

---

# Os registros de representação semiótica no estudo da circunferência com enfoque na geometria analítica

---

## Joseide Justin Dallemole

Doutoranda do PPGECIM – ULBRA – Canoas-RS  
jjdallemole@yahoo.com.br

## Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Professora, ULBRA-Canoas-RS  
claudiag@ulbra.br

## Lorenzo Moreno Ruiz

Professor, Universidade de La Laguna, Tenerife-ES  
lorenzom49@gmail.com

### Resumo

Apresenta-se, neste trabalho, o cenário virtual implementado no sistema Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) e os resultados referentes aos conceitos de Circunferência, da investigação com Geometria Analítica fundamentado nos Registros de Representação Semiótica. Visou investigar as dificuldades de 10 alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil na conversão dos Registros de Representação Semiótica nos conteúdos de Circunferência, bem como as contribuições do SIENA para a identificação dessas dificuldades e na recuperação individualizada deste conteúdo. Adotou-se a metodologia qualitativa, com ênfase no estudo de caso. Constatou-se que os alunos possuem dificuldades nas conversões entre os registros língua natural, algébrico e gráfico.

**Palavras-chave:** Ensino e Aprendizagem. Registros de Representação Semiótica. Geometria Analítica. Tecnologias de Informação e Comunicação.

---

# Semiotic representation registers in the study of circumference focused on analytical geometry

---

### Abstract

This paper presents the virtual scenario implemented in the Teaching and Learning Integrated System (SIENA) and the results concerning the concept of circumference, of an investigation on Analytical Geometry based on the theory on Semiotic Representation Registers. The research aimed at investigating the difficulties experienced by 10 students majoring in mathematics, from the Lutheran University of Brazil, in the conversion of Semiotic Representation Registers in Analytical Geometry concerning the topics related to the circumference, and the contributions of the SIENA system to this content. A qualitative methodology was adopted with emphasis placed on a case study approach. The students revealed difficulties in converting across the natural language, algebraic and graphical.

**Keywords:** Semiotic representation registers. Analytical geometry. Teaching and learning. Information and communication technologies.

## **Introdução**

Esta investigação faz parte do convênio de pesquisa firmado desde 2005 entre o grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna (ULL), em Tenerife, Espanha, e o grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). A pesquisa que está sendo realizada por esses grupos tem como título: Inovando o Currículo de Matemática através da Incorporação das Novas Tecnologias. Um dos resultados é o desenvolvimento do Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), um sistema inteligente para apoiar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, permitindo estudo, avaliação e recuperação de conteúdos de uma disciplina qualquer.

A investigação está fundamentada na teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica, com o conteúdo de Geometria Analítica, utilizando, para sua implementação, o sistema inteligente SIENA.

Segundo Damm (2002), em diversas pesquisas em Educação Matemática, constatou-se que os alunos apresentam dificuldades de efetuar a conversão entre os diferentes registros de representação de um objeto matemático.

No ensino e aprendizagem de Geometria Analítica, de acordo com Silva (2006), constata-se que muitos alunos apresentam dificuldades ao lidar com as diversas representações gráficas e algébricas de curvas planas. Duval (apud Silva 2006) afirma que a razão dessas dificuldades está no fato do aluno desconhecer a correspondência semiótica entre o registro das representações gráficas e a escrita algébrica. As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Brasil, 2006) afirmam que a Geometria Analítica possibilita a articulação entre a geometria e a álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas, por meio de equações, e o entendimento de equações, por meio de figuras geométricas, abandonando a apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando a memorização excessiva de fórmulas. Evidencia-se, assim, a necessidade da utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica (gráfico e algébrico) e do desenvolvimento de um trabalho didático que promova a articulação e a conversão entre esses registros.

A preocupação com tais dificuldades, associada à formação de professores de Matemática e à relevância da teoria dos Registros de Representação Semiótica, levou a presente investigação, cujo objetivo geral é investigar quais são as dificuldades que alunos de Licenciatura em Matemática apresentam em relação à conversão entre os Registros de Representação Semiótica na Geometria Analítica, bem como as contribuições do sistema inteligente SIENA para a identificação dessas dificuldades e na recuperação individualizada desses conteúdos.

Este artigo é um recorte dessa investigação, apresentando os resultados alcançados referentes aos conceitos de Circunferência e suas representações semióticas.

Os objetivos específicos relativos a Circunferência são: desenvolver um grafo para implementação no sistema SIENA, relacionando com os Registros de Representação Semiótica; investigar questões e atividades didáticas sobre Circunferência em livros didáticos do Ensino Médio, ligadas a conversão entre os Registros de Representação Semiótica; desenvolver o banco de questões para os testes adaptativos e implementar no sistema SIENA; desenvolver uma sequência didática com os conceitos de Circunferência, no SIENA, para que cada aluno realizasse a recuperação, conforme as dificuldades que viessem a apresentar; implementar<sup>1</sup> uma experiência no sistema SIENA.

