

Resenha

PASQUINI, R. C. G. Um Tratamento para os Números Reais via Medição de Segmentos: uma proposta, uma investigação. 2007. 209 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

Por **Sílvio César Otero-Garcia**

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP).

silvioce@gmail.com

Regina Célia Guapo Pasquini é licenciada em matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), mestre em matemática pela Universidade de São Paulo (USP) e doutora em educação matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Atualmente é professora adjunta da Universidade Estadual de Londrina (UEL). A sua tese, aqui resenhada, tem como objetivo geral apresentar e discutir, como alternativa para abordar o conteúdo de números reais em cursos de formação de professores, o material “Um Tratamento, Via Medição, para os Números Reais”, que contém, segundo seu próprio nome sugere, a chamada proposta de tratamento dos números reais via medição de segmentos. A discussão é pautada numa revisão bibliográfica a respeito da problemática do ensino e aprendizagem dos números reais, em considerações de fundo histórico, bem como nas observações que a pesquisadora fez de um curso de análise que usou tal proposta para apresentar o conceito de número real e nas entrevistas que fez com seus alunos. Segundo a pesquisadora, o seu interesse está focado nos números reais, pois eles possuem grande relevância na formação do professor, além disso, é um dos conteúdos clássicos de análise. A falta de uma boa compreensão dos números reais seria uma das razões para a dificuldade encontrada pelos alunos nessa disciplina.

Por meio de uma revisão bibliográfica, Pasquini extrai alguns resultados relevantes: 1) mesmo após um curso de análise, muitos alunos desconhecem noções básicas inerentes ao conceito de número real e/ou ainda trazem consigo concepções errôneas sobre ele; 2) professores em formação apresentam dificuldades em compreender e definir os conceitos de número racional e irracional; os de comensurabilidade, incomensurabilidade e a noção de infinito também não são claros para esse grupo; 3) muitos professores possuem precários conhecimentos em história da matemática, desconhecendo a relação existente entre Eudoxo e Dedekind e os números reais e

continuidade; 4) muitos professores não vêem importância em se ensinar ou aprender números reais e quando introduzem tais conceitos para seus alunos da educação básica, utilizam-se de argumentos circulares: números reais são a junção dos racionais com os irracionais, sendo que irracionais são os números que não são racionais. A partir desses resultados, Pasquini diz que “a forma como os conceitos de número real e irracional têm sido abordados influi de forma direta para que concepções precárias, limitadas e inconsistentes a respeito desses conceitos estejam presentes na formação do futuro professor”. Acredita que não haverá mudança nesse cenário se abordagens como as que tratam os números reais como um corpo ordenado completo continuarem sendo as únicas presentes nas licenciaturas. Na realidade, Pasquini acredita que é muito relevante que se resgate conceitos como proporcionalidade, medida e comensurabilidade de segmentos. De um ponto de vista mais geral, o conceito de número real deveria ser tratado de forma vinculada ao processo histórico no qual foi estabelecida sua formalização. A pesquisadora lamenta que tais abordagens não estejam presentes nos cursos de formação de professores.

Levando-se em conta as problemáticas citadas é que entra o tratamento dos números reais via medição de segmentos. O processo de aritmetização da análise estabeleceu o conceito de número real por processos infinitos a partir dos números inteiros e o conceito de quantidade foi desvinculado de suas conotações geométricas. O objetivo do dito tratamento é justamente explorar essas conotações. Pasquini comenta que discutir e refletir sobre o conceito de número, infinito e comensurabilidade é muito importante, e que muitos professores passam por toda sua escolaridade, incluindo os cursos de análise, sem fazê-los. Ressalta que para um matemático isso pode ser irrelevante, como também parece ser tratar os números reais como cortes de Dedekind ou seqüências de Cauchy (importa que formam um corpo ordenado completo), entretanto, não devem ser para o professor, pois tais pontos podem ajudá-lo a tornar tais conteúdos mais compreensíveis e acessíveis para seus alunos.

