

Investigando a Propriedade de Rigidez do Triângulo com Estudantes do Ensino Médio

Jadson de Souza Conceição¹

Secretaria Estadual de Educação da Bahia

Mateus Souza de Oliveira²

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia

Saddo Ag Almouloud³

Universidade Federal do Pará

RESUMO

Este artigo apresenta uma investigação inserida no âmbito do projeto “Desenvolvimento de Práticas em Matemática: intervenções nos processos de ensino e de aprendizagem na educação básica por meio do curso matem@tica na pr@tica” do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, a qual teve por objetivo verificar as possíveis contribuições da utilização de materiais manipuláveis e atividades investigativas na construção de conceitos geométricos, em particular, aqueles relacionados à propriedade de rigidez do triângulo. Para tanto, foi realizado um estudo de natureza qualitativa, em que foi empregada a investigação matemática como estratégia pedagógica, com uma turma de 2º Ano do Ensino Médio, de uma escola pública estadual situada na região da Chapada Diamantina/BA. Os dados foram interpretados sob a perspectiva da análise do conteúdo em duas vertentes: (a) a propriedade de rigidez do triângulo e (b) o experimento didático – construção de uma ponte de palito de picolé. Os resultados apontam que o material construído favoreceu a identificação da propriedade de rigidez do triângulo e as atividades investigativas proporcionaram aos estudantes ampliar seus conhecimentos a respeito do triângulo e suas propriedades, permitindo-lhes compreender sua importância para o mundo real, dado suas infinitas aplicações na Construção Civil, Matemática, Física e outras áreas de conhecimento.

Palavras-chave: Rigidez do triângulo; Materiais manipuláveis; Ensino Médio.

Investigating the Rigidity Property of the Triangle with High School Students

ABSTRACT

This article presents an investigation carried out as part of the project ‘Development of Practices in Mathematics: interventions in the teaching and learning processes in basic education through the matem@tica na pr@tica course’ of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Bahia, which aimed to verify the possible contributions of the use of manipulable materials and investigative activities in the construction of geometric concepts, in particular, related to the rigidity of the triangle. To this end, a qualitative study was carried out, using mathematical investigation as a pedagogical strategy, with a 2nd year high school class from a state public school

¹Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Professor na Secretaria Estadual de Educação da Bahia (SEC-BA), Palmeiras, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua 15 de Janeiro, 232, Centro, Palmeiras, Bahia, Brasil, CEP: 46930-130. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7804-9910>. E-mail: jadson.conceicao@enova.educacao.ba.gov.br.

²Doutor em Ensino pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Professor EBTT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), Jequié, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Jean Torres de Oliveira, s/n. Bairro John Kennedy – Loteamento Cidade Nova, Jequié, Bahia, Brasil, CEP: 45201-767. ORCID: <http://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. E-mail: mateussouza@ifba.edu.br.

³Doutorado em Matemática e Aplicações pela Universidade de Rennes I (França). Professor Livre-Docente na Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Antonio Turati, 78, Vila Celeste, São Paulo – SP, CEP: 02464-050. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>. E-mail: saddoag@gmail.com.

located in the Chapada Diamantina/BA region. The data was analysed from the perspective of content analysis in two areas: (a) the rigidity property of the triangle and (b) the didactic experiment - construction of a popsicle stick bridge. The results show that the material constructed favoured the identification of the triangle's rigidity property and the investigative activities enabled the students to broaden their knowledge of the triangle and its properties, allowing them to understand its importance to the real world, given its infinite applications in construction, mathematics, physics and other areas of knowledge.

Keywords: Rigidity of the triangle; Manipulable materials; Secondary education.

Investigación de la propiedad de rigidez de los triángulos con alumnos de secundaria

RESUMEN

Este artículo presenta una investigación realizada en el ámbito del proyecto «Desarrollo de Prácticas Matemáticas: intervenciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación básica a través del curso matem@tica na pr@tica» del Instituto Federal de Educación, Ciencia y Tecnología de Bahía, que tuvo como objetivo verificar las posibles contribuciones del uso de materiales manipulables y actividades de investigación en la construcción de conceptos geométricos, en particular los relacionados con la propiedad de rigidez del triángulo. Para ello, se realizó un estudio cualitativo en el que se utilizó la investigación matemática como estrategia pedagógica con una clase de 2º año de enseñanza media de una escuela pública estatal localizada en la región de la Chapada Diamantina/BA. Los datos fueron interpretados desde la perspectiva del análisis de contenido en dos áreas: (a) la propiedad de rigidez del triángulo y (b) el experimento didáctico - construcción de un puente de palitos de helado. Los resultados muestran que el material construido favoreció la identificación de la propiedad de rigidez del triángulo y las actividades de investigación permitieron a los alumnos ampliar sus conocimientos sobre el triángulo y sus propiedades, permitiéndoles comprender su importancia para el mundo real, dadas sus infinitas aplicaciones en la construcción, matemática, física y otras áreas del conocimiento.

Palabras clave: Rigidez del triángulo; Materiales manipulables; Enseñanza secundaria.

INTRODUÇÃO

A geometria desempenha um papel fundamental no currículo de Matemática em todos os níveis da Educação Básica, sendo abordada de maneiras diversas e em diferentes etapas do ensino. De acordo com Carvalho e Carvalho (2011), a geometria pode desenvolver o pensamento espacial e a capacidade de abstração, isto porque, no estudo das formas, medidas e relações espaciais, os indivíduos adquirem uma compreensão mais profunda do mundo que os cerca, favorecendo o desenvolvimento de habilidades relacionadas à resolução de problemas, à criatividade e ao raciocínio lógico.

Essa característica do ensino de geometria também é evidenciada pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017), que destaca sua contribuição para o desenvolvimento do senso espacial e do raciocínio lógico-matemático dos estudantes. Todavia, durante muito tempo a geometria não teve o mesmo destaque que a álgebra e a aritmética tiveram dentro dos programas escolares (Lorenzato, 1995; Conceição; Santos; Oliveira, 2018), fazendo com que os professores a abordassem de forma superficial e pontual, levando os estudantes a não desenvolverem conceitos geométricos básicos, tais como o de triângulo e suas propriedades. De acordo com Conceição (2018), esse é o calcanhar de Aquiles tanto para professores quanto para estudantes, sendo muitas vezes não compreendido por ambos.

Entre essas propriedades, destaca-se, nesta pesquisa, a rigidez do triângulo, que se refere à capacidade de uma figura manter sua forma mesmo quando submetida a pressões ou deslocamentos, estando diretamente associada à noção de estabilidade estrutural. Contudo, compreender esse conceito não é uma tarefa simples. Neves (2014) observa que se trata de uma propriedade de assimilação abstrata, dificultando sua compreensão sem apoio visual ou prático. Ao contrário de conceitos mais tangíveis, como área ou perímetro, ela exige que o estudante perceba relações estruturais implícitas entre os lados e ângulos da figura.