### Sistema Informático SIENA

O Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) é um sistema inteligente para apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo qualquer (MORENO ET AL., 2007). O SIENA foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK e GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico – PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O PCIG não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o PCIG deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos nodos<sup>2</sup> dos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

O sistema é composto por um PCIG ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante, e ligado ao grafo está a sequência didática para cada conceito avaliado, conforme a figura 1.

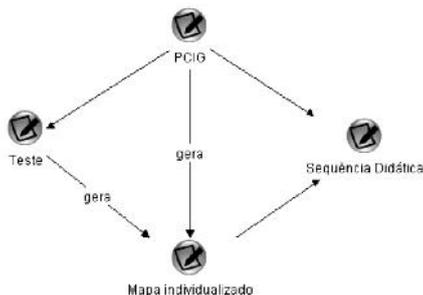


Figura 1: Esquema do sistema SIENA.

1 Implementar está sendo utilizado, nessa investigação, no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar.  
 2 São os títulos dos conceitos que fazem parte do grafo PCIG.

Para cada conceito do PCIG devem ser cadastradas perguntas, que irão compor o banco de questões dos testes adaptativos de cada nodo, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis, sendo necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau de sua dificuldade; a resposta verdadeira; a possibilidade de responder a pergunta considerando exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. O teste adaptativo estima o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante. Para isso o teste adaptativo vai lançando perguntas aleatórias ao aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante ao teste, se o aluno vai contestando corretamente, o sistema vai aumentando o grau de dificuldade das perguntas, e ao contrário, se a partir de um determinado momento o aluno não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte. O sistema dispõe de um mecanismo de parada, quando já não pode obter uma maior estimativa sobre ao grau de conhecimento de um conceito, ou quando não existam mais perguntas. A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG, e começa a avaliar os conceitos, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado, pelo professor, no teste.

O sistema possui dois bancos de dados, conforme as figuras 2 e 3.



The image shows a screenshot of a web application interface. At the top, there is a dark navigation bar with four items: 'Inicio', 'Ayuda', 'Perfil Usuario', and 'Cerrar Sesión'. Below this, there are two main menu items: 'Lista de asignaturas' and 'Lista de Grupos'. Under 'Lista de asignaturas', there is a sub-menu item 'Lista de competencias'. Below the navigation is a section titled 'Lista de tests' in a large, bold, italicized font. Underneath this title is a table with three columns: 'Fecha de creación', 'Acabado', and 'Nota'. The table contains three rows of data. Each row has a date, a boolean value, and a numerical score followed by two links: 'Ver' and 'Borrar'. At the bottom of the table, there is a link labeled 'Atrás'.

Fecha de creación	Acabado	Nota
10.04.2010	true	0.954 <a href="#">Ver</a> <a href="#">Borrar</a>
10.04.2010	true	0.445 <a href="#">Ver</a> <a href="#">Borrar</a>
10.04.2010	true	0.338 <a href="#">Ver</a> <a href="#">Borrar</a>

[Atrás](#)

Figura 2: Exemplo de um banco de dados fornecido pelo SIENA em um dos nodos do PCIG.



Acabado: true

Nota: 0.143

Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
0	false	337	O coeficiente linear da reta perpendicular à reta de equação $-x-3y+4=0$ que intersecta o ponto $(1,-2)$ está de acordo com o gráfico:	0.100
1	false	169	A representação correta dos pontos $A(1,3)$ , $B(-2,-1)$ , $C(3,1)$ , $D(0,-3)$ , $E(-1,0)$ é:	0.100
3	false	233	A reta de equação $x-2y+4=0$ tem coeficiente linear igual a:	0.100
3	false	229	Em qual dos gráficos os pontos $A(0,-2)$ , $B(-2,0)$ , $C(1,-1)$ e $D(-3,1)$ estão colocados de maneira certa?	0.100
1	true	229	O gráfico que melhor representa as retas de equação $2x-y+1=0$ e $x-y-2=0$ é:	0.100
0	false	0	O gráfico que representa a equação $2x + y + 1 = 0$ é	0.143

Atrás

Figura 3: Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um nodo do PCIG.

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste, verificando quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos; a segunda opção oportuniza ao aluno realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar. Todos os nodos do PCIG estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos nodos em que apresenta dificuldades.

## Os Registros de Representação Semiótica

A teoria de Raymond Duval (2004) sobre Registros de Representações Semióticas é definida por ele como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (Duval, 1993, p.39).

De acordo com Duval (2004, p. 43), “a formação de uma representação semiótica é o recurso a um signo para atualizar a visão de um objeto ou substituir a visão desse objeto”.

