
Pensando algebricamente no 6º ano: uma concepção para produção de conhecimento

Rosana de Oliveira

Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)
rosanaol@gmail.com

Janete Bolite Frant

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
janetebf@gmail.com

Resumo

Este artigo traz uma das primeiras incursões no Modelo dos Campos Semânticos, proposto por Romulo Lins, cujo objetivo foi investigar aspectos relacionados às possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico por alunos de 6º ano da Educação Fundamental (antiga 5ª série do 1º grau). Analisamos a produção de significados desses alunos enquanto imersos em tarefas na busca de leis de formação para sequências numéricas e não numéricas, interagindo verbalmente e por escrito. A pesquisa de cunho qualitativo com o viés de *Design Research* foi realizada em dois ciclos: a busca dos significados produzidos, pelos alunos, para processos de algebrização e produção de significados para leis de formação, e como constroem uma rede de significados na busca do termo geral de uma sequência. A análise se sustenta no Modelo dos Campos Semânticos e também no Modelo da Estratégia Argumentativa. Assim, a partir das crenças e justificações, criamos uma tipologia que classifica os argumentos construídos pelos alunos. Os resultados apontaram para a não linearidade da produção de conhecimentos pelos alunos, sobretudo porque não foi possível estabelecer qualquer hierarquia entre os tipos de argumentos.

Palavras-chave: Modelo dos Campos Semânticos. Modelo da Estratégia Argumentativa. Pensamento Algébrico. Sequências. Produção de Conhecimento.

Thinking algebraically in the 6th year: a conception for knowledge production

Abstract

This article presents one of the first incursions into the Semantic Field Model, proposed by Romulo Lins; whose objective was to investigate aspects related to the possibilities of development of algebraic thinking by 60 year old students of Elementary Education (that used to be in Brazil the 5th grade of 1st degree). We analyze the production of meanings of these students while they were immersed in the tasks, searching the laws of formation for numerical and nonnumeric sequences, interacting verbally and in writing. The qualitative research with the Design Research bias was carried out in two cycles: the search for the meanings produced by the students, for processes of

algebrization and production of meanings for formation laws. We identify how students construct a network of meanings in the search for the general term of a sequence. The analysis is based on the Semantic Fields Model and also on the Argumentative Strategy Model, so from the beliefs and justifications we create a typology that classifies the arguments constructed by the students. The results pointed to the non-linearity of knowledge production by students, especially since it was not possible to establish any hierarchy between the types of arguments.

Keywords: Semantic Fields Model. Model of the Argumentative Strategy. Algebraic Thinking. Sequences. Knowledge Production.

Introdução

Este artigo traz uma das primeiras incursões no Modelo dos Campos Semânticos, proposto por Romulo Lins.

O objetivo desta pesquisa foi identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Especificamente, buscamos levantar “marcas” que pudessem indicar que significados eram produzidos pelos alunos enquanto encontravam o termo geral de diferentes Sequências.

No primeiro ciclo da pesquisa levantamos crenças e justificações que os alunos utilizaram para problemas envolvendo as operações aritméticas. No segundo ciclo identificamos e analisamos como os alunos construíram uma regra para o termo geral de sequências numéricas e não numéricas e, portanto, que significados produziram na constituição do objeto Sequências.

Na matemática escolar, no Ensino Fundamental, predominam o ensino da Aritmética e da Álgebra. O que acontece é que nos primeiros anos somente a Aritmética é abordada, embora no 6º ano o currículo contemple o ensino de equações. Os professores de matemática, respaldados pela força dos livros didáticos, acreditam que a introdução da Álgebra deva ser ensinada apenas a partir do 8º ano. É neste ano que surge o “cálculo com letras”. Define-se expressão algébrica, monômio, polinômio e operações algébricas. Consequentemente, após um longo convívio com uma Aritmética “pobre”, baseada em decorar alguns algoritmos e nenhuma preocupação com a educação algébrica, nossos alunos mostram estranheza ao se deparar com textos matemáticos diferentes de números. Cabe observar que, apesar do avanço das pesquisas em Educação Matemática no que tange o desenvolvimento do pensamento algébrico, ainda encontramos nos currículos e consequentemente nos livros didáticos a Álgebra iniciando no 8º ano, como aconteceu nesta pesquisa, tornando-a, portanto, atual.

Sobretudo os estudantes, acostumados com essa abordagem da aritmética, seguem com a ideia de que a Álgebra é apenas mais uma manipulação técnica, sem avaliar a cada passo seus

procedimentos. Utilizam modelos do livro ou os que o professor coloca no quadro, transformando problemas simples em representações algébricas e, na busca de soluções, mergulham em manipulações sem perceber que a manipulação em si pode conduzir a erros (ARCAVI, 1995).

Alguns alunos não entendem que para uma equação como $x + 5 = 7$ a solução é $x = 2$, embora se perguntados que número somado a 5 dá resultado 7 eles respondam corretamente “dois”. E deste modo vão se desinteressando pela matemática, criando aversão a esta disciplina, com respaldo da maior parte da sociedade. Essa crença do poder da Matemática é tão forte que se constitui senso comum nas comunidades escolares: ninguém tem necessidade de justificá-la; existe um acordo tácito. Se um aluno tem como nota um dez na disciplina de História, isso é visto de forma natural, mas se isso se refere a uma nota de Matemática é visto pela maioria como um estudante diferenciado, mais inteligente que os outros. Essa valorização de uns em detrimento de outros implica que muitos estudantes não avancem em seu percurso de escolaridade.

Identificamos isso na fala das pessoas e não ousamos questionar: é verdade e pronto. Essa prática perversa traz no seu bojo o discurso da incompetência do outro já que o saber é aquele objeto distante e inatingível, ao contrário da proposta do Modelo dos Campos Semânticos em que a produção de significado/conhecimento é relativo ao sujeito que o produz e não o que reproduz.

O texto matemático escolhido para esta pesquisa foi Sequências, que é apresentado aos alunos no Ensino Médio sob a forma de PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica).

Pensamento Algébrico

Segundo Lins e Gimenez (1997, p. 89),

[...] por incrível que pareça, não há consenso sobre o que seja pensar algebricamente. Há, é verdade, um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças - gráficos são ou não parte da álgebra?

Borrvalho e Barbosa (2009) entendem que o pensamento algébrico diz respeito à simbolização, a representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos, a compreender relações e funções e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar um problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado.

Para Arcavi (1995), “se o sentido do símbolo requer que nós evoquemos símbolos quando eles forem adequados ou indispensáveis, então o sentido do símbolo requer também que abandonemos os símbolos quando estivermos nos afogando em suas manipulações técnicas”.

Ecoamos também as pesquisas de Lins e Gimenez (1997) quando afirmam que a Álgebra e a Aritmética estão intimamente relacionadas. Mesmo autores que fazem alguma distinção entre elas acabam por não conseguir demarcar com precisão os limites entre uma e outra.

Os currículos do Ensino Fundamental privilegiavam na época da pesquisa, e ainda privilegiam, o ensino da Aritmética. A questão central vai além do fato de reduzir o estudo dos primeiros anos da vida escolar à Aritmética. Reside em uma concepção da Aritmética, a qual nega ao aluno a possibilidade de vivenciar situações que de alguma forma envolvam o pensamento algébrico. É ainda do senso comum que o estudo da Aritmética se reduz a ensinar os Números Naturais e as quatro operações, enfatizando apenas o uso dos algoritmos. Não é de se estranhar que ao perguntar para públicos diferentes o que é Matemática a resposta mais encontrada é que serve para fazer contas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) apresentam os objetivos para os 3º e 4º ciclos (6º ao 9º anos) sobre o pensamento algébrico, sob uma perspectiva naquele momento de mudança, na qual esse pensamento deveria se organizar com maior ênfase nos currículos escolares, modificando os modos de pensar sobre os números e as operações.

