
Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade¹

João Pedro da Ponte

Professor catedrático, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
jpponte@ie.ul.pt

Isabel Velez

Investigadora e professora, Unidade de Investigação do Instituto de Educação, Universidade de Lisboa e Agrupamento de Escolas Dr. Azevedo Neves, Amadora
velez@campus.ul.pt

Resumo

Este artigo analisa o modo como dois alunos de 7 anos lidam com representações em 3 tarefas, uma sequência pictórica repetitiva e outra crescente e combinações de objetos. Os resultados mostram que os alunos compreendem os aspectos fundamentais do sistema de representação de uma sequência e são capazes de o usar para responder a questões sobre termos próximos. Conseguem também usar representações que lhes permitem, em certos casos, responder a questões envolvendo termos distantes. No entanto, no problema de combinações um dos alunos evidencia usar uma representação sem a compreender. Os resultados sugerem a necessidade dos professores darem uma atenção particular à aprendizagem das representações.

Palavras-chave: Representações. Pensamento algébrico. Resolução de problemas. Aprendizagem matemática. Primário.

Representations in algebraic tasks in grade 2

Abstract

This article examines how two 7 years old students deal with representations in 3 tasks, a repetitive and an increasing pictorial sequence and combinations of objects. The results show that students understand the fundamental aspects of the system of representation of a sequence and are able to use it to answer questions about near terms. They can also produce additional representations that allow them, in some cases, to answer questions involving distant terms. However, in the combinatorial problem, a student demonstrates to use a representation without understanding it. The results suggest that teachers need to pay particular attention to learning representations.

Keywords: Representations. Algebraic thinking. Problem solving. Mathematics leaning. Elementary grades.

1 Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/098931/2008).

Introdução

As representações matemáticas têm vindo a assumir uma importância crescente nas orientações curriculares em diversos países, entre os quais Portugal (ME, 2007). Questões envolvendo sequências pictóricas e numéricas e contagem de combinações envolvem o uso de representações. Na resolução destas tarefas é decisivo o modo como os alunos interpretam as representações indicadas nos enunciados e como criam e interpretam as suas próprias representações. Este artigo analisa o modo como dois alunos de 7 anos lidam com representações neste tipo de problemas.

Neste artigo, começamos por situar a noção de representação na investigação em Didática da Matemática e descrever a metodologia de investigação. De seguida, analisamos o desempenho dos alunos, procurando interpretar o seu raciocínio matemático em função das representações que utilizam. Finalmente, procuramos interpretar os resultados obtidos e fazer sugestões para o trabalho do professor.

Representações matemáticas

Uma representação é “uma configuração que representa algo, de alguma forma” (Goldin, 2008, p. 180). Bruner (1999) distingue entre representações ativas, icónicas e simbólicas:

O que queremos dizer com representação? O que significa traduzir a experiência num modelo do mundo? A minha sugestão é que os seres humanos têm provavelmente três maneiras diferentes de realizarem esta proeza. A primeira é através da ação. Conhecemos muitas coisas para as quais não há imagética nem palavras e é muito difícil ensiná-la através de palavras, diagramas ou imagens (...). Há um segundo sistema de representação que depende da organização visual ou outra organização sensória e do recurso a imagens de resumo (...). A primeira forma de representação veio a ser designada como *ativa* e a segunda como *icónica* (...). Por fim, há a representação por palavras ou linguagem. O seu traço distintivo é ser *simbólica* por natureza (...) (pp. 27-29)

Em Matemática os objetos são abstrações que não existem no mundo real e só podemos pensar neles através de representações. No entanto, a relação entre a representação e o objecto não é biunívoca. Assim, um dado objecto matemático pode ter diversas representações – por exemplo, o número natural três pode ser representado por “3” (dígito), “III” (numeração romana), “11” (no sistema binário), “três” (palavra da língua portuguesa), “three” (em inglês), “●●●”, etc.. Além disso, uma certa representação pode designar diferentes objetos, consoante o contexto – por exemplo, o sinal de = tanto pode

representar uma equivalência como o resultado de uma operação². Por isso, não podemos interpretar uma representação matemática a não ser num contexto bem determinado e à luz de um sistema de representação com as suas regras e significados.

