
Cálculo mental: é possível uma prática pedagógica que favoreça seu desenvolvimento?¹

Sheila Denize Guimarães

Professora da UFMS

sheiladgui@hotmail.com

Resumo

Este trabalho tem por objetivo revelar as principais estratégias de cálculo mental mobilizadas por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em situações didáticas vivenciadas de forma dialógica. O desenvolvimento experimental se pautou na Engenharia Didática e foi realizado com alunos do Ensino Fundamental de uma escola particular de ensino de Campo Grande/MS que cursaram o 4º ano no segundo semestre de 2007 e o 5º ano em 2008. Os resultados indicam que as principais estratégias mobilizadas pelos alunos se concentram em cinco grupos (reproduzir mentalmente o algoritmo, realizar a sobrecontagem com o auxílio dos dedos, usar regras automatizadas, usar propriedades dos números e das operações e realizar cálculos baseando-se na percepção de algumas regularidades dos números anunciados). Avaliamos que a dinâmica instaurada em nossa pesquisa poderia ser incorporada à prática dos professores, pois favoreceu o conhecimento das concepções numéricas dos alunos e contribuiu para o desenvolvimento de um ensino mais efetivo.

Palavras-chave: Cálculo Mental; Sistema de Numeração Decimal; Operações Aditivas e Multiplicativas; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Engenharia Didática.

Mental calculation: it is possible a pedagogical practice that favors its development?

Abstract

This essay aims to reveal the main mental calculation strategies deployed by students in the 4th and 5th year of elementary school in teaching situations experienced in dialogue form. The experimental development was guided in Teaching Engineering and was conducted with elementary school students of a private school in Campo Grande / MS who attended the 4th year in the second term of 2007 and the 5th year in 2008. The results indicate that the main strategies used by students focus on five groups (mentally reproducing the algorithm, perform the overcounting with the aid of the fingers, using automated rules, use properties of numbers and operations and perform calculations based some regularities in the perception of the figures given). We evaluate the momentum established in our study should be incorporated into teachers' practice, because it favored the knowledge of numerical concepts of the students and contributed to the development of a more effective teaching.

Keywords: Mental Calculation; Decimal Number System; Additive and Multiplicative Operations; First Years of Elementary School; Teaching Engineering.

1. Esse estudo é parte integrante da tese de doutorado intitulada "A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental".

Introdução²

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) enfatizem a necessidade de ampliação de diferentes procedimentos e tipos de cálculos – mental ou escrito, exato ou aproximado, parece que as escolas brasileiras, em sua maioria, se limitam em utilizar o cálculo escrito e o exato.

Os resultados de uma pesquisa realizada por Carnoy, Gove e Marshall (2003) mostraram que as professoras brasileiras, com algumas exceções, usavam trabalho individual ou trabalho em grupo, sem usar modos múltiplos de interação. Os autores acreditam que o uso de um método mais estático e com pouca interação, nas aulas brasileiras, possa ser uma forma de exercer controle sobre os alunos, a fim de manter a disciplina.

Quando defendemos uma ampliação nos procedimentos e tipos de cálculos usados pelo aluno é porque acreditamos que o formato estático usualmente utilizado acaba se tornando insuficiente. Acreditamos que nas aulas que exigem maior habilidade cognitiva, como é o caso das relacionadas com o cálculo mental, é necessário que o professor crie algum espaço para que o aluno possa explicitar os procedimentos utilizados na resolução das situações-problema. Isso porque desejamos que novas técnicas mentais “[...] apareçam e sejam utilizadas, de início por certos alunos (em geral os bons alunos), depois progressivamente para a maior parte da classe” (BUTLEN e PEZARD, 1992). Nesse momento é inevitável o aparecimento de modos múltiplos de interação – professor / aluno, aluno / aluno e aluno / turma.

