

Estratégias e Aplicações Pedagógicas para Ensino de Números Complexos: uma Revisão Sistemática de Literatura

Thaís Elisa Abreu Pacheco¹

Instituto Federal do Espírito Santo; Instituto Federal Fluminense

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza²

Instituto Federal do Espírito Santo

RESUMO

O estudo de Números Complexos é pré-requisito para outros conteúdos dentro e fora da Matemática e, especialmente em disciplinas de Cursos Técnicos. Essa capilaridade faz elevar o grau de importância do ensino desse conteúdo e, por isso, importa conhecer como a comunidade científica da Educação Matemática vem relatando estratégias pedagógicas para ensino e aplicação, em especial, no âmbito técnico. Motivados por este contexto, buscamos em uma Revisão Sistemática de Literatura verificar e discutir quais estratégias para ensino de Números Complexos e apresentação ou indicação de aplicações vêm sendo implementadas em sala de aula em Cursos Técnicos. Dezenove trabalhos atenderam ao protocolo desenhado, e apresentaram os seguintes resultados: Quanto às estratégias de ensino, houve valorização da história, de metodologias ativas visuais e manipulativas, uso de tecnologias digitais e, de modo geral, não dissociação da forma geométrica da algébrica. Quanto às aplicações, os autores indicaram usos em eletricidade, termodinâmica, aerodinâmica e circuitos de correntes alternadas, por exemplo.

Palavras-chave: Números Complexos; aplicações; estratégias didático-pedagógicas; ensino de Matemática.

Pedagogical Strategies and Applications for Teaching Complex Numbers: a Systematic Literature Review

ABSTRACT

Studying Complex Numbers is a prerequisite for other content within and outside Mathematics, especially in Technical Course subjects. This capillarity increases the importance of teaching this content, and therefore, it is essential to know how the scientific community of Mathematics Education has been reporting pedagogical strategies for teaching and application, especially in the technical field. Motivated by this context, we sought a Systematic Literature Review to verify and discuss which strategies for teaching

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Professora no Instituto Federal Fluminense (IFFluminense), Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Souza Mota, 350, Parque Fundão, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil, CEP: 28060-010. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5898-2631>. E-mail: thais.abreu@iff.edu.br.

² Doutora em Educação Matemática (UNICAMP). Professora no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Vitória, Espírito Santo, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Vitória, 1729, Jucutuquara, Vitória, Espírito Santo, Brasil, CEP: 29040-780. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2038-813X>. E-mail: alicevfs@gmail.com.

Complex Numbers and presenting or indicating applications have been implemented in the classroom in Technical Courses. Nineteen works met the designed protocol and presented the following results: Regarding teaching strategies, there was an appreciation of history, active visual and manipulative methodologies, use of digital technologies, and, in general, non-dissociation of geometric form from algebraic form. As for applications, the authors indicated uses in electricity, thermodynamics, aerodynamics, and alternating current circuits, for example.

Keywords: Complex Numbers; applications; didactic-pedagogical Strategies; Mathematics Education.

Estrategias pedagógicas y aplicaciones para la enseñanza de números complejos: una revisión sistemática de la literatura

RESUMEN

El estudio de Números Complejos es un requisito previo para otros contenidos dentro y fuera de Matemáticas y, especialmente, en las materias del Curso Técnico. Esta capilaridad aumenta el nivel de importancia de la enseñanza de estos contenidos y, por ello, es importante conocer cómo la comunidad científica de la Educación Matemática viene reportando estrategias pedagógicas para su enseñanza y aplicación, especialmente en el campo técnico. Motivados por este contexto, buscamos en una Revisión Sistemática de la Literatura verificar y discutir qué estrategias para la enseñanza de Números Complejos y la presentación o indicación de aplicaciones han sido implementadas en el aula en los Cursos Técnicos. Diecinueve trabajos cumplieron con el protocolo diseñado, y presentaron los siguientes resultados: En cuanto a las estrategias de enseñanza, se valoró la historia, las metodologías visuales y manipulativas activas, el uso de tecnologías digitales y, en general, la no disociación de la forma geométrica de la forma algebraica. En cuanto a las aplicaciones, los autores indicaron usos en electricidad, termodinámica, aerodinámica y circuitos de corriente alterna, por ejemplo.

Palabras clave: Números Complejos; aplicaciones; estrategias didáctico-pedagógicas; enseñanza de Matemáticas.

CONTEXTO DE INVESTIGAÇÃO

A importância e a relevância do ensino de Números Complexos em Cursos Técnicos é alvo de questionamentos, críticas e preocupações por parte de estudantes e professores (*e.g.*, Chagas, 2013; Pereira, 2016; Portolan; Martins, 2019; Nunes, 2021), entre elas, a de que Números Complexos têm sido um obstáculo para que estudantes desses cursos compreendam ou, até mesmo, solucionem problemas na área técnica (Puhl; Lima; Müller, 2021), o que nos leva a um olhar mais atento para esse contexto em uma investigação.

Números Complexos são amplamente utilizados na Matemática (*e.g.*, raízes quadradas de números negativos), Física (*e.g.*, fluxo de fluidos para entendimento do comportamento aerodinâmico em automóveis e aeronaves; mecânica quântica), Engenharia (*e.g.*, circuitos elétricos), Química (*e.g.*, propriedades energéticas dos átomos e das moléculas), entre outras áreas.

Especificamente, na Física, Números Complexos são usados para representar grandezas físicas que possuem uma componente real e outra imaginária, a exemplo de fenômenos ondulatórios como ondas sonoras ou eletromagnéticas e oscilações mecânicas.

Na Eletricidade, Números Complexos são fundamentais para análise de circuitos de corrente alternada e sistemas trifásicos. Essas são algumas aplicações diretas de Complexos em Cursos Técnicos, cujas incompreensões ou compreensões rasas podem comprometer objetos específicos da área técnica.

Chagas (2013) investigou a concepção de professores de Matemática sobre a importância do ensino de Números Complexos no Ensino Médio e fatores que influenciam essa postura. Embora a maioria dos professores investigados considere esse conteúdo relevante, “a falta ou o desconhecimento de aplicações compreensíveis para os alunos do Ensino Médio [é] um dos principais fatores a serem considerados ao se julgar a relevância do ensino de Números Complexos”. Essa falta ou desconhecimento podem estar ligados a questões de ensino e, sobre isso, Rodrigues, Souza e Thiengo (2022) reiteram outros autores da Educação Matemática, a exemplo de Souza e Powell (2021), que versam sobre estratégias de ensino de professores e autores de livros didáticos impactando significativamente na aprendizagem dos estudantes.

Motivados por este contexto de investigação, objetivamos verificar e discutir por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), quais estratégias para ensino de Números Complexos vêm sendo implementadas por professores, e que apresentação ou indicação de aplicações pedagógicas vêm sendo implementadas por eles em sala de aula de Cursos Técnicos, nas vozes da comunidade científica.