Goldin (2008) distingue entre representações: externas e internas. As representações externas, também designadas de semióticas, têm existência física, seja em papel, seja num ecrã de computador, seja num outro suporte qualquer. É o caso, por exemplo, de símbolos que representam os números e suas operações, notação algébrica, comandos da linguagem Logo, sistemas geométricos como a recta numérica e os gráficos cartesianos, diagramas diversos e outros. Bishop e Goffree (1986) categorizam as representações que se podem encontrar nas aulas de Matemática em quatro grupos principais – *símbolos matemáticos, linguagem verbal, figuras e objetos* – e indicam que “cada um destes tipos tem o seu próprio vocabulário ou código que precisa ser apreendido de forma a compreender as ideias matemáticas expressas” (p. 34). As figuras, imagens, ícones, etc. dão origem ao que podemos designar por *representações pictóricas*.

As representações externas são fáceis de observar mas o mesmo não se passa com as representações internas de cada indivíduo. Apesar disso, podemos fazer inferências sobre elas e Vergnaud (2009) vai ao ponto de as considerar o conceito central da Psicologia. Para alguns autores, como Goldin (2008), as representações internas são reflexo das representações externas com que o indivíduo vai contactando. Para outros autores, como Meira (1995), as representações emergem no decurso da atividade do indivíduo, nas suas interações com os contextos material e social. Seja qual for a posição que se adopte, pode-se procurar interpretar as representações externas usadas pelo aluno no decurso da realização de uma tarefa para perceber a sua representação interna e o seu raciocínio.

Em Portugal, Valério (2005) estuda o modo como os alunos do 3.º ano trabalham com diferentes representações matemáticas, evidenciando a sua capacidade para gerar representações próprias, constituindo um suporte para a sua aprendizagem. Mais recentemente, Canavarro (2007) sublinha a importância das representações matemáticas convencionais e não convencionais como recurso para o raciocínio algébrico e para a expressão do pensamento por parte dos alunos deste nível de ensino.

Metodologia

Os participantes neste estudo são Bianca e David (pseudónimos), ambos com 7 anos, alunos de uma turma de 2.º ano de uma escola da Grande Lisboa. Foram escolhidos

² Uma discussão aprofundada sobre os diferentes usos do sinal de = encontra-se, por exemplo em Ponte, Branco e Matos (2009).

por serem reconhecidos pela professora como os de melhor desempenho na turma, e também por revelarem facilidade em se expressar. As sequências matemáticas já foram abordadas na aula e, por norma, uma vez por semana é proposta aos alunos uma situação problemática, para resolverem em grupo ou a pares.

Os dados foram recolhidos em entrevistas, de cerca de uma hora e meia, realizadas com cada aluno separadamente numa sala de trabalho individual da escola. As duas primeiras tarefas propostas são baseadas em situações de Ponte, Branco e Matos (2009) e a terceira é uma tarefa comum em manuais escolares do 1.º ciclo. Os alunos resolveram as tarefas ao seu próprio ritmo de trabalho, utilizando as suas estratégias próprias. A entrevistadora (também professora na escola) manteve um discurso informal e próximo dos alunos. Quando um deles mostrava não conseguir resolver uma questão, passava-se à tarefa seguinte.

Nas questões envolvendo sequências há diversas representações em jogo: (i) a linguagem verbal usada no enunciado; (ii) os diferentes termos da sequência, que podem ser figuras familiares, imagens abstractas e símbolos matemáticos (por exemplo, dígitos); (iii) a relação especial que existe entre os termos da sequência, dada pela sua ordem; e (iv) as representações que se usam para responder às questões, incluindo linguagem verbal, diagramas e símbolos matemáticos. As representações (i) e (iv) envolvem a interpretação global de qualquer tarefa, incluindo as questões envolvendo combinações, enquanto as representações (ii) e (iii) remetem para a configuração específica das sequências.