Para Duval (2003, p. 13), “é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.”

Especificamente na Matemática, Duval (2004) afirma que ela permite uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Assim, conforme Duval (2003, p.14), “a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação.”

Segundo Duval (2003), existem quatro tipos muito diferentes de Registros de Representações Semióticas, conforme apresentadas na figura 4.

	Representação Discursiva	Representação não-discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algorimizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais). Forma racional: argumentação a partir de observações, de crenças...; dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva; Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: numéricas (binárias, decimal, fracionária...); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistema de coordenadas; Interpolação, extrapolação.

**Figura 4: Quadro da classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático. Duval (2003, p.14)**

Duval (2004) estabelece três atividades cognitivas inerentes a *semiosis*, ou seja, para que um sistema semiótico seja um registro de representação é necessária a formação de representações em um registro semiótico particular e duas transformações de representações semióticas, uma denominada tratamento e a outra, conversão, as quais correspondem a atividades cognitivas diferentes.

A formação da representação de um registro está atrelada ao que Duval (2004) chama de regras de conformidade, definidas por ele como sendo “aquelas que definem um sistema de representação e, em consequência, os tipos de unidades constituídas de todas as representações possíveis em um registro” (DUVAL, 2004, p. 43). Assim, ele segue afirmando que essas regras permitem o reconhecimento das representações como em um registro determinado e que a formação das representações semióticas implica, então, “a seleção de um certo número de caracteres de um

conteúdo percebido, imaginado ou já representado em função das possibilidades de representação próprias ao registro determinado” (DUVAL, 2004, p. 44).

Com relação ao tratamento, Duval (2004) estabelece que é a transformação de uma representação inicial em outra representação terminal, respectiva a uma questão, a um problema, ou seja, é a transformação de uma representação dentro de um mesmo registro. Por exemplo, “efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria”(DUVAL, 2003, p. 16).

Já a conversão, para Duval (2004), é a transformação externa relativa ao registro da representação de partida, isto é, consiste em mudar de registro, conservando os mesmos objetos matemáticos, como, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica ou de uma representação linguística a uma figural.

Duval (2003) estabelece dois tipos de fenômenos característicos das conversões de representações: as variações de congruência e não-congruência, e a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão. Segundo o autor, para analisar uma atividade de conversão, basta comparar a representação no registro de partida com a conversão no registro de chegada, porém duas situações podem ocorrer, ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão se aproxima de uma situação de simples codificação e diz-se que há congruência, ou então, ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não-congruência, mas existem ainda muitos fatores que determinam o caráter congruente ou não de uma conversão, o que remete a determinar situações intermediárias. No caso de não-congruência, Duval (2004), afirma que não só aumento o tempo de tratamento, como também a conversão pode resultar impossível de efetuar, ou inclusive de compreender, sem que haja um conhecimento prévio específico da formação e tratamento da representação, próprias a cada registro envolvido.

Assim, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, deve-se levar em conta não só a formação de representações e os tratamentos, como também, a conversão entre os diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático. Isso, de acordo com Damm (2002), estabelece um problema no ensino dessa disciplina, pois somente são levadas em consideração as duas primeiras atividades cognitivas, e segundo Duval (2004), o que garante a apreensão do objeto matemático e a conceitualização, é a coordenação, pelo aluno, entre os vários registros de representação.

## **Metodologia da Investigação**

Para o desenvolvimento desta investigação foi adotada uma abordagem qualitativa com um enfoque no método de um estudo de caso. Nesse sentido essa investigação

foi desenvolvida nas seguintes etapas: desenvolvimento do referencial teórico sobre Registros de Representação Semiótica com os conceitos de Circunferência com enfoque em Geometria Analítica; período de estudos na ULL para familiarização com o ambiente virtual SIENA; construção do cenário virtual de investigação, o qual teve as seguintes ações: desenvolvimento do PCIG dos nodos sobre os conceitos de Circunferência e a conversão entre os Registros de Representação Semiótica, desenvolvimento do banco de questões de cada nodo do PCIG, desenvolvimento da sequência didática para cada nodo de acordo com o tema proposto; realização da experiência utilizando o Sistema SIENA, com 10 alunos de diferentes semestres do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil –ULBRA, campus Canoas; análise dos resultados a partir dos dados colhidos durante a experiência.

Os instrumentos de coletas de dados foram: o questionário para coleta de informações gerais para determinar o perfil dos estudantes participantes do experimento, os bancos de dados do SIENA, os registros do desenvolvimento das questões pelos alunos. Também foram utilizados para coletar informações como: observações realizadas durante a experiência, opiniões e comentários dos alunos sobre as questões e a sequência didática.

