

Área como grandeza geométrica: um estudo no 6º ano por meio de materiais manipulativos e do *Apprenti Géomètre 2*

Anderson Douglas Pereira Rodrigues da Silva¹
Universidade de Pernambuco

José Cícero dos Santos²
Universidade de Pernambuco

Marilene Rosa dos Santos³
Universidade de Pernambuco

RESUMO

A compreensão do conceito de área de figuras planas na Educação Básica é importante para todos, pois é aplicável em diversas situações do cotidiano. Esse conceito está presente em todos os níveis de ensino nos currículos oficiais brasileiros. No entanto, pesquisas na área de educação matemática e avaliações de desempenho indicam que alunos do Ensino Fundamental e Médio enfrentam dificuldades na apropriação desse conceito. Diante desse cenário, este estudo tem como objetivo investigar como estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas, utilizando materiais manipulativos e o software de geometria *Apprenti Géomètre 2* (AG2). A partir dos resultados, buscou-se identificar as dificuldades apresentadas em relação ao conceito de área e avaliar como esses recursos poderiam auxiliar na resolução de problemas relacionados a esse conceito. Para isso, foi realizada uma pesquisa qualitativa com oito alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública em Pernambuco. Eles foram organizados em duplas: duas utilizaram materiais manipulativos (papel de decalque, tesoura, fita adesiva e canetas hidrográficas) e duas, o AG2. As atividades foram gravadas em vídeo, incluindo as telas do ambiente de trabalho do software, para uma compreensão mais clara das estratégias adotadas pelos participantes. Os resultados demonstraram que, embora os recursos tenham ajudado os alunos a mobilizar estratégias de decomposição, recomposição, sobreposição e movimentos de rotação, translação e reflexão para comparar as áreas, persistem dificuldades na compreensão do conceito de área. Observou-se que os participantes não conseguem perceber que figuras distintas podem ter a mesma área e que a decomposição e recomposição de uma figura, sem perda ou sobreposição, conserva a área.

Palavras-chave: Área; *Apprenti Géomètre*; Materiais Manipulativos.

¹Doutor em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE). Professor Adjunto da Universidade de Pernambuco (UPE), Nazaré da Mata, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Amaro Maltês de Farias, 201, Centro, Nazaré da Mata, Pernambuco, Brasil, CEP: 558000-000. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-8950-3019>. E-mail: anderson.rodriguessilva@upe.br.

² Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). Professor Adjunto da Universidade de Pernambuco (UPE), Nazaré da Mata, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Amaro Maltês de Farias, 201, Centro, Nazaré da Mata, Pernambuco, Brasil, CEP: 558000-000. ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-0874-8772>. E-mail: jose.csantos@upe.br.

³ Doutora em Ensino das Ciências e Matemática (UFRPE). Professor Adjunto da Universidade de Pernambuco (UPE), Nazaré da Mata, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Amaro Maltês de Farias, 201, Centro, Nazaré da Mata, Pernambuco, Brasil, CEP: 558000-000. ORCID: <http://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. E-mail: autor3@mail.com.

Area as a Geometric Magnitude: A 6th Grade Study Using Manipulatives and Apprenti Géomètre 2

ABSTRACT

The understanding of the concept of the area of plane figures in Basic Education is essential for everyone, as it is applicable in various everyday situations. This concept is present at all levels of education in the official Brazilian curricula. However, research in mathematics education and performance evaluations indicate that elementary and high school students face difficulties in grasping this concept. In light of this scenario, this study aims to investigate how 6th-grade students handle a task involving the comparison of areas of plane figures using manipulative materials and the geometry software *Apprenti Géomètre 2* (AG2). Based on the results, the study sought to identify the difficulties related to the concept of area and evaluate how these resources could assist in solving problems associated with this concept. To achieve this, qualitative research was conducted with eight 6th-grade students from a public school in Pernambuco. They were organized into pairs: two used manipulative materials (tracing paper, scissors, adhesive tape, and felt-tip pens), and two used AG2. The activities were video-recorded, including the software's workspace screens, to provide a clearer understanding of the strategies adopted by the participants. The results showed that although the resources helped students employ strategies such as decomposition, recomposition, superposition, and movements of rotation, translation, and reflection to compare areas, difficulties in understanding the concept of area persist. It was observed that participants fail to recognize that different figures can have the same area and that the decomposition and recomposition of a figure, without loss or overlap, preserve the area.

Keywords: Area; Apprenti Géomètre; Manipulative Materials.