Tarefa 1 – Sequência com figuras geométricas



Descreve a sequência.

Quantos elementos tem a sequência inicial?

Completa a sequência.

Como será o 20.º elemento da sequência?

Em trinta elementos, quantas vezes aparecerá o 1.º/4.º?

Em 60 elementos, quantas vezes aparece:

O 2.º/5.º elemento?

O 3.º/6.º elemento?

Esta tarefa é uma sequência repetitiva, com uma unidade que se repete constituída por 3 elementos (quadrado, círculo, triângulo). Os primeiros 6 termos caracterizam-se pela sua forma e pela sua cor e os 4 termos que se seguem apenas

pela sua forma. Bianca revela facilidade em utilizar corretamente as designações “triângulo”, “círculo” e “quadrado” e mostra-se familiarizada com as sequências. Nas questões 1, 2 e 3 descreve a sequência, referindo as figuras que a compõem, e dizendo que tem 6 elementos. Pinta cada figura da 7.^a à 10.^a posição, de acordo com o padrão indicado.

No entanto, a partir da questão 4, a aluna mostra dificuldade em compreender as perguntas. Uma das suas dificuldades tem a ver com as designações dos ordinais, mostrando não conhecer o termo “vigésimo”:

Entrevistadora: Bianca, qual será o vigésimo elemento desta sequência?

Bianca fica em silêncio e aparenta estar confusa.

(...)

Entrevistadora: Estás a perceber o que te estou a pedir?

Bianca acena negativamente com a cabeça e encolhe os ombros.

Entrevistadora: Esta é a primeira pecinha, esta é a segunda, esta é a ...

Bianca (apontando para os elementos seguintes): ... Terceira, quarta, quinta, sexta, sétima, oito, nove, dez.

Entrevistadora: Se continuares a sequência, como será a peça número vinte?

Bianca começa a desenhar no papel a sequência, enquanto conta baixinho até vinte. No vigésimo elemento, para e aponta para um círculo amarelo.

Note-se que Bianca usa espontaneamente termos ordinais até “sétimo”, revertendo depois para termos cardinais que usa com sentido ordinal. Deste modo, evidencia uma compreensão básica da situação. A aluna identifica o padrão e a partir da representação pictórica consegue dizer qual é o termo que se segue a um termo dado desde o 10.^o ao 20.^o termo. Mas não consegue estabelecer uma generalização que lhe permita responder a questões envolvendo termos distantes.

Pelo seu lado, David revela facilidade em compreender o que lhe é pedido. Na questão 4, conta oralmente os elementos da sequência, verificando que são 10, e continua a contá-los oralmente, tal como mostra a Figura 1 (1.^a tentativa). No entanto, questionado, rapidamente corrige a sua resposta:

David: Vinte! É um quadrado vermelho!

Entrevistadora: Não percebi...

David: Pois... É assim... Pus a sequência na minha cabeça e fiz dez mais dez.

Entrevistadora: Dez mais dez?!?

David: Sim... Dez mais dez é vinte...

Entrevistadora: Sim... E...?

David: Pus duas barras na minha cabeça e o vigésimo... Aaah... Elemento... É o quadrado vermelho!

Entrevistadora: Aaaahhh... Mas... Tenho uma dúvida... Isto é uma sequência, certo?

David: Certo.

Entrevistadora: Então... Mas... Quando voltas aqui ao primeiro elemento, não estragas a sequência... Ao repetires dois quadrados?

David: Ah pois é! Espera, deixa-me pensar... (demora cerca de cinco segundos)... Vinte! Afinal é o círculo amarelo!

Entrevistadora: Não estou a perceber...

David: Então... É assim... Como assim repetia o quadrado, dou um saltinho para a segunda e continuo... Percebeste? Assim... Queres ver? (exemplifica com o dedo, contando em voz alta, tal como indica a Figura 1).