BREVE PERCURSO TEÓRICO DOS NÚMEROS COMPLEXOS E LITERATURA RELEVANTE

Esta seção apresenta brevemente aspectos históricos da emergência dos Números Complexos e particularidades a serem consideradas quando desse ensino sob o prisma da comunidade de educadores matemáticos e pesquisadores da Educação Matemática, destacando a importância de uma compreensão aprofundada deste conceito matemático e suas implicações para aprendizagem e aplicações de alunos.

Chagas (2013) ensina que, historicamente, o estudo dos Números Complexos se entrelaça com a evolução do conceito de número e do desenvolvimento da matemática. Embora muitos o concebiam singularmente como soluções para equações quadráticas, sua descoberta foi motivada pela resolução de equações cúbicas. Desde a antiguidade, equações cúbicas intrigaram matemáticos gregos e árabes, como Omar Khayyam, que abordavam essas equações geometricamente. No Renascimento, métodos algébricos gerais foram sendo desenvolvidos para resolver equações cúbicas, com destaque para os

matemáticos Tartaglia e Cardano.

A história contada por Chagas (2013) inclui Bombelli e Euler como pioneiros em operar com Números Complexos, mesmo considerando-os “sofísticos”³ (Milies, 1994). A representação geométrica dos Números Complexos foi proposta por Wallis e desenvolvida por Wessel e Argand, culminando na aceitação generalizada de Gauss (Júnior, 2009). Hamilton, insatisfeito com a pouca clareza na utilização dos números imaginários, estruturou-os algebricamente, proporcionando uma visão mais ampla e moderna para o conceito de número (Neves, 2008).

A interpretação algébrica dos Complexos vista na história, a princípio, de modo singularmente geométrico tem repercussões atuais no ensino, se tratado de modo estratificado, ou seja, sem estabelecimento de conexões nas interpretações álgebra-geometria, podendo se constituir em desafios para docentes: construção conceitual ampla e interligada nas duas dimensões. (Severo; Medeiros; Pessoa, 2023). A representação gráfica dos Números Complexos no plano de Argand é um meio poderoso de concebê-los, mas alunos apresentaram dificuldades em relacioná-los com as operações algébricas e as propriedades dos Números Complexos (Carneiro, 2004).

Além disso, a carência de familiaridade dos alunos com Números Complexos em situações práticas, em âmbito acadêmico, técnico ou científico, pode limitar seus usos como objeto para solução de problemas do mundo real que podem ser modelados e resolvidos com eles. Logo, é indicado que alunos vivam experiências com fenômenos que tenham Números Complexos como parte de solução de problemas (Corso; Dorneles, 2010) e que as entendam por interpretações diversificadas e conectadas.

Essas experiências podem (e devem) ser estimuladas quando do ensino e, portanto, passa pela ação de professores - eis um ponto crítico a ponderar. Muitos professores podem não dominar ou ter uma compreensão rasa dos conceitos e aplicações dos Números Complexos, o que pode levar a compreensões superficiais (Chagas, 2013). Ao contrário, um ensino pautado em práticas não polarizadas (álgebra-geometria), investigativas e interdisciplinares pode promover uma abordagem problematizadora da matemática na Educação Básica (Magalhães; Darsie, 2022). É recomendado, portanto,

³No contexto da frase, “sofísticos” refere-se à ideia de que os Números Complexos eram vistos como artificiais, enganosos ou não genuínos pelos matemáticos da época. A palavra “sofísticos” deriva de “sofisma”, que é um argumento aparentemente válido, mas que na realidade é falacioso ou enganador.

que os alunos construam conhecimento por meio da experimentação e da produção de significados, desafiando atuações meramente informativas e conformistas (Freire, 1970). Ao adotarem essa perspectiva, os estudantes podem desenvolver uma visão mais positiva e motivadora da matemática (Boaler, 2017), em contraste com um ensino impessoal, unicamente procedimental e desconsiderado de suas individualidades.

A matemática problematizada (Giraldo, 2018) não tende a enfraquecer a aprendizagem do conteúdo, mas, pelo oposto, pode oferecer compreensão mais profunda e diversificada da disciplina, privilegiando o aspecto humano e afetivo da aprendizagem (Knopp; Araújo; Gonçalves; Pimentel; Alves, 2022). Nesse sentido, o ensino de Números Complexos tem como desafios a quebra de polarizações álgebra-geometria, a diversificação de aplicações, a problematização como estratégia, entre outros, cujas superações tenham reflexos sobre a compreensão de estudantes (Puhl; Müller; Lahm; Viali, 2023).

A preocupação com o ensino de Complexos ganha relevo quando, por vezes, alunos considerem que o surgimento dos Números Complexos é uma extensão dos números reais, se prestando unicamente à solução de equações quadráticas anteriormente sem solução (Oliveira, 2015). Mas, o que há nos Números Complexos além dos usos para soluções fora do conjunto dos reais? Como eles vêm sendo ensinado? Quais estratégias pedagógicas têm sido utilizadas? Que aplicações pedagógicas podem auxiliar na construção do conceito de Complexos? Muito mais do que a necessidade de aplicação, a carência de compreensão de conteúdos escolares, de modo geral, pode influenciar em opções de carreiras profissionais ou ter influência negativa em questões ligadas à justiça e equidade sociais, como afirma Powell em relação às frações (Powell, 2018), mas que se ajustam para o contexto dos Complexos no âmbito de Cursos Técnicos.

Nesse sentido, autores como Moura (2010) e Kuenzer (2013) enfatizam que a Educação Profissional e Tecnológica, por sua natureza integrada, exige que o ensino de conteúdos matemáticos, como os Números Complexos, esteja articulado a situações reais de trabalho e a projetos técnico-científicos que mobilizem os saberes escolares em contextos práticos. Perrenoud (2000) e Ramos (2011) reforçam que estratégias didáticas ativas, contextualizadas e interdisciplinares, voltadas para o desenvolvimento de competências, são fundamentais para que os estudantes de cursos técnicos consigam compreender e aplicar conceitos complexos em problemas concretos da sua futura área de atuação.

Assim, ao considerar o ensino dos Números Complexos em cursos técnicos, é indispensável articular a dimensão histórica, algébrica e geométrica a situações profissionais típicas — como análise de circuitos em corrente alternada, estudos de fenômenos ondulatórios, projetos de sistemas elétricos e automação — conforme propõem Ramos (2011), Frigotto, Ciavatta e Ramos (2005), alinhando o ensino da Matemática aos princípios da formação integrada e da politécnica.

METODOLOGIA

Uma Revisão Sistemática envolve um processo organizado e transparente, que inclui a definição de critérios, a busca exaustiva de estudos relevantes, a avaliação crítica da qualidade dos estudos selecionados e a síntese dos resultados que permitam compreender lacunas de um campo de estudo, identificando necessidades de conhecimento e orientando futuras pesquisas (Triviños, 1987). Trata-se de uma metodologia de pesquisa que coleta, interpreta e sintetiza estudos relevantes sobre uma questão específica, com objetivo de oferecer uma visão abrangente sobre o tema investigado por meio da literatura científica existente.