Área como magnitud geométrica: un estudio en 6° grado mediante materiales manipulativos y en Apprenti Géomètre 2

RESUMEN

La comprensión del concepto de área de figuras planas en la Educación Básica es fundamental para todos, ya que tiene aplicaciones en diversas situaciones de la vida cotidiana. Este concepto está presente en todos los niveles educativos en los currículos oficiales brasileños. Sin embargo, investigaciones en el área de educación matemática y evaluaciones de desempeño indican que los estudiantes de la Educación Primaria y Secundaria enfrentan dificultades para apropiarse de este concepto. Ante este escenario, este estudio tiene como objetivo investigar cómo los estudiantes de sexto grado de Educación Primaria abordan una tarea de comparación de áreas de figuras planas utilizando materiales manipulativos y el software de geometría *Apprenti Géomètre 2* (AG2). A partir de los resultados, se buscó identificar las dificultades relacionadas con el concepto de área y evaluar cómo estos recursos pueden ayudar en la resolución de problemas asociados a este concepto. Para ello, se llevó a cabo una investigación cualitativa con ocho estudiantes de sexto grado de una escuela pública en Pernambuco. Los estudiantes fueron organizados en parejas: dos utilizaron materiales manipulativos (papel de calco, tijeras, cinta adhesiva y rotuladores) y dos utilizaron el AG2. Las actividades fueron grabadas en video, incluyendo las pantallas del entorno de trabajo del software, para una comprensión más clara de las estrategias adoptadas por los participantes. Los resultados demostraron que, aunque los recursos ayudaron a los estudiantes a movilizar estrategias de descomposición, recomposición, superposición y movimientos de rotación, traslación y reflexión para comparar las áreas, persisten las dificultades en la comprensión del concepto de área. Se observó que los participantes no logran percibir que figuras diferentes pueden tener la misma área y que la descomposición y recomposición de una figura, sin pérdida ni superposición, conserva el área.

Palabras clave: Área; Apprenti Géomètre; Materiales Manipulativos.

INTRODUÇÃO

A área de figuras planas, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), é um dos objetos de aprendizagem que deve ser ensinado a partir

dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Mais especificamente, seu estudo é iniciado na unidade temática *Grandezas e Medidas* no 3º ano, seguido pelo 4º, 5º, 6º, 7º, com ênfase no 8º ano (Brasil, 2018). No 9º ano, o conceito de área é explorado na unidade de temática *Geometria*, ao utilizar a distância entre pontos no plano cartesiano para calcular as áreas de figuras planas construídas no plano. Como podemos perceber, a presença do conceito em tela é bastante significativa no Ensino Fundamental, o que justifica, também, o estudo desse saber neste artigo.

Compreender o conceito de área permite ao aprendiz desenvolver competências importantes dentro da própria matemática, haja vista que no Ensino Médio este saber se inter-relaciona em diversos contextos da álgebra e da geometria. Nas práticas sociais, o conhecimento de área auxilia no planejamento e na tomada de decisões conscientes em situações cotidianas, como, por exemplo, a compra de cerâmicas para pavimentar um piso de uma cozinha em certa casa ou a quantidade de tinta para pintar uma parede. Esse conhecimento permite ainda a conexão com as artes visuais na criação artística, desde o desenho e a pintura até a escultura e a arquitetura. Nos estudos geográficos, saber a área é essencial para o desenvolvimento do planejamento urbano e do desenvolvimento territorial. Assim, o estudo desse conceito mostra-se pertinente durante a etapa da Educação Básica, pois oferece aos discentes, ferramentas valiosas para compreender e interagir com o mundo ao seu redor de forma significativa, possibilitando que esse conhecimento seja reinvestido nas mais diferentes profissões que possam exercer.

No entanto, pesquisas realizadas com estudantes da Educação Básica no Brasil indicam que eles frequentemente enfrentam dificuldades na apropriação desse conceito (Silva, 2016; Ferreira, 2018; Silva, 2019; Santos, 2021; Silva *et al.*, 2022; Silva; Silva; Gomes, 2023). Tendem a confundir área e perímetro (Ferreira, 2010, 2018), área e figura, e não aceitam que figuras diferentes podem ter a mesma área (Silva, 2016, 2019), além de confundir área e sua medida (Silva *et al.*, 2022). Além disso, confundem as unidades de medida; ao invés de expressar a área em m^2 ou cm^2 , considerando-a como uma grandeza bidimensional, usam as unidades convencionais de comprimento como cm, m, etc. (Onofre, 2018; Cunha; Ferreira, 2022).