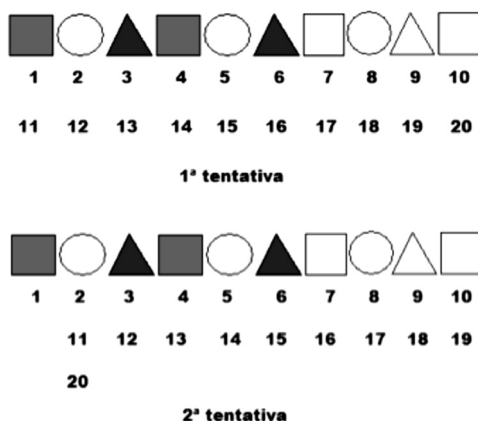


Figura 1 – 1.ª e 2.ª tentativas de David (os numerais indicados na figura não são registados por escrito mas indicados oralmente pelo aluno).

Na sua primeira resposta David tomou a sequência como constituída por um bloco de 10 elementos. Sendo-lhe chamada a atenção que isso não é consistente com o padrão de 3 elementos que tinha identificado nas questões anteriores, corrige a sua resposta.

Quando a seguir lhe é pedido para indicar o 30.º elemento, generaliza o padrão que identificou e faz oralmente contagem, apontando com os dedos, como sugere a Figura 2:

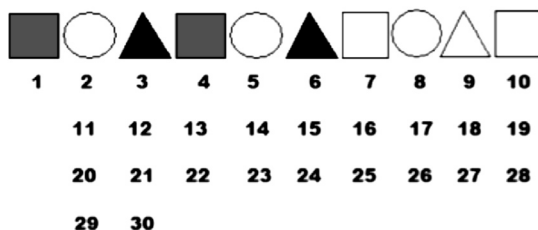
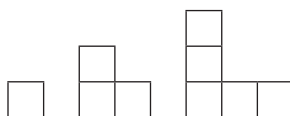


Figura 2 – Generalização de David (os numerais não são registados por escrito mas indicados oralmente pelo aluno).

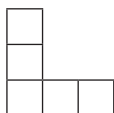
David, mostra ser capaz de estabelecer uma relação entre duas representações, a pictórica e a numérica, e com essa relação responde com facilidade a diversas questões envolvendo termos distantes. Apenas mostra dificuldade na questão 6, quando lhe é pedido que determine o número de quadrados que existem numa sequência com 60 elementos, dificuldade natural dado o seu conhecimento ainda limitado dos números e das operações.

Deste modo, ambos os alunos mostram compreender o que são sequências e o respectivo sistema de representação, embora Bianca não conheça os números ordinais a partir de certa ordem. David estabelece uma relação entre a sequência pictórica dada e uma nova sequência numérica que ele próprio produz oral e gestualmente e com a qual responde a diversas questões sobre termos distantes. Bianca, pelo seu lado, desenvolve todo o seu raciocínio a partir da representação pictórica o que apenas lhe permite responder a questões sobre termos próximos.



Tarefa 2 – Sequência crescente de quadrados

1. Descreve a última figura.
2. Desenha a quarta figura.
3. (a) É possível fazer uma figura com 6 quadrados? (b) E com 10? (c) E com 14?
4. Observa a imagem. Continuando a sequência, se a zona cinzenta tiver 10 quadrados, quantos quadrados terá a branca?



Ambos os alunos percebem a regra de formação da sequência, mas contam duas vezes o quadrado que integra ao mesmo tempo as filas horizontal e vertical. No entanto, enquanto David ultrapassa essa dificuldade com relativa facilidade, já o mesmo não se passa com Bianca.

Bianca conta repetidamente os quadrados da sequência, gerando oralmente uma representação numérica da figura. No entanto, conta duas vezes o quadrado central e, quando questionada sobre a sua resposta, não consegue perceber onde está o erro:

Bianca: Já fiz! (referindo-se à quarta figura)

Entrevistadora: De certeza?!?