Face ao exposto, apresentam-se, neste artigo⁴, Face ao exposto, apresentam-se, neste artigo, resultados de uma investigação realizada no âmbito do projeto “Desenvolvimento de Práticas em Matemática: intervenções nos processos de ensino e de aprendizagem na educação básica por meio do curso Matem@tica na Pr@tica”, desenvolvido no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA). O objetivo principal do citado projeto é investigar as contribuições de práticas educativas vinculadas ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática: Matem@tica na Pr@tica, aplicadas em instituições da Educação Básica, para os processos de ensino e aprendizagem em Matemática. Entre os objetivos específicos, destacam-se: a revisão de literatura e conteúdos matemáticos voltados ao Ensino Fundamental II e Médio; a elaboração e aplicação de aulas inéditas, utilizando metodologias como jogos, materiais manipuláveis e tecnologias digitais; além da análise dos impactos dessas práticas no desempenho dos estudantes e da formação de professores pesquisadores.

Salientamos que o presente estudo se justifica pelo fato de outras investigações (Brunet, Leivas, Leyser, 2008; Guerra, 2014; Fonseca, Leivas, 2018; Fonda e Silva, 2019) centrarem seus esforços em discutir a respeito da classificação e semelhança do triângulo e/ou cálculo de medida de área; contudo, pouco são os estudos (Machado, 2016) que se dedicaram a estudar a propriedade de rigidez desse. Ademais, a relevância dessa pesquisa reside na abordagem de uma estratégia didática pouco explorada no ensino de geometria – construção de materiais e experimentação⁵ –, especialmente no contexto do Ensino Médio em escolas públicas.

Assim, ao focar em um aspecto específico da geometria, como a rigidez do triângulo, a pesquisa promove uma compreensão mais profunda dos conceitos geométricos fundamentais,

⁴ Cabe salientar que esse artigo é a ampliação de um relato de experiência desenvolvido pelo primeiro autor e colaboradores – RAMOS, R. G.; SILVA, V. A. G.; DOURADO, C. R.; CONCEIÇÃO, J. S. Com a Matemática construímos pontes e não barreiras. *Revista Educação Pública*, v. 20, nº 34, 8 de setembro de 2020. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/20/34/com-a-matematica-construimos-pontes-e-nao-barreiras>.

⁵ Nesse estudo, adotamos o conceito de experimentação como tudo aquilo que “[...] permite que os alunos vejam com seus próprios olhos a realidade como ela é, descobrindo a teoria na prática [...]. [...] uma estratégia pedagógica dinâmica, que tem a função de gerar problematizações, discussões, questionamentos e buscas de respostas e explicações para os fenômenos observados, possibilitando a evolução do aspecto fenomenológico (macroscópico) observado para o teórico (microscópico), e chegando, por consequência, ao representacional”. (Silva; Machado, 2008, p. 235-236).

destacando sua importância histórica e aplicação prática em diversas áreas, desde a arquitetura até a engenharia civil. Portanto, essa pesquisa pode fornecer *insights* valiosos para o aprimoramento das práticas pedagógicas, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias mais eficazes de ensino e aprendizagem.

ENSINO DE GEOMETRIA

Vários estudos (Lindquist e Shulte, 1994; Lorenzato, 1995; Almouloud *et. al*, 2004; Jesus, 2013; Guerra, 2014; Conceição, 2018; Cruz, 2022; Silva e Melo, 2023) apontam que o trabalho com a geometria na Educação Básica deve ser iniciado ainda nos primeiros anos escolares. A BNCC (Brasil, 2017, p. 227) destaca esta importância:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, o estudo da posição e deslocamentos no espaço e o das formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes.

Diante disso, o estudo de conceitos geométricos permite que o aluno desenvolva competências e habilidades importantes do ponto de vista da matemática, bem como uma nova leitura do mundo que o cerca. Assim, é de fundamental importância que reconheçamos que, no ensino da geometria, a atividade com construções geométricas, resolução de problemas, jogos e materiais manipuláveis, bem como outras tendências em Educação Matemática são essenciais para a construção de tais competências e habilidades.

Segundo Pavanello e Andrade (2002), os conhecimentos geométricos são básicos para o ser humano, tanto para a sua vida cotidiana, quanto para a constituição do pensamento lógico e o desenvolvimento de capacidades dedutivas. O estudo da geometria desenvolve a capacidade de o aluno raciocinar logicamente, bem como analisar e reconhecer formas geométricas, sendo essa última explorada desde os primeiros anos escolares e seu conhecimento ampliado nos anos seguintes com o estudo de conceitos geométricos que possibilitam ao estudante desenvolver capacidades e técnicas de observação e resolução de problemas relacionados à geometria e ao mundo físico.

Como destacado na introdução, neste estudo iremos nos debruçar e investigar o triângulo. Vários são os conceitos que podem ser explorados no estudo deste polígono, desde as suas classificações, semelhanças, soma de medidas dos ângulos internos e externos, cálculo

de medida de área, condição de sua existência e propriedade de rigidez – sendo essa última característica o objeto matemático de estudo dessa pesquisa.

Dados históricos apontam que os primeiros delineamentos relacionados aos triângulos têm sua origem na Grécia, com os estudos de Talles de Mileto (624-546 a.C.) relacionados à medida das alturas das pirâmides do Egito; contudo, foi com Pitágoras (570-490 a.C.) que os estudos relacionados ao triângulo ganharam destaque, dada a demonstração do Teorema de Pitágoras, sendo este considerado um dos grandes feitos da geometria (Roque, 2012).

Triângulo, do latim *triangulum*, de *tri*, “três”, e *angulus*, “ângulo”, é definido da seguinte forma: “dados três pontos A, B e C não colineares, a reunião dos segmentos AB, AC e BC é chamada *triângulo ABC*” (Dolce e Pompeo, 1997, p. 36, grifos dos autores). Da definição, pode-se concluir que o que o triângulo é o menor polígono e um dos mais importantes por conta das suas infinitas funcionalidades e propriedades. Neves (2014, p. 34) aponta que o triângulo é a única figura rígida, isto é, “uma vez fixadas as medidas dos lados, as medidas dos ângulos não se alteram”.

Assim, diferente dos outros polígonos, o triângulo, quando submetido à situação de compressão, é o único que mantém suas propriedades, permanecendo intacto, pois, uma vez construído, é ilusório pensar que é possível modificar as medidas de seus ângulos, de modo a construir um novo triângulo mantendo as medidas de seus lados inalteradas. Dada essa característica, o triângulo, desde a antiguidade, vem sendo utilizado em múltiplas construções, das mais simples, como a estrutura dos telhados, conhecidas como tesoura, até as mais complexas, como é o caso das pontes.

Vale salientar que a BNCC (BRASIL, 2017) indica que a propriedade de rigidez do triângulo deve ser explorada nos Anos Finais do Ensino Fundamental, de modo mais específico no 7º ano, por meio da habilidade EF07MA25⁶ (ver Quadro 1):

QUADRO 1 – Rigidez do Triângulo nos Anos Finais do Ensino Fundamental

(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
--

Fonte: BNCC (Brasil, 2017, p. 309).

Cabe ressaltar que o termo rigidez do triângulo não aparece de forma tão explícita na BNCC do Ensino Médio (Brasil, 2018), como na proposta dos Anos Finais do Ensino

⁶ A notação destacada no código EF07MA25 refere-se ao ano escolar em que a habilidade deve ser abordada, ou seja, 07 ao 7º ano do Ensino Fundamental, 08 ao 8º ano e assim por diante.

Fundamental (ver Quadro 1). Entretanto, na Matemática desenvolvida no Ensino Médio⁷, é proposta “[...] a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental.” (Brasil, 2018, p. 527). Ademais, o documento pontua a necessidade de “[...] proporcionar aos estudantes a visão de que ela não é um conjunto de regras e técnicas, mas faz parte de nossa cultura e de nossa história” (Brasil, 2018, p. 522). Portanto, o domínio de conceitos e propriedades geométricas são fundamentais para a compreensão do mundo real.