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- * reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;

- * traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;

- * utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p. 64)

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- * produzir e interpretar diferentes escritas algébricas expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;

- * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;

- * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (BRASIL, 1998, p. 81)

Em 2018, é aprovada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 20 anos depois da publicação dos PCNs. Na BNCC a Álgebra é uma das Unidades Temáticas do Ensino Fundamental. Desde os anos iniciais em diferentes anos da escolaridade o estudo das sequências aparece em diferentes objetos do conhecimento e habilidades.

A pesquisa

Esta pesquisa buscou discutir as produções de significados para a Álgebra por alunos do sexto ano. Os textos matemáticos envolvidos na pesquisa são problemas, mais especificamente sequências, consideradas como parte integrante da Álgebra. Pesquisas anteriores apontam a necessidade de se trabalhar com atividades que envolvam processos cognitivos na descoberta de padrões numéricos e não numéricos, e indicam o trabalho com sequências como um bom representante para essas atividades. Concordando com essa concepção, fundamentamo-nos na definição que Lins e Gimenez (1997, p. 137) trazem para Álgebra, que “[...] consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termo de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdades”.

O objetivo desta pesquisa foi identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. Especificamente queremos identificar as “marcas” que possam indicar como os alunos estão produzindo significados, enquanto buscam um termo geral para sequências.

Algumas questões nortearam a nossa pesquisa:

- Identificar e analisar as crenças e justificações que os alunos utilizam para trabalhar os diversos conceitos que envolvam as operações aritméticas;
- Avaliar como os alunos constroem uma regra geral para Sequências numéricas e não numéricas; e
- Avaliar como os alunos constituem o objeto Sequência e a relação deste com outros objetos.

Fundamentação Teórico-Metodológica

Em uma releitura da pesquisa, podemos considerar que nossa opção metodológica se aproxima da *Design Research*, pois é uma metodologia de pesquisa que nos permitiu analisar processos de aprendizagem matemática, possui um caráter intervencionista e foi aplicada em ambientes de interação entre os participantes e o material utilizado.

A metodologia *Design Experiment*, segundo Cobb et al. (2003), constitui um meio para lidar com a complexidade dos contextos educativos, de modo que possamos compreender um complexo sistema de interações, que envolve vários elementos de diferentes tipos e níveis, para apoiar a aprendizagem de domínios específicos, no nosso caso, a álgebra: as tarefas propostas aos alunos, os discursos que os alunos são incentivados a participar, as normas de participação que são estabelecidas. Sobretudo esta metodologia apresenta algumas características que vieram ao encontro de nosso estudo:

- Pragmática e Teórica – apoia-se e ao mesmo tempo contribui com a sala de aula e com as pesquisas sobre o tema, não tratando de estudar apenas se determinada intervenção foi um sucesso ou fracasso.
- Prospectiva e Reflexiva – ao elaborarmos as tarefas levamos em conta outras pesquisas e ao aplicarmos as mesmas refletimos sobre o que pode ser modificado e porquê.
- Iterativa – a pesquisa se dá em ciclos, a cada momento reflexivo segue novo momento.
- Intervencionista – é do tipo cama de testes onde o pesquisador intervém buscando investigar possibilidades para melhoria/modificação do panorama educacional, trazendo novas formas de aprendizagem para ser estudada.

A forma como concebemos a construção do conhecimento tem influência direta nas práticas pedagógicas dos professores e nas relações que se estabelecem na sala de aula. Todo professor tem uma concepção de conhecimento, consciente ou não, e é essa concepção que norteia sua prática pedagógica. Para podermos falar de ensino e aprendizagem de Álgebra e de como os alunos constroem conhecimento ou produzem significado para Álgebra, precisamos dizer como concebemos conhecimento.

Podemos dizer que existem duas grandes correntes que encaram a aquisição do conhecimento de formas distintas. Para o empirismo, que acredita que conhecimento se adquire diretamente através da experiência, o sujeito é visto como uma folha em branco. O sujeito aprende a partir do contato direto com o objeto do conhecimento através dos órgãos dos sentidos. Nossos conhecimentos derivam da observação de casos particulares sobre os quais se aplicam processos de generalização. Esta corrente é geradora do modelo da Escola Tradicional e predomina muito fortemente na maioria de nossas escolas. A outra grande corrente, o apriorismo, acredita que o conhecimento se produz uma vez que o sujeito possui uma capacidade inata: o sujeito já nasce com as condições de funcionamento para construir as estruturas do conhecimento. Esta corrente é geradora da Escola Nova. Enquanto no empirismo a ênfase recai sobre o objeto, no apriorismo a supremacia é do sujeito.

A partir da segunda metade do século XX, as discussões sobre a relação entre pensamento e linguagem começam a sofrer transformações. Até então havia certo consenso de que o sujeito falava a partir de um conjunto de “códigos” disponíveis e que a linguagem era um veículo que o sujeito utilizava para expressar o pensamento. Uma nova visão parte da premissa de que o indivíduo não pensa sem uma linguagem, a linguagem sendo um elemento constituinte do pensamento. Esta

corrente é conhecida como relativismo ou pragmatismo. Em uma nova visão pragmática da linguagem, a relação entre sujeito e objeto fica redimensionada, pois o objeto é constituído também pela linguagem. Pode-se dizer que o objeto passa mesmo a existir a partir de um conjunto de significações que podem ter origens diversas. Neste caso, torna-se sem significado a dicotomia entre realidade interior e exterior uma vez que se torna muito tênue esta fronteira.

Sob o nosso ponto de vista, a maneira de podermos avaliar o processo de produção de conhecimento do sujeito é através da linguagem, entendendo que não existe pensamento sem linguagem. Consideramos que a linguagem não é apenas a escrita ou a fala, mas também gestos, entonações, olhares., desenhos e etc. Acreditamos que o objeto se constitui pela linguagem. Mesmo quando, aparentemente, o sujeito interage diretamente com um objeto, fazendo uso dos sentidos, estão presentes todos os mecanismos sociais que o envolvem. Significa dizer que, mesmo quando a relação parece ser direta, estão presentes as convenções sociais, os sentimentos, as convicções, e todo este conjunto dá sentido à interação do indivíduo com o objeto. Usando de força de expressão, poder-se-ia dizer que a relação entre o sujeito e o objeto é uma relação entre sujeito e sujeitos.

Qualquer professor já se deparou com aquela célebre afirmação de um aluno, que nos incomoda profundamente. Após nos esforçarmos para “transmitirmos o *nosso* conhecimento”, ele responde: “Não entendi nada”. E nós ficamos nos perguntando (por vezes chegamos a lhe perguntar), “não entendeu o quê?” Não entender nada parece muito. Esta é uma afirmação bastante incômoda para quem pretende “transmitir conhecimento”. Nós a consideramos de grande importância. Ela reflete que o conhecimento do aluno não é o mesmo conhecimento do professor. Mas o que nós entendemos por aquela afirmação do aluno? Entendemos: “Professor, isso não quer dizer nada para mim”; ou “Não consigo fazer relação disso com nada do que conheço”; ou ainda; “Isso não tem nenhum significado para mim”. É neste ponto que queremos insistir.

Quando nós, professores, nos colocamos em uma posição de “transmitir conhecimento” para o aluno, esta postura traduz que pretendemos falar de um *texto* matemático sob a nossa perspectiva, sobre o nosso conhecimento. O que acontece, na prática, é que o professor investe-se da tarefa de ensinar. Mas, sob essa perspectiva, o ensino pode levar os alunos a desqualificarem seus conhecimentos, podendo abandoná-los e supervalorizarem o conhecimento do professor. Em outras palavras, o professor crê que o seu conhecimento é legítimo enquanto o conhecimento do aluno não.

Concordamos com Lins (1993) quando, em seu Modelo dos Campos Semânticos, ele define conhecimento como o par (crença-afirmação, justificações). Para uma mesma crença e diferentes justificações teremos diferentes conhecimentos. O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) traz uma perspectiva diferente, admite que o conhecimento do aluno não é o mesmo do

professor, porém ambos são considerados legítimos e, portanto, é preciso saber sobre o conhecimento do aluno, que objetos ele constitui para *textos* que o professor lhe oferece, como ele produz o seu conhecimento. “[...] Conhecimento é entendido como uma **crença**, algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto como uma **afirmação** junto com que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação**” (LINS, 1993, p.33).