A defesa da utilização de procedimentos e tipos de cálculo variados também se faz presente no Guia do livro didático 2007 (BRASIL, 2006) que apresenta na ficha de avaliação das coleções de livros didáticos um item que busca diagnosticar a presença de situações que envolvem o cálculo mental. O documento afirma que, em relação ao conjunto de coleções avaliadas, o cálculo mental é abordado em grande parte delas. Em muitas das coleções “[...] é feito um bom trabalho pedagógico para a construção dessa competência indispensável na formação matemática do aluno. Contudo, em outras, as estratégias de cálculo mental são apresentadas, mas o aluno é pouco incentivado a utilizá-las” (Ibid., p. 27).

Considerando por um lado, que o cálculo mental permite desenvolver procedimentos variados de cálculo sem limitar a um processo único, e, por outro, as recomendações tanto dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) como do Guia do livro didático 2007 (BRASIL, 2006), apresentamos neste artigo resultados de nossa pesquisa de doutorado, que buscou investigar a natureza do cálculo mental e suas contribuições para a aprendizagem de conceitos aditivos

2. Cabe esclarecer que algumas das discussões contidas na introdução foram apresentadas inicialmente em um estudo, de natureza teórica, publicado no IX ENEM/2007.

e multiplicativos de alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em situações didáticas vivenciadas de forma dialógica.

Objetivo

- Revelar as principais estratégias de cálculo mental mobilizadas por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em situações didáticas vivenciadas de forma dialógica.

Sujeitos

- Alunos do Ensino Fundamental de uma escola particular de ensino de Campo Grande/ MS que cursaram o 4º ano no segundo semestre de 2007 e o 5º ano em 2008.

Metodologia

A metodologia de pesquisa escolhida se baseou na Engenharia Didática, caracterizada como “[...] um esquema experimental baseada sobre ‘realizações didáticas’ em classe, quer dizer, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino” (ARTIGUE, 1988, p. 3).

O processo experimental da engenharia didática é composto por quatro fases: 1ª) análises preliminares, 2ª) concepção e análise *a priori*, 3ª) experimentação e 4ª) análise *a posteriori*.

As análises preliminares constituíram a fase de composição do quadro teórico didático e dos conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o assunto, incluindo pesquisas realizadas sobre o tema.

Na segunda fase, concepção e análise *a priori*, foram escolhidas as atividades da sequência didática, tendo como base as elaboradas por Lethielleux (2001). A escolha desse material se justifica pelo fato de ser organizado para o professor, com atividades que contemplam vários temas (numeração, adição e subtração mental, multiplicação e divisão mental) com nível gradual de dificuldade, acompanhadas de comentários pedagógicos que precisam os objetivos visados, as etapas e os meios pedagógicos para ajudar os alunos na sua aprendizagem.

A fase seguinte, a da experimentação, que corresponde ao momento de implementação da pesquisa, ocorreu por meio de sessões de estudo com aproximadamente 15 minutos, perpassando dois encontros semanais em 2007 e três sessões semanais em 2008, nas quais demos prioridade para o cálculo oral.

As quarenta e quatro atividades que contemplam nossa sequência didática, subdivididas em três blocos (sistema de numeração decimal, operações aditivas e operações multiplicativas) foram submetidas à resolução dos alunos. Como não seria possível acompanhar todos os alunos, no início da experimentação priorizamos acompanhar três grupos, contendo quatro alunos em cada grupo. A escolha desses alunos teve como critério a nota obtida na disciplina Matemática no primeiro semestre de 2007, compondo um grupo com alunos com média superior a 9,0 (GF, GJ, FN, LR), outro com média entre 8,5 e 7,0 (CM, GV, MR, TH) e um terceiro grupo com notas abaixo de 7,0 (FS, JD, ME, ML).

Para a coleta de dados, utilizamos o procedimento Lamartinière, sugerido por Lethielleux (2001), com o intuito de possibilitar a participação de todos os alunos. Tal procedimento se decompõe em três fases:

- O professor formula a questão, os alunos escutam e pesquisam a resposta;
- Ao sinal do professor, os alunos escrevem a resposta;
- Ao sinal, os alunos levantam sua folha para que o professor possa ver a resposta.