Todavia, a propriedade de rigidez do triângulo, conforme Neves (2014), é de difícil visualização. Porém, sua internalização pode se tornar plausível quando construída via materiais manipuláveis. De acordo com Lindquist (1994, p. 77), os “[...] materiais de manipulação fornecem oportunidades para raciocinar com objetos e, portanto, para ensinar a resolver problemas e ensinar para resolver problemas”. Assim, tarefas realizadas com auxílio de materiais manipuláveis despertam no estudante interesses e o estimula a desenvolver sua capacidade de pensamento na resolução de problemas e estratégias.

Assim, conforme Reys (1971 apud Matos e Serrazina, 1996, p. 193), materiais manipuláveis são “[...] objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia”. Nesse sentido, objetos como palitos, papel, tesoura, blocos lógicos e outros são materiais manipuláveis, desde que possam auxiliar professor e aluno no processo de ensino e aprendizagem.

Desse modo, os materiais manipuláveis constituem-se como valiosos recursos disponíveis aos professores, pois estes podem “[...] tornar as aulas de matemática mais atraentes e motivadoras, dessa forma contribuindo para uma melhor aprendizagem dos alunos” (Jesus, 2013, p. 2). Isto porque, durante o processo de manipulação os estudantes têm a oportunidade refletir sobre suas ações e construções, formalizando conceitos, uma vez que a aprendizagem reside “[...] na experiência, e a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer o envolvimento ativo do aluno que vai progredindo do concreto para o abstrato” (Serrazina, 1990, p. 1).

É importante destacar que o material manipulável, por si só, não garante sucesso na aprendizagem. Os estudos de Matos e Serrazina (1990), Lorenzato (1995), Passos (2006) e Jesus (2013) indicam que a aprendizagem Matemática não está presente na manipulação do objeto, mas nas reflexões, mediadas pelo professor, acerca dessa manipulação, possibilitando

⁷ Matemática e suas Tecnologias.

aos estudantes atuarem como atores principais na construção do seu próprio conhecimento (desenvolvimento da autonomia).

Diante disso, é de fundamental importância que os professores tenham objetivos claros quanto à utilização desses materiais, como também domínio a respeito do material utilizado, para que não se caia no uso pelo uso, ou se perca o foco nos processos de ensino e de aprendizagem (Nacarato, 2005). Na mesma direção, Rêgo e Rêgo (2006, p. 54) sugerem alguns cuidados quanto ao uso dos materiais didáticos em sala de aula, dentre os quais se destacam:

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo;
- VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Note que, ao optar por essa proposta de trabalho, o professor deve assumir a postura de mediador da aprendizagem, orientando e conduzindo os estudantes a uma ação reflexiva acerca do conceito matemático explorado durante a atividade. Desse modo, a condução que o professor dará e a participação dos estudantes, durante a realização da atividade, determinarão a efetividade do material manipulável nos processos de ensino e de aprendizagem, e não o material em si. Portanto, ressaltamos que a utilização de tais recursos pode motivar os estudantes, como já mencionado. Porém há de ser tomado cuidado para não criar uma falsa ideia de que a solução para todos os problemas, referentes ao ensino e aprendizagem de Matemática, encontram-se na utilização de materiais manipuláveis (Serrazina, 1990; Lorenzato, 1995; Jesus, 2013).

PERCURSO METODOLÓGICO E PROPOSTA DE TRABALHO

O presente estudo é de natureza qualitativa, e os dados produzidos foram predominantemente descritivos, pois descrevem os registros escritos e as falas/diálogos de estudantes do Ensino Médio ao investigarem a propriedade de rigidez do triângulo. Assim, discute-se que:

(...) a pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve [...] a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados. (Creswell, 2010, p. 25)

Conforme já mencionado, esta pesquisa se insere em um projeto mais amplo do curso de Especialização Ensino de Matemática, o qual buscou contemplar um diálogo permanente com aspectos relativos à escola, ao aluno, ao próprio trabalho docente, à metodologia de ensino, aos saberes e aos conhecimentos dos conteúdos específicos de Matemática.

Neste artigo, apresentamos os resultados de uma experimentação realizada com estudantes do Ensino Médio, cujo objetivo foi verificar as possíveis contribuições da utilização de materiais manipuláveis e atividades investigativas na construção de conceitos geométricos, em particular, relacionado à propriedade de rigidez do triângulo. A experimentação foi desenhada nos moldes da investigação matemática. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 13), “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”, ou seja, uma pesquisa em matemática de cunho investigativo visa construir, de forma experimental, indutiva e por meio da resolução de problemas, conceitos, descobertas e redescobertas matemáticas.

Diante do exposto, o presente estudo foi desenvolvido numa turma de segundo ano do Ensino Médio do turno matutino, no 2º trimestre do ano letivo de 2023, em uma Escola Estadual localizada na região da Chapada Diamantina, na Bahia. A escolha por essa escola deu-se por ela ser o local de trabalho do primeiro autor deste artigo. Quanto à escolha da turma, levou-se em consideração alguns critérios, listados abaixo (ver Quadro 2):

QUADRO 2 –Critérios para escolha da turma/público da pesquisa.

C1 – afinidade com a disciplina de matemática; C2 – interesse de realizar as atividades em sala; C3 – participar integralmente de todas as etapas do experimento didático.
--

Fonte: Acervo da pesquisa (2024).

A escola dispunha de três turmas de segundo ano: A, B e C. Assim, ao lançar os critérios elencados por nós como questionamento para as turmas, apenas o 2º ano A deu resposta positiva para todos eles. Isso posto, o experimento didático foi desenvolvido nessa turma, a qual constava com vinte e oito estudantes, com idade média de 17 anos. Cabe salientar que todos os 28 estudantes que participaram da pesquisa foram autorizados pelos seus pais e responsáveis,

por meio da assinatura do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)⁸ antes da intervenção de ensino.

Reconhece-se que a turma participante com base nos critérios citados pode ter influenciado os resultados, uma vez que ela não representa necessariamente o perfil geral dos estudantes, o que limita a possibilidade de generalização para outras realidades escolares. Além disso, o fato de o primeiro pesquisador também atuar como professor da turma pode ter interferido nas respostas e comportamentos dos estudantes. Entretanto, para minimizar esse impacto, adotou-se uma postura crítica durante a observação e análise dos dados.

No que se refere à intervenção, essa aconteceu durante o horário das aulas de Matemática da turma já mencionada, em dois momentos, descritos abaixo. Para a produção e coleta dos dados foi aplicada uma atividade (ver Quadro 3), organizada em dois blocos, que envolviam a investigação, construção e experimentação da propriedade de rigidez do triângulo, a partir da manipulação do material manipulável. Durante a realização da atividade, os estudantes registraram suas observações e conclusões por escrito. Paralelamente, as interações em sala — incluindo falas, dúvidas e reflexões dos participantes — foram documentadas por meio de anotações no diário de bordo do professor-pesquisador, utilizado como principal instrumento de registro ao longo de toda a pesquisa. Esse instrumento permitiu acompanhar em as reações dos estudantes, bem como refletir sobre o andamento da intervenção.