Esta concepção nos permite fazer a interpretação da situação a seguir. Um aluno de 5ª série e um professor de Matemática, ao serem questionados sobre qual o próximo termo da sequência 6,9,12,15..., ambos sabem responder e afirmam ser 18. No entanto, se pedimos para justificarem suas crenças-afirmações, o aluno justifica, dizendo que a sequência caminha de 3 em 3 logo o próximo termo é, 15 mais 3, igual a 18, e o professor justifica dizendo que, como o termo geral da sequência é $3n + 3$, onde n é a posição dada, como o próximo termo é o 5º, então 3 vezes 5, 15, mais 3 igual a 18. Enquanto o aluno apoia-se no que está “vendo”, nas relações ali estabelecidas, o professor estabelece uma regra geral para encontrar qualquer termo da sequência. Segundo o MTCS, os dois possuem conhecimentos diferentes porque, apesar de partilharem da mesma crença, utilizaram justificações diferentes.

Quando um sujeito se depara com um *texto*, no nosso caso o *texto matemático* das sequências, ele começa a dirigir sua atenção para aquele texto, pensa e fala sobre o mesmo, produz significado para ele. O sujeito constitui objetos a partir desse texto. O objeto para nós será sempre um **objeto de pensamento**¹. Vale ressaltar que, nesse processo, se estabelece uma relação dinâmica entre o sujeito e o objeto, que, sob o nosso ponto de vista, traduz-se em uma relação íntima entre o pensamento do sujeito e o seu objeto de pensamento.

Quando o aluno entra em contato com seus *interlocutores* (ou de alguma forma é cobrado por outros colegas, pelo professor, ou por ele mesmo) e é posto a falar sobre determinado texto, o aluno estará produzindo significados e, portanto, constituindo objetos. À medida que o aluno produz significados para um objeto, constituindo objetos de pensamento, este se modifica, passando a ser outro, em um processo que é dinâmico. O que queremos dizer com isso é que o texto, que foi posto à disposição do sujeito, vai dar origem à construção de conhecimentos em um processo dinâmico que recria algumas das suas características, abandona outras, podendo mesmo haver resgate de características abandonadas, sem que isso obedeça à nenhuma hierarquia.

Quando o sujeito volta a sua atenção para o *texto*, no nosso caso o *texto matemático* das sequências, ele produz significado para esse texto e constitui objetos. Quando o sujeito, a partir

¹ Essa concepção de objeto de pensamento é fruto das discussões do Grupo de Pesquisa “Tomada de Consciência da Matematização”, do MEM/USU, onde participaram Frant, Kindel, Rabello e Oliveira (1997).

desses objetos, enuncia crenças e as justifica então produz conhecimento. Sob este ponto de vista, o conhecimento não está no *texto*, e sim no sujeito que se propõe a falar sobre determinado *texto*.

Nesse sentido, concordamos com Lins (1994, p.42) que

conhecimento é algo do domínio da **enunciação** e que **todo conhecimento tem um sujeito** e não do domínio do **enunciado**, podemos também expressar esse fato dizendo que conhecimento é do domínio da **fala**, e não do texto. Deste ponto de vista, a Matemática é um **texto** e não **conhecimento**, tem-se **conhecimento** apenas na medida em que as pessoas se dispõem a **enunciar** este **texto**. A um **conhecimento** que **fala** deste **texto**, a Matemática, chamaremos, naturalmente, de **conhecimento matemático**.

Lins define a Matemática como um *texto*. Sob o nosso ponto de vista, um *texto* pode ser entendido como o conhecimento produzido pelo outro. Dito de outra forma, um livro texto é conhecimento para o autor, porém para o leitor (aluno ou professor) é apenas um *texto*. Em uma aula expositiva, por exemplo, o que o professor diz é conhecimento para o professor, porém é *texto* para o aluno.

Muitos professores associam conhecimento à informação. Acreditamos que as informações são necessárias para se produzir conhecimento, algumas coisas no processo de ensino aprendizagem precisam ser informadas / ditas². Informações são afirmativas, muitas das vezes, não justificadas. Ter mais informação não garante que o sujeito tenha mais conhecimento, embora, para aqueles que têm essa concepção de conhecimento, muitas vezes uma informação dita da forma esperada pelo outro assegure a este “a posse” do conhecimento.

Se nos remetermos à sala de aula, uma prática comum é o professor dar atenção às respostas certas: ele dialoga com aqueles que emitem as crenças esperadas por ele. As justificações, os porquês são muito pouco valorizados em nossas aulas; não importa ao professor se na maioria das vezes a resposta certa é uma reprodução da fala do próprio professor ou de um livro texto.

É muito importante fazer esta distinção entre conhecimento e informação, pois aqueles que veem o conhecimento como dado acreditam que o conhecimento está pronto, é o próprio *texto*, enquanto que nesta outra visão, as informações sempre são enunciações do outro e, portanto, podem ser vistas como texto, mas jamais como conhecimento.

Um *texto* pode ser entendido como um conhecimento produzido por alguém, mas jamais será conhecimento para quem o lê; este texto só se tornará conhecimento para quem o lê, quando este sujeito produzir seu próprio texto. Um intertexto seria um texto produzido por um sujeito a partir de um texto produzido pelo outro. Em certo sentido, intertexto é um texto que não é o texto.

² Seminário Internacional: Tomada de Consciência da Matematização - Arthur Powell.

Estaremos analisando a linguagem, no nosso caso, a fala do aluno, e mediante essa análise, levantaremos alguns significados que o aluno produz para as sequências e alguns objetos que o aluno constitui; a partir desses objetos, quais as crenças que ele enuncia sobre este objeto, como ele justifica essas crenças, que conhecimentos ele produz.

Os sujeitos são indivíduos e indivíduos vivem socialmente e partilham uma linguagem. Esta linguagem modifica-se na interação com o outro, isto é, ela se reconstrói a cada momento. Quando o sujeito volta a atenção para o texto, o debate com o texto constitui objetos de pensamento. Acreditamos que o sujeito só produz conhecimento em direção a uma demanda “imposta” pelo outro. É a partir da sua relação com o mundo, com os outros indivíduos, que a dinâmica do processo ensino-aprendizagem se estabelece. Na análise que apresentaremos fizemos um levantamento das crenças e justificações enunciadas pelos sujeitos, procurando os conhecimentos dos alunos envolvidos na pesquisa produziram.

A pesquisa foi dividida em grupos de sequências com mesmas características. Em cada grupo de sequências, foram levantadas as crenças e justificações produzidas pelos alunos. Para poder categorizá-las por grupo de sequências, denominaremos de Crenças de Bloco (CB) as crenças levantadas no grupo Sequências de Bloco (SB). E denominaremos as justificativas relativas a esta sequência por Justificativas do Bloco (JB). Estas crenças e justificações receberão uma numeração continuada, ou seja, CB₁, CB₂, CB₃,..., e JB₁, JB₂, JB₃,..., e estaremos atribuindo a cada crença e justificação o sujeito que as enunciou. No nosso caso, chamarei de Angélica (N), Jairo (R), Vagner (V) e a Professora (P), que foram as pessoas que participaram do pequeno grupo de pesquisa. Portanto, ao escrever CB₁N, estaremos nos referindo à primeira crença do grupo de sequência da escada que foi enunciada pelo aluno N. É importante observar que esta última letra não distingue crenças e justificações, isto é, CB₁N é a mesma crença de CB₁R, sendo a primeira do sujeito N e a segunda do sujeito R. Esta organização tem por objetivo destacar, na análise, que as crenças enunciadas por um aluno podem ser incorporadas por outro aluno, em outras palavras, demonstrar que houve adesão do outro em relação àquela crença. Na dinâmica do diálogo, as crenças e suas respectivas justificações são incorporadas pelos sujeitos envolvidos, na medida em que há consenso sobre o que foi dito.

No caso do grupo de sequências iniciais, o trabalho foi feito por toda a turma, registrado em material escrito e discutido por toda a turma; por isso, não será atribuído um determinado sujeito às crenças e justificações, com exceção daquelas enunciadas pelos alunos que em um segundo momento participaram do pequeno grupo de pesquisa.