Esse procedimento foi adaptado para a aplicação da sequência proposta, principalmente no que se refere ao uso do lápis, pois não permitimos seu uso em momento algum. Somente nós podíamos escrever no quadro, quando julgássemos necessário. Lethielleux (2001) sugere interrogar um aluno por vez sobre o procedimento de cálculo utilizado. Os outros escutam e são interrogados em caso de contestação ou solicitação para explicarem o procedimento adotado, na tentativa de criar, em cada sessão, um espaço de debate ao redor das estratégias, desencadeando conflitos tanto cognitivo como sócio-cognitivo (BUTLEN e PEZARD, 1992; ANSELMO e PLANCHETTE, 2006). A atenção de todos foi cobrada no decorrer das sessões, tendo em vista que não existia uma ordem prévia para a participação.

A análise *a posteriori* é a última fase do processo experimental, na qual fizemos a análise dos dados colhidos durante a experimentação – observações e produções dos alunos durante as sessões de estudo – levando em consideração as expectativas anunciadas na análise *a priori* e as hipóteses formuladas. Adotamos como referência para a análise dos dados publicações argentinas e francesas que discutem o lugar e o papel do cálculo mental para a aprendizagem da aritmética na escola elementar e alguns aspectos da Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria das Situações propostas respectivamente por Vergnaud e Brousseau.

Descrição e análise dos resultados

Os dados coletados durante a experimentação nos forneceram alguns elementos para por um lado, respondermos à questão central do nosso trabalho (Quais são as

estratégias de cálculo mental utilizadas por alunos, do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, durante a resolução de atividades que envolvem o sistema de numeração decimal, as operações aditivas e as multiplicativas?). Por outro lado, os dados nos permitiram identificar e validar teoremas em ação mobilizados pelos alunos durante a solução das atividades propostas.

Apresentamos a seguir alguns resultados concernentes às atividades dos três blocos, onde destacamos as principais estratégias e teoremas mobilizados pelos alunos no decorrer da experimentação:

- Reproduzir o algoritmo mentalmente;

Apesar de considerarmos que a estratégia que “põe a operação dentro da cabeça” não é uma estratégia de cálculo mental, mas uma estratégia de cálculo escrito efetuado mentalmente (LETHIELLEUX, 2001), acreditamos ser importante discuti-la, tendo em vista que a mesma permeou a resolução das atividades dos três blocos da experimentação.

Presenciamos seu uso nas contagens para frente e regressiva ou nas atividades que buscam descobrir o sucessor e o antecessor dos números próximos dos “nós” da escrita numérica, quer dizer das dezenas, centenas, unidades de milhar... (LERNER e SADOVSKY, 1996), como observamos no trecho a seguir. Ressaltamos que essa variável numérica (números próximos aos “nós”) parece sintetizar uma das principais dificuldades enfrentadas pelos alunos que ainda não dominam as propriedades e regularidades do sistema de numeração decimal.

P: Como que eu faço essa passagem do mil e noventa e nove para mil e cem?

Tem que fazer o que?

CA: Mais um.

P: Mais um aonde?

CA: Mais um no último número.

P: Tá. E aí, vou fazer o quê?

A: Vai dar dez, deixa o zero e manda o um lá pro outro nove. Vai dar dez de novo, deixa o zero e manda o um lá no lugar do zero.

Observamos também, que o registro escrito do cálculo proposto parece ter induzido o emprego mental do algoritmo, ratificando os resultados encontrados por várias pesquisas, dentre elas a realizada por Butlen e Pezard (1992), como ilustra o seguinte fragmento:

P: GV, setecentos e cinquenta e nove menos cem.

GV: (silêncio) Você pode escrever no quadro pra mim?

P: Você acha melhor?

GV: Harã!

P: Setecentos e cinquenta e nove menos cem (repito o cálculo enquanto registro).