QUADRO 3 – Atividades aplicadas aos estudantes

RIGIDEZ DO TRIÂNGULO
Materiais: palito de picolé, cola branca e tachinhas. Objetivo: Investigar a propriedade de rigidez do triângulo.
Bloco 1 – Questões iniciais – construindo a noção de rigidez ATIVIDADE 01 – Construindo estruturas com os materiais disponibilizados. a) Um quadrado; b) Um triângulo; c) Um quadrado com sua diagonal demarcada.
ATIVIDADE 02 – Analisando as estruturas construídas na ATIVIDADE 01. a) Movimente a estrutura que representa o quadrado. O que você pode observar? b) Movimente a estrutura que representa o triângulo. O que você pode observar? c) Movimente a estrutura que representa o quadrado com a diagonal demarcada. O que você pode observar? d) Das estruturas e informações realizadas anteriormente, o que você pode concluir a respeito da noção de rigidez?
Bloco 2 – Aplicação da propriedade de rigidez do triângulo ATIVIDADE 03 – Você já ouviu falar da rigidez do triângulo? a) A partir das estruturas construídas na ATIVIDADE 01 e das análises realizadas na ATIVIDADE 02, o que você pode concluir a respeito da noção de rigidez do triângulo? Justifique sua resposta. b) Monte outros polígonos com os materiais disponibilizados, de modo a validar a justificativa apresentada no item d da ATIVIDADE 02.

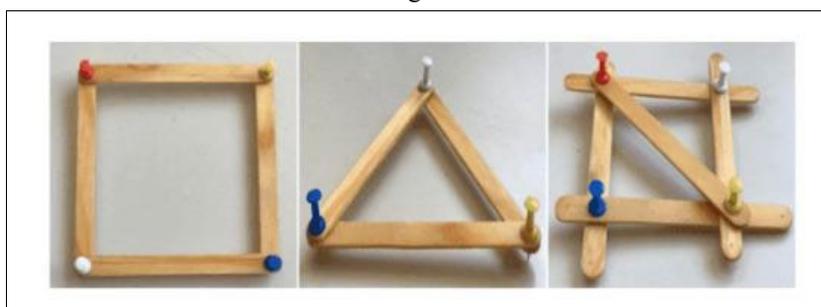
⁸ A pesquisa está aprovada no Comitê de Ética em Pesquisa do IFBA (CEP), sob o número CAAE: 78641024.0.0000.5031.

ATIVIDADE 04 – [Desafio] Que tal construirmos uma ponte de palito de picolé aplicando os conceitos vistos anteriormente? Sejam criativos!

Fonte: Acervo da pesquisa (2024).

O primeiro momento foi destinado a investigar as questões iniciais a respeito da propriedade de rigidez do triângulo (Bloco 1). Para tanto, os estudantes construíram, utilizando palito de picolé e percevejos, três estruturas geométricas, um quadrado, um triângulo e outro quadrado, porém esse último com a diagonal. Na Figura 1, estão ilustradas essas construções.

FIGURA 1 – Formas geométricas do Bloco 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Objetivou-se com as atividades do bloco 1 fazer com que os estudantes, por meio da manipulação, percebessem e concluíssem que o triângulo é a única figura rígida. Isto é, quando submetido à compressão este não deforma, mantendo suas propriedades e forma original. De forma análoga, tais características também são observadas na construção do item c, da atividade 1 e 2.

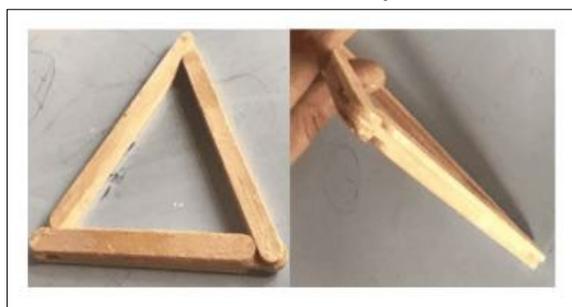
Já no segundo momento, os estudantes foram confrontados quanto à propriedade de rigidez do triângulo (Bloco 2). Objetivamos com as atividades do bloco 2, conduzir os estudantes a concluir que o triângulo é a única figura rígida dentre todos os polígonos e, portanto, o motivo de sua presença nas mais diversas construções, em especial nas pontes. Dessa última, derivou-se a construção da ponte de palito de picolé (atividade 4), que deveria ser construída em quatro etapas: (i) estudo sobre pontes; (ii) noção de treliça; (iii) aplicabilidade da propriedade de rigidez do triângulo e; (iv) investigação da estrutura construída.

Assim, na primeira etapa, os estudantes realizaram um estudo minucioso acerca da construção de pontes, de modo que pudessem identificar a aplicabilidade e importância da propriedade de rigidez do triângulo na construção dessas. Após estudo, foi proposto a construção de uma ponte de palito de picolé e cola branca. Objetivamos com esse estudo e desafio, estimular e compreender a dinâmica e os conceitos aplicados na construção de uma

ponte. Ressaltamos que, ao longo do estudo e desafio, os estudantes identificaram que a noção de treliça⁹ é um mecanismo fundamental na construção de uma ponte.

No que tange à segunda etapa, como havia sido revelado na etapa anterior, para uma construção bem executada da ponte, depende-se da compreensão da noção de treliça e o funcionamento dessa. De acordo com Souza e Rodrigues (2008), treliça é uma estrutura constituída por membros interligados em seus extremos de modo a formar peines triangulares e tem por finalidade desenvolver resistência quando submetida a certa força aplicada, ver Figura 2.

FIGURA 2 – Treliça



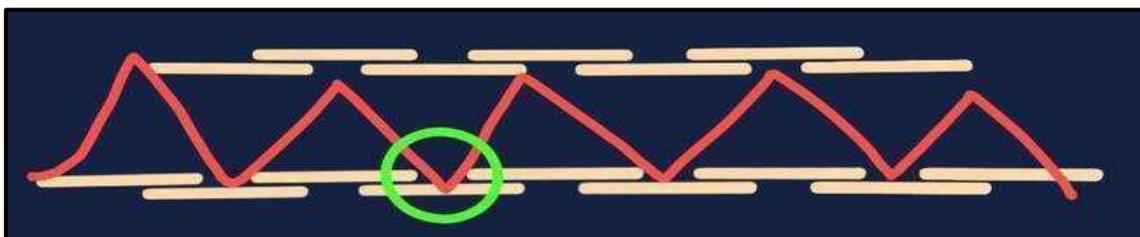
Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Na mesma direção, Machado (2016) pontua que toda estrutura treliçada, em especial as pontes, lidam com duas forças: força de compressão e de tração. De acordo com Junior *et. al* (2012 *apud* Machado, 2016, p. 56), “a força de compressão age para comprimir ou diminuir a coisa sobre a qual está agindo e a força de tração age para expandir ou aumentar a coisa sobre a qual está agindo”. Assim, as forças de tração e compressão são distribuídas sobre os nós – extremidades da estrutura treliçada (vértices) – mantendo a conexão entre eles, fazendo com que a estrutura não entorte ou rache.

Quanto à terceira etapa, uma vez compreendidos e assimilados os conceitos explorados nas etapas anteriores, os estudantes deram início a construção. Para tanto, optou-se por construir a ponte em três fases: a) croqui; b) laterais/montagem e; c) finalização. Na primeira fase, os estudantes elaboraram um croqui da lateral da ponte (ver Figura 3), a fim de executar o projeto – desafio – de forma a simular o trabalho de um arquiteto/engenheiro civil.