Ao categorizar, crenças e justificações, dentro de cada grupo de sequências, receberam as seguintes denominações:

- Crenças Iniciais (CI) e Justificações Iniciais (JI) – correspondem ao grupo das Sequências Iniciais.
- Crenças de Bloco (CB) e Justificações de Bloco (JB) – correspondem ao grupo das Sequências de Bloco.
- Crenças da Escada (CE) e Justificações da Escada (JE) – correspondem ao grupo das Sequências da Escada.

Foram identificados dois tipos de argumentos que não são específicos dessa atividade: o argumento da Autoridade, em que a fala do professor ou o livro texto tem para os alunos o valor de verdade absoluta e inquestionável, e a argumentação, por exemplo, que denominamos de Justificação por Exemplos (JEX), na qual um aluno recorre a algum caso particular para expressar as suas justificações.

Como ferramentas de análise dos diálogos dos alunos construímos uma Tipologia e um Modelo, que serviu de inspiração para o Modelo de Estratégia Argumentativa - MEA (RABELLO; FRANT, 2011) descritos a seguir.

Tipologia

O nosso objetivo é buscar compreender como os alunos constroem uma rede de significados para sequências. Não estaremos preocupados com o fato de eles encontrarem ou não ao termo geral esperado. Encontrar ou não ao termo geral de uma sequência é apenas mais uma possibilidade nessa rede de significados que eles produzem.

A nossa procura será pelas “marcas” que indicam como os alunos estão produzindo significados para sequências, como os alunos constituem objetos de pensamento e como a linguagem revela esses objetos, envolvidos em uma atividade algébrica. Essa procura não será aleatória e levará em conta algumas premissas.

Acreditamos que o conhecimento não se processa de forma linear, discordando daqueles que acreditam que o conhecimento se constrói através de “estágios” sequenciais. A nossa conjectura, que pretendemos mostrar através deste trabalho, é que os alunos, ao buscarem o termo geral para uma sequência, percorrem caminhos não lineares. Criamos para isso uma tipologia de processos de produção de conhecimento. Dependendo da sequência proposta, eles se apropriam de alguns tipos de conhecimentos, e quando são propostas novas sequências, os alunos utilizam-se, ou não, desses tipos de conhecimentos, não necessariamente em uma mesma ordem.

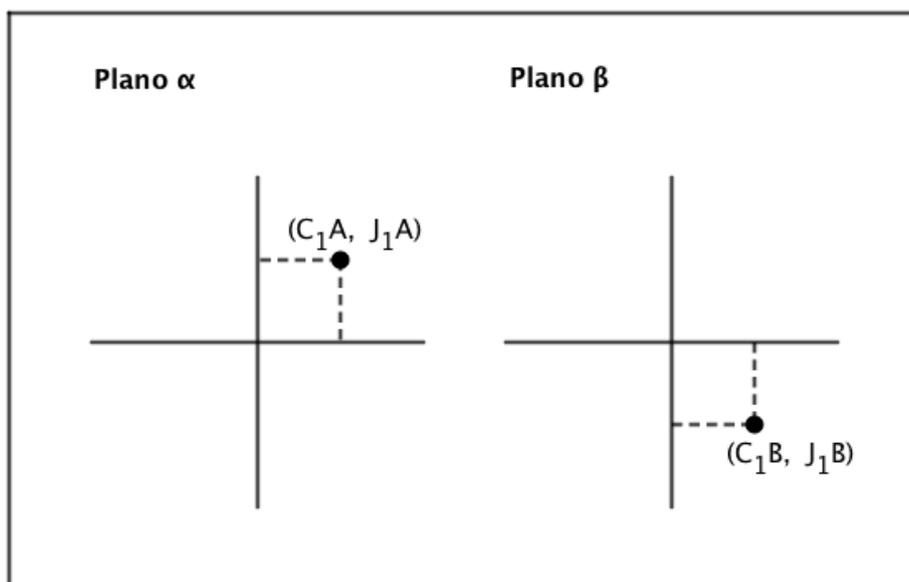
É importante observar que o nosso olhar estará dirigido para dois focos distintos: um deles estará voltado para a análise da relação entre uma crença e sua respectiva justificação; o outro

para a relação dinâmica que se estabelece entre crenças e justificações, no calor do debate. Em ambos os casos o interesse estará voltado para a produção de significados.

Para análise do primeiro foco estabelecem-se quatro tipos pelos quais os alunos transitam na busca do termo geral de uma sequência: *termo seguinte, relação entre posição e termo, termo geral e isomorfismo de estrutura de objetos*.

Definindo conhecimento como um par (Crença, Justificação), podemos usar uma metáfora³ Matemática e dizer que, no nosso caso, esse conhecimento representa um ponto no plano. Como estamos considerando que o conhecimento é do sujeito, cada plano representa um conjunto de conhecimentos, não necessariamente do mesmo tipo, impossíveis de serem hierarquizados. Dizemos que um aluno A tem um conhecimento (C_1A, J_1A) do tipo Termo Seguinte e que este conhecimento pertence ao plano α , porém o aluno B pode ter um conhecimento (C_1B, J_1B) do tipo Termo Seguinte que está no plano β . Cada tipo de processo de produção de conhecimento foi definido a partir de aspectos observáveis nos debates promovidos pela pesquisa. Se duas ou mais pessoas conversam sobre o mesmo texto, isso não quer dizer que elas estejam se entendendo. Quando através da linguagem elas estabelecem acordos, só então estarão argumentando sobre os conhecimentos produzidos. As estratégias utilizadas na busca da adesão do outro gera novos acordos e, portanto, novas crenças e justificações sobre os objetos, ou seja, novos conhecimentos. Estas estratégias são reveladoras dos tipos de processo de construção de conhecimento. Portanto, a tipologia proposta aplica-se à análise das estratégias argumentativas que entraram em cena durante a pesquisa.

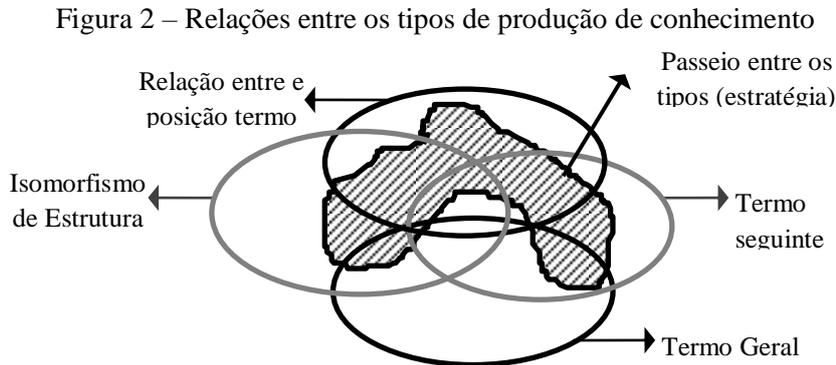
Figura 1 – Metáfora sobre a relação entre crenças e justificações



³ Essa metáfora foi criada a partir de um diálogo com Kindel; isso ilustra a importância do outro no processo de construção do conhecimento.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

O esquema representa uma possível relação entre os tipos de produção do conhecimento.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

A seguir descrevemos cada um desses tipos de processo de produção de conhecimento e quais suas principais características.

Termo Seguinte.

Neste tipo o aluno identifica a relação que se estabeleceu entre os termos dados. Identifica o próximo termo enunciando através da fala ou da escrita o próximo termo e a razão da sequência. Escreve a sequência termo por termo em busca de uma posição pedida.

Relação entre Posição e Termo.

Neste tipo o aluno busca relações entre os termos e suas respectivas posições. Para isso precisava visualizar o termo pedido na sequência para criar enunciados que relacionam o termo geral com a posição. Algumas vezes, usa algumas relações conhecidas (que se tornaram crenças), como ponto de partida para descoberta de novas relações.

Termo Geral.