### O Cenário Virtual de Investigação sobre os Conceitos de Reta

Foi desenvolvido um grafo, conforme a figura 6, dos nodos com o objeto matemático Circunferência.



Figura 6: PCIG com os nodos sobre circunferência.

O banco de questões para o desenvolvimento dos testes adaptativos, é composto de 30 questões em cada nodo do PCIG, as quais estão de acordo com a conversão entre os registros apresentados nesses nodos, e divididas em 10 fáceis,

10 médias e 10 difíceis. A figura 7 apresenta dois exemplos de questões do nodo *Conversão da Representação Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Circunferência*.

1) O conjunto de pontos equidistantes do ponto de abscissa três e ordenada quatro, duas unidades de medida, no sistema cartesiano é:

- a)  $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$
- b)  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$
- c)  $x^2 + y^2 + 2x + 5y - 4 = 0$
- d)  $x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$

2) Seja a equação da circunferência  $(x-a)^2 + (y-a-1)^2 = b^2$ , então podemos dizer que na medida que “a” varia:

- a) A circunferência se desloca sobre o eixo das ordenadas.
- b) A circunferência se desloca sobre uma reta de quarenta e cinco graus de inclinação com o eixo das abscissas.
- c) A circunferência se desloca sobre o eixo das abscissas.
- d) A circunferência se desloca sobre uma reta paralela ao eixo das abscissas.

Figura 7: Exemplos de questões do nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Circunferência*.

As atividades de recuperação, no SIENA, foram organizadas em sequências didáticas eletrônicas para cada nodo das conversões propostas. Assim, no momento que o aluno realizasse um teste adaptativo, caso não atingisse a nota 0,6 estipulada como rendimento satisfatório, o sistema o direcionava para a sequência didática correspondente ao nodo em que realizou o teste, podendo realizar a revisão do conteúdo e, após, realizar um novo teste.

Para a construção das atividades foram utilizados os *softwares*: *power point* salvo em *html*, *JClic*, *winplot*, *flash*, além de disponibilizados *sites* que abordam o conteúdo estudado, para possível consulta pelos alunos.

O *design* da página inicial, em cada nodo, possui documentos digitais, onde há *links* de acesso às atividades didáticas as quais apresentam: um histórico e aplicações da Geometria Analítica; apresentações, em *power point*, salvas em *html*, com explicações ilustradas para a revisão do conteúdo de Circunferência; exercícios interativos com jogos de associação simples e complexa, frases com lacunas para preencher, *quizes*<sup>3</sup>, problemas com animações gráficas; *hiperlinks* dos *sites* que complementavam a revisão do conteúdo para os alunos acessarem. A figura 8 apresenta o *design* do cenário da sequência didática com os *links de acesso* às atividades e *sites* do nodo *Conversão da Representação Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Circunferência*.

3 *Quizes* são jogos de perguntas com opções de respostas.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL			
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO			
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA			
Pesquisa para dissertação em Registros de Representação Semiótica e Geometria Analítica: Uma Experiência com o Ambiente Virtual SIENA.			
José de Justo Dallenzole			
			
ATIVIDADES RECOMENDADAS PARA REVISÃO			
	CIRCUNFERÊNCIA	SITES RECOMENDADOS	
			
ATIVIDADE DO ICLIC	QUIZ	QUIZ	Engajamento
			
Com esta atividade será possível rever conceitos relacionados a Geometria Analítica.	Responda clicando nos botões	Responda clicando nos botões	Responda as perguntas

**Figura 8:** Cenário da sequência didática do nodo Conversão da Rep. Língua Natural para Algébrica e da Rep. Algébrica para a Língua Natural da Circunferência.

O link história da Geometria Analítica, desenvolvido com o *software flash*, está no cenário da sequência didática de todos os nodos dos conceitos de Circunferência e apresenta um texto com um breve histórico e exemplos de aplicações na atualidade da Geometria Analítica. A figura 9 apresenta uma página desse texto.



**Figura 9:** Página do texto História da Geometria Analítica.

A figura 10 apresenta um dos *slides* sobre o resumo do conteúdo de Circunferência para a revisão, desenvolvidos com o auxílio do *software power point*, em que apresentam explicações ilustradas utilizando os registros língua natural, algébrico e gráfico, salvas em *html*. Essas explicações estão nos cenários das sequências didáticas de todos os nodos dos conceitos de Circunferência.

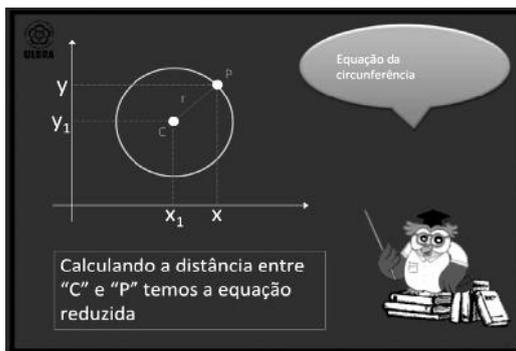


Figura 10: Slide do resumo sobre circunferência.