Os resultados de uma avaliação do desempenho de 348 estudantes do 6º ano de escolas públicas da cidade do Recife, capital de Pernambuco, realizada pela Fundação

Joaquim Nabuco (FUNDAJ, 2021)⁴, também apontam para tais dificuldades na aprendizagem do conceito de área de figuras planas. Em um dos itens dessa avaliação, solicitava-se que eles pudessem expressar a área de um muro de certa residência, levando em consideração as cerâmicas que faltavam para completá-lo. Nessa pesquisa, 67,77% dos participantes da pesquisa responderam corretamente. Os pesquisadores que analisaram esse material expressam que, para esse item, a porcentagem de acerto poderia ter sido maior, visto que o processo de formalização do conceito de área de figuras planas inicia-se nos anos iniciais e deve ser sistematizado no início do 6º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018). Nesse caso, os estudantes encontram-se com a aprendizagem do conceito de área de figuras planas abaixo do esperado, embora mais da metade do quantitativo tenha acertado a questão (FUNDAJ, 2021).

Estudos revelam que tais dificuldades podem estar relacionadas à forma como o conceito de área é abordado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. A BNCC (Brasil, 2018) recomenda que ao ensinar o conceito de área, deve ser trabalhado tarefas com ênfase voltada ao ladrilhamento de figuras, passando posteriormente para o uso de fórmulas e transformações de unidade de medidas meramente operatórias (Silva, 2016; 2019; Cunha; Ferreira; Costa, 2023). Outro fator que pode reforçar dificuldades na aprendizagem do conceito de área está relacionado à sua abordagem em livros didáticos de matemática, muitas dessas obras definem área como medida de superfície, o que pode causar um equívoco na compreensão dessa grandeza, o alunado pode interpretar que a área é um número associado a um objeto (Morais; Bellemain; Lima, 2014; Cunha; Ferreira, 2022).

Há mais de três décadas, Douady e Perrin-Glorian (1989) lançaram luz sobre a complexa jornada da aprendizagem do conceito de área por estudantes franceses. Elas apresentaram evidências em seus estudos que o modelo didático do ensino de área como grandeza pode contribuir para que eles dissociem a área e o objeto geométrico associado, mostrando que figuras diferentes podem ter a mesma área. Isso permite inferir que essa grandeza tem existência independentemente da forma da figura a que esteja associada e a distinção de área e sua medida, o que implica dizer que a um mesmo objeto geométrico

⁴ Vinculada ao Ministério da Educação, a Fundação Joaquim Nabuco (Fundaj) tem contribuído historicamente para a construção do conhecimento científico, difusão cultural e formação. Sediada no estado de Pernambuco e com atuação nas regiões Norte e Nordeste, a Fundaj é uma instituição de pesquisa, educação, cultura e preservação da memória. Tem como valores o compromisso com as questões sociais, diversidade cultural, interdisciplinaridade, democratização do conhecimento e autonomia intelectual. Disponível em: <https://www.gov.br/fundaj/pt-br/assuntos/a-fundaj>. Acesso em: 18 jun. 2024.

pode ser atribuídas diferentes medidas, mas a área poderá permanecer inalterada (Douady; Perrin-Glorian, 1989; Bellemain; Lima, 2002; Lima; Bellemain, 2010).

No Brasil, utilizando essa abordagem dos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989) a pesquisa de Silva (2016, 2019); Silva e Bellemain (2016, 2017); Santana, Silva e Barros (2016) desenvolveram pesquisas recorrendo a materiais manipulativos, exploraram malhas quadriculadas, papel de decalque e ao software de geometria denominado *Apprenti Géomètre*⁵ 2 (AG2), com discentes do Ensino Fundamental. Esses autores ressaltam que a possibilidade de manipulação desses materiais (papel de decalque, malhas pontilhadas, fita adesiva, canetas hidrográficas e tesouras) emergiu uma variedade de procedimentos utilizados pelos estudantes que resultaram na resolução das tarefas propostas de forma satisfatória em detrimento dos que utilizaram na resolução das mesmas tarefas apenas o papel e o lápis.

Questão de pesquisa, Hipótese e Objetivo

Diante desse contexto, utilizando a abordagem de área como grandeza e compreendendo como relevante a utilização de recursos didáticos manipulativos e em softwares, como forma de contribuir com a aprendizagem dos discentes do Ensino Fundamental, buscamos responder a seguinte questão de pesquisa: Como estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas, utilizando materiais manipulativos e o software *Apprenti Géomètre 2*?