O aluno enuncia através da fala uma regra. Verifica seu funcionamento e procura argumentos para convencer a si mesmo ou aos outros de que a regra funciona para todos os termos da sequência (esse convencimento vem a partir de algumas tentativas bem sucedidas). Utiliza esta regra para encontrar qualquer termo e enuncia através da escrita.

Isomorfismo de Estrutura de Objetos.

O aluno consegue identificar em uma sequência uma regra de formação isomorfa à de outra sequência. Ele estabelece a relação entre as regras de formação para buscar o termo geral de uma sequência.

Faremos um levantamento das crenças e justificações produzidas pelos alunos; portanto, estaremos enunciando conhecimentos. A noção que estamos trazendo de conhecimento difere da visão tradicional, sob o nosso olhar o conhecimento não é abrangente. É comum as pessoas usarem expressões como “conhecimento matemático”, “conhecimento científico”, “conhecimento médico”. Essas expressões atribuem certa universalidade ao conhecimento. A noção que estamos trabalhando diz que o conhecimento é do sujeito, naquele momento e no interior da atividade em que ele está envolvido.

Acreditamos que a função do professor seja buscar perceber quais são os objetos de pensamento sobre os quais os alunos estão produzindo significado em suas salas de aula e promover situações que possibilitem novas significações e novas estratégias de construção do conhecimento.

Para análise do segundo foco, estabelecemos quatro modelos que indicam como acontece essa relação entre crenças e justificativas.

Modelo

A elaboração dos modelos que visam relacionar a dinâmica entre crenças e justificações tem origem no trabalho prévio de análise do material coletado na pesquisa.

Em um primeiro olhar confundiam-se crenças e justificações. Um segundo olhar mostrou que a qualidade de ser crença ou justificação dependia do lugar que a afirmativa ocupava na enunciação. Uma mesma afirmativa apareceu ora como crença, ora como justificação. Além disso, uma mesma crença se repetia em outra situação quando produzia um conhecimento que convencia, mesmo que a situação não a comportasse.

A forma como essas afirmativas se relacionavam, revelando uma estratégia argumentativa, é que possibilitou dar coerência ao debate. A própria maneira como o aluno organiza sua argumentação e a forma como as réplicas se manifestam em relação à estratégia utilizada por ele (ou seja, o encadeamento do debate) permitiram a localização de uma crença ou de uma justificação.

Modelo A (crenças diferentes, justificações diferentes)

O aluno enuncia uma crença e sua respectiva justificação. Na relação entre os interlocutores, porém, ocorre de ambas serem abandonadas, e uma nova crença é enunciada com uma nova justificação.

Modelo B (crenças iguais, justificações diferentes)

O aluno utiliza justificações diferentes para uma mesma crença. Ele enuncia uma crença e sua respectiva justificaco e, se no h acordo entre os interlocutores, para essa mesma crença ele busca uma nova justificaco. Nesse processo ele pode voltar a usar justificaces anteriores.⁴

No nosso caso este modelo se aplica por vezes ao prprio aluno, por vezes a alunos distintos. Como o processo  dinmico, ele acontece no dilogo: as crenças e justificaces foram enunciadas pelos alunos, ou pelo professor.

Modelo C, (crenças diferentes, justificaces iguais)

O aluno diante de novas crenças utiliza a mesma justificaco, enuncia uma crença e sua respectiva justificaco. Se no h acordo entre os interlocutores, ele enuncia uma nova crença e utiliza a mesma justificaco.

Modelo D, (justificaces transformam-se em crenças ou crenças tornam justificaces)

O aluno enuncia uma crença (A_1) e sua justificaco (J_1). Em outro momento utiliza essa justificativa (J_1) como uma nova crença, e enuncia a justificaco (J_2). J_2 por sua vez pode tambm passar a ser uma nova crença com sua justificaco (J_3), ou, ao enunciar (A_1, J_1) em outro momento, poder enunciar (A_2, A_1).

Considere:

A_i = Crenças

J_i = Justificaces

O quadro a seguir organiza a dinmica de cada um dos modelos, utilizando as crenças e justificaces.

Quadro 1 – Modelo Frant - Rabello - Oliveira

Dinmica dos Processos de Construo do Conhecimento	
<i>Modelo A</i> (Crenças diferentes, justificaces diferentes)	(A_1, J_1) (A_2, J_2) (A_3, J_3)
<i>Modelo B</i> (Crenças iguais, justificaces diferentes)	(A_1, J_1) (A_1, J_2) (A_1, J_3)
<i>Modelo C</i> (Crenças diferentes, justificaces iguais)	(A_1, J_1) (A_2, J_1) (A_3, J_1)
<i>Modelo D</i> (Crenças tornam-se justificaces ou justificaces tornam-se crenças)	(A_1, J_1) ou (A_1, J_1) (J_1, J_2) (A_2, A_1) (J_2, J_3) (A_3, A_2)

Fonte: Elaborado pelas autoras.

⁴ Este modelo Lins (1994) utiliza em seu exemplo clssico para distinguir o conhecimento de uma criana do conhecimento de um matemtico.

Destacaremos a seguir alguns trechos da análise e apresentamos a tabela final que resume a dinâmica da análise de uma Sequência de Bloco.

No início desse encontro a professora pede aos alunos que retomem a questão do encontro anterior. Depois de algum tempo lembram-se da sequência, a professora recoloca a questão: Qual o 20º termo da sequência?” Angélica responde que vai ser o 5 porque ela lembra o resultado do outro encontro, e afirma que não é o 1 porque usaram a regra da metade que não funcionou. Jairo afirma que o vigésimo termo da sequência vai ser o 1. Podemos dizer que nessas falas iniciais os alunos enunciam as seguintes crenças.

CB₇N – O vigésimo termo é o 5.

CB₆R – O vigésimo termo é o 1.

Queremos chamar a atenção para o fato de que essas crenças são as mesmas, porém os sujeitos que a enunciam são diferentes. Dessa vez é o Jairo que reconstitui os objetos, par e dobro enunciando implicitamente a seguinte justificção.

JB₁R - Que o vigésimo termo da sequência vai ser o mesmo que o décimo termo da sequência.

Por outro lado, a Justificção da Angélica é por que ela se lembra do outro encontro.

JB₁N – Porque da outra vez (encontro anterior) a gente fez.

Dois conhecimentos distintos foram produzidos por Angélica e Jairo, o conhecimento (CB₆R, JB₁R) que é do tipo Relação entre Posição e Termo e o conhecimento (CB₇N, JB₁₇N) que classificamos como Termo Seguinte. Este último ilustra a concepção de conhecimento que adotamos nesta pesquisa: Angélica acredita e afirma que o vigésimo termo é 5 e justifica dizendo que se lembra desse fato; é o argumento que tem para acreditar em sua crença.

Mais adiante Jairo começa a esboçar uma nova justificção para sua crença quando diz:

1. R - Por quê o 10º...o 20º...

Depois de algumas conjecturas é a vez da Angélica retomar a questão da metade.

2. N - Então a metade de 20 é 10, 10 dava 1, só que eu peguei o no que vem depois do 10,

3. da 10 a posição, que é o no 5 aí eu fa... eu supus que eu também ia dar no 20º.

Como podemos perceber na fala da Angélica, na busca do termo geral de uma sequência os alunos retomam com frequência as “boas” crenças e justificções, aquelas que em algum momento produziram respostas certas. Nas próximas falas do Jairo ele modifica e amplia a justificção que se iniciou na linha 1.

4. *R - Assim, se a gente, por exemplo, pega o 10, aí dá 1 e aí no dobro ou mais pode dar o 2º*
5. *ou o 3º, aí se a gente pega menos de 10 pode dar o pri..., o que vem antes ou o que vem*
6. *mais antes.*
7. *P - Então vamos fazer um exemplo aí para mim, me dá uma posição, o que você chama*
8. *de mais de 10 e menos de 10 [eu não estava entendendo coisa nenhuma].*
9. *R - A gente faz até 10, a 10ª posição aí o número 10, por exemplo, dá 1.*
10. *R - Aí depois o 20º dá o 5, a gente pede o 30º vai dar o 7, e aí se a gente pede o 30º... e*
11. *aí depois o nº que você pega dar o 5*
12. *N - [Tenta interferir] aí depois vai dar o 1.*
13. *N - [Não desiste de falar] Ele está falando... Você está falando que sempre o número que*
14. *você, que ela pede, vai sempre dar o número que vem depois.*
15. *R - É... é mais do que o 1º que ela pediu antes. vai dar o segundo.. agora se ela pedir*
16. *menos do que ela pediu antes vai dar o 1º.*

Neste trecho Jairo modifica sua linguagem e nas linhas 6, 7 e 8 enuncia outra justificação que procurava para a crença (CB₆R).