Bianca: Sim!

Entrevistadora: Podes explicar-me?

Bianca: Então aqui é um (primeira figura), aqui são dois (segunda figura), aqui são três (terceira figura) e eu desenhei com quatro!

Entrevistadora: Muito bem... Mas... As figuras da sequência têm o mesmo número de quadrados para cima e para baixo, conta lá os da tua figura...

Bianca: Então... Um, dois, três e quatro! E... Um, dois, três e quatro... e...

Cinco? Tem um a mais! Espera... Vou fazer de novo! 1,2,3,4 e 1,2,3,4!

Bianca decompõe mentalmente a figura em duas partes, as linhas de quadrados horizontal e vertical. Usa essa decomposição para desenhar a figura seguinte da sequência, representando as linhas de quadrados separadamente, sem notar que existe um quadrado que pertence às duas linhas (Figura 3):

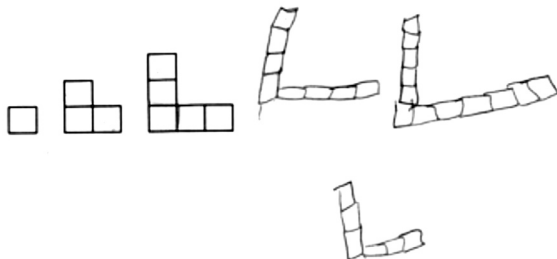


Figura 3 – Tentativas sucessivas de Bianca para desenhar a 4.ª figura.

Na questão que solicita a construção de uma figura com 10 quadrados na base, Bianca faz uma generalização e responde imediatamente:

Bianca: Tem vinte!

Entrevistadora: Vinte?

Bianca: Sim! Dez mais dez é vinte!

Entrevistadora: Como assim?

Bianca: Tem dez em cima, mais dez em baixo... Dá vinte! Queres ver? (desenha a figura)

Bianca faz uma interpretação incorreta possivelmente porque não a decompõe de maneira adequada (por exemplo, dois ramos com o mesmo número de quadrados mais o quadrado comum). Induzida talvez pela simetria da figura decompõe esta em duas partes iguais, contando o quadrado central duas vezes. Deste modo, estabelece uma correspondência incorreta entre a figura dada e os números naturais, e, apesar de sucessivas questões postas pela entrevistadora, não reconhece o problema.

Pelo seu lado, David, à semelhança da colega, começa por desenhar a figura com quatro quadrados na horizontal e cinco na vertical. No entanto, quando faz a contagem do número de quadrados para verificar a sua resposta, apercebe-se que se enganou. Volta à sequência, conta de novo e faz uma nova figura, desta vez correta, dizendo: “Eu acrescentei mais dois quadrados” e explica:

Sim, quando cresce, é um para cima e um para o lado, por isso é sempre mais um. Aqui tem um, aqui tem dois, aqui tem três... Logo... Aaa.... Esta tinha que ter quatro.

Na questão 3, David, usa a representação pictórica, procurando fazer as figuras pedidas e após várias tentativas, chega à conclusão que isso não é possível. A certa altura, percebe que, para além do quadrado central, os quadrados na horizontal e na vertical têm que ser em número igual.

Na questão 4, o aluno inicialmente não compreende o que lhe é pedido, levando a professora a explicar “Se olhares para as figuras, tens sempre esta zona na horizontal e esta na vertical. Eu preciso que me digas, quantos quadrados vai ter, na zona branca, uma figura com dez quadrados na zona cinzenta”. Desta vez, David não necessita de voltar a desenhar. Olha várias vezes para a sequência e para as figuras que fez e conclui:

David: Vai ter nove

Entrevistadora: Nove? Porquê?

David: Porque as figuras têm sempre menos um em cima do que em baixo, por isso se tem dez na zona cinzenta, na zona branca vai ter nove.