FIGURA 3 – Croqui das laterais da ponte

⁹ Para mais informações, indicamos a seguinte postagem: O que é uma treliça e para que serve? **Dramm Engenharia**, Salvador, 23 de Out. de 2015. Disponível em: <http://drammengenharia.blogspot.com/2015/10/o-que-e-uma-trelica-e-para-que-serve.html>. Acesso em: 02 de jun. de 2024.



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

De posse do croqui, os estudantes deram início à segunda fase da construção, bem como ao processo de montagem da estrutura (ver Figura 4). Para tanto, construíram dois pares de fileiras de palitos sobrepostos, um par com sete palitos e o outro com nove palitos para, posteriormente, incluir as treliças, de modo a formar os painéis triangulares.

FIGURA 4 –Montagem (por partes) da ponte



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Na Figura 4 é possível observar as laterais da ponte em três camadas, conforme croqui (Figura 3). Com as laterais secas, deu-se início a terceira fase, finalização da construção da ponte (ver Figura 4 a direita), em que as laterais foram unidas por painéis triangulares (treliças), permitindo maior estabilidade e resistência à estrutura. O resultado da construção – desafio proposto – pode ser visto na Figura 5. É válido destacar que para a construção da estrutura (ver Figura 5), foram necessários 220 palitos de picolé e 250 mg de cola de madeira.

FIGURA 5 – Ponte de palito de picolé finalizada.



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Por fim, a quarta etapa da atividade 04 do bloco 2, investigação da estrutura construída, teve por objetivo estimar a carga máxima que a ponte, construída na etapa anterior, suportaria, dados os materiais utilizados para sua construção – cola de madeira e palito de picolé. Assim,

os estudantes dirigiram-se a um supermercado da cidade e realizaram a pesagem da estrutura (ver Figura 6).

FIGURA 6 – Peso da estrutura (ponte) de palito de picolé.



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Pesando 0,410 kg, foi estimado, com base nos estudos realizados na etapa (i) (Souza e Rodrigues, 2008; Neves, 2014; Machado, 2016), que a estrutura poderia suportar uma carga em torno de 50 kg¹⁰, aproximadamente cem vezes o peso da estrutura. Assim, de modo a confrontar a estimativa posta, estudantes realizaram teste de carga na estrutura, isto é, colocaram sobre ela anilhas de 5 kg e 10 kg, uma após a outra, até o limite máximo estabelecido (50 kg), a fim de observar o comportamento da estrutura.

Diante do exposto, os dados produzidos e coletados foram analisados sob a perspectiva da Análise de Conteúdo. Salientamos que essa abordagem é “[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, [...], indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens” (Bardin, 2011, p. 15). Assim, os dados foram organizados sistematicamente (ideias iniciais) e, posteriormente, reorganizados em unidades de contexto, unidades de registros, eixos temáticos e as categorias de análise de modo a permitir uma melhor compreensão e interpretação dos resultados obtidos. Na próxima seção, apresentamos os resultados a partir dessa perspectiva de análise.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

De posse dos dados produzidos, buscou-se dar significados aos registros escritos, às falas e aos diálogos dos estudantes, a partir dos pressupostos da Análise de Conteúdo. Para tanto, foram realizadas operações, como: unitarização, comparação, diferenciação, semelhança e reagrupamento, bem como unidades de registro (Bardin, 2011). As unidades foram sintetizadas em duas categorias de análise que emergiram dos dados. Salientamos que, ao longo

¹⁰ Esse valor foi estimado após análise de diversos concursos de pontes de palitos de picolé, em que estudantes de cursos na área de engenharia testam seus conhecimentos a respeito da disciplina mecânica dos sólidos. Nesses, as estruturas tendem a rachar com carga maior igual a 100 kg. Como esse desafio foi proposto para estudantes do Ensino Médio e sem conhecimento algum de mecânica dos sólidos, estimamos que a estrutura, construída por eles, racharia com carga 50% menor, isto é, 50 kg.

da construção das categorias, levou-se em consideração o objetivo do trabalho e os estudos que o fundamentam.

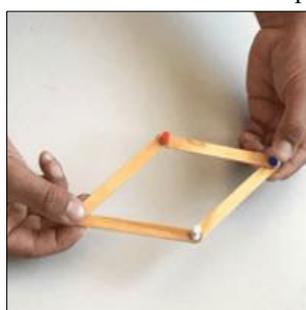
Assim, a análise concentrou-se na interpretação das seguintes categorias emergentes: (a) a verificabilidade da propriedade de Rigidez do Triângulo (RT) e (b) aplicabilidade da RT – no caso da ponte de palito de picolé, detalhada na análise interpretativa que segue. Pontuamos que as discussões aqui apresentadas forneceram subsídios para que pudéssemos alcançar o objetivo proposto, isto é, verificar as possíveis contribuições da utilização de materiais manipuláveis e atividades investigativas na construção de conceitos geométricos, em particular relacionado à propriedade de rigidez do triângulo.

Verificabilidade da Rigidez do Triângulo (RT)

Como discutido na primeira etapa da seção anterior, os estudantes realizaram quatro atividades, organizadas em dois blocos (ver Quadro 3). No bloco 1, foram construídas três estruturas com palito de picolé e percevejos (Atividade 01): (i) uma estrutura de forma quadrada; (ii) uma estrutura de forma triangular e (iii) uma estrutura de forma quadrada com a diagonal, bem como a investigação dessas (Atividade 02), que objetivava formular as primeiras noções a respeito da rigidez do triângulo.

Assim, de posse das estruturas construídas, os estudantes as investigaram, isto é, submetem-nas a um processo de compressão. Com isso, a primeira estrutura quando submetida ao processo de análise/investigação deformou-se, perdendo todas as suas características originais e propriedades, como pode ser observado na Figura 7.

FIGURA 7 – Estrutura de forma quadrada



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Observa-se que a força exercida na estrutura quadrada (Figura 7) é mínima, ou seja, só por ser segurada em suas extremidades – as quais podemos considerar como sendo os vértices –, a estrutura muda sua forma inicial, dando origem a um outro quadrilátero. Assim, durante a aplicação da força, foi observado que dois ângulos da estrutura se afastaram enquanto os outros

dois se aproximaram, resultando na deformação da forma quadrada para o que pode ser comparado a um losango.

Conclusão semelhante é identificada na observação do estudante 1 e 3:

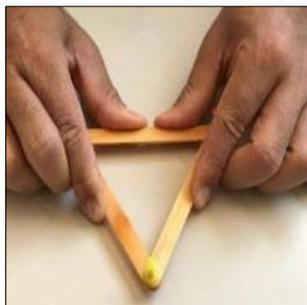
Estudante 1: *O negócio ficou todo molengo, era um quadrado e depois virou um losango, mas se mexer mais um pouco ele muda novamente. Não tem uma forma única, muda conforme a gente mexe.*

Estudante 3: *A estrutura muda conforme a realização de movimentos, ela não preserva sua forma original, muda a todo instante.*

As conclusões apresentadas pelos estudantes, a partir da manipulação e investigação, evidenciam que o uso dos materiais manipuláveis (MM) e da experimentação desses nas aulas de matemática são de suma importância para a aprendizagem dos estudantes de forma autônoma (Jesus, 2013). Ademais, as conclusões suscitadas pelos estudantes pavimentaram a construção da noção de rigidez do triângulo, pois há uma percepção de mudança na geometria da estrutura, evidenciando sua falta de rigidez e sua capacidade de se adaptar/mudar a depender da força aplicada.