Como hipótese para esse questionamento, compreendemos, baseados em Silva (2016, 2019), Teixeira (2018) e Lima e Farias (2024) que o uso de diferentes recursos (material manipulativo e software) pode possibilitar diferentes tipos de estratégias de resolução desse tipo de tarefa, oferecendo condições para que os aprendizes possam comparar as áreas das figuras.

Visando responder a esse questionamento, elencamos como objetivo: investigar como estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas, utilizando materiais manipulativos e o software de geometria *Apprenti Géomètre 2* (AG2), diagnosticando, a partir disso, as dificuldades que eles apresentam com relação ao conceito de área e como esses recursos podem contribuir nessa resolução.

⁵ Esse software encontra-se disponível para download de forma gratuita no seguinte endereço eletrônico: <https://www.crem.be/logiciels/AG>.

REFERENCIAL TEÓRICO

Abordagem de área como grandeza

O conceito de área de figuras plana é relevante no ensino de matemática, e a abordagem dele como uma grandeza tem sido amplamente discutida na literatura acadêmica nacional e internacional ao longo dos anos (Baltar, 1996; Santos, 2015; Silva, 2016; Silva; Bellemain, 2017; Ferreira, 2018; Silva, 2019; Ávila; García, 2020; Silva *et al.* 2022; Kiefer; Mariani, 2022). Um estudo seminal que inspirou tais pesquisas é o de Douady e Perrin-Glorian, publicado em 1989, intitulado *Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane" na revista Educational Studies in Mathematics*. Nesse trabalho, as autoras exploram um processo de aprendizagem que busca desenvolver uma compreensão profunda e significativa do conceito de área.

Essas pesquisadoras a partir da análise de desempenho de estudantes franceses em avaliações externas identificaram dificuldades e entraves com relação ao conceito de área de figuras planas. Elas explicitam que ora consideram a área como sendo a própria figura (concepção forma ou geométrica), ora consideram-na como sendo o número que é a medida da área (concepção número ou numérica). Eles poderiam também desenvolver ambas as concepções de maneira independente, o que causaria problemas ao lidar com situações que envolvem esse conceito. Segundo Araújo, Silva e Bellemain (2020), baseados nos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989) relatam que:

Ao mobilizar uma concepção geométrica, o educando entende que se mudar a forma de uma figura, sua área também se altera. Como consequência, em uma determinada tarefa, ao decompor uma figura e recompor em outra diferente, sem perda nem sobreposição, ele compreende que essa nova figura possui área diferente da anterior. Nas situações em que se constata as concepções numéricas, os estudantes consideram apenas os aspectos pertinentes para o cálculo, levando-os a fazer extensões incorretas de fórmulas, omissão e/ou utilização inadequada das unidades de medida (Araújo; Silva; Bellemain, 2020, p. 801).

Diante dessas situações Douady e Perrin-Glorian (1989) apontam para necessidade da diferenciação nítida do conceito de área e figura, da mesma maneira que entre área e número, o que corresponde a distinguir e articular três quadros⁶: o quadro

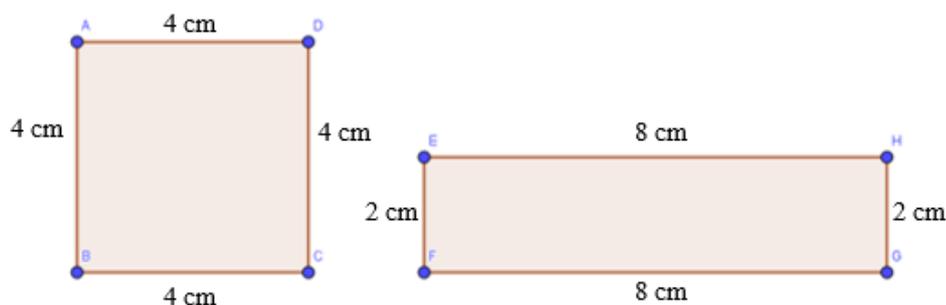
⁶ Para Douady e Perrin-Glorian (1989) um quadro é constituído por objetos de um ramo da matemática, de suas formulações eventualmente diversas, das relações entre esses objetos, e das imagens mentais que o sujeito associa em um dado momento aos objetos e suas relações.