GV: (pausa) Seiscentos e cinquenta e nove?!

P: Você fez o que para descobrir esse resultado?

GV: É (pausa)! Eu abaixei o nove, o cinco e fiz sete menos um.

Percebemos que na falta de uma outra estratégia que conduzisse ao resultado, a reprodução mental do algoritmo foi a mais recorrente, talvez porque na escola, na maioria das vezes, não se ensina outra forma de cálculo além desse (MENDONÇA e LELLIS, 1989).

Nos dados apresentados durante a experimentação identificamos alguns teoremas mobilizados pelos alunos que talvez induzam a uma organização mental do algoritmo ensinado pela escola:

- Para saber o próximo número da sequência basta acrescentar mais uma unidade.
- Para descobrir o número que vem antes basta diminuir uma unidade do último número anunciado.

- Realizar a sobrecontagem com o auxílio dos dedos;

Consideramos que o uso dos dedos faz parte do cálculo mental como forma de apoio em contagens, ordenações e comparações, pois o gesto e o pensamento estão intimamente ligados (VERGNAUD, 1996b, p. 12). Nesse sentido, o uso da bijeção, caracterizada pela correspondência biunívoca do conjunto dos dedos sobre o conjunto dos números, foi identificada com as seguintes finalidades: 1) auxiliar na delimitação do número de parcelas a serem consideradas para o cálculo; 2) controlar a quantidade de parcelas prevista pelo sujeito na relação entre o conjunto de números de referência e o conjunto a ser contado, 3) materializar o cálculo realizado mentalmente.

Observamos desde a bijeção de 1 (dedo) para 1 (unidade) até valores maiores do que a unidade como 10 e 100, por exemplo.

BA: Eu pego o doze e somo mais sete. Vai contando de um em um: treze, catorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte. Deu oito! (Faz a contagem com o auxílio dos dedos).

- Usar regras automatizadas: desprezar ou acrescentar zeros ao final do número; desprezar o último algarismo da direita para descobrir quantas dezenas possui

um determinado número; desprezar os dois últimos algarismos da direita do número anunciado para determinar a quantidade de centenas.

Em nossa pesquisa verificamos que o recurso a regras automatizadas foi favorecido, principalmente, pela variável numérica em jogo: números terminados em zero. Os alunos tiveram facilidade no trabalho com esses números, justificada pelo fato desses diminuírem “[...] a quantidade de elementos a serem processados e [...] [permitirem] à criança, aproveitar-se de seu conhecimento da tabuada [...], [facilitando o cálculo mental], ao contrário do que acontece com o cálculo escrito” (CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN, 1995, p.53). Além disso, esses números permitiram aos alunos mobilizar regras ensinadas pela escola, em virtude da operação proposta nos cálculos a serem efetuados.

O fragmento seguinte ilustra a mobilização dessa estratégia:

P: Seiscentos e cinquenta vezes cem.

JD: Seis mil e cinquenta.

AD: Seis mil e quinhentos.

P: Por que você acha que é seis mil e quinhentos e não seis mil e cinquenta.

AD: Porque tem que aumentar os zeros.

Identificamos alguns teoremas subjacentes ao uso das regras automatizadas:

- Para determinar a quantidade de dezenas de um número despreza-se o último algarismo da direita do número anunciado. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de dezenas
 - Quando multiplicamos por 10 basta acrescentar um zero à direita do último algarismo do número, por 100 acrescentamos dois zeros e por 1000 três zeros.
 - Para determinar o resultado da divisão de um número terminado em zero por 10 despreza-se o último algarismo da direita. O número formado pelos algarismos restantes representa o resultado e assim analogamente para números terminados em dois zeros, três zeros, quatro zeros, etc ...
- Usar propriedades dos números e das operações (decomposição, comutatividade, associatividade, compensação, distributividade):

Acreditamos que o debate ao redor das estratégias permitiu, por um lado, trabalhar o raciocínio, construir o sentido a propósito das propriedades utilizadas e a desenvolver conhecimentos aritméticos (ANSELMO e PLANCHETTE, 2006). Por outro lado, apesar de sabermos que o uso de propriedades dos números e das opera-

ções facilita a memorização dos cálculos intermediários, a escolha de uma estratégia entre as diferentes apresentadas ocorreu em virtude das concepções numéricas dos alunos, e por interesse pessoal em economia (BUTLEN; PEZARD, 1992).