Esta RSL, de natureza descritiva e qualitativa (Triviños, 1987), está voltada para uma agenda acadêmico-científica preocupada com estratégias e aplicações pedagógicas de Números Complexos em Cursos Técnicos conforme apresentado pelos autores das seções anteriores. Nossa ideia é trazer ao primeiro plano como esse conteúdo curricular vem sendo ensinado por professores e aplicações pedagógicas foram eleitas em Cursos Técnicos, cujo protocolo é apresentado a seguir.

Cada um dos dois objetivos revisionais - (1) estratégias de ensino de Complexos e (2) aplicações pedagógicas - possui descritores próprios nas línguas inglesa e portuguesa, critérios de inclusão e exclusão de trabalhos emersos de portais com ampla produção científica na área da Educação e Ensino no Brasil e no exterior, com início em 2008, em função do surgimento dos Institutos Federais no Brasil, a 2023. A opção pela inclusão de descritores na língua inglesa se deve ao fato de querermos conhecer o ensino, estratégias e aplicações pedagógicas de Complexos fora do Brasil, a exemplo de Institutos Politécnicos e similares.

A revisão foi levada a efeito por meio de dissertações de mestrado, teses de doutorado e artigos científicos revisados por pares e de livre acesso. As dissertações e teses foram emersas da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), do Catálogo de Teses e Dissertações (Capes T&D). Os artigos vieram do Directory of Open

Access Journal (Doaj), Educational Resources Information Center (Eric), Scientific Electronic Library Online (SciELO), Scopus (Elsevier) e Web of Science. A consulta às bases ocorreu em maio de 2024 com operador booleano AND para formação das *strings* para cada objetivo desta revisão, conforme QUADRO 1.

QUADRO 1 – Objetivos e respectivos *strings*

Objetivos	<i>Strings</i>
O1: Verificar quais estratégias professores vêm exercendo para ensino de Números Complexos no âmbito de cursos técnicos.	math AND “complex numbers” AND (education OR teaching OR teacher) “Números Complexos” AND (“ensino de matemática” OR “professor de matemática”)
O2: Verificar apresentação ou indicações de aplicações pedagógicas eleitas por professores em Cursos Técnicos.	math AND “complex numbers” AND (application OR “technical courses”) matemática AND “Números Complexos” AND (aplicações OR “cursos técnicos”)

Fonte: Elaboração pelos autores.

A planilha BUSCAD (Mansur; Altoé, 2021) foi utilizada para selecionar e organizar os trabalhos na maioria das bases, exceto na Scopus e na Web of Science que foram manuais. Para a Scopus foram selecionados os filtros: acesso livre, matemática e artigos em estágio final. Para a Web of Science utilizamos: acesso livre, matemática e artigos.

Após exclusão de repetições, obtivemos 220 trabalhos, que seguiram para checagem dos seguintes critérios de inclusão para o primeiro objetivo (O1): Trabalhos que versassem sobre estratégias de ensino de Números Complexos por professores; Trabalhos completos (dissertações, teses e artigos) e de livre acesso. E para o segundo objetivo (O2): Trabalhos que apresentassem ou indicassem aplicações para ensino de Números Complexos.

Dos 220 trabalhos, 27 atenderam aos critérios estabelecidos no protocolo e seguiram para a avaliação por pares, realizada por dois professores de Matemática e pesquisadores da Educação Matemática, convidados a responder ao questionamento ligado ao primeiro objetivo - O trabalho versou sobre estratégias de ensino de Números Complexos por professores? - e um questionamento relativo ao segundo objetivo revisional - O trabalho apresentou ou indicassem aplicações pedagógicas para ensino de

Números Complexos? Os revisores deveriam realizar seus pareceres a partir da leitura do título, palavras-chave e resumo. Cada parecer recebeu dos avaliadores uma pontuação de 0 a 5, cuja média aritmética simples igual ou superior a 3 determinou a sintonia do trabalho com o objetivo desta revisão. Essa etapa do protocolo resultou em 19 dos 27 trabalhos que são resumidos no QUADRO 2 em objetivo, tipo (dissertação, tese, artigo científico), ano, autores, base e título.

QUADRO 2 – Objetivo, tipo(ano), autores, base e título dos 19 trabalhos

Objetivo	Tipo (Ano)	Autores	Base	Título
O1	Artigo (2023)	Ribeiro, L. C.; Pereira, A. L. S.	DOAJ	Mobile Learning e Metodologias Ativas no Ensino de Números Complexos na Educação Profissional e Tecnológica
O1	Artigo (2018)	Prieto, B. E.; Garzón, N. G.; López, A. A.	Scielo	Mathematical software tools for teaching of complex numbers
O1	Dissertação (2018)	Cruz Filho, R. A.	BDTD	Números complexos para professores de matemática da educação básica que atuam no Ensino Médio
O1	Dissertação (2017)	Portolan, J.	BDTD	A importância do ensino de Números Complexos no Ensino Médio, na visão dos professores de Matemática, em alguns municípios da região Oeste do Paraná
O1	Dissertação (2016)	Cabanillas, S. A. C.	BDTD	Introdução ao estudo dos Números Complexos e sua aplicação nos circuitos elétricos
O1	Dissertação (2015)	Bernardi, A. A.	BDTD	GeoPlexo: Um Material Manipulável para o Ensino dos Números Complexos
O1	Dissertação (2014)	Moraes, E. F.	CAPES T & D	Aprendendo Números Complexos com o uso do Geogebra
O1 e O2	Dissertação (2014)	Eli, J.	BDTD/ CAPES T & D	Números Complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica

O1	Dissertação (2013)	Gomes, M. R.	BDTD	Explorando o tratamento matricial para uma introdução ao Números Complexos
O1	Dissertação (2013)	Caldeira, C. R. C.	BDTD	Números Complexos: uma proposta geométrica
O1	Dissertação (2012)	Monzon, L. W.	BDTD	Números Complexos e funções de variável complexa no Ensino Médio - uma proposta didática com uso de objeto de aprendizagem
O2	Dissertação (2018)	Moreira, A. A.	BDTD	Motivação para o ensino e aprendizagem dos Números Complexos: uma abordagem com aplicações
O2	Dissertação (2018)	Oliveira, W. G. A.	BDTD	Estudo e Aplicações dos Números Complexos: O uso dos Números Complexos na Análise de Circuitos Elétricos
O2	Artigo (2017)	Beltrão, I. S. L.; Vitor, C. B.; Barbosa, I. S.	DOAJ	Software Geogebra: uma ferramenta na prática docente para o ensino dos Números Complexos no Ensino Médio
O2	Dissertação (2015)	Brum, M. L. S.	BDTD	A distribuição do ensino dos Números Complexos nas séries do Ensino Médio: uma proposta na contramão do ensino tradicional
O2	Dissertação (2015)	Deus, J. C. V.	BDTD	Números Complexos: aspectos teóricos, geométricos e computacionais
O2	Dissertação (2014)	Santos, J. C. A.	BDTD	Números Complexos aplicados à Geometria
O2	Dissertação (2013)	Caon, F.	BDTD	Números Complexos: inter- relação entre conteúdos e aplicações
O2	Dissertação (2013)	Dias, M. A.	BDTD	Representação geométrica dos Números Complexos: aplicações e possibilidades didáticas

Fonte: Elaboração pelos autores.

