAL, 1971, p.378).

Com efeito, na introdução Cauchy se refere ao rigor da Geometria como o ideal a que aspirava. Mas o que tinha em mente ao fazer esta alusão não era o uso de diagramas, mas a estrutura lógica dos *Elementos* de Euclides. As definições e conceitos são apresentados de forma que:

> (...) eles não se apóiam em considerações geométricas. Usando a teoria dos limites como fonte das definições das propriedades básicas, e a aritmética de inequações como principal artifício as provas, Cauchy pôde trazer para a Análise matemática uma autonomia tanto em relação à Geometria quanto à Álgebra. Uma característica marcante do *Cours d'analyse* (...) é que nenhum diagrama é usado, nem mesmo para propósitos ilustrativos (GRATTAN-GUINNESS,1980, p.111).

Vale expor aqui, em suas próprias palavras, a concepção de Cauchy sobre o rigor analítico, expressa na Introdução do *Cours d'analyse*:

> Como método, eu tive em vista dar [à Análise] todo o rigor que se demanda na Geometria, de tal modo que jamais recorresse aos raciocínios baseados na generalidade da álgebra. Raciocínios deste tipo, embora comumente admitidos, particularmente na passagem das séries convergentes às divergentes e das quantidades reais a expressões imaginárias, podem, assim me parece, apenas ocasionalmente ser considerados como induções apropriadas para apresentar a verdade, uma vez que eles estão tão pouco de acordo com a precisão tão estimada nas ciências matemáticas. Devemos observar que eles tendem a atribuir uma extensão indefinida às fórmulas algébricas, ao passo que na realidade a maior parte dessas fórmulas existe somente sob certas condições e para certos valores das quantidades que elas contêm. Ao determinar essas condições e esses valores, eu faço abolir toda incerteza (CAUCHY, 1992, p.ii-iii).

Após a Introdução, o *Cours d'analyse* inicia o conteúdo matemático, nas *Préliminaires*, com uma revisão dos diversos tipos de números (natural, racional, etc.), introduz o conceito de valor absoluto (que ele chama “valor numérico”) e os cálculos com quantidades literais (Cauchy, assim como os demais matemáticos que procuraram reconstruir positivamente a análise, admitia como “certo” o sistema de números reais). Em seguida, ele define quantidade variável.

Chega então o momento de introduzir o conceito de limite. Ora, é pacífico que Cauchy herdou a ideia de basear seu cálculo no conceito de limite de seus antecessores. Mas todos eles deixaram de fundamentar efetivamente os seus resultados usando este conceito. É diferente o entendimento do conceito da realização da dura tarefa de provar importantes teoremas usando o conceito.

Cauchy teria sido, segundo Grabiner (1981), o primeiro a entender plenamente o conceito de limite e aplicá-lo ao cálculo com sucesso. Há outras versões sobre a primazia de compreensão deste conceito, mas para nós, neste momento, não importa fazer uma história do conceito de limite propriamente dito. Nosso objetivo é somente usar a definição de limite como exemplo para entender em que consiste a nova arquitetura da Análise proposta por Cauchy. Para ele, o conceito de limite funciona de modo análogo ao conceito de quantidade em relação à matemática como um todo.

Embora d’Alembert, mas também l’Huilier e Lacroix, tivessem preparado o terreno para Cauchy, popularizando a idéia de limite em seus trabalhos, essa concepção permanecia, até então, amplamente geométrica. Com Cauchy, o conceito de limite se tornou claro e definitivamente aritmético. Grabiner destaca dois fatos importantes para esta “aritmetização da análise”, que teve Cauchy como iniciador:

> Primeiro, o conceito de limite do século XVIII pôde ser entendido em termos de inequações (‘dado um épsilon, achar um *n* ou um delta’). Segundo, e mais importante, uma vez feito isso, todo o cálculo pôde ser baseado em limites e, por meio disso, resultados prévios de funções contínuas, séries infinitas, derivadas e integrais transformaram-se em teoremas na nova Análise (GRABINER, 1981, p.77).

Passemos, então, à definição de limite proposta por Cauchy:

> Quando os valores atribuídos sucessivamente a uma determinada variável se aproximam indefinidamente de um valor fixado, de modo que a

> diferença entre eles seja tão pequena quanto desejarmos, tal valor é chamado *limite* de todos os demais (CAUCHY, 1992, p.4).