Evidenciamos no trecho a seguir o recurso às propriedades de decomposição dos números e distributividade da multiplicação em relação à adição:

P: JR, vinte e sete vezes cinco?

JR: É (pausa) Dá cento e (pausa) trinta e cinco.

P: Você fez como JR?

JR: Eu sei que sete vezes cinco dá trinta e cinco. Aí eu fiz vinte vezes cinco que dá cem e depois somei.

Listamos a seguir alguns teoremas, relacionados a essa estratégia, e que foram mobilizados pelos alunos ao longo da experimentação:

- Para descobrir o resultado da subtração, basta decompor o número do subtraendo em duas partes, de modo que uma contenha o mesmo valor da unidade expresso no minuendo. Em seguida, realizar as subtrações, sendo que a primeira compreende as unidades iguais.
- Para encontrar o resultado de uma divisão por cinco de um número terminado em zero, basta dividi-lo por dois, seguida de uma divisão por cinco e uma multiplicação por dois.
- Se ao multiplicar a por b se obtém c, então multiplicando b por a também obteremos c.
- Identificamos outros teoremas subjacentes à mobilização das idéias associadas às operações multiplicativas (BITTAR e FREITAS, 2005):
- Se multiplicando os fatores obtêm-se um produto então é possível obter um dos fatores dividindo o produto pelo outro fator.
- Se forem dados o produto e um de seus fatores então para obter o resultado da divisão desse produto pelo fator dado, basta encontrar um número que multiplicado por esse fator resulte no produto dado.

- Realizar cálculos baseando-se na percepção de algumas regularidades dos números anunciados;

As atividades permitiram aos alunos refletir e buscar regularidades entre os números propostos, usando-as para antecipar resultados de outros cálculos.

O excerto a seguir evidencia momentos dessa percepção na realização de alguns cálculos:

P: [...] No começo você demorou para fazer a contagem [a partir de duzentos e treze, de cinco em cinco]. O que você percebeu?

GV: Percebi que eu falava oito, três, oito, três. Só mudava a dezena.

Identificamos nos cálculos realizados a presença dos seguintes teoremas:

- Se os algarismos das unidades são iguais, então basta subtrair os algarismos das outras ordens dos números dados e acrescentar zero ao resultado na ordem da unidade.
- Se apenas um dos números anunciados possui a ordem das centenas, então basta somar os valores dos algarismos das outras ordens e acrescentar ao resultado o valor correspondente a ordem das centenas.
- Se for pedido para retirar centenas inteiras do número dado, então basta considerar os dois valores como se fossem inteiros e ao final acrescentar o valor desprezado.
- Se os valores dos algarismos das unidades dos números anunciados é zero, então basta somar os outros algarismos e acrescentar o zero a ordem das unidades.
- Se apenas um dos números anunciados possui a ordem das centenas, então basta somar os valores dos algarismos das outras ordens e acrescentar ao resultado o valor correspondente a ordem das centenas.
- Todo número multiplicado por 5 termina em 0 ou 5.

Considerações finais

Acreditamos que os cinco grupos apresentados (reprodução mental do algoritmo, sobrecontagem com o auxílio dos dedos, propriedades dos números e das operações, regras automatizadas e percepção de algumas regularidades dos números anunciados) revelam as principais estratégias mobilizadas pelos alunos no decorrer da experimentação.