Com o *software JClíc*, foram desenvolvidos projetos de atividades, contendo duas atividades em cada projeto para cada nodo, como jogos e atividades interativas de associação simples e complexa e de preencher lacunas, de acordo com a conversão proposta entre os Registros de Representação Semiótica em cada nodo. A figura 11 apresenta um jogo de associação complexa, criado para o nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Gráfica e da Representação Gráfica para a Língua Natural da Circunferência*.

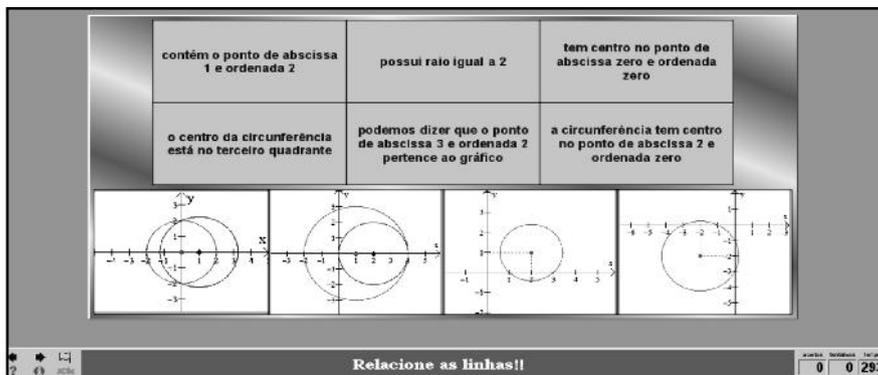
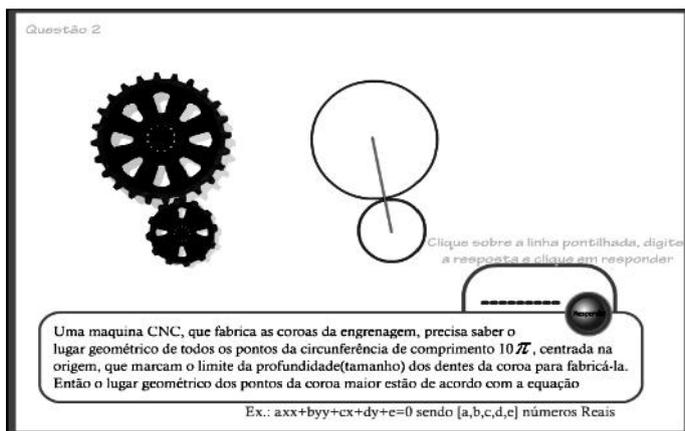


Figura 11: Atividade de associação complexa no *JClíc*.

A figura 12 apresenta um problema que contém uma simulação de engrenagens, em que o aluno devia digitar a equação que responde o problema na linha pontilhada de acordo com o exemplo em vermelho.



Questão 2

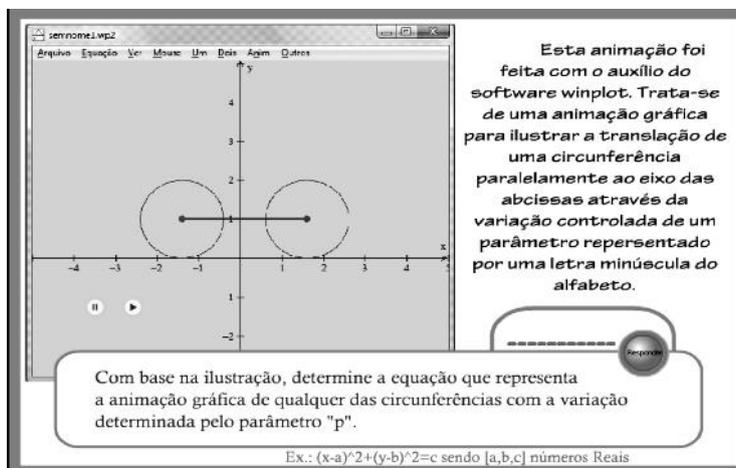
Clique sobre a linha pontilhada, digite a resposta e clique em responder.

Uma máquina CNC, que fabrica as coroas da engrenagem, precisa saber o lugar geométrico de todos os pontos da circunferência de comprimento  $10\pi$ , centrada na origem, que marcam o limite da profundidade (tamanho) dos dentes da coroa para fabricá-la. Então o lugar geométrico dos pontos da coroa maior estão de acordo com a equação

Ex.:  $axx+byy+cx+dy+e=0$  sendo  $[a,b,c,d,e]$  números Reais

Figura 12: Problema desenvolvido com o software flash.