O conceito de comensurabilidade é definido a partir de um segmento fixado e é utilizada uma notação semelhante a de frações. Pasquini destaca essa opção, uma vez que os alunos observados tiveram dificuldade com ela, pois a associaram diretamente com a idéia de fração. De modo similar, associaram os segmentos às suas medidas. A pesquisadora acredita que embora essa decisão dos autores tenha gerado confusão, promoveu um exercício de abstração necessário para lidar com o material. Pasquini também destaca outro ponto forte que surgiu durante a observação das aulas: os alunos sentiam a necessidade de demonstrar os pontos omitidos pelo livro. A pesquisadora acredita que tal necessidade é decorrência do fato do intuitivo ser visto como uma aberração e destaca a importância de uma reflexão sobre essas visões tidas como tão antagônicas (a rigorosa e a intuitiva), principalmente se levado

em conta que o professor na educação básica muitas vezes precisa lidar com elas: deve apresentar os conteúdos com um tratamento intuitivo sem abdicar totalmente do rigor. A pesquisadora acredita que o material analisado é competente para trazer à tona essa problemática.

Segmentos que não pertencem ao conjunto dos segmentos comensuráveis a um U fixado, são ditos incomensuráveis: existem infinitos deles. São apresentadas, ainda, a maneira de se obter uma sequência de números a partir da medição de um segmento por meio de um U fixado, e o processo contrário. Uma vez que a cada sequência de números é possível associar um segmento e vice-versa, tem-se uma bijeção. Assim, estabelece-se o processo de medição, e as sequências de números naturais (chamadas decimais), definidas a partir da medição, são os números reais. Pasquini relata que vários alunos da disciplina questionaram a existência de segmentos não comensuráveis, mostrando, novamente, desconforto com a ideia de infinito: se o processo de medição seguir indefinidamente, ainda será medição? Sobre isso, ressaltamos resultados de outras pesquisas que tratam do assunto e diz que o infinito tem sido um assunto pouco tratado nas disciplinas de cálculo e de análise e isso pode se tornar um entrave para o seu ensino. Pasquini comenta que esse é mais um ponto a favor de propostas que introduzam os números reais envolvendo processos infinitos, como esse de medição de segmentos, que evita, inclusive, a circularidade da definição de número real. O último passo é estabelecer os processos de soma e multiplicação. Para a pesquisadora é necessário que se faça uma reflexão sobre esses processos quando utilizam apenas decimais finitos, discutindo a possibilidade de se definir operações sobre o conjunto de números decimais de um modo mais geral, pois, do contrário, os tratamentos que impliquem na consideração de processos infinitos são desviados.

Um último resultado da pesquisa de Pasquini refere-se à análise feita das entrevistas realizadas com quatro estudantes da disciplina de análise sobre a qual já falamos. Essa etapa mostrou que os entrevistados acreditam que o contato com o material permitiu que eles refletissem sobre o conceito de número e sobre as dificuldades que os alunos da educação básica têm em aceitar certas questões que o professor em geral trata como se fossem naturais. Com essa reflexão, puderam se sentir mais confortáveis com relação ao objeto número. Claramente esses pontos pesaram a favor do posicionamento dos entrevistados com relação ao uso do material para a formação do professor ante a abordagem tradicional das disciplinas de conteúdo matemático nos cursos de licenciatura que, para eles, deve ser revista. A utilização de elementos da história da matemática e, principalmente, o processo de medir como contexto para a apresentação do número real também foram bem vistos pelos entrevistados que acreditam, inclusive, que podem ser utilizadas, com adap-

tações, para introduzir números reais na educação básica. A abordagem do material também subsidia e influencia de forma positiva um tratamento posterior de outros conceitos da análise, segundo os entrevistados.

Assim, acreditamos que, parafraseando a própria Pasquini, uma vez que são tão subjugados, nos cursos de licenciatura, os conteúdos de números reais e os conceitos de medida de grandezas; a discussão do livro “Um Tratamento, Via Medição, para os Números Reais”, que oportuniza a introdução dos números reais a partir de um processo de medição, que, por sua vez, possibilita que noções e conceitos básicos da análise, como convergência, continuidade etc., possam ser explorados; é per si uma grande contribuição para o ensino e aprendizagem dos números reais. Essa temática prossegue atual mesmo nos dias de hoje.

Submetida em dezembro de 2011

Aprovada em março de 2012