Verificamos que o recurso a uma ou a outra estratégia dependeu das concepções numéricas dos alunos, permitindo que eles abandonassem estratégias mais primitivas de contagem passo a passo para mobilizar outras que envolviam decomposições aditivas ou subtrativas de números, como verificamos no exemplo a seguir:

P: Como você descobriu que seis mais quatro dá dez?

NT: É só [ir] somando de um em um, mas também tem outro jeito. É só separar cinco e cinco. Pega [um] do seis [e] põe no quatro.

Os dados revelam que o fato dos alunos terem participado de uma pesquisa que buscou instaurar uma prática regular de cálculo mental que os fez ouvir, raciocinar e falar sobre cálculo mental, possibilitou aos mesmos incorporar novos conceitos e significados ao repertório numérico.

No que diz respeito às estratégias que recorrem às propriedades dos números e das operações, ressaltamos que essas apareceram e foram utilizadas de início por certos alunos, depois progressivamente para a maior parte da classe.

Em relação aos teoremas listados, destacamos que a incorporação ao repertório do grupo pesquisado ocorreu gradativamente, à medida que os mesmos eram introduzidos nas discussões, geralmente por alunos com maior domínio das propriedades dos números e das operações – GF, PE, HG, AD, FN. Esses também se incumbiam de verificar a mobilização correta dos teoremas propostos, como ilustra o trecho seguinte:

P: AC, mil setecentos e oitenta e nove vezes cem.

AC: Dezessete mil oitocentos e noventa.

GF: Cento e setenta e oito mil e novecentos.

P: O que houve com o número da AC?

GF: Faltou um zero.

Os dados coletados durante a experimentação corroboram a afirmação de Vergnaud (1990) no que se refere aos invariantes operatórios, em especial, em relação aos teoremas. O autor pontua que esses são percebidos no estudo do sujeito em ação, sendo fontes de pesquisa que podem auxiliar o professor a compreender como o aluno resolveu um dado problema e que elementos foram considerados no momento da resolução que o fez decidir por esta ou aquela estratégia.

Um outro ponto importante está relacionado à dinâmica de interpelação, permitindo que esses teoremas pudessem, por um lado, ser identificados tanto na forma operatória (o fazer) como na forma predicativa do conhecimento (o explicar, o dizer) (VERGNAUD, 2003). Por outro lado, que fossem incorporados gradativamente ao repertório da turma, à medida que desenvolviam uma “escuta ativa” (DOUADY, 1994).

Verificamos, ao longo das sessões, que os alunos precisaram “[...] analisar seu repertório de conhecimento [...] e fazer conjecturas” sobre quais conhecimentos poderiam ajudá-los a obter a solução esperada para cada atividade proposta (ALMOULOU, 2007, p.47).

Provavelmente, as discussões desencadeadas não fizeram sentido para todos os alunos. Contudo, o fato de ter sido criado um espaço para pensar sobre os números, analisando e não somente reproduzindo regras, contribuiu para que os alunos percebessem as regularidades existentes nas contagens e avançasse na manipulação da seqüência oral.

Ouvindo, raciocinando e falando sobre cálculo mental presenciamos a incorporações de novas estratégias ao repertório numérico, permitindo inclusive as filiações e rupturas no aprendizado (VERGNAUD, 1996a).

O trabalho com o cálculo mental permitiu que os alunos explorassem diferentes caminhos de resolução das atividades, encorajando-os a não recorrer imediatamente ao algoritmo ensinado pela escola (BUTLEN e PEZARD, 2000), cumprindo sua função pedagógica (BOULAY; LE BIHAN; VIOLAS, 2004), haja vista que contribuímos, principalmente, para ampliar a capacidade de raciocínio dos alunos na elaboração de estratégias originais.

Todos nós inventamos modos para resolver as contas e isso me ajudou (VT).