Na figura 13, apresenta-se uma atividade com uma animação gráfica que representa a translação de uma circunferência paralelamente ao eixo das abscissas, simulando uma bicicleta andando em um plano, desenvolvido com os softwares winplot e flash, para o nodo *Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Cincunferência*.



Esta animação foi feita com o auxílio do software winplot. Trata-se de uma animação gráfica para ilustrar a translação de uma circunferência paralelamente ao eixo das abscissas através da variação controlada de um parâmetro representado por uma letra minúscula do alfabeto.

Com base na ilustração, determine a equação que representa a animação gráfica de qualquer das circunferências com a variação determinada pelo parâmetro "p".

Ex.:  $(x-a)^2+(y-b)^2=c$  sendo  $[a,b,c]$  números Reais

Figura 13: Atividade com animação gráfica desenvolvida com os softwares winplot e flash.

## Resultados

O desempenho dos alunos foi analisado através dos dois bancos de dados, gerado pelo SIENA, para cada teste realizado pelos alunos, como mostrado anteriormente nas figuras 2 e 3. As notas estão compreendidas no intervalo  $[0,1$  e  $1)$  sendo que foi estabelecido o índice 0,6 para o desempenho considerado satisfatório para cada nodo.

A seguir, ilustra-se, na figura 14, o gráfico com os resultados dos alunos no teste 1, para cada nodo do PCIG com os conceitos de Circunferência.

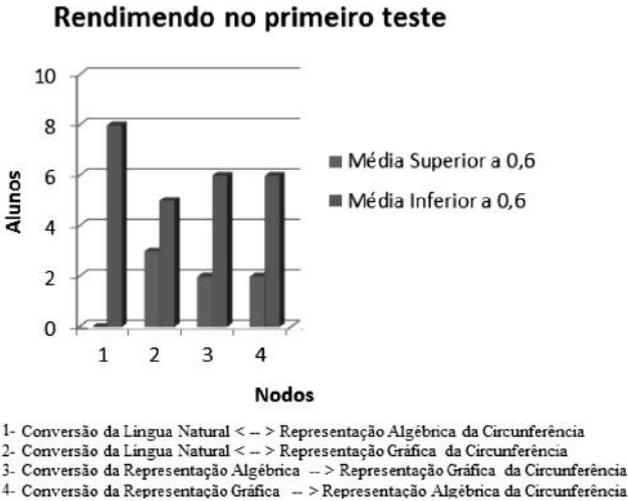


Figura 14: Gráfico do rendimento dos alunos.

Observou-se no primeiro teste, que no nodo 1 denominado de *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Circunferência* o maior número de alunos com dificuldades. Evidencia-se, nesse grupo de alunos pesquisados, maior dificuldade na resolução de questões que envolvem a conversão entre os registros língua natural e o algébrico, confirmando a colocação de Duval (2003), em que uma situação de conversão das representações torna-se mais complexa quando um dos registros é um registro plurifuncional, como neste caso, a língua natural.

Além disso, observou-se que em todos os nodos, houve alunos que apresentaram desempenho inferior a 0,6, fazendo com que o SIENA, a cada nodo em que um aluno não obteve tal resultado, o direcionasse a realizar estudos de revisão com as atividades didáticas propostas na sequência didática eletrônica, a fim de possibilitar uma recuperação individualizada do conteúdo proposto no nodo para, então, realizar um segundo teste.

Após os estudos de recuperação, os dados fornecidos pelo banco de dados do SIENA, apontaram uma melhora significativa no desempenho dos alunos, embora, alguns não tivessem, ainda, atingido o resultado considerado satisfatório no segundo teste, necessitando voltar a realizar os estudos de recuperação, para então realizar um terceiro teste. No segundo teste, observou-se que o nodo 1 e o nodo 4, continuou apresentando um maior número de alunos com dificuldades, necessitando realizar novamente estudos de recuperação.

Os dados apontam, no terceiro teste realizado pelos alunos, que todos obtiveram desempenho superior a 0,6. A tabela 1 ilustra estes dados, apresentando o rendimento dos alunos em cada teste realizado com os conceitos de Circunferência.