geométrico, o quadro numérico e o das grandezas. Esses quadros são exemplificados por Silva e Bellemain (2017) da seguinte maneira:

No quadro geométrico, estão as superfícies planas, consideradas como modelos matemáticos de faces de objetos do mundo físico. São objetos desse quadro: triângulos, quadriláteros, círculos, semicírculos, figuras de contornos irregulares, etc. Nesse modelo, a área faz parte do quadro das grandezas e é caracterizada como classe de equivalência de superfícies de mesma área. O quadro numérico é composto pelas medidas, as quais são números reais não negativos (3 , $\frac{1}{7}$, $\sqrt{5}$, etc.). Expressões compostas de um número acompanhado de uma unidade de área são maneiras de representar grandezas ($\frac{1}{7} \text{ m}^2$, $\sqrt{5} \text{ km}^2$, etc.) (Silva; Bellemain, 2017, p. 4).

Exemplificando essa citação podemos observar na ilustração a seguir, duas figuras geométricas, um quadrado e um retângulo de mesma área.

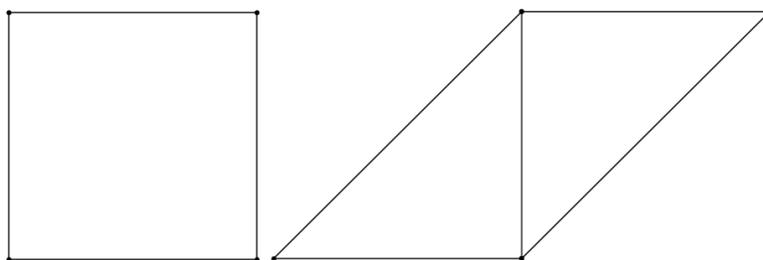
FIGURA 1- Comparando as áreas



Fonte: arquivo da pesquisa

Essa ilustração nos mostra que embora o quadrado e o retângulo sejam figuras diferentes, ambas as áreas são iguais a 16 cm^2 . Se desejássemos expressar as áreas das figuras em metros quadrados – $0,0016 \text{ m}^2$, ou em milímetros quadrados – 1600 mm^2 , ou qualquer outra unidade de área, as áreas das figuras permaneceriam invariáveis, isto é, poderíamos ter diferentes pares (n° , unidade de medida), entretanto, designariam a mesma área nessa situação. Vejamos outro exemplo ilustrando a invariância da área na Figura 2 a seguir:

FIGURA 2 - Figuras diferentes de mesma área



Fonte: arquivo da pesquisa

Na imagem acima o paralelogramo foi construído por dois triângulos retângulos isósceles justapostos pelos lados extraídos da decomposição do quadrado por uma de suas diagonais. Nessa situação temos duas figuras diferentes, mas de mesma área. Diante dessas exemplificações baseadas nos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989), podemos considerar a área como sendo um atributo da figura, que se distingue dela pelo fato de que figuras diferentes podem ter mesma área e se diferencia do número associado a ela porque podemos ter diferentes números de acordo com a unidade escolhida, mas que a mudança de unidade não provoca alterações na área (Araújo; Silva; Bellemain, 2020).

Douady e Perrin-Glorian (1989) propõem que o ensino da área deve ir além da simples memorização de fórmulas e procedimentos, abordando-a como uma grandeza conforme explicitamos anteriormente. Para elas, essa abordagem é pertinente, pois pode fomentar uma compreensão mais intuitiva e robusta do conceito entre os estudantes. Elas defendem que eles devem ser expostos a atividades práticas que envolvam a manipulação e a visualização de figuras geométricas, permitindo que explorem as relações entre diferentes figuras e suas áreas.

Uma das principais contribuições de Douady e Perrin-Glorian (1989) é a ênfase na necessidade de que os aprendizes desenvolvam suas próprias estratégias para calcular áreas antes de serem introduzidos às fórmulas convencionais. Esse processo é crucial para a construção de um entendimento conceitual sólido e flexível, que pode ser aplicado em diversas situações matemáticas.

Por exemplo, ao aprender sobre a área de um retângulo, o alunado pode inicialmente contar unidades quadradas dentro da figura, o que os ajuda a internalizar a ideia de que o produto do comprimento dos lados resultará na área da figura. As autoras também destacam a importância de discutir as propriedades e invariantes das figuras geométricas.