No que se refere à possibilidade do uso dos dedos descaracterizar o cálculo mental, acreditamos que seu uso é uma forma natural de auxiliá-lo, apoiando as contagens, ordenações e comparações. Afinal, gesto e pensamento estão intimamente ligados (VERGNAUD, 1996b). Porém, acreditamos que um trabalho sistemático envolvendo o cálculo mental contribui para o aparecimento de estratégias mais sofisticadas, ligadas às propriedades dos números e das operações. Por esse motivo defendemos a instauração de práticas pedagógicas, nas quais os professores não busquem somente desenvolver competência em calcular mentalmente, mas reconheça seu uso (DOUADY, 1994).

Avaliamos também que a dinâmica instaurada em nossa pesquisa poderia ser incorporada à prática dos professores, pois favoreceu o conhecimento das concepções numéricas dos alunos e contribuiu para o desenvolvimento de um ensino mais efetivo. Dessa maneira foi possível insistir naqueles aspectos em que os mesmos cometiam erros, antecipando as respostas dos alunos e descrevendo estratégias para a correção das mesmas (GÓMEZ, 1995), conduzindo os alunos a abandonar suas antigas estratégias para adotarem novas, mais eficientes, incorporando novos conceitos e significados ao conhecimento matemático.

Referências

ALMOULOUD, S. (2007). A. Fundamentos da Didática da Matemática. 1. ed. Curitiba: Editora UFPR.

ANSELMO, B.; PLANCHETTE, P.(2006). Le calcul mental au collège: nostalgie ou innovation? Repères IREM. Num. 62. p. 5-20, Metz: Topiques Editions.

ARTIGUE, M.(1988). Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 9, nº 3, pp. 281-308, Grenoble : La pensée sauvage.

BITTAR, M.; FREITAS, J.L.M.de (2005). Fundamentos e metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental. 2ª ed., Campo Grande, MS: Ed. UFMS.

BOULAY, S.; LE BIHAN, M.; VIOLAS, S. (2004). Le calcul mental. **Mathématiques**. Disponível em: <http://jclebreton.ouvaton.org/IMG/doc/Le_calcul_mental.doc>. Acesso em 26 de out. /2006.

BRASIL. (1997). Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Básica. **Guia do livro didático 2007: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 2006.

_____. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. V. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

BUTLEN D. e PEZARD M. (1992). Calcul mental et resolution de problemes multiplicatifs, une experimentation du CP au CM2. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Pensée Sauvage, Vol. 12, n°. 23, p. 319-368.

BUTLEN, D.; PEZARD, M. *et al.* (2000). Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège, **Repères-IREM**, n° 41, 5-24, Metz: Topiques Éditions.

CARNOY, M., GOVE, A. K., MARSHALL, J.H. (2003). As razões das diferenças de desempenho acadêmico na América Latina: dados qualitativos do Brasil, Chile e Cuba. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, 84, p.7-33.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. (1995). Na vida dez na escola zero. São Paulo: Cortez.

DOUADY, R. (1994). Evolução da relação com o saber em matemática na escola primária: uma crônica sobre cálculo mental. Em Aberto, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun.

GÓMEZ, B. (1995). Tipología de los errores de cálculo mental en el contexto educativo. Enseñanza de las ciencias, 13. 3. p. 313-325.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. (1996). O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA C. & SAIZ, I. (org.) Didática da Matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, p.36-47.

LETHELLIEUX, C. (2001). Le calcul mental au cycle des approfondissements, Collection Pratique pédagogique, Armand Colin, Paris: Bordas.

MENDONÇA, M. do C.; LELLIS, M. (1989). Cálculo mental. Revista de Ensino de Ciências. nº 22, p. 50-7, julho.

VERGNAUD, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. In E. P. Grossi (Org.) **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Rio de Janeiro: Vozes, p. 21-64.

_____. (1996a). A teoria dos campos conceituais. In BRUN, J. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget.

_____. (1996b). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. Revista do GEEMPA, Porto Alegre.

_____. (1990). Teoria dos campos conceituais. **Recherches en Didactique des Mathematiques**. Grenoble: Pensée Sauvage.

Submetido em setembro de 2013

Aprovado em outubro de 2013