Após essa triagem, os trabalhos seguiram para leitura integral dos textos. Os resultados e discussão foram realizados à luz dos objetivos e dos autores apresentados nas

seções anteriores, cujas argumentações inauguram a próxima seção.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, apresentamos e discutimos os resultados obtidos com base nas abordagens teóricas e metodológicas constantes das seções anteriores. Os resultados foram estratificados em duas subseções à luz dos objetivos revisionais.

Relativo ao Objetivo 1 – Das estratégias pedagógicas

Os 11 trabalhos relativos ao primeiro objetivo - quais estratégias pedagógicas professores vêm exercendo para ensino de Números Complexos no âmbito de cursos técnicos - apresentaram diversas estratégias, recursos e metodologias para tornar esse ensino conceitualmente compreensível para os alunos, a iniciar por Portolan (2017).

Portolan (2017) destacou a importância cultural e científica dos Números Complexos, defendendo sua inclusão no currículo escolar para preparar os alunos para desafios futuros. Ele sugeriu que as estratégias pedagógicas no Ensino Médio devem ser contextualizadas pela resolução de equações polinomiais, utilizando representações visuais e integrando a história e as aplicações práticas desses números. Portolan enfatizou a necessidade de ajustar o planejamento escolar e as metodologias de ensino, reconhecendo a flexibilidade curricular e a interdisciplinaridade como essenciais. O desenvolvimento histórico dos Números Complexos incluído nos currículos foi valorizado por Portolan. Não houve preferência por uma abordagem geométrica ou algébrica, deixando a entender que ambas eram necessárias para preparar os alunos para uma compreensão aprofundada.

Ribeiro e Pereira (2023) destacaram a importância de metodologias ativas e *mobile learning*, sugerindo que a integração de teoria e prática é essencial para promover uma formação integral. Moraes (2014), por sua vez, propôs uma conduta que combina fundamentos teóricos com uso de recursos tecnológicos, como o software GeoGebra, para facilitar o ensino de Complexos de maneira visual e interativa. Ele destaca que a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento torna a Matemática mais natural e agradável. Para Moraes, o uso do GeoGebra ajuda a visualizar operações complexas, por exemplo, transformações geométricas e manipulações algébricas, sendo um recurso valioso para educadores e estudantes interessados em métodos inovadores de ensino, pois facilita a compreensão de conceitos abstratos através de representações

visuais interativas.

As atividades desenvolvidas por Moraes (2014) estimularam o pensamento geométrico e algébrico, indicando que a combinação dessas abordagens torna o ensino menos mecanizado e promove compreensão dos conteúdos. Tais atividades eram especificamente sobre a utilização do software GeoGebra para explorar e compreender conceitos, operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como a representação gráfica no plano complexo. Isso foi defendido por Bernardi (2015) que ainda sugeriu a perspectiva geométrica como altamente eficaz quando combinada com a algébrica, ao desenvolver o GeoPlexo (Figura 1), um material manipulável que facilitou a compreensão dos Números Complexos por meio de manipulações físicas, combinando propriedades geométricas e algébricas.

Figura 1- GeoPlexo completo



Fonte: Bernardi (2015, p. 55)

O GeoPlexo se resume em um conjunto de materiais que permitiu aos alunos visualizarem geometricamente operações com Complexos, como potenciação e radiciação. O GeoPlexo é composto por várias peças, incluindo bases, transferidores, réguas e hastes, que podem ser montadas e manipuladas para representar visualmente as propriedades e operações desses números. Esse recurso didático facilitou a compreensão desses conceitos abstratos ao favorecer interação dos alunos com as representações matemáticas, promovendo uma aprendizagem mais intuitiva (Bernardi, 2015).

Eli (2014), por outro lado, propôs uma sequência de atividades apoiadas na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). A pesquisa mostrou que atividades práticas e contextuais podem despertar o interesse dos alunos e promover apreensão gradual

dos novos conceitos. Nesse tema, Cruz Filho (2018) discutiu a importância de uma abordagem específica para o Ensino Médio, sugerindo que a abordagem geométrica pode ser mais conceitualmente valorosa, adaptando-se ao contexto e se harmonizando com aspectos manipulativos e aplicativos. Do mesmo modo, Gomes (2013) defendeu o uso de softwares de Geometria Dinâmica, como o GeoGebra, para introduzir noções visuais de Números Complexos, reforçando conceitos anteriores e promovendo a criação de conjecturas. Gomes (2013) ainda ressaltou o lado geométrico pode melhorar a compreensão desse conteúdo, frequentemente visto como estranho e inútil, aproveitando os conhecimentos prévios dos alunos e reforçando conceitos como matrizes.

Na mesma seara da tecnologia digital, Cabanillas (2016) e Prieto, Garzón e López (2018) destacaram o potencial dos softwares como o GeoGebra e o Matlab para ilustrar conceitos matemáticos complexos de forma visual e interativa, usando representações gráficas dinâmicas, estimulando o pensamento geométrico e a experimentação por parte dos alunos. Cabanillas (2016) também discutiu o uso do GeoGebra para ensinar Números Complexos, destacando a importância de uma introdução aos comandos básicos do software para facilitar o desenvolvimento das atividades. Esse autor defendeu que o uso de tecnologias e a incorporação da história dos Complexos são vistos como formas de aumentar a receptividade dos alunos e ilustrar conceitos de forma visual. Nessa esteira, Prieto, Garzón, López (2018) compararam meios gráficos como Matlab e GeoGebra para o ensino desses números e consideraram que, embora cada meio tenha suas vantagens e que a escolha apropriada dependa do contexto do ensino, ambas - geométrica e algébrica - podem ser úteis.

Já a pesquisa de Monzon (2012) se concentrou no desenvolvimento e análise de um material didático para facilitar o ensino e a aprendizagem dos Números Complexos, com o objetivo de beneficiar professores e alunos, explorando diferentes representações desses números. Embasada em teorias de construção do conhecimento, especialmente na perspectiva vigotskiana, o estudo resultou em um recurso de aprendizagem que promoveu a autonomia dos alunos. Por meio da metodologia da Engenharia Didática, a proposta foi estruturada e avaliada, permitindo validar o material didático por meio de comparações entre análises prévias e posteriores. A contextualização histórica dos Complexos presente nas propostas de Monzon (2012) e Eli (2014) ajudou os alunos a compreenderem a evolução contínua da matemática, enquanto a interpretação geométrica do número imaginário facilitou a compreensão de conceitos algébricos e geométricos.