Elas argumentam que tais discussões ajudam os estudantes a compreender que, independentemente de como uma figura é dividida ou rearranjada, sua área permanece constante. Isso promove uma visão mais integrada e abrangente da geometria e das grandezas, facilitando a construção de conhecimento para novas situações e problemas.

Neste texto, com base nos estudos supracitados, elaboramos uma tarefa que envolve a comparação das áreas de um conjunto de figuras. A forma que ela foi elaborada permite a articulação entre os três quadros (geométrico, numérico e das grandezas), mas sem antecipar as unidades de medidas convencionais e as fórmulas para o cálculo das áreas, uma vez que, espera-se explorar a noção intuitiva do conceito.

Compreendemos também que o uso de recursos (materiais manipulativos [malha quadriculadas, papel de decalque, cola, tesoura, fita adesiva] e do software de geometria AG2 pode permitir que sejam ampliadas possibilidades de estratégias para a realização de tais comparações.

Escolhemos esses recursos baseados nos estudos de Silva (2016, 2019) e Silva *et al.* (2022) que os utilizou em seus estudos apontando como resultados suas respectivas potencialidades no estudo das áreas de figuras planas no Ensino Fundamental. O AG2, por exemplo, se destaca nesses estudos como um software de geometria dinâmica com um vasto leque de funcionalidades que o tornam um recurso pedagógico de grande valor para o ensino e aprendizagem da área de figuras planas. Sua interface intuitiva, recursos interativos e diversas ferramentas exploratórias facilitam a compreensão de conceitos geométricos abstratos, promovendo uma aprendizagem significativa e engajadora para os educandos.

O AG2 também incentiva a aprendizagem ativa, convidando os alunos a investigar e explorar conceitos geométricos por conta própria. Através de atividades cuidadosamente elaboradas, eles podem investigar suas próprias conjecturas, testando-as por meio do software, formulem hipóteses sobre a área de figuras e testem-nas manipulando as dimensões das figuras no ambiente dinâmico do AG2.

Essa prática promove o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolução de problemas. Oferece condições ainda para a validação de conhecimentos permitindo a construção de novos saberes: a partir da investigação e experimentação, eles validam seus conhecimentos prévios e constroem novos saberes sobre a área de figuras planas. O AG2 torna-se um ambiente propício para a construção da autonomia intelectual e da autoconfiança na resolução de problemas geométricos.

METODOLOGIA

Buscando atender ao objetivo geral da pesquisa de investigar como estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas, utilizando materiais manipulativos (papel de decalque, malhas pontilhadas, fita adesiva, canetas hidrográficas e tesouras) e o software de geometria AG2, diagnosticando, a partir disso, as dificuldades que eles apresentam com relação ao conceito de área e como esses recursos podem contribuir nessa resolução, realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo em uma escola pública municipal da zona da Mata Norte do estado de Pernambuco. Essa escola foi escolhida em virtude de ter um laboratório de informática para a realização do experimento.

Compreendemos assim como Minayo (2001) que esse tipo de pesquisa busca entender o “como” e o “por quê” das ações e decisões humanas, capturando a complexidade das situações reais e dando voz às experiências e significados que os participantes atribuem aos seus contextos.

A pesquisa qualitativa se concentra na coleta de dados que são descritivos e interpretativos. No caso em questão, a análise do uso de materiais manipulativos e do software AG2 envolve a observação das interações dos discentes com esses recursos e a interpretação de suas respostas e comportamentos durante a resolução de problemas de comparação de área. Estes dados são tipicamente qualitativos, como notas de campo, gravações de áudio e vídeo, e descrições detalhadas das atividades dos estudantes.

Entendemos ainda que o uso de materiais manipulativos e do software AG2 sugere uma abordagem exploratória e compreensiva, buscando entender como esses recursos influenciam o processo de aprendizado do alunado. Pesquisas qualitativas são apropriadas quando o objetivo é explorar fenômenos complexos e obter uma compreensão profunda das experiências e percepções dos participantes (Gil, 2008).

Assim, este estudo busca compreender ainda de forma detalhada e contextualizada como materiais específicos (manipulativos e software) impactam no processo de resolução de problemas matemáticos, utilizando métodos que focam em dados descritivos, exploração de experiências e interpretações dos significados desses dados.

Participaram deste nosso estudo oito discentes do 6º ano da referida escola, escolhidos pelo fato de terem disponibilidade de participar da pesquisa no contra turno das aulas regulares. Foi seguido todos os protocolos de pesquisas com seres humanos, após aprovação do projeto pelo Comitê de Ética, enviamos para seus respectivos responsáveis legal um termo de esclarecimento e autorização para a participação deles nesta pesquisa. Após o recebimento da autorização dos pais, iniciamos nosso experimento que foi realizado em três dias.