No que diz respeito ao aspecto da estrutura (ii), podemos observar que (ver Figura 8), quando pressionada, nada aconteceu, isto é, a estrutura se manteve igual e preservou todas as suas características e propriedades.

FIGURA 8 – Estrutura de forma triangular



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Percepção semelhante é descrita pelas estudantes 4 e 5:

Estudante 4: *Nada aconteceu! A forma ficou imóvel, não mexe de forma alguma, pode apertar como for que ela não mexe, bem diferente da estrutura quadrada que ficou sem firmeza.*

Estudante 5: *Não mexe! Se soltar do alto até o chão nada acontece, parece que passou supercola, está super firme. É capaz do palito quebrar do que ela deformar, diferente do quadrado, que deformou só em tirar da mesa.*

Analisando a Figura 8, nota-se que há uma força sendo exercida sobre a estrutura, porém não se observam deformações e/ou alterações, convergindo para a noção de rigidez do triângulo. Desse modo, podemos inferir, a partir das evidências levantadas pelas estudantes, que houve assimilação do conceito explorado por parte delas, visto que o vivenciaram na e com a prática (Neves, 2014; Machado, 2016).

Nota-se ainda que a experimentação possibilitou às alunas estabelecer comparações entre a estrutura quadrada (ver Figura 7) e a estrutura triangular (ver Figura 8), ampliando seu repertório de conhecimento a respeito da geometria, convergindo com os estudos de Silva e Machado (2008) sobre as potencialidades das atividades experimentais. Ademais, expandiram suas ideias iniciais a respeito da rigidez do triângulo, conforme diálogo abaixo:

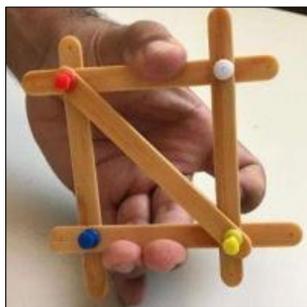
Estudante 12: *Professor, se a gente pegar o quadrado e o triângulo, um mexe e o outro não, beleza! Agora se a gente pegar outra forma? Por exemplo, um pentágono ou uma de seis lados? O que acontece?*

Professor 1: *O que você acha que vai acontecer? Teste aí, construa um pentágono ou um hexágono e anote suas observações, pode ser? Enquanto isso, seus colegas construirão o quadrado com sua diagonal demarcada, pode ser?*

Estudante 12: *Pode sim!*

O diálogo descrito acima revela certa suspeita por partes dos estudantes quanto ao triângulo ser a única figura rígida, mesmo o professor-pesquisador não tendo oferecido qualquer indicativo de resposta – o que representa uma atitude esperada numa aula de matemática com viés investigativo (Ponte; Brocardo e Oliveira, 2009; Passos, 2006). No que concerne à estrutura (iii), ver Figura 9:

FIGURA 9 – Estrutura de forma quadrada com a diagonal



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Observa-se na Figura 9 que há uma força sendo exercida na estrutura, mas nenhuma alteração é percebida. Isso deve-se ao fato de a diagonal do quadrado, quando demarcada,

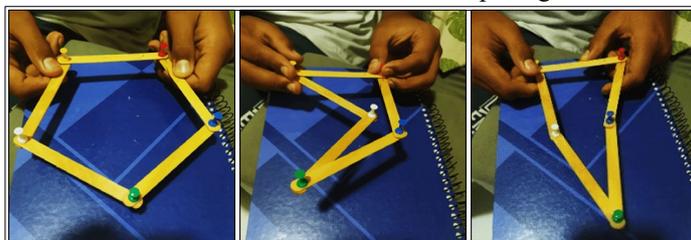
imprimir dois triângulos na estrutura transferindo para essa figura a propriedade de rigidez do triângulo, como observado nos estudos de Neves (2014) e Machado (2016). Fato também identificado pelo estudante 8, em suas análises:

Estudante 8: *Nada aconteceu! Quando a estrutura era apenas um quadrado, ficava todo mole. Porém, quando colocado a diagonal fica bem firme, se jogar no chão não deforma, fica intacta. Então, o quadrado com a diagonal também é uma figura rígida, igual ao triângulo, porque tem dois triângulos.*

A análise realizada pelo estudante 8 descreve de forma minuciosa as potencialidades de um processo investigativo, mediado pelo uso de materiais manipuláveis, uma vez que é notável a construção autônoma e criativa do conhecimento matemático, neste caso a propriedade de rigidez do triângulo, corroborando com as ideias de Silva e Machado (2008), Jesus (2013), Conceição (2018) e Silva e Melo (2023). Observa-se, ainda, que há uma compreensão efetiva dessa propriedade, quando ele pontua que a estrutura quadrada com sua diagonal também é rígida, pois a partir de agora ela tem dois triângulos demarcados, conferindo rigidez à estrutura.

De modo a contribuir com os discursos dos colegas, o estudante 12 apresentou o resultado de suas observações com a construção de um pentágono, como pode ser observado na Figura 10.

FIGURA 10 – Estrutura de forma pentagonal



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Estudante 12: *Professor, fiz a figura usando cinco palitos, ficou toda mole, muda para várias formas, não fica como aquele de cinco lados que o senhor já falou.*

Professor 1: *O pentágono, estudante 12.*

Estudante 12: *Isso, não fica um pentágono certinho, ele continua tendo cinco lados, mas todo deformado.*

Face às discussões já suscitadas e ratificadas pela construção e observações do estudante 12, percebeu-se que a manipulação dos materiais foram fundamentais para que os estudantes pudessem compreender a propriedade de rigidez do triângulo. Tais constatações também foram

evidenciadas nos estudos de Jesus (2013) e Conceição (2018), que podem ser reforçadas e ampliadas a partir do diálogo que segue abaixo:

Estudante 12: *Professor? Então o triângulo é a única figura rígida, certo? A única que fica igual, não mexe de forma alguma, né?*

Professor 1: *Isso!*

Estudante 12: *Então é por isso que têm triângulo nas coisas, né? Humm... Por isso que a gente vai construir a ponte, né? Porque ela tem triângulos o que faz com que ela fique firme e não desabe quando os carros passam por ela.*

Professor 1: *Isso aí estudante 12, por isso iremos construir a ponte. Mais que isso, por isso iremos observar e estudar a importância dessa propriedade para as diversas construções. Por exemplo, alguém poderia me dizer onde mais essa propriedade é aplicada? Onde vocês conseguem perceber?*

Estudante 12: *No telhado, profis! Olha aqui no pátio, tem umas madeiras em formato de triângulo, deve ser para aguentar o peso do telhado, já que o triângulo é forte.*

Professor 1: *Isso mesmo, essa estrutura do telhado é chamada de tesoura e a função dela é exatamente suportar o peso do telhado, tendo como princípio a rigidez do triângulo.*

Nesse diálogo, a troca de informações e a investigação proposta ao estudante 12 contribuíram para a construção de um raciocínio entre os participantes, levando-os a compreender a propriedade de rigidez do triângulo, bem como perceber suas aplicabilidades no mundo real. Essa dinâmica de troca de informações, oral e coletiva, para a construção da propriedade de rigidez do triângulo ou outro conceito matemático, contribui para uma aprendizagem com os pares, compartilhando responsabilidades, em que um complementa a ideia do outro, descentralizando a responsabilidade de o professor apresentar conceitos e respostas.