Esta definição está livre da idéia de movimento (se afastando das concepções "mecânicas"), mas o mais importante é que ela não depende da geometria. Na utilização desta definição, Cauchy substanciou com quantificadores os ε*'s* e *N's*, empregando-os em inequações. Nesta transposição consiste o aspecto mais moderno do novo conceito de limite, pois ela permite a tradução do conceito verbal para uma linguagem algébrica (ou aritmética). As expressões mostram o que as palavras escondiam, ou seja, que a diferença entre a variável e seu limite poderia de fato ser feita menor do que qualquer quantidade dada.

No tempo de Cauchy, qualquer um podia calcular limites simples; o problema estava em definir o conceito, utilizá-lo de modo adequado e determinar se existiam limites múltiplos. Cauchy, conhecedor das aproximações algébricas mediante métodos nos quais computava verdadeiramente as inequações correspondentes, estava apto a fornecer provas rigorosas envolvendo limites.

O mérito de Cauchy foi o de reunir o conhecimento que havia sido desenvolvido até então, enxergando o potencial e a viabilidade da álgebra de inequações e o poder do conceito de limite como fundamento seguro para o cálculo. Quando a prova necessitava do uso de limite, Cauchy traduzia sua definição para a linguagem das inequações algébricas e, com isso, podia provar resultados mais poderosos e gerais do que seus antecessores. Quando o limite de uma expressão complicada era discutido, Cauchy trabalhava efetivamente com um delta ou n correspondendo a um determinado épsilon.

Podemos dizer, assim, que a superioridade do conceito de limite de Cauchy em relação aos de seus antecessores não repousa somente na definição explícita, mas no modo como ele usa esta definição nas demonstrações. Este exemplo nos permite esclarecer o que queremos dizer ao enfatizar a nova arquitetura da Análise proposta no *Cours d'analyse*: os conceitos deviam ser bem definidos antes de serem usados e nada podia ser afirmado sobre os fundamentos sem que fossem fornecidas demonstrações. Enfim, isto pode parecer óbvio para nós, que estudamos matemática em livros-textos que seguem exatamente este princípio. O que queremos analisar aqui é justamente o movimento que está na origem desta concepção de rigor.

Cauchy introduz a noção de continuidade antes de definir a convergência de séries (e de provar seus critérios), logo antes de definir derivada e integral. Isso porque ele utiliza o conceito de continuidade nas definições e nas hipóteses de provas posteriores à sua definição. É inimaginável, nos dias de hoje, que se considere, na hipótese de um teorema, a continuidade de uma função, sem que se tenha definido continuidade anteriormente. Mas isto era feito antes de Cauchy. Eram usadas ideias baseadas no senso comum (dos cientistas de então), que eram aceitas como bem postas. Mas a partir de Cauchy, um trabalho (ou um livro-texto) cujo conteúdo fosse exposto com definições soltas, inúteis ou ainda matematicamente descontextualizadas seria visto como um trabalho não rigoroso.

O didatismo de Cauchy é perceptível na preocupação em explicar detalhadamente uma definição antes de seguir em frente. A leitura acaba sendo árida, mas esta preocupação resultou numa obra coerente e "fechada", a fim de que o rigor se mostrasse soberano. Não é de se estranhar que outros tenham seguido seu modelo característico em obras posteriores, e que tal modelo tenha feito escola na apresentação da Análise até hoje, uma vez que – para além dos propósitos didáticos – ele apresentou uma arquitetura bem-sucedida no âmbito da própria escrita matemática.

Foi justamente a arquitetura da análise de Cauchy, vista em seu conjunto, mais do que o modo de definir este ou aquele conceito, ou de demonstrar este ou aquele teorema, que funcionou como um divisor de águas na história da Análise. O *Cours d'analyse* foi lido por Abel, Bolzano, Dirichlet e Riemann, diretamente, como indiretamente por Weierstrass, através de Abel. Isto é, teve influência sobre os maiores analistas nos meados do século XIX. Como afirma Grabiner (1981), assim como os *Elementos* de Euclides foram tão bem-sucedidos que obscureceram os trabalhos anteriores; assim como o cálculo de Newton-Leibniz tornou desnecessária a leitura dos resultados anteriores de áreas e tangentes; do mesmo modo os livros de Cauchy tornaram obsoletos muitos dos tratamentos anteriores de limite, convergência, continuidade, derivadas e integrais.

A ordem de exposição comum nos livros de matemática não é "genética", isto é, não se preocupa em reproduzir o modo como determinado conceito foi desenvolvido historicamente, com suas contradições e paradoxos, idas e vindas, progressos e recaídas. Não defendemos aqui que esta maneira de expor seja a mais eficiente para propósitos didáticos, nem o contrário. Nosso objetivo neste artigo é mostrar as origens históricas do modo de expor e escrever Análise que vigora até os nossos dias.