JB₈R – O 10º termo é 1, o 20º termo é 5 e o 30º termo é o 7.

Angélica tenta interferir falando de um outro objeto já constituído na sequência 6, 9, 12, 15,..., que é o antecessor e sucessor, quando fala “do que vem antes” e “do que vem depois” (linhas 10 e 11). Jairo reconstitui esse objeto e associa isso a outra crença que é o fato de que qualquer posição pedida vai dar um dos três números, 1 ou 5 ou 7 (linha 12).

Vamos aqui explicitar essa dinâmica que ocorre entre crenças e justificações definidas no Modelo D. Jairo enuncia a crença (CB₆R) enunciada anteriormente por Angélica (CB₆N) e a justifica usando (JB₁R), também enunciada anteriormente por Angélica; portanto, em um outro momento, havia construído o conhecimento (CB₆N, JB₁N). Nesse momento do diálogo é o Jairo quem constrói esse conhecimento (CB₆R, JB₁R). Assim, o conhecimento (CB₆R, JB₈R) é construído. Para uma mesma crença são dadas duas justificações diferentes pelo mesmo sujeito.

Depois de alguns encontros, os alunos estavam perfeitamente engajados na atividade e nas questões envolvidas, e pudemos perceber que eles conduziam o diálogo por algum tempo sem a interferência da professora, os porquês da professora foram incorporados pelos alunos, principalmente por Angélica. O trecho a seguir ilustra essa colocação.

17. *N - Qual a vigésima primeira posição?*
18. *R - [Pensou um pouco e...] Vai ser o 7.*
19. *N - Ah! Também ele colocou 20ª aqui que é o 5 [Apontando para o registro*
20. *depois o vigésimo primeiro é claro que vai ser o 7.*
21. *N - Então deixa eu ver... quadragésima quinta posição.*

22. R - *Quadragésima quinta?...*
23. N - *Não olha agora...*
24. R - *Vai ser o 7.*
25. P - *Por quê? Agora conta o que você pensou.*
26. R - *[Rindo] Porque ele contou.*
27. J - *É! ...*
28. P - *Fala porque, isso mesmo, se contou diz como contou.*
29. R - *Ah! eu contei assim. aqui deu 40 aí você o pediu o..[Tentando se*
30. *lembrar]*
31. R - *Então eu botei o quadragésimo que deu 1 aí eu contei até o 45(45º) aí eu*
fui contando
32. *no dedo e aí deu o 5.*

Angélica quer saber se a regra do Jairo vale para todas as posições. Ela já incorporou o objetivo da atividade que é descobrir o termo geral, sugeriu como exemplo a posição 21 e ironizou a resposta do Jairo porque ele respondeu vendo o que está escrito, procurou uma posição que não esteja no papel. Jairo usa a justificção (JB₈R) como uma crença, infere a partir dela que o 40º termo vai ser o 1 e, então, vai contando e encontra que o 45º termo vai ser o 5. A dedução foi correta, mas errou ao contar o 45º termo, pois é o 7. Essa sequência possui a característica de se repetir em “blocos”, porém é preciso perceber que os números 1, 5 e 7 repetem-se de 3 em 3 posições. A professora sugere algumas perguntas nessa direção tentando ir ao encontro da justificção (JB₈R) do Jairo.

33. P - *Quem é o 3º?*
34. R - *O 7*
35. P - *Quem é o 6º?*
36. N - *O 5, não 7. Ah! [Fez uma interjeição como se tivesse descoberto algo].*
37. N - *Ah! então se a gente for contar de 3 em 3 sempre vai dar o mesmo*
número.
38. P - *Tem certeza?*
39. N - *Que o 1, 2, 3[Falou isso se referindo a posição] deu 7, 1, 2, 3 deu 7 1, 2, 3*
deu 7.

Neste trecho Angélica enuncia uma interjeição que sinaliza uma descoberta; logo a seguir, enuncia a sua descoberta como uma crença e justifica-a.

CB₁₀N – Se a gente contar de três em três vai ser o mesmo número.
JB₉N – Contando e olhando no papel.

Consideraremos que a crença CB₁₀N, embora use a expressão “de três em três”, tem um significado diferente da forma como vem sendo usada até aqui. Anteriormente foi usada para expressar a razão de uma sequência (a relação entre um termo e seu sucessor) e nesta crença significa a ocorrência de determinado termo.

40. P - *Qual é o número que ocupa a posição do 18?*
41. N - *Calma aí! [Murmurou algo, estava acompanhando a seqüência no*
papel].1ª,

42. 2^a, 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, ... vigésima?
 43. R - O 7.
 44. P - Como é que você fez? Foi fazendo de um em um.
 45. R - Não eu contei até 18, de 3 até 18 aí deu 6,[tempo] aí eu vou contando de 1,5,7... 1, 5,
 46. 7... até 18..

CB₁₁R – O 18º termo é 7.

Jairo começa a esboçar a sua justificção (linhas 42 e 43), mas a professora interfere como interlocutora perguntando se a Angélica entendeu o que Jairo falou.

47. P - Você entendeu o que ele falou?
 48. N - Ele contou, igual ao que ele contou aquela hora.
 49. P - Mas esse 6 aí, ele falou uma coisa nova, a gente ainda não tinha falado em 6, ele
 50. falou que contou até 18 e deu 6. O que que deu 6?
 51. R - Ah! assim 3,3 dá 6.
 52. N - Ah! Ele estava contando de 3 em 3.
 53. R - 3 e 3 dá 6 aí 6 e 6 dá 12, com mais 3 é 15, com mais 3 dezoito.
 54. R - Aí deu 18.
 55. P - Porque vai ser 7 então?
 56. R - O sete porque...vai ter que ir contando de 3 em 3 aí você 1, 2, 3, 4... não é 1, 5, 7,
 57. 1,5,7,1, 5, 7, 1, 5, 7, 1, 5, 7,...
 58. N - E como é que você ia conseguir sem contar?
 59. N - É que ela quer que eu faça sem contar.

Neste trecho do diálogo, o “contar” da Angélica é diferente do “contar” do Jairo: enquanto Angélica conta termo a termo, Jairo conta blocos de 1, 5, 7. Isso se evidencia quando, na linha 53, Jairo nega a tentativa da Angélica de explicar como ele estava pensando. Outra observação que deve ser feita é o fato de a Angélica assumir o papel de interlocutora junto ao Jairo. Ele justifica sua crença (CB₁₁R) mediante a ideia de blocos. Essa justificção foi enunciada por Angélica como uma crença.

CB₅R – A sequência caminha em blocos, [1,5,7], [1,5,7],...

O diálogo se desenrola ainda por algum tempo, até que Jairo faz a seguinte justificção:

JB₁₁R – Com os três blocos, [1,5,7], [1,5,7], [1,5,7],... , ou seja, com os nove primeiros termos podemos encontrar qualquer posição.

Com este trecho é possível compreender como se deu o diálogo e a análise desse diálogo utilizando a Tipologia e o Modelo. O quadro a seguir resume a análise desse episódio relativo a essa sequência.

Quadro 2 – Resumo da análise da sequência 1,5,7,1,5,7, ...