Diante do exposto, é possível constatar que os estudantes compreenderam a propriedade de rigidez do triângulo, que esse é a única forma geométrica rígida e que quando submetida a qualquer experimento de força, não perde suas propriedades, diferente das demais formas planas (Dolce e Pompeo, 1997; Neves, 2014; Machado, 2016). Além disso, a partir da experimentação, observaram que as outras formas geométricas, quando tem suas diagonais traçadas, imprimindo triângulos nessas, tornam-se também rígidas, pois se apossam da propriedade de rigidez do triângulo.

Aplicabilidade da RT – o caso da ponte de palito de picolé

Nesta seção, são apresentadas as reflexões dos estudantes quanto à construção da ponte de palito de picolé e os testes de carga realizados, bem como a exposição durante a Feira de

Ciências e Matemática (FECIMA) da unidade escolar. As falas e diálogos dos estudantes, no decorrer da experiência, indicam que esses apropriaram-se da propriedade de rigidez do triângulo, ratificando a importância do trabalho exploratório e investigativo com materiais manipuláveis no ensino de matemática.

Cabe ressaltar que, quando solicitamos dos estudantes a construção de uma ponte, utilizando palito de picolé, esperávamos uma estrutura básica e que suportasse uma carga de no máximo 50 kg, conforme estimativa prevista no percurso metodológico e proposta de trabalho. Entretanto, a estrutura – ponte – apresentada pelos estudantes superou a estimativa prevista, bem como os resultados indicados por estudos anteriores (Souza e Rodrigues, 2008; Neves, 2014; Machado, 2016).

Ademais, observa-se domínio por parte dos estudantes quanto às discussões e estudos realizados a respeito das pontes e a propriedade de rigidez do triângulo. Como pode ser observado na reflexão do estudante 12:

Estudante 12: *Profis, o senhor viu como todo mundo ficou admirado com a nossa ponte na Feira? Que sensação boa, todo mundo achando que a ponte iria quebrar e provamos matematicamente e fisicamente que não, pois ela era formada por painéis triangulares, o que garantia a propriedade de rigidez do triângulo, já que o triângulo é a única figura rígida.*

A partir da observação suscitada pelo estudante 12, nota-se que o processo de construção da ponte por meio dos conceitos explorados em sala, transcenderam o contexto da matemática, influenciando na sua autoestima e desejo de provar que o projeto desenvolvido funciona, pois está alicerçado em teorias matemáticas e físicas. Diante disso, é possível inferir que, no processo de experimentação e manipulação, os estudantes têm a chance de refletir sobre suas construções e conjecturas, de modo a formalizar conceitos, uma vez que a aprendizagem se situa na experiência, como pontua Serrazina (1990).

No que tange aos teste de carga realizado, foram utilizados diferentes pesos: 10 kg, 20 kg, 50 kg, 80 kg e 100 kg. Na Figura 11, observa-se o teste com carga igual a 100 kg.

FIGURA 11 – Teste de carga de 100 kg.



De acordo com estudos anteriores (Souza e Rodrigues, 2008; Neves, 2014; Machado, 2016), uma ponte construída em condições semelhantes à do presente estudo suportaria cerca de cem vezes seu próprio peso. No entanto, conforme mostrado na Figura 11, a ponte de palitos construída pelos participantes suportou aproximadamente 244 vezes seu próprio peso (0,410 kg), superando significativamente as previsões anteriores. Essa resistência pode ser explicada por vários fatores: o uso de múltiplas camadas de palitos, que distribuíram melhor as tensões; a aplicação precisa de cola nos pontos de junção; e a escolha de uma treliça baseada em triângulos equiláteros com ângulos de medida de 60° , conhecidos por sua estabilidade. Além disso, a estrutura incorporou uma formação de triângulos equiláteros menores interligados dentro dos maiores, criando um sistema de mini triângulos que reforça ainda mais a resistência da ponte, ao distribuir as cargas de forma mais eficiente. Adicionalmente, a simetria da estrutura e o cuidado na montagem também contribuíram para o desempenho, evidenciando como decisões de design impactam diretamente na resistência e abrindo espaço para discussões sobre conceitos de engenharia e matemática aplicada em sala de aula.

Importante mencionar que o teste de carga foi realizado numa academia de ginástica da cidade, onde havia pessoas que ficaram impressionadas com a construção e com a carga suportada.

Transeunte: *Uma ponte de palito de picolé aguentou 100 kg, não é possível! Tá melhor que as pontes da cidade (risos). Seria bom a prefeitura contratar vocês para trocar as pontes da cidade.*

Estudante 5: *A estrutura suporta esse peso porque é feita com triângulos. O triângulo é a única figura rígida, aguenta bastante peso.*

O diálogo acima converge para o que Passos (2006, p. 78) pontua ser a função dos materiais manipuláveis: mediar a construção do conhecimento, facilitando a relação professor/aluno/conhecimento. Diante disso, observa-se, por parte dos estudantes, apropriação dos conceitos trabalhados, bem como o desenvolvimento da capacidade de construir uma justificativa para a observação do transeunte – fato possível a partir da experimentação (Lindquist, 1994; Lorenzato, 1995; Jesus, 2013).

Por conseguinte, os estudantes realizaram mais um teste, porém agora com 200 kg (ver Figura 12). Cabe salientar que não havia necessidade desse teste, pois as observações e análises já levantadas demonstravam apropriação dos conceitos explorados. Entretanto, os estudantes

decidiram realizá-lo com a intenção de conhecer os limites da estrutura construída, haja vista que objetivavam permitir que os visitantes da FECIMA subissem na ponte durante a exposição, como forma de impressionar os avaliadores.

FIGURA 12 – Teste de carga de 200 kg.



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Com esse teste, a estrutura foi danificada, algumas fissuras e estalos foram observados e, logo em seguida a estrutura se partiu. A partir disso, os estudantes chegaram a uma nova conclusão:

Estudante 9: *A ponte só quebrou quando a gente colocou 200 kg. Mas, isso só aconteceu por conta que a base se moveu e porque 4 e 12 colocaram os pesos todos desorganizados. Então, em condições ideais a ponte suportaria um peso bem maior, mas na feira de ciências a gente não pode correr esse risco, vamos colocar como limite 180 kg, por segurança nossa e de quem vai se voluntariar a subir na ponte.*

Esse momento evidencia o valor pedagógico do “fracasso” no experimento. A quebra da ponte não foi apenas um insucesso, mas uma oportunidade de aprendizagem, em que os estudantes analisaram causas reais da falha e refletiram sobre a organização e a distribuição das forças que afetam a resistência da estrutura — conceitos que envolvem princípios físicos e matemáticos da engenharia estrutural. Esse processo contribuiu não apenas para a consolidação do conhecimento explorado, mas também para a compreensão de que o aprendizado muitas vezes se dá a partir das dificuldades e da investigação dos próprios erros.

Diante da constatação, conclui-se que a proposta de ensino, baseada em atividades práticas/experimentais, com uso de materiais manipuláveis é didaticamente eficiente para a construção de conceitos matemáticos, visto que oferecem uma visão prática do que é estudado teoricamente (Silva e Machado, 2008; Silva e Melo; 2023). No que diz respeito à exposição e suas pretensões com a FECIMA, os estudantes haviam construído outra ponte (ver Figura 13), sob as mesmas condições e teste também foram realizados, exceto o de 200 kg.