Deste modo, David faz uma generalização que enuncia em linguagem verbal e que lhe permite responder a questões sobre termos distantes.

O percurso dos alunos sugere quatro etapas (figura 4). Na 1.ª etapa, os dois alunos visualizam a representação da figura de forma segmentada, não estabelecendo uma correspondência adequada entre as representações pictórica e numérica, e contam o mesmo elemento duas vezes.

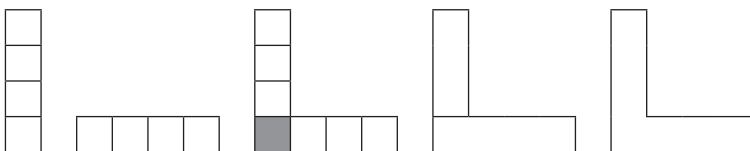


Figura 4 – Etapas de representação da figura de Bianca e David.

Bianca chega a usar um sistema de representação baseado em marcas de diferentes cores para apoiar a sua contagem, mas não tira o devido partido dele. Durante o seu trabalho, a aluna mantém-se nesta 1.ª etapa.

David começa por desenhar uma representação idêntica à da colega mas consegue perceber que não pode contar o mesmo quadrado duas vezes e passa para a 2.ª etapa onde faz uma representação segmentada da figura, assinalando um quadrado central, uma linha de quadrados vertical e outra horizontal. Na questão 4, passa para uma 3.ª etapa, reduzindo a figura a dois segmentos e encontrando uma regra geral para a sua construção: “as figuras têm sempre menos um em cima do que em baixo”. Uma 4.ª etapa, que o aluno não chega a fazer seria descrever a representação da figura como um todo e estabelecer uma relação entre a ordem e o número total de quadrados.

Tarefa 3 – Combinações de roupa – O roupeiro da Joana

1. A Joana tem três camisolas e dois calções. Durante quantos dias consegue fazer combinações diferentes?
2. A mãe da Joana comprou-lhe uma saia nova. Quantas combinações a Joana passa a conseguir fazer?
3. Os calções da Joana ficaram muito pequenos e deixaram de lhe servir. Quantas combinações a Joana passa a conseguir fazer?

Esta tarefa é um problema de análise combinatória. O seu enunciado está em linguagem verbal, sem que seja indicada qualquer representação matemática pictórica ou simbólica. Para a resolver, os alunos têm que produzir a sua própria representação.

Bianca que, já fez tarefas semelhantes em anos anteriores, mostra-se bastante à vontade. Na questão 1, começa por colocar as 5 peças de roupa numa só fila, primeiro as 3 camisolas (que pinta de cores diferentes – rosa, amarelo, verde) e depois os 2 calções (que pinta de azul e laranja). De seguida, toma cada camisola como “âncora” e representa por debaixo os 2 calções, produzindo assim uma possível representação de todos os casos possíveis (figura 5).



Figura 5 – Representação de Bianca na sua resposta à questão 1.

Entrevistadora: O que estás a fazer?

Bianca: Aqui vou pôr a roupa toda, primeiro as camisolas e... Os calções. Já está!

Entrevistadora: Então mas estás a desenhar mais calções por baixo das camisolas...?

Bianca: Sim, porque, este é com este, este com este e este com este! (refere-se aos primeiros calções que associa sucessivamente a cada camisola) Agora faltam os outros calções! (refere-se aos segundos calções)

A contagem do número de combinações, no entanto, revelou-se um problema muito complicado para Bianca:

Entrevistadora: Então e quantas combinações dá?

Bianca: (contando pelos dedos, enquanto olha para o que fez) Três, seis, nove! Nove! (escreve no papel $3+3+3$)

Entrevistadora: Nove? Como?

Bianca: (começando a contar as peças de roupa e depois as combinações)

Um, dois, três, quatro (...)

Entrevistadora: Então mas... Tenho uma dúvida...

Bianca: O quê?

Entrevistadora: Tu contaste as camisolas e os calções e depois contaste as peças por baixo das camisolas?