No primeiro dia, organizamos os estudantes em 4 duplas com objetivo de conhecerem os recursos que seriam utilizados para a resolução da tarefa. Então, realizamos atividades com o uso da malha quadriculada, de tesouras, colas, fitas adesivas, papel de decalque e malha milimetrada. Essas atividades consistiam em reprodução de figuras na malha, construção de figuras geométricas, decomposição de figuras e com as peças recompor outras sem sobrepor e montagens de quebra-cabeça de figuras geométrica planas.

No segundo dia, foi o momento de familiarização das duplas com o software AG2. Os pesquisadores apresentaram os menus e ferramentas do software e entregaram um tutorial a cada dupla de como decompor, recompor as figuras, dividir em partes iguais, utilizar as malhas pontilhadas, entre outras. O foco não estava voltado para área de figuras planas, mas para reprodução, decomposição e recomposição de figuras geométricas planas, procedimentos esses que poderiam ser reinvestidos para a resolução da tarefa de comparação de área.

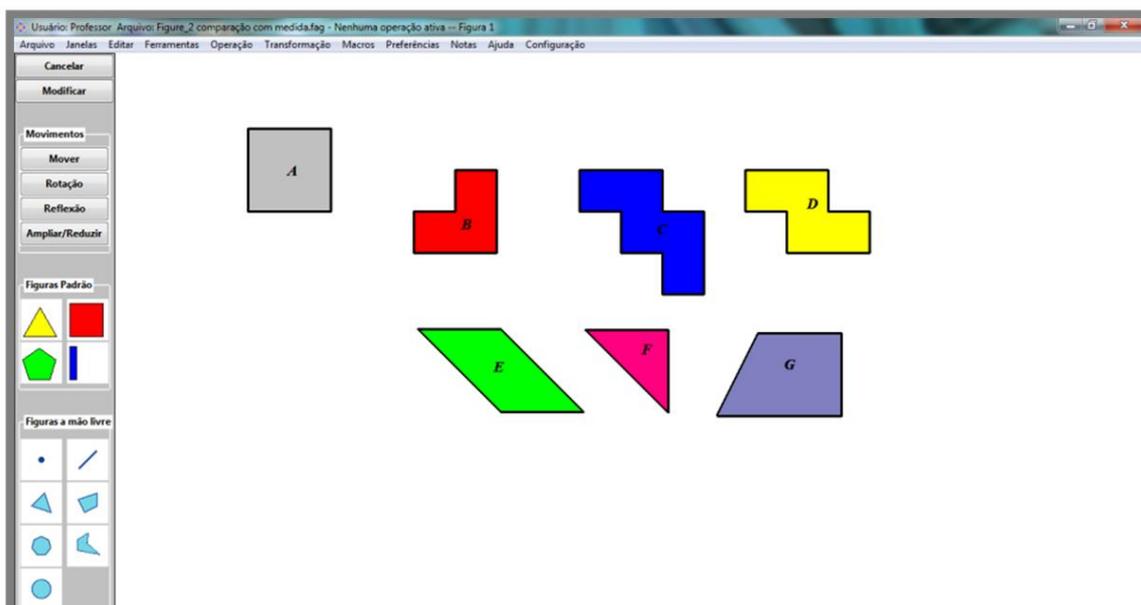
No terceiro dia aconteceu a aplicação da referida tarefa. Duas duplas foram escolhidas para resolvê-la utilizando os materiais manipulativos. Para essas duplas os pesquisadores entregaram a tarefa de comparação de área impressa e dentro de uma pasta juntamente com malhas quadriculadas, tesouras, papel de decalque, fita adesiva e canetas hidrográficas. As outras duas duplas foram conduzidas ao laboratório da escola para responderem a mesma tarefa, porém, utilizando o AG2. Essa tarefa já estava salva na área de trabalho dos computadores, bastando apenas os alunos abrirem com um clique duplo e iniciarem a resolução.

Esses momentos foram vídeo gravados, como também as telas do ambiente de trabalho do software com o objetivo de compreender as resoluções dos participantes da pesquisa de forma mais clara. A tarefa também fora entregue impressa para que as duplas explicassem suas respostas.