FIGURA 13 – Teste durante a FECIMA.



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

As intenções dos estudantes foram concretizadas: possibilitar que os visitantes subissem na ponte. É válido ressaltar que os dois estudantes sobre a ponte pesavam, juntos, 106 kg, carga aceitável para a estrutura, conforme os testes realizados a priori. Ainda com relação à exposição, todos os visitantes se mostraram atentos e curiosos quanto à explicação física e matemática apresentada pelos estudantes para justificar a resistência da estrutura.

Diante disso, constata-se que a atividade experimental e investigativa, por meio de materiais manipuláveis, pode ser uma aliada imprescindível para a construção de conceitos matemáticos, tornando os estudantes sujeitos ativos no processo de aprendizagem. Mais que isso, tornando-os capazes de se apropriar de conceitos e de reconhecer seus domínios de aplicabilidade, sendo capazes de utilizá-los.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, buscamos apresentar e discutir as possíveis contribuições da utilização de materiais manipuláveis e atividades investigativas na construção de conceitos geométricos, em particular relacionado à propriedade de rigidez do triângulo. Podemos concluir que o objetivo proposto foi alcançado, visto que, no decorrer do desenvolvimento da proposta, com base na investigação e experimentação dos materiais, os estudantes compreenderam a propriedade rigidez do triângulo e conseguiram relacioná-la com diversas construções arquitetônicas, especialmente, com as pontes.

Além disso, consideramos que o momento destinado à construção e investigação dos polígonos revelou importantes lacunas conceituais: apesar de estarem cursando o 2º ano do Ensino Médio, os conhecimentos dos estudantes sobre o triângulo e suas propriedades eram limitados. Nota-se ainda que, durante a experimentação, os estudantes conseguiram transcender de uma visão simplista do triângulo – polígono de apenas três lados – para uma compreensão

mais ampla e completa, focando nas propriedades e características desse. Destaca-se também o entusiasmo e interesse demonstrado pelos estudantes do início até o final pela proposta.

Assim, ficou evidente que, ao longo do processo de construção da ponte, dos testes de carga realizados e da exposição na Feira de Ciências e Matemática da escola, os estudantes apropriaram-se da propriedade de rigidez do triângulo. Logo, pode-se concluir que o uso contextualizado do objeto matemático, mediado pelo uso de materiais manipuláveis e experimentação, contribuiu para que os estudantes se envolvessem ativamente no processo de ensino e aprendizagem sobre a propriedade de rigidez do triângulo.

Para professores interessados em replicar essa experiência, recomenda-se atenção ao tempo de execução, à organização dos materiais e à valorização dos erros como parte do processo de aprendizagem. Um desafio recorrente foi equilibrar a autonomia investigativa dos estudantes com a consolidação dos conceitos, o que foi superado por meio de mediações pontuais com base em questionamentos.

Como desdobramento futuro, sugere-se aplicar essa abordagem em diferentes etapas de ensino e compará-la com o uso de tecnologias digitais, como softwares de geometria dinâmica. Outras propriedades geométricas, como simetria, congruência e proporcionalidade, também podem ser exploradas com metodologias semelhantes, ampliando o repertório pedagógico e favorecendo práticas inovadoras no ensino de Matemática. Por fim, esperamos que este estudo seja um instrumento de incentivo para novas pesquisas sobre práticas pedagógicas inovadoras no ensino dos conteúdos matemáticos, bem como colabore com a reflexão e discussões acerca do uso de materiais manipuláveis em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F.; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, n. 27, Set -Dez, p. 94-108. 2004.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CARVALHO, M. A. S.; CARVALHO, A. M. F. T. O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. In: XIII Conferência Interamericana De Educação Matemática – CIEM, 2011, Pernambuco. *Anais...* Pernambuco: Recife, 2011.

- CONCEIÇÃO, J. S. *A construção do conceito de área nos anos iniciais do ensino fundamental: uma formação continuada*. 205f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus – BA, 2018.
- CONCEIÇÃO, J. S.; SANTOS, M. V. C.; OLIVEIRA, T. S. Números x Alfabeto: o professor e sua concepção de álgebra. *Destaques Acadêmicos*, v. 10, n. 4, p. 46-57, 2018.
- CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto* (2. ed.). Porto Alegre, RS: Artmed.
- CRUZ, K. R. A importância da geometria no processo ensino aprendizagem: uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática. *Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem*, v. 4, p. 108-116, 2022.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos da matemática elementar: geometria plana*, volume 9. ed. 7. São Paulo: Atual, 1997.
- FONDA, C. R. S.; SILVA, M. J. F. Um panorama das pesquisas a respeito de área de triângulos. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática*, São Paulo, v.8, n.1, pp. 37-53, 2019.
- FONSECA, J. A.; LEIVAS, J. C. P. Triângulos: uma experiência utilizando a teoria de Van Hiele. *e-Mosaicos – Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura*, Rio de Janeiro, v. 7, n. 14, 2018.
- GUERRA, E. D. M. Explorando aplicações de semelhança de triângulos: uma proposta a partir de aulas práticas. In: VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática – EPBEM, 2014, Paraíba. *Anais...* Paraíba: Campina Grande, 2014.
- JESUS, G. B. Os materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de matemática: algumas implicações no trabalho do professor. In: XV Encontro Baiano de Educação Matemática – EBEM, 2013, Bahia. *Anais...* Bahia: Teixeira de Freitas, 2013.
- LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? *A educação matemática em revista*. Blumenau, n. 4, p. 3-13, 1995. Edição especial.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.
- MACHADO, G. C. *O estudo dos triângulos através da observação de estruturas treliçadas e sua aplicação em competição de construção de pontes de espaguete*. 99 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes – RJ, 2016.
- MATOS, J. M.; SERRAZINA, M.L. *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

- NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6, 2004-2005.
- NEVES, E. M. *Rigidez dos triângulos*. 60f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. São Paulo – SP, 2014.
- PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.
- PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, N. G. Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. *Educação Matemática em Revista*, ano 9, n. 11A, p. 78-87, 2002.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte, Autêntica editora. (Coleção Tendências em Educação Matemática). 2009.
- RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56.
- ROQUE, T. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- SERRAZINA, M. L. Os materiais e o ensino da Matemática. *Revista Educação e Matemática*. Lisboa: APM, n. 13, 1990.
- SILVA, R. R.; MACHADO, P. F. L. Experimentação no ensino médio de química: a necessária busca da consciência ético-ambiental no uso e descarte de produtos químicos – um estudo de caso. *Ciência & Educação*. Bauru - SP, v. 14, n. 2, 2008, p. 233-249.
- SILVA, W. S.; MELO, S. S. Modelos didáticos no ensino de geometria: uma experiência no estágio-docência. *Revista Geometria Gráfica*, v. 7, n. 1, 2023.
- SOUZA, F. S. M.; RODRIGUES, R. B. *Sistemas estruturais de edificações e exemplos*. Relatório de Pesquisa. Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. Departamento de Estruturas – DES. Campinas – SP, 2008.
- TAVARES, J. N. Triângulo. *Revista de Ciência Elementar*, v. 1, n. 27, 2013.