Cruz Filho (2018) ressaltou a importância de adaptar o ensino conforme o contexto escolar e as necessidades dos alunos, enquanto Caldeira (2013) propôs uma sequência didática que priorize a integração de diferentes formas de representação dos Números Complexos, visando a uma compreensão mais profunda e ampla do tema. Caldeira (2013) propôs construção do conceito de Complexos pela geometria para, então, passar para o lado algébrico. Cruz Filho (2018), por sua vez, optou pela resolução de problemas, sem especificar preferências geométricas ou algébricas.

Apesar das diferentes opções de ensino e estratégias pedagógicas apresentadas pelos autores nesta seção, há um consenso sobre a importância de tornar o ensino dos Complexos menos mecanizado e mais contextualizado para os alunos. A utilização de recursos tecnológicos, o enfoque na manipulação física e a integração de diferentes formas de representação são estratégias comuns entre os autores para o ensino.

Os autores dos 11 trabalhos parecem estar, de certo modo, em sintonia com os autores da literatura relevante. Embora não explicitassem, houve valorização da história e da preocupação com um ensino conceitual, refutando-se, portanto, desenvolvimentos mecanizados ou singularmente procedimentais. Com exceção a um dos 11 trabalhos, os autores se preocuparam com aproximação de aspectos geométricos aos algébricos, principalmente por estratégias visuais e de integração entre os alunos. Autores como Portolan (2017), Ribeiro e Pereira (2023), Moraes (2014), Bernardi (2015), Eli (2014), Gomes (2013), Cabanillas (2016), Prieto, Garzón e López (2018) e Cruz Filho (2018) ofereceram propostas específicas de atividades, materiais e abordagens pedagógicas para facilitar o ensino dos Complexos, enfatizando a importância de tornar o aprendizado mais concreto, visual e contextualizado. Especificamente, Monzon (2012) destacou o desenvolvimento de materiais didáticos que explorassem diferentes representações dos Números Complexos, buscando promover a autonomia dos alunos e favorecendo compreensão mais ampla e profunda do tema.

Em resumo, os autores dos 11 trabalhos concordaram sobre a importância de tornar o ensino dos Números Complexos apreendido de tal forma que alunos possam aplicá-los em contextos diversos. Destacaram, ainda, a necessidade de práticas pedagógicas inovadoras e inclusivas que integrem diferentes formas de representação e promovam a participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento, estando em sintonia com as recomendações dos autores constantes da Literatura Relevante.

Assim, ao analisar transversalmente esses 11 trabalhos, observa-se que as

estratégias, metodologias e recursos didáticos propostos convergem para um objetivo comum: superar práticas mecanizadas e meramente procedimentais, aproximando o ensino dos Números Complexos da realidade dos alunos por meio de abordagens mais visuais, interativas e contextualizadas. A diversidade de propostas indica que os professores pesquisadores buscam combinar o potencial das tecnologias digitais, a manipulação de materiais concretos e a integração de representações geométricas e algébricas, fortalecendo a aprendizagem. Essas estratégias podem ser adaptadas ao contexto técnico por meio da vinculação a situações práticas reais, como a análise de circuitos elétricos em corrente alternada, o balanceamento de sistemas trifásicos, o uso de softwares de simulação e modelagem, projetos integradores em oficinas e laboratórios e estudos de fenômenos físicos aplicados à indústria. Dessa forma, conectam teoria e prática, tornando os conteúdos mais contextualizados para a formação profissional dos estudantes. Constata-se, portanto, que tais estratégias podem contribuir para um ensino técnico mais conectado às demandas contemporâneas, estimulando o pensamento crítico e a autonomia intelectual dos estudantes.

Relativo ao Objetivo 2 – Das aplicações pedagógicas

Das aplicações relatadas nos nove trabalhos relacionados ao segundo objetivo – verificar apresentação ou indicações de aplicações pedagógicas eleitas por professores -, cinco se referiram a aplicações exclusivamente na área de Matemática (Brum, 2015; Santos, 2014; Deus, 2015; Dias, 2013; Beltrão; Vitor; Barbosa, 2017), um a Circuitos Elétricos (Oliveira, 2018) e três versaram sobre a potencialidade de aplicação em diversos campos científicos e profissionais: Engenharia Elétrica, Telecomunicações, Física (Moreira, 2018), fenômenos ondulatórios, análise de circuitos (Caon, 2013), eletricidade, termodinâmica, aerodinâmica e geometria (Eli, 2014). Embora esses autores tenham enunciado aplicações, em sua maioria não as descreveram detalhadamente nem exemplificaram como poderiam ser trabalhadas em atividades práticas específicas no Ensino Técnico. Além disso, esses trabalhos não se concentraram no contexto de Cursos Técnicos, mas no de Ensino Médio. Mesmo assim, optamos por abrigá-los ao segundo objetivo, pois muitos Cursos Técnicos são integrados ao Médio. Ademais, ainda que fossem em nível médio, aplicações em disciplinas correlatas poderiam ocorrer, como em Física.

Sobre as aplicações dos Complexos, Oliveira (2018) acredita que elas possam

produzir significados importantes para o aprendizado, para além de meros procedimentos matemáticos. Ele mencionou como demonstrações de identidades trigonométricas, resolução de problemas de geometria e estudos de circuitos elétricos podem ser potenciais para os fins de aplicações técnicas. No contexto do Ensino Técnico, essas aplicações podem ser articuladas em práticas como medição de potência em circuitos trifásicos, cálculo de impedâncias em sistemas industriais e análise de ressonância em componentes elétricos e eletrônicos. Isso porque, muitas vezes, o conteúdo de Números Complexos é apresentado de modo desconectado de outras áreas do conhecimento e sem aplicação prática, ficando o conhecimento matemático restrito a definições, exemplos e exercícios baseados em modelos (Oliveira, 2018).

As aplicações, segundo Brum (2015), podem trazer associações e compreensões dos Números Complexos e, portanto, devem orientar planejamentos de aulas dos professores para construção desse conhecimento. Mais do que isso, Brum (2015) sugeriu utilização da história da matemática como meio de contextualização, utilização de definições geométricas e atividades que busquem soluções. Por exemplo, esse autor propôs uma associação entre os Complexos e a Trigonometria, durante a demonstração de fórmulas trigonométricas fundamentais, incluindo a de De Moivre. Para o Ensino Técnico, tais abordagens podem ser expandidas em módulos de Eletrotécnica e Eletrônica, explorando fasores, diagramas vetoriais e o balanceamento de cargas em sistemas de energia. A proposta de Brum consistiu em distribuir o estudo dos Números Complexos ao longo dos três anos escolares do Ensino Médio, visando a proporcionar aos estudantes tempo hábil para amadurecimento e desenvolvimento gradual do conhecimento sobre o assunto, além de seu reconhecimento como potencial elucidação de problemas dentro e fora da Matemática.