Sequência	1, 5, 7, 1, 5, 7, 1, 5, 7, ...		
CB ₅ N - A sequência caminha em bloco, [1,5,7], [1,5,7],...	JB ₄ N - Mostra o papel onde está escrita a sequência.	(CB ₅ N, JB ₄ N)	Termo Seguinte
CB ₆ N - O vigésimo termo é 1.	JB ₁ N	(CB ₆ N, JB ₁ N)	Relação entre Posição e Termo
JB ₁ N - Que o vigésimo termo da sequência vai ser o mesmo que o décimo termo da sequência.	JB ₅ N - Vai contando termo a termo até o 20°.	(JB ₁ N, JB ₅ N)	Termo Seguinte
CB ₇ R - O vigésimo termo é o 5.	Crença Abandonada		
CB ₈ R - A 24ª posição é um dos três números, 1 ou 5 ou 7.			
CB ₉ R - Some os três números, o 1 mais 5 mais 7 e encontrará 13, 13 mais 13 igual a 26.	CB ₈ R - A 24ª posição é um dos três números, 1 ou 5 ou 7.	(CB ₉ R, CB ₈ R)	Termo Geral
CB ₇ R - O vigésimo termo é o 5.	JB ₇ N - Porque da outra vez (encontro anterior) a gente fez.	(CB ₇ R, JB ₇ N)	
CB ₆ R .	JB ₁ R.	(CB ₆ R, JB ₁ R)	Relação entre Posição e Termo
CB ₆ R	JB ₈ R - O 10° termo é 1, o 20° termo é 5 e o 30° termo é o 7.	(CB ₆ R, JB ₈ R)	Relação entre Posição e Termo
JB ₈ R	JEX	(JB ₈ R, JEX)	Relação entre Posição e Termo
CB ₁₀ N - Se a gente contar de três em três vai ser o mesmo número.	JB ₉ N - Contando e olhando no papel.	(CB ₁₀ N, JB ₉ N)	Termo Seguinte
CB ₁₁ R - O 18° termo é 7	CB ₅ N	(CB ₁₁ R, CB ₅ N)	Termo Seguinte
CB ₁₂ R - O termo que ocupa as posições 18°, 24° e 27° é o 7.	CB ₅ N	(CB ₁₂ R, CB ₅ N)	Relação entre Posição e Termo
CB ₁₃ RN - Sempre que soubermos a posição de um dos três termos, saberemos a dos outros dois.	JB ₁₀ R - Se eu tiver a posição que o número 1 ocupa e somar um, encontro a posição que o número 5 ocupa, se somar dois encontro a posição que o número 7 ocupa.	(CB ₁₃ RN, JB ₁₀ R)	Termo Geral
CB ₁₄ R- Para encontrar o 28° termo tem que somar 8 com 2 e	JEX	(CB ₁₄ R, JEX)	Termo Geral

encontrará 10, o número que ocupa a 28ª posição é o mesmo que ocupa a 10ª posição.			
CB ₁₄ R	JB ₁₁ R - Com os três blocos [1, 5, 7], [1, 5, 7], [1, 5, 7],..., ou seja, com os nove primeiros termos podemos encontrar qualquer posição	(CB ₁₄ R, JB ₁₁ R)	Termo Geral

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Na sequência 1, 5, 7, 1, 5, 7,... , há certo equilíbrio na ocorrência dos três tipos de conhecimento, Termo Seguinte, Relação entre Posição e Termo e Termo Geral.

Neste Episódio não houve incidência do Isomorfismo de Estrutura de Objetos como a característica prevista na tipologia, mas a própria sequência traz embutido um Isomorfismo. Para encontrar o termo geral, a relação que se estabelece é entre posições e posições, por exemplo, no caso da sequência 1, 5, 7, 1, 5, 7,... , qualquer termo está relacionado com os elementos que ocupam a 1ª, 2ª e 3ª posições. As regras gerais que os alunos criaram para esta sequência deixaram evidente este aspecto.

Os alunos constituíram um novo objeto Sequências durante este episódio, pois outros novos objetos, que de certa forma giram em torno do objeto Sequências, foram constituídos.

Novos contextos apareceram para falar sobre estes objetos:

Quadro 3 – Objetos matemáticos constituídos

Objetos Constituídos	Fala dos alunos
<i>Razão</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Caminhar em blocos
<i>Funções</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Se a soma dos algarismos for igual a 1, a 4 ou a 7 o termo é 1. • Se a soma dos algarismos for igual a 2, a 5 ou a 8 o termo é 5. • Se a soma dos algarismos for igual a 3, a 6 ou a 9 o termo é 7.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A sequência 1, 5, 7, 1, 5, 7, ..., nos remete ao seguinte texto:

$$F(n) = \begin{cases} 1, & \text{se a soma dos algarismos de } n \text{ for igual a } 1, 4 \text{ ou } 7 \\ 5, & \text{se a soma dos algarismos de } n \text{ for igual a } 2, 5 \text{ ou } 8 \\ 7, & \text{se a soma dos algarismos de } n \text{ for igual a } 3, 6 \text{ ou } 9 \end{cases}$$

Sobre as ocorrências do Modelo neste Episódio temos o seguinte quadro.

Quadro 4 – Dinâmica dos diferentes modelos de análise

A	B	C	D
(CB ₂ N , JB ₁ N)	(CB ₆ N , JB ₁ N)	(CB ₆ N , JB ₁ N)	(CB ₆ N , JB ₁ N)
(CB ₃ N , JB ₂ R)	(CB ₆ R , JB ₁ R)	(CB ₂ N , JB ₁ N)	(JB ₁ N , JB ₅ N)
(CB ₄ N , JB ₃ N)	(CB ₆ R , JB ₈ R)	(CB ₆ R , JB ₁ R)	(CB ₈ R , CB ₉ R)
(CB ₅ N , JB ₄ N)	(CB ₁₄ R , JEX)	(CB ₁₄ R , JEX)	(CB ₅ N , JB ₄ N)
(JB ₁ N , JB ₅ N)	(CB ₁₄ R , JB ₁₁ R)	(JB ₈ R , JEX)	(CB ₁₁ R , CB ₅ N)
(CB ₆ N , JB ₁ N)			(CB ₁₂ R , CB ₅ N)
(CB ₇ R , JB ₇ N)			
(CB ₈ R , CB ₉ R)			
(JB ₈ R , JEX)			
(CB ₁₀ R , CB ₅ N)			

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Na análise desta sequência houve predominância do Modelo A. Particularmente, algumas crenças são justificações e justificações são crenças de outros conhecimentos produzidos pelos alunos.

A crença CB₈R foi enunciada e não apresentou qualquer justificação, nenhum dos interlocutores questionou sua validade e, posteriormente, foi usada como justificação.

Nos Modelos B e C um novo fato ocorreu. Os conhecimentos (CB₆N, JB₁N) e (CB₆R, JB₁R) são os mesmos, porém foram construídos por sujeitos diferentes. Isto mostra a importância do outro no processo de construção do conhecimento.

Na análise desta sequência houve ocorrência do Modelo D. Acreditamos que esse fato se deveu a uma maior interação entre os alunos que permitiu uma efetiva troca de crenças e justificações. Além disso, os objetos passaram a ser constituídos por significados "mais sofisticados" e abrangentes, até porque Sequência, que no início do trabalho era um objeto com significados produzidos no cotidiano, ao longo das atividades foi constituída como um objeto matemático mediante relações com outros objetos matemáticos, que por sua vez ampliaram seu leque de significados nesse processo.

A identificação de uma afirmação como crença ou justificação só foi possível a partir da dinâmica dos diálogos. O fato de um aluno tomar uma afirmação ora como crença ora como justificação de outra crença convidou-nos a pensar em uma diferenciação qualitativa no seu desenvolvimento. Pareceu-nos que o aluno demonstrou "mais facilidade" em enunciar conhecimentos sobre objetos, à medida que o trabalho avançava, isto é, os objetos eram "mais conhecidos" para ele. Afinal, esse modelo só apareceu no último episódio. No entanto, consideramos que isto seja apenas uma boa conjectura, uma vez que nossa análise não permite que esta sugestão seja conclusiva.

Considerações Finais

Embora a pesquisa tenha sido realizada em 1997, cabe registrar sua atualidade. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), referente aos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos no Ensino Fundamental, elege como uma das cinco Unidades Temáticas a Álgebra; portanto, conhecer as possibilidades de desenvolver o pensamento algébrico cada vez mais cedo é um fator relevante, além de incluir a compreensão de que o ensino da Álgebra não deve ser reduzido ao ensino de símbolos e manipulações sem significado.