**Tabela 1**  
**Desempenho dos alunos em cada nodo do PCIG**

**Nodos**

- 1- Conversão da Língua Natural < -- > Representação Algébrica da Circunferência
- 2- Conversão da Língua Natural < -- > Representação Gráfica da Circunferência
- 3- Conversão da Representação Algébrica -- > Representação Gráfica da Circunferência
- 4- Conversão da Representação Gráfica -- > Representação Algébrica da Circunferência

Banco de Dados											
Nodos	Alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Teste 1	0,273	0,273	não fez	0,368	0,226	0,338	não fez	0,304	0,2	0,273
	Teste 2	0,458	0,396		0,76	0,396	0,98		0,979	0,982	0,939
	Teste 3	0,976				0,887					
2	Teste 1	0,941	0,2	não fez	0,338	0,338	0,226	não fez	0,797	0,999	0,434
	Teste 2		0,605		0,747	0,338	0,273				0,988
	Teste 3					0,98	0,779				
3	Teste 1	0,995	0,2	não fez	0,333	0,273	0,1	não fez	0,304	0,724	0,226
	Teste 2		0,751		0,923	0,855			0,535		0,333
	Teste 3								0,663		0,998
4	Teste 1	0,889	0,1	não fez	0,143	0,2	0,2	não fez	0,163	0,988	0,999
	Teste 2				0,678	0,368	0,467		0,333		
	Teste 3					0,801			0,663		

Percebeu-se que as dificuldades apresentadas no primeiro teste foram reduzidas, à medida que os alunos não aprovados realizavam os estudos de recuperação e desenvolviam as atividades didáticas propostas na sequência didática respectiva a cada nodo, porém não foram sanadas completamente.

Ilustra-se nas figuras 15, 16 e 17, três testes consecutivos, respectivamente, realizados pelo aluno 10, do nodo *Conversão da Representação Algébrica para a Representação Gráfica da Circunferência*, entre os quais foi oportunizada, através do sistema SIENA, a revisão do conteúdo. É importante salientar que, após oportunizar

um momento de revisão dos conteúdos abordados e atividades didáticas sobre os mesmos, a fim de contribuir para sanar dúvidas e dificuldades percebidas pelos alunos em testes anteriores, conforme se propõe a sequência didática para qual o sistema conduz o aluno, o sistema apresentava novas questões, que continham elementos já abordados em questões de testes anteriores, além de questões iguais ou novas.

Nota: 0.226

Resposta	Resposta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
3	true	313	Sabendo que o ponto central é (1,2) então o gráfico que possui também $r=2$ é:	0.100
2	false	385	O gráfico de uma circunferência de raio 3 que toca a reta de equação $y = 2x + 1$ é:	0.163
3	false	287	O gráfico que representa a equação $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$ é:	0.163
3	false	164	O ponto (0,3) pertence à circunferência:	0.163
2	true	153	O ponto (2,1) é interno ao gráfico:	0.163
1	false	174	O gráfico que representa a equação $x^2 + y^2 + 2x - y - 4 = 0$ é:	0.226

Figura15: Teste 1 realizado pelo aluno10 no nodo Conversão da Representação Algébrica → Representação Gráfica da Circunferência

Nota: 0.333

Resposta	Resposta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
0	true	513	A circunferência situada no ponto (1,2) tangencia uma reta de equação $3x + 2y - 20 = 0$ é:	0.100
1	false	173	O gráfico de uma circunferência de raio 3 que toca a reta de equação $y = 2x + 1$ é:	0.250
1	false	101	O gráfico que representa a equação $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$ é:	0.250
3	false	52	O ponto (0,3) pertence à circunferência:	0.250
2	true	115	O ponto (2,1) é interno ao gráfico:	0.250
2	false	19	O gráfico que representa a equação $x^2 + y^2 + 2x - y - 4 = 0$ é:	0.333

Figura16: Teste 2 realizado pelo aluno10 no nodo Conversão da Representação Algébrica → Representação Gráfica da Circunferência.

Nota: 0.998

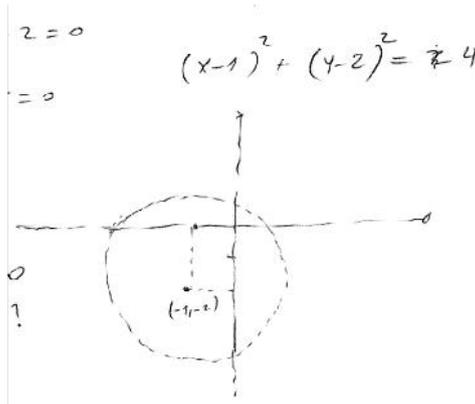
Resposta	Resposta correcta	Tiempo (antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
1	true	143	O gráfico que indica a direção em que se desloca a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 + a^2 = 0$ é:	0.100
2	true	251	O gráfico de uma circunferência de raio 2 que toca a reta de equação $y = 2x + 1$ é:	0.250
0	true	430	O gráfico que representa o movimento da circunferência na medida em que "a" varia na equação $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 + a^2 = 0$ é:	0.500
2	true	286	O ponto de encontro do eixo das ordenadas com a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ corresponde a:	0.750
2	true	159	O gráfico que representa a equação $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 21 = 0$	0.900
2	true	427	O gráfico que representa uma circunferência de $r = \sqrt{13}$ é:	0.964
0	false	359	Para mapear uma região desmatada, uma clareira na mata, percebeu-se que sua curva aproximava-se de uma circunferência de equação $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ , então o raio desta região desmatada está conforme o gráfico:	0.988
0	true	156	O gráfico que representa a equação $x^2 - y^2 - 2x - 2 = 0$ é:	0.988
0	true	259	A circunferência situada no ponto (1,2) tangencia uma reta de equação $3x + 2y - 20 = 0$ é:	0.993

Figura17: Teste 3 realizado pelo aluno10 no nodo Conversão da Representação Algébrica → Representação Gráfica da Circunferência.