Entrevistas realizadas com professores da Educação Básica que ensinaram Números Complexos no Ensino Médio (Santos, 2014) revelaram que muitos abordavam esse tema de maneira limitada, sem explorar conceitos e aplicações práticas. Acreditamos que tal limitação possa ser explicada pelo que Chagas (2013) ressaltou na seção dois: compreensões superficiais de Complexos podem implicar em crenças sobre sua inutilidade para o mundo técnicos, acadêmico ou profissional. Diante disso, procedem recomendações de que os professores filtrem e reflitam sobre materiais didáticos, buscando alternativas que facilitem a aprendizagem conceitual e prática. Além disso, Santos (2014) propôs uma aplicação de Complexos na geometria, visando a evitar

difficultades para os alunos e mostrar possibilidades de trabalho com esse conceito de forma prática. No âmbito técnico, isso poderia incluir projetos de simulação de ondas eletromagnéticas em Telecomunicações, ou análise de rotações em motores e transformadores usando diagramas de Argand.

Mudanças no *modus vivendi* profissional, no entanto, não são triviais, como afirmou Moreira (2018) e como defenderam os autores revisados. Moreira (2018), por exemplo, investigou algumas dessas tentativas de renovação do ensino e identificou dificuldades, levando-o a propor ensino baseado em história, aplicações e fractais, ao lado de recursos digitais para explorar conceitos matemáticos de forma mais interativa. Na busca por instrumentos que reforçassem conceitos e estimulassem reflexões, esse autor introduziu e manipulou os fractais do Conjunto de Mandelbrot e de Julia como um projeto para aplicação dos Complexos. Em cursos técnicos, fractais e transformações complexas podem ser explorados em disciplinas de Design Gráfico, Impressão Digital e Programação Visual, articulando Matemática e Tecnologia. A incorporação de tecnologia mostrou-se crucial para aprimorar a dinâmica educacional, estimulando o pensamento crítico e incentivando os alunos para busca de soluções de modo mais participativo (Beltrão; Vitor; Barbosa, 2017).

Deus (2015) reforçou a ideia da incorporação de tecnologias digitais dizendo que os recursos computacionais desempenham papel alternativo para construção do conhecimento matemático por seu apelo visual nesse processo. O Geogebra, por exemplo, marcou o trabalho de Beltrão, Vitor e Barbosa (2017), facultando aos estudantes maior envolvimento e desenvolvimento nas aplicações matemáticas, já que o dinamismo do software foi imprescindível na visualização de diversas representações de trocas de coordenadas nas resoluções dos problemas de Geometria propostos pelos autores. Para o Ensino Técnico, o uso de softwares de simulação e modelagem pode ser uma ferramenta importante em oficinas de Eletrônica, Mecânica e Automação. Os resultados desse trabalho apontaram para contínua utilização de softwares para ensinar conteúdos integrados às aplicações.

Caon (2013), por seu turno, destacou importantes conexões dos Números Complexos com outros temas matemáticos - Geometria (movimentos no plano, translação, dilatação ou contração, rotação em relação à origem, reflexão em torno de uma reta pela origem, paralelismo e perpendicularismo no plano complexo, condição de alinhamento de três pontos, mediatriz no plano complexo) e Equações Algébricas

(teorema fundamental da álgebra, teorema da decomposição, equações binomiais e trinomiais) - e não matemáticos: Física (grandezas vetoriais, reflexão em espelhos planos), Engenharia Elétrica (Geração de Energia Elétrica e Circuitos de Corrente Alternada), Aerodinâmica, Fractais e Arte. Mesmo diante de vasta capilaridade na resolução de problemas, Caon (2013), ao lado de outros autores revisados, identificou carência de sugestão de aplicações práticas em livros didáticos do Ensino Médio. Pelo contrário, houve excesso de manipulações procedimentais que podem ser nocivas para a motivação e ampliação da visão sobre o tema. Por outro lado, Caon (2013) ressaltou que exploração de aspectos históricos, algébricos e geométricos, associados às aplicações, podem enriquecer o ensino.

Dias (2013) incentivou uma reflexão sobre vantagens de algum paralelismo do ensino de Geometria e Números Complexos. Para ele, há conexões entre Sistemas de Coordenadas, Vetores e Complexos, e suas relações com Geometria Plana e Trigonometria. Ele discorreu sobre os Números Complexos como pares ordenados e utilizou representações geométricas para construção de conexões com os sistemas de coordenadas e vetores, além de contar com a notação polar e a notação de Euler para ajudar nas operações com Complexos. Essas conexões são pertinentes a cursos técnicos de Edificações, Mecânica e Estruturas, em atividades de desenho técnico, cálculos vetoriais e análises de esforços.

Eli (2014) se preocupou em despertar o interesse dos alunos do Ensino Médio, relacionando os Complexos com fenômenos da vida real: (1) eletricidade, na qual os Complexos são usados na análise de circuitos de correntes alternadas; (2) termodinâmica, quando são utilizados em equações de estado cúbico, como nas equações de Van der Waals, podendo ter raízes complexas; (3) na aerodinâmica, com a transformação de Joukowski, usada no funcionamento dos aerofólios dos aviões; e (4) na Geometria do Ensino Básico, com aplicações em rotações e translações de figuras geométricas. Essas conexões com fenômenos reais ajudaram a contextualizar o aprendizado de Números Complexos, como o autor objetivou. No ensino técnico, tais fenômenos podem ser estudados em disciplinas como Manutenção Aeronáutica, Climatização e Engenharia Mecânica, fortalecendo a relação entre Matemática e aplicações de campo.

Em suma, os autores que atenderam ao segundo objetivo desta revisão trataram diversas perspectivas sobre o ensino e aplicação dos Números Complexos. Brum (2015) e Oliveira (2018) propuseram uma abordagem menos centrada na álgebra e mais

contextualizada, buscando integrar o ensino dos Números Complexos ao longo dos anos letivos do Ensino Médio. Essa providência proporcionou aos alunos uma compreensão mais ampla e aplicada do conteúdo, destacando suas aplicações em áreas como Matemática, Física e Engenharia. Caon (2013) e Dias (2013) destacaram diversas aplicações dos Números Complexos em áreas como Geometria, Física, Engenharia e até mesmo em Arte, enfatizando a importância da interdisciplinaridade no ensino, proporcionando aos alunos uma compreensão mais abrangente e prática do conteúdo.

Esses relatos vieram acompanhados de preocupações e críticas em relação ao ensino dos Números Complexos, dentre elas, a falta de aplicação prática, a abordagem excessiva algebrista, a falta de motivação dos alunos e professores, e a desconexão do conteúdo com o cotidiano dos alunos. Santos (2014), especificamente, destacou a importância de superação dessas questões, pela busca de alternativas dinâmicas e contextualizadas para tornar o ensino mais acessível e relevante, reforçando uso da diversificação de aplicações, propostas por Puhl; Müller; Lahm e Viali (2023).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Números Complexos possuem diversas aplicações dentro e fora da Matemática, sobretudo em Cursos Técnicos. Pela importância e capilaridade dos Complexos, propusemos verificar e discutir quais estratégias e aplicações vêm sendo implementadas por professores em disciplinas técnicas, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura nas vozes da comunidade científica da Educação Matemática. Dezenove trabalhos atenderam ao protocolo revisional que apresentaram os seguintes resultados.