Bianca: Sim, são nove.

Entrevistadora: Mas aqui são peças de roupa sozinhas e aqui são as combinações, ou não?

Bianca: Acho que sim. (fica confusa)

Entrevistadora: Então mas é para saber quantos dias consegues usar roupas diferentes... Não vais usar só uma camisola... Então e o resto, vais despida?

Bianca: (ri-se) Não... Ah... Então são 6 dias!

Entrevistadora: Seis dias?

Bianca: Sim, estas (aponta para a fila de calções azuis) mais estas (aponta para a fila de calções laranja).

Ao realizar a contagem, num primeiro momento, Bianca deixa de ter em atenção as combinações de peças de roupa e faz a contagem simples dos objetos que tinha representado – 3 na primeira coluna, 3 na segunda e 3 na terceira (registo que aparece na parte de baixo da figura 6). Só com a intervenção da professora é que retoma a ideia que não tem que contar peças de roupa isoladas mas as suas diferentes combinações – algo que a sua representação permite identificar mas não de modo evidente. Note-se que a aluna, em vez de contar diretamente os objetos representados na figura, estabelece uma relação entre estes objetos e os dedos da mão, contando a partir deles. Deste modo Bianca tem que coordenar três representações: a pictórica (esquema que desenhou), a ativa (dedos) e a simbólica (designações dos numerais). Na sua resposta às questões 2 e 3 volta a confundir o número de peças com o número de combinações. Deste modo, a representação pictórica que produziu não a ajuda a interpretar corretamente a situação.

À semelhança da sua colega, David também faz a sua representação numa espécie de tabela, mas pinta todas as combinações, organizando-as dentro de retângulos (figura 6). Assim, consegue responder mais rapidamente às sucessivas questões que lhe são colocadas, limitando-se a acrescentar ou retirar elementos (figura 7).

Entrevistadora: Depois da mãe da Joana lhe comprar a saia, quantas combinações passa a ter a Joana?

David: Isso é fácil... Junta-se as saias... Posso pôr aqui ao lado?

Entrevistadora: Sim... Não há problema...

David: Então... São nove!

Entrevistadora: Ah... Já percebi... Então... Mas sabes... A mãe da Joana é um bocadito desastrada e sem querer, os calções encolheram na máquina e deixaram de servir à Joana... Quantas combinações é que ela tem agora?

David: Três!

Entrevistadora: Ai é?!

David: Sim... Tiras estas que são os calções... E ficas só com estas três que são as saias!



Figura 6 – Representação de David na questão 1 da tarefa 3.



Figura 7 – Representação de David na questão 2 da tarefa 3, tendo por base a resposta à questão anterior.

Assim, percebe-se que os alunos estão familiarizados com a forma de resolução deste tipo de tarefas e com o tipo de representação que podem usar. Bianca inicialmente parece fazer uma representação mais abstracta e mais eficiente – representando apenas os calções por baixo de cada camisola. No entanto, acaba por confundir peças de roupa e combinações. David, em contrapartida, não mostra esse tipo de dificuldade, representando explicitamente cada combinação.

Discussão

Estas tarefas constituíram um grande desafio para os dois alunos que sendo do 2.º ano, têm ainda dificuldade em expressar o seu raciocínio e necessitam de alguma ajuda para se fazer entender. Nas tarefas 1 e 2, envolvendo sequências pictóricas, existe à partida uma representação (externa) dada no enunciado. Ambos os alunos conseguem compreender essa representação, envolvendo diversos tipos de figuras