Com base nesses testes e nos registros escritos pelo aluno, foi possível perceber uma melhora considerável entre o primeiro e último teste realizado, conforme ilustrado pelas cores das questões.

Os registros dos alunos no desenvolvimento das questões em cada nodo revelaram as seguintes dificuldades na realização das conversões propostas pelas mesmas: escrever na forma numérica ou representar graficamente as coordenadas de um ponto, as quais apresentavam-se escritas no registro língua natural; nos tratamentos envolvidos no Teorema de Pitágoras; realizar tratamentos que implicavam passar uma equação da forma geral para a forma reduzida; relacionar a ordem dos quadrantes; realizar tratamentos com pontos na forma algébrica; interpretação, visualização e na escrita algébrica em questões que apresentavam elementos abstratos, como os parâmetros, cuja variação representava a translação da circunferência no registro gráfico. Também dificuldades em: realizar tratamentos relacionados ao cálculo dos quadrados dos binômios, ao cálculo do raio, ao cálculo para encontrar o centro, ou então para visualizá-lo na sua representação algébrica; representar, graficamente, a equação de uma circunferência, mesmo que esta estivesse na forma reduzida, ou seja, realizar a conversão do registro algébrico para o gráfico.

A figura 18 apresenta um exemplo, conforme o registro escrito do aluno 2, em que constam dificuldades em representar graficamente a equação reduzida da circunferência, não identificando corretamente o ponto do centro desta.



**Figura 18: Registro 1 do aluno 2.**

**Figura 19: Teste 3 realizado pelo aluno 4 no nodo Conversão da Língua Natural para**

## Conclusão

Os alunos apresentaram uma compreensão limitada acerca dos conteúdos de Circunferência, demonstrando dificuldades de visualização, interpretação e abstração. Constatou-se a necessidade de que o processo de ensino e aprendizagem valorize e aborde mais o trabalho com os registros de representação semiótica.

Inferiu-se que, conforme o desempenho dos alunos, os menores resultados estão relacionados com a língua natural, isto é, envolvem perguntas ou respostas discursivas. Já os melhores resultados nos testes adaptativos, em que os alunos necessitaram menos estudos de recuperação, foram obtidos pelos alunos, comparados aos demais concluintes do curso de licenciatura, observando que esses já estudaram Geometria Analítica também neste curso.

O sistema inteligente SIENA mostrou-se eficiente, contribuindo para a identificação das dificuldades individuais dos dez alunos pesquisados, em relação à conversão entre os Registros de Representação Semiótica, língua natural, algébrico e gráfico, nos conceitos de Circunferência, e na recuperação dos conceitos nos quais esses alunos apresentaram dificuldades. Todos os alunos, após estudos de recuperação, apresentaram melhores resultados nos testes realizados. Porém, sugere-se, para pesquisas futuras, uma ampliação da sequência didática para cada conceito, abordando a revisão do conteúdo, à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, com exercícios e atividades resolvidas para melhor exemplificá-lo, bem como a construção de mais atividades didáticas interativas que contemplem a conver-

são proposta em cada nodo para, assim, oferecer aos alunos uma maior possibilidade de sanar suas dificuldades individuais.

## **Referências**

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/ Seb, 2006.
- DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002, p. 135-153.
- DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003, p.11-33.
- DUVAL, Raymond. Registres de Représentation Sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et Sciences Cognitives**, IREM-ULP, Strasbourg, v.5, 1993.
- DUVAL, Raymond. **Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. Universidade Del Valle: PeterLang, 2004.
- NOVAK, Josephd; GOWIN, D. Bob. **Aprendiendo a aprender**. Barcelona: Ediciones Martínez Roca S.A, 1988.
- MORENO, Lorenzo R. et al. Hacia um Sistema Inteligente baseado em Mapas Conceptuales Evolucionados para la Automación de un Aprendizaje Significativ. Aplicación a La Enseñanza Universitaria de la Jerarquía de Memoria. XIII Jornadas de Enseñanza Universitaria de La Informática. Teruell. **Anais**. Espanha, julho de 2007.CD-ROM.
- SILVA, Carlos Roberto da. **Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático**. São Paulo: PUC, 2006. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática).

Submetido em julho de 2011  
Aprovado em setembro de 2011