Quanto às estratégias de ensino dos Complexos, a literatura revelou diversidade voltada para tornar esse conteúdo curricular mais facilmente apreendido pelos alunos, com ênfase na história, metodologias ativas visuais e manipulativas, tecnologias digitais e não dissociação da forma geométrica da algébrica. Quanto às aplicações, os autores indicaram diversidade não exatamente em Cursos Técnicos, mas no Ensino Médio, comprovando seus olhares sob diferentes prismas, e confirmando a capilaridade desse tema, principalmente em: Geometria, Física, Engenharias e Arte; especificamente em eletricidade, termodinâmica, aerodinâmica e circuitos de correntes alternadas.

Assim, ainda que os estudos revisados tenham enfatizado práticas e aplicações no Ensino Médio, nota-se que muitas das estratégias pedagógicas e recursos tecnológicos podem ser adaptados ao contexto dos Cursos Técnicos, sobretudo quando articulados a

situações reais de trabalho, como análise de circuitos elétricos, fenômenos ondulatórios, sistemas trifásicos e aplicações em automação e manutenção industrial. Para isso, recomenda-se maior aproximação com literatura específica sobre Educação Profissional e Tecnológica, ampliando as discussões sobre como sequências didáticas, materiais manipuláveis e tecnologias digitais podem ser planejados para favorecer aprendizagens significativas. Além disso, aponta-se como promissor o aprofundamento das relações entre o histórico conceitual dos Números Complexos e práticas pedagógicas inovadoras, explorando sua aplicabilidade em problemas autênticos do universo técnico. Sugere-se que futuras pesquisas desenvolvam projetos de ensino, implementem experimentos em turmas reais de Cursos Técnicos e avaliem impactos pedagógicos, suprimindo lacunas observadas nesta revisão e fortalecendo práticas docentes mais integradas, contextualizadas e conectadas às demandas da formação técnica e tecnológica.

Os trabalhos revisados foram majoritariamente direcionados para o Ensino Médio, nos levando a crer na pouca preocupação da comunidade científica com uso dos Complexos no seio técnico, e menos propedêutico. Logo, a transposição didática para Cursos Técnicos precisa de mais atenção científica e escolar, sobretudo com maiores detalhes que possam inspirar futuras ações e planejamentos pautados em resultados pouco ou muito potenciais. Nesse sentido, futuras investigações poderiam responder: (1) quais contextos - profissionais, acadêmicos ou da vida hodierna - da eletricidade, e de outras aplicações mencionadas pelos autores, se revestem dos Complexos? (2) Que facilidades, dificuldades, obstáculos, desafios ou lacunas foram identificadas quando das propostas de ensino? Como se deu a interdisciplinaridade entre as diferentes disciplinas da Física, das Engenharias e da Arte? Como aspectos visuais de softwares podem contribuir para construção de conceitos de Complexos? As respostas para esses questionamentos podem trazer inovação pedagógica por meio da pesquisa contínua.

REFERÊNCIAS

- BELTRÃO, Isabel do Socorro Lobato; VÍTOR, Cláudio Barros; BARBOSA, Ierecê dos Santos. Software Geogebra: uma ferramenta na prática docente para o ensino dos Números Complexos no Ensino Médio. *Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico*, Manaus, v. 5, p. 137-153, 2017. Disponível em: <https://sistemascmc.ifam.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/view/207/77>
- BERNARDI, Alexandre Adriano. *GeoPlexo: Um Material Manipulável para o Ensino dos Números Complexos*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2015.

Disponível em: <https://riut.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1716>. Acesso em: 16 jul. 2024.

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Porto Alegre: Penso Editora, 2017.

BRUM, Marcel Luiz Silva. *A distribuição do ensino dos Números Complexos nas séries do Ensino Médio: uma proposta na contramão do ensino tradicional*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/1437>. Acesso em: 16 jul. 2024.

CABANILLAS, Segundo Aurelio Chuquilín. *Introdução ao estudo dos Números Complexos e sua aplicação nos circuitos elétricos*. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2016. Disponível em: <https://tedebc.ufma.br/jspui/handle/tede/1610>. Acesso em: 16 jul. 2024.

CALDEIRA, Cláudia Rosana da Costa. *Números Complexos: uma proposta geométrica*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/77729>. Acesso em: 16 jul. 2024.

CAON, Fernanda. *Números Complexos: inter-relação entre conteúdos e aplicações*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/1518/1/Fernanda%20Caon.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

CARNEIRO, José Paulo. A Geometria e o Ensino de Números Complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, VIII, 15 a 18 de Julho de 2004, Recife. *Anais [...]*, Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <https://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/15/PA07.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

CHAGAS, Juliana Santos Barcellos. *A relevância do ensino de Números Complexos no Ensino Médio na opinião dos professores de Matemática*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2013. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/08/12082013Juliana-Santos-Barcellos-Chagas.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

CORSO, Luciana Vellinho; DORNELES, Beatriz Vargas. Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na Matemática. *Revista da Associação Brasileira de Psicopedagogia*, v. 27, n. 83, p. 298-309, 2010. Disponível em: <https://www.revistapsicopedagogia.com.br/detalhes/212/senso-numerico-e-dificuldades-de-aprendizagem-na-matematica>

CRUZ FILHO, Robinson Antônio. *Números complexos para professores de matemática*

da educação básica que atuam no Ensino Médio. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-22102018-161028/publico/RobinsonAntaodaCruzFilho_revisada.pdf. Acesso em: 16 jul. 2024.

DEUS, Jane Cristina Vieira de. *Números Complexos: aspectos teóricos, geométricos e computacionais*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2015. Disponível em: <https://bdtd.ufmt.edu.br/handle/tede/912>. Acesso em: 16 jul. 2024.

DIAS, Maura Araújo. *Representação geométrica dos Números Complexos: aplicações e possibilidades didáticas*. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2013. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFBC_9ab70192407387e3030e7f4f0a92a06f. Acesso em: 16 jul. 2024.

ELI, Juliano. *Números Complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica*. 2014. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2014. Disponível em: <http://www.ensinosuperior.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2016/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Juliano-Eli.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

FRIGOTTO, Gilberto; CIAVATTA, Maria; RAMOS, M. *A formação integrada: a escola e o trabalho como lugares de memória e de identidade*. São Paulo: Cortez, 2005.

GIRALDO, Victor. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. *Ciência e Cultura*, v. 70, n. 1, p.37-42, 2018. <http://dx.doi.org/10.21800/2317-66602018000100012>

GOMES, Márcio Roberto. *Explorando o tratamento matricial para uma introdução ao Números Complexos*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFV_58754740c50b103a3b7f32c30eed45b4. Acesso em: 16 jul. 2024.

JÚNIOR, Ulício Pinto. *A História dos Números Complexos: “das quantidades sofisticadas de Cardano às linhas orientadas de Argand”*. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: https://pemat.im.ufrrj.br/images/Documentos/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2009/MSc_12_Ulicio_Pinto_Junior.pdf. Acesso em: 16 jul. 2024.