Referências

BARBIN, E.; BÉNARD, D. (orgs.). **Histoire et enseignement des mathématiques:** rigueurs, erreurs, raisonnements. Institut National de Recherche Pédagogique (IREM), Université Blaise-Pascal de Clermont-Ferrand, 2007.

BELHOSTE, B. **Cauchy, 1789-1857**: un mathématicien légitimiste au XIXe siécle. Paris: Belin, 1985.

————. **Augustin-Louis Cauchy: a biography**. Translated by F. Ragland. New York: Springer-Verlag, 1991.

BOTTAZZINI, U. Geometrical rigour and 'modern analysis'. An introduction to Cauchy's Cours d'analyse. In: CAUCHY, A.L. **Cours d'analyse de l'École Polytechnique**; 1re partie – Analyse algébrique. Bologna: Clueb, 1992. (Instrumenta rationis. 7, 1990).

————. **The higher calculus**: a history of real and complex analysis from Euler to Weierstrass. Translated by W. Van Egmond. New York: Springer-Verlag, 1986.

CAUCHY, A.L. **Cours d'analyse de l'École Polytechnique**; 1re partie – Analyse algébrique. Bologna: Clueb, 1992. (Instrumenta rationis 7, 1990).

————. **Résumé des leçons données a l'École Polytechnique sur le calcul infinitésimal**; Tome premier. Paris: Gauthier-Villars, 1899. (Oeuvres complètes, IIe série,Tome IV).

————. **Leçons sur le calcul différentiel**. Paris: Gauthier-Villars, 1899. (Oeuvres complètes, IIe série, Tome IV).

DELAMBRE, J.B.J. **Rapport historique sur les progrès des sciences mathématiques depuis 1789**. Paris: De l'Imprimerie impériale, 1810.

DHOMBRES, J. L'École polytechnique et ses historiens. In: FOURCY, A. **Histoire de l'École Polytechnique**. Paris: Belin, c1987.

EDWARDS, C.H. **The historical development of the calculus**. New York: Springer-Verlag, 1979.

FOURCY, A. **Histoire de l'École Polytechnique**. Paris: Belin, c1987.

FRASER, C. The calculus as algebraic analysis: some observations on Mathematical Analysis in the 18th century. **Archive for the History of Exact Sciences**. V.39(4), pp. 317-332, 1988.

GRABINER, J. **The origins of Cauchy's rigorous calculus**. Cambridge, Mass.: MIT, 1981.

GRATTAN-GUINNESS, I. **Convolution in French mathematics, 1800-1840**: from the calculus and mechanics to mathematical analysis and mathematical physics. Boston: Birkhäuser, 1990.

———— (ed.). **From the calculus to set theory, 1630-1910**: an introductory history. London: Duckworth, 1980.

JAHNKE, H.N. Algebraic analysis in the 18th century. In: ———— (ed.). **A history of analysis**. Providence, RI: American Mathematical Society, [London]: London Mathematical Society, 2003.

LAGRANGE, J.L. **Théorie des fonctions analytiques**, contenant les principes du calcul différentiel, dégagés de toute considération d'infiniment petits ou d'évanouissants, de limites ou de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies. Paris: Impr. de la République, 1797.

LAUGWITZ, D. Definite values of infinite sums: aspects of the foundations of infinitesimal analysis around 1820. **Archive for the History of Exact Sciences**. V.39(3), pp. 197-245, 1988.

LÜTZEN, J. The foundation of analysis in the 19th century. In: JAHNKE, H.N. (ed.). **A history of analysis**. Providence, RI: American Mathematical Society, [London]: London Mathematical Society, 2003.

SCHUBRING, G. **Conflicts between generalization, rigor and intuition**: number concepts underlying the development of analysis in 17^{th}-19^{th} century France and Germany. New York: Springer, 2005.

————. A Framework for Comparing Transmission Processes of Mathematics to the Americas. **Revista Brasileira de História da Matemática**. V.2, nº3, pp. 45-63, 2002.

————. Mathematics and institutional contexts. In: GOLDSTEIN, C.; GRAY, J.; RITTER, J. (orgs.). **L'Europe mathématique**: histoires, mythes, identités. Paris: Editions de la Maison des sciences de l'homme, 1996.

Submetido em março de 2010.
Aprovado em julho de 2010.