O nosso objetivo nas atividades propostas aos alunos era que eles construíssem uma regra geral para o termo das sequências apresentadas, mais especificamente, pedimos que os alunos encontrassem uma regra que, para uma dada a posição, permitisse encontrar o termo geral da sequência. Queríamos que os alunos estabelecessem uma função que relacionasse termos e posições. É importante ressaltar que este não é o único caminho para se chegar ao termo geral. Os termos gerais das Progressões Aritméticas e Geométricas (P.A. e P.G.) envolvem também o conceito de recorrência, em que se pode inferir o termo geral a partir do primeiro termo e da razão da sequência.

A análise partiu de um levantamento de crenças e justificações dos alunos envolvidos em atividades sobre sequências numéricas e não numéricas. Esta análise fortaleceu a nossa crença de que o conhecimento não se constrói de forma linear. Os alunos produziram significados bastante sofisticados para o texto matemático Sequências e constituíram uma rede de objetos para falar sobre elas, possibilitando-nos perceber que precisamos ouvir mais os alunos.

A Tipologia para Sequências foi criada a partir de um trabalho de pré-análise do material de pesquisa. Após a utilização da Tipologia, observamos que ela traz à tona relações, nem sempre observáveis, que envolvem o conceito de sequências. O professor, na sua prática cotidiana, quando ensina este conteúdo, usualmente não estimula o debate, o que permitiria o aparecimento dessas relações para os alunos.

Os conhecimentos construídos do tipo Termo Seguinte tratavam da relação existente entre um termo e o seu termo seguinte ou entre qualquer termo e o seu termo seguinte. Por exemplo, para que a razão da sequência 2, 4, 6, 8,..., seja dois, não basta que a diferença entre 6 e 4 seja 2, é preciso que essa razão seja a mesma em toda a sequência. As falas dos alunos mostraram que se trata de objetos diferentes; quando um deles diz que “para encontrar o próximo termo eu preciso somar dois”, está pensando na relação entre um determinado termo e o seguinte. Quando o aluno diz que a sequência “caminha de dois em dois”, está falando da relação entre todos os termos e os

seus seguintes, fala da “fluência“ da sequência. Nesses debates, os objetos constituídos foram sucessor e razão de uma sequência.

Os conhecimentos construídos do tipo Relação entre Posição e Termo envolvem as relações entre determinado termo e sua posição e outro termo e sua respectiva posição. Por exemplo, na sequência 6, 9, 12, 15,..., os alunos criaram uma regra para as posições pares em que, dada a posição pedida, era possível encontrar a posição que é metade dessa, ou vice-versa, pegando o termo que ocupa uma posição era possível encontrar o termo que é o dobro desse termo. O aluno estabeleceu relações entre posição e termo em dois “lugares” na sequência e também outra relação sobre aquela. Os objetos constituídos nesse tipo de conhecimento foram dobro, metade, par e ímpar. Através da fala dos alunos identificamos como conceberam esses objetos; por exemplo, para o número ímpar, eles o chamaram de “número que não tem metade” (eles operavam sobre o conjunto dos números naturais).

Os conhecimentos do tipo Termo Geral tratam da relação que se estabelece entre qualquer termo da sequência e sua respectiva posição. Por exemplo, o aluno disse que na sequência 1, 5, 7, 1, 5, 7,..., dada qualquer posição, basta somar os algarismos dessa posição até que se tenha um número menor ou igual a nove, pois o número que ocupa a posição pedida será o mesmo que ocupa a posição que resulta da soma dos algarismos. Os alunos criaram uma regra que trata da relação que se estabelece entre qualquer termo e qualquer posição daquela sequência. Nesse tipo de conhecimento foram constituídos objetos como dobro, metade, par e ímpar com significados diferentes daquelas que se estabeleceram no tipo relação entre Termo e Posição. Neste tipo de conhecimento, os objetos constituídos foram funções que se revelaram através das falas dos alunos quando eles enunciaram “O termo é igual ao dobro da posição”, “O termo é igual à posição mais posição”.

Nos conhecimentos do tipo Isomorfismo de Estrutura de Objetos tratam das relações que se estabelecem entre os objetos constituídos de duas sequências, os alunos compararam a estrutura de formação de uma com a da outra. São relações sobre outras relações. No tipo Relação entre Posição e Termo isso também acontece, a diferença é que lá a relação se dá no interior da sequência, enquanto aqui a relação se estabelece entre duas sequências distintas e ainda considera a “fluência” da sequência. Esse fato se evidenciou quando o aluno disse a respeito da sequência 3, 5, 7, 9,..., “Se a sequência começasse com dois (ele referia-se a sequência 2, 4, 6, 8...) a trigésima posição seria 60, mas como ela começa no três e também caminha de dois em dois então o trigésimo termo é só fazer o dobro e somar um”. Ele chega ao termo geral através de um isomorfismo.

Os objetos constituídos pelos alunos nos fazem acreditar que essa pesquisa deve servir de subsídios para que o professor possa ouvir seu aluno de outra forma, buscando perceber através de suas falas quais objetos eles estão constituindo e, desse modo, poder também falar desses objetos tornando o diálogo com seu aluno mais significativo para os dois.

Os significados e textos matemáticos que emergiram das falas dos alunos nos permitiram ratificar a escolha de uma abordagem em que pensar algebricamente é estar envolvido em atividade algébrica e esta não se restringe ao cálculo com letras. Consideramos que as expressões utilizadas pelos alunos são as “marcas” que nos permitiram discutir este pensamento. Os alunos constituíram o objeto Sequências, estabelecendo uma rede de significados que envolvem o texto matemático Sequências em relação com outros objetos constituídos por eles. Portanto, é coerente e razoável apontar os conhecimentos produzidos por esses alunos como modo de pensar algebricamente as Sequências. É nesta perspectiva que compreendemos o trabalho com Álgebra antes do 8º ano.

O Modelo da Dinâmica dos Diálogos criados a partir da concepção de conhecimento de Lins (1997) nos permitiu avaliar a dinâmica das trocas entre os sujeitos envolvidos, a importância do outro na construção do conhecimento e das negociações e acordos feitos pelos sujeitos na produção de significados e constituição de objetos. Este Modelo não se aplica exclusivamente a nossa pesquisa, uma vez que fala objetivamente da dinâmica dos diálogos, não importando o tema. Consideramos de extrema importância para a relação ensino-aprendizagem a compreensão das implicações que decorrem do caráter dinâmico das trocas no interior dos diálogos entre os alunos e com o professor. Verificamos que os diálogos possibilitaram produções que provavelmente não seriam possíveis de outra forma. A necessidade de sustentar um ponto de vista, de convencer o outro, ou a escolha de uma maneira melhor de ver o problema, a adesão à ideia do outro, foram elementos que se mostraram fundamentais à obtenção dos resultados alcançados pelos alunos.

Referências

ARCAVI, A. **Álgebra, História e Representação**: Série Reflexão em Educação Matemática. Volume 2. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1995.

BORRALHO A.; BARBOSA E. Explorações de Padrões e Pensamento Algébrico. Padrões: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática. Isabel Vale e Ana Barbosa (Org.) Actas, APM. Portugal, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. V.3. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 23 ago. 2017.

COBB, P.; CONFREY, J.; diSessa, A. A.; Lehrer, R.; SCHAUBLER, L. Design Experiment in Education Research. **Educational Researcher**, v.32, n.1, p.9-13. Jan/Feb 2003.

CASTRO, M. R.; FRANT, J.B. **Modelo e Estratégia Argumentativa**: análise da fala e de outros registros em contextos interativos de aprendizagem. Editora UFPR. Paraná, 2011.

LINS, R. C. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos**: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. Blumenau: Revista Dynamis, p.29-39, 1994.

_____. **Epistemologia, História e Educação Matemática**: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. Revista de Educação Matemática da SBEM: São Paulo, 1993.

LINS, R.C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**: Perspectivas em Educação Matemática. Campinas - SP: Papyrus, 1997.