KNOPP, Ivo da Silva; ARAÚJO, Leandro Ferreira de; GONÇALVES, Nathália do Valle Carvalho; PIMENTEL, Matheus Gagliano; ALVES, Tatiana Thays Dávalos. Matemática problematizada e Educação Básica: aproximações possíveis. *In*:

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, XIV, 11 a 15 de julho de 2022, online. *Anais [...]*, Online: SBEM, 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/484437-matematica-problematizada-e-educacao-basica--aproximacoes-possiveis/> Acesso em: 16 jul. 2024.

KUENZER, Angela Zuleika. *Ensino médio: construindo uma proposta integrada*. São Paulo: Cortez, 2013.

MANSUR, Daniel Redniz; ALTOÉ, Renan Oliveira. Ferramenta Tecnológica para Realização de Revisão de Literatura em Pesquisas Científicas. *Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco*, v. 10, n. 1, p. 8-28, 2021. <https://doi.org/10.36524/saladeaula.v10i1.1206>

MAGALHÃES, Benedita Neire Almeida de; DARSIE, Marta Maria Pontin. Educação matemática: a interdisciplinaridade no processo de ensino-aprendizagem da resolução de problema. *Brazilian Journal of Development*, v. 8, n. 9, p. 62290-62306, 2022. <https://doi.org/10.34117/bjdv8n9-124>

MILIES, César Polcino. A emergência dos Números Complexos. *Revista do Professor de Matemática (RPM)*, n. 24, p. 5-15, 1994. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/24/2.htm>

MONZON, Larissa Weyh. *Números Complexos e funções de variável complexa no Ensino Médio - uma proposta didática com uso de objeto de aprendizagem*. 2012. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/56236>. Acesso em: 16 jul. 2024.

MORAES, Everton Firmino de. *Aprendendo Números Complexos com o uso do GeoGebra*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2014. Disponível em: <https://proformat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=everton+firmino&titulo=&polo=>. Acesso em: 16 jul. 2024.

MOREIRA, Agnaldo Antônio. *Motivação para o ensino e aprendizagem dos Números Complexos: uma abordagem com aplicações*. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em: <https://proformat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=moreira&titulo=&polo=utfpr>. Acesso em: 16 jul. 2024.

MOURA, D. Educação profissional e tecnológica: desafios para a integração curricular. *Revista Brasileira da Educação Profissional e Tecnológica*, 2010.

NEVES, Robson. Coelho. *Os Quatérnios de Hamilton e o Espaço*. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <https://www.crephimat.com.br/docs/D/D-HEpM/2008%20-%20M%20-%20Robson%20Coelho%20Neves.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

NUNES, Jociel Machado. *A relevância dos Números Complexos no Ensino Básico*. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Abaetetuba, 2021. Disponível em: <https://profmatabaete.ufpa.br/publicacoes/dissertacoes/Vers%C3%A3o%20final%20Diseta%C3%A7%C3%A3o%20jociel.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

OLIVEIRA, Marcos Paulo de. *Números Complexos: Uma Abordagem Investigativa na Sala de Aula*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2015. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/31082015Marcos-Paulo-de-Oliveira.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

OLIVEIRA, Wellington Galdino Alves de. *Estudo e Aplicações dos Números Complexos: O uso dos Números Complexos na Análise de Circuitos Elétricos*. 2018. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/36390/36390.PDF>. Acesso em: 16 jul. 2024.

PEREIRA, Felipe de Oliveira. *Números Complexos na Educação Básica*. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - UNIRIO, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/?aluno=Felipe+de+Oliveira+Pereira&titulo=&polo=>. Acesso em: 16 jul. 2024.

PERRENOUD, Philippe. *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PORTOLAN, Juliano. *A importância do ensino de Números Complexos no ensino médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região oeste do Paraná*. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2017. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/?aluno=portolan&titulo=&polo=utfpr>. Acesso em: 16 jul. 2024.

PORTOLAN, Juliano; MARTINS, Carlos Alexandre Ribeiro. A importância do ensino de Números Complexos na visão dos professores de matemática em alguns municípios do Paraná. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, XV, 10 a 12 de outubro de 2019, Londrina. *Anais [...]*, Londrina: SBEM, 2019. Disponível em: https://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/970/911. Acesso em: 16 jul. 2024.

POWELL, Arthur Belford. Melhorando a epistemologia de números fracionários: uma ontologia baseada na história e neurociência. *Revista Matemática, Ensino e Cultura (Rematec)*, v. 13, n. 29, p. 78-93, 2018. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/200>

PRIETO, Brayan Esguerra; GARZÓN, Natalia Gonzalez; LÓPEZ, Alberto Acosta.

Mathematical software tools for teaching of complex numbers. *Revista Facultad de Ingeniería*, Tunja-Boyacá, v. 27, p. 79-89, 2018. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/4139/413957695008/html/>

PUHL, Cassiano Scott; MÜLLER, Thaísa Jacintho; LAHM, Regis Alexandre; VIALI, Lori. O ensino dos Números Complexos na perspectiva de professores de Engenharia Elétrica. *Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista (ENCITEC)*, v. 13, n. 1, p. 124-137, 2023. <https://doi.org/10.31512/encitec.v13i1.39>

PUHL, Cassiano Scott; LIMA, Isolda Gianni de; MÜLLER, Thaísa Jacintho. Ensino de Números Complexos no Ensino Médio, Técnico e Superior: um Mapeamento de Produções Brasileiras. *Abakós*, v. 9, p. 40-58, 2021. <https://doi.org/10.5752/P.2316-9451.2021v9nespp40-58>

RAMOS, M. Currículo integrado: concepções e contradições. *Revista Brasileira de Educação*, v. 16, n. 46, 2011.

RIBEIRO, Lucas da Costa; PEREIRA, Antônia Lília Soares. Mobile Learning e Metodologias Ativas no Ensino de Números Complexos na Educação Profissional e Tecnológica. *Revista Eletrônica de Matemática (REMAT)*, Bento Gonçalves, v. 9, p. 1-21, 2023. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/6305>

RODRIGUES, Poliana Figueiredo Cardoso; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; THIENGO, Edmar Reis. Trigonometria: conhecimento de conteúdo e de ensino fundamentados em uma revisão sistemática de literatura. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMA)*, v. 13, n. 5, p. 1-23, 2022. <https://doi.org/10.26843/rencima.v13n5a25>

SANTOS, Júlio César Amaral dos. *Números Complexos aplicados à Geometria*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/788>. Acesso em: 16 jul. 2024.

SEVERO, Robson Cabral; MEDEIROS, Israel Costa Smith de; PESSOA, Valdson de Araújo. Números Complexos: Contextualização histórica e sua abordagem no Ensino Médio. *Revista Igapó*, v. 17, n. 1, p. 112-127, 2023. <https://doi.org/10.31417/irecitecfam.v17.480>

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; POWELL, Arthur Belford. How do textbooks from Brazil, the United States, and Japan deal with fractions? *Acta Scientiae*, v. 23, n. 4, p. 77-111, 2021. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6413>

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. *Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em Educação*. São Paulo: Atlas, 1987.