dispostas numa certa ordem, e usam-no para responder às questões mais simples que lhes são propostas. Para responder às questões mais complexas, envolvendo termos distantes os alunos precisam de produzir representações adicionais (internas), que exteriorizam de diferentes modos. Assim, David, na tarefa 1, usa a sequência dos números naturais para estabelecer uma correspondência com os termos da sequência (primeiro de forma incorreta, mas depois corretamente), com a qual responde a várias questões. Bianca estabelece uma correspondência com a sequência dos números naturais mas não tira partido dessa relação, pensando sempre em termos da representação pictórica. A aluna, na tarefa 2, gera uma representação adicional que poderia ter sido muito útil para fazer a contagem correta, marcando de cores diferentes os quadrados horizontais e verticais, mas mesmo assim continua a fazer contagens incorretas. Nesta tarefa, um aspecto fundamental é a transformação das figuras dadas noutras mais simples, por decomposição, que facilitem o processo de contagem. Ambos os alunos fazem essa decomposição, mas Bianca não consegue usá-la acertadamente, contando sempre duas vezes o mesmo elemento.

Na tarefa 3, envolvendo combinações, os alunos têm de gerar uma representação externa apropriada. Na fase inicial da resolução da tarefa, os alunos representam os dados da mesma (três camisolas e dois calções) através de representações próprias, elementos icónicos. Fazem-no com desembaraço, produzindo cada um a sua representação. Bianca, embora produza uma representação que teria permitido uma resposta correta, rapidamente perde o sentido da ideia de combinação como par de objetos e acaba por contar objetos individuais. Aparentemente, a aluna usa um sistema de representação que aprendeu em momentos anteriores, mas que não compreende muito bem. Já David produz um sistema de representação mais explícito, que lhe permite contar diretamente os pares de objetos solicitados.

Muitos professores consideram que as representações matemáticas são aprendidas naturalmente pelos alunos com a realização das tarefas. No entanto, o desempenho de Bianca e David nestas tarefas evidencia a complexidade da aprendizagem das representações. A compreensão dos padrões visuais das sequências pictóricas permite aos dois alunos responder corretamente às questões mais simples das tarefas 1 e 2. Para responder a questões mais complexas é necessário gerar uma relação entre as sequências dadas e a sequência dos números naturais, o que David mostra fazer (oral e gestualmente) de modo muito eficaz. A representação pictórica desta relação (como a indicada nas figuras 2 e 3) poderia permitir ir ainda mais longe na resposta a questões mais complexas sobre a sequência repetitiva. Por noutro lado, o desempenho dos alunos na tarefa 3 evidencia que podem subsistir dificuldades na compreensão de certas representações aparentemente aprendidas.. É o caso de Bianca, que mostra muito desembaraço a construir um sistema de representação para

combinações, que rapidamente encara como constituído por objetos individuais. Isto sugere que o modo como os professores acompanham as representações dos alunos precisa de especial atenção.

Há ainda a referir que apesar de cada entrevista ter decorrido de forma lenta, os alunos mostraram-se sempre disponíveis, interessados e muito motivados. Quando regressaram à sua sala, disseram à professora que as tarefas propostas “foram muito difíceis, mas fixas e divertidas”, mostrando como os alunos deste nível de ensino podem ser sensíveis ao desafio de tarefas matemáticas que achem interessantes.

Referências

- BISHOP, A., & Goffree, F. Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), **Perspectives on mathematics education** (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel, 1986.
- BRUNER, J. **Para uma teoria da educação**. Lisboa: Relógio d'Água, 1999.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, XVI (2), 81-118, 2007.
- GOLDIN, G. Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), **Handbook of international research in mathematics education** (pp. 178-203). New York, NY: Routledge, 2008.
- ME: **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação. (disponível em <http://www.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>), 2007.
- MEIRA, L. The microevolution of mathematical representations in children's activity. **Cognition and Instruction**, 13(2), 269-313, 1995.
- PONTE, J. P., Branco, N., & Matos, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC. [http://area.dgidec.min-edu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_\(Set2009\).pdf](http://area.dgidec.min-edu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf), 2009.
- VALÉRIO, N. Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º ano. **Quadrante**, 14(1), 37-66, 2005.
- VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. **Human Development**, 52, 83-94, 2009.

Submetido em agosto de 2011
Aprovado em setembro de 2011