Apresentamos a seguir a referida tarefa que se trata de uma situação de comparação de áreas de figuras, na qual pode haver a articulação entre os quadros geométricos e das grandezas sem a intervenção do quadro numérico, ou entre o quadro das grandezas e o quadro numérico.

FIGURA 3- Tarefa de comparação de Área

2-Observe as figuras desenhadas abaixo:



Agora, responda cada uma das perguntas.

- Entre as figuras, quais possuem área maior que A? _____
Explique como você fez:
- Entre as figuras, quais possuem área menor que A? _____
Explique como você fez:
- Entre as figuras, quais possuem a mesma área que A? _____
Explique como você fez:

Fonte: Elaboração baseada em Silva (2016)

Formulamos essa tarefa de maneira que os estudantes pudessem utilizar procedimentos de inclusão, sobreposição, composição, decomposição e recomposição (não numéricos) para comparar as áreas das figuras, além de poderem comparar as

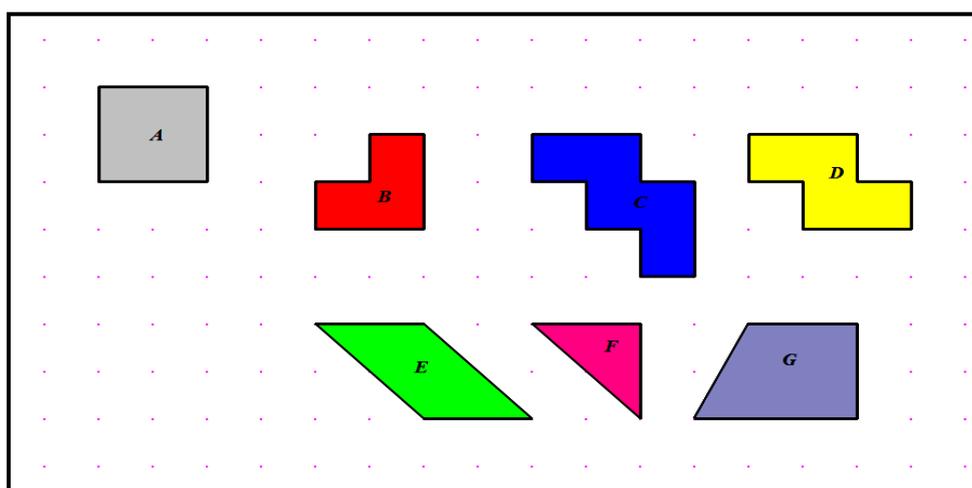
medidas de área usando uma unidade fornecida. O objetivo dessa tarefa foi identificar como os aprendizes compreendiam as noções de áreas maiores, menores ou iguais em um contexto em que é possível medir diretamente as áreas das figuras com unidades de medida.

Assim, os discentes teriam a possibilidade de recorrer à medida para comparar as áreas de algumas das figuras representadas nesta tarefa. Ela, por sua vez, é composta por três itens: no item (a), solicita-se que o estudante compare as áreas das figuras para identificar qual ou quais têm área maior que a de uma figura dada; no item (b), qual ou quais das figuras têm área menor que a de uma figura dada; e no item (c), qual ou quais têm área igual à do quadrado A.

Na ficha dos participantes, o comando da tarefa foi: Abra o arquivo “*Tarefa Figure_2.fag*” que está na área de trabalho do seu computador, em seguida clique na opção aluno, escreva seus nomes, após esses procedimentos, você deve escolher o menu AB ou AC que contém todas as ferramentas do *Apprenti Géomètre 2* necessárias à realização desta tarefa, o idioma Português Br e clicar em OK.

A estrutura da tarefa, permitiu que eles determinassem quais figuras teriam a mesma área que A, quais teriam uma área maior e quais teriam uma área menor que a de A. A versão dessa tarefa que deveria ser respondida com materiais manipulativos traz as figuras em uma malha pontilhada quadrada, a fim de favorecer o procedimento de comparação numérico, conforme figura a seguir:

FIGURA 4- Tarefa na malha pontilhada



Fonte: Elaboração baseada em Silva (2016)

Na versão do software AG2 a malha pontilhada tampouco faz parte do enunciado para permitir que os estudantes mobilizassem as ferramentas do software.

ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nessa tarefa, conforme explicitado anteriormente, tínhamos um conjunto de seis figuras B, C, D, E, F e G que deveriam ser comparadas ao quadrado da figura A. Embora ela privilegie a articulação entre o quadro geométrico e o da grandeza, o aspecto numérico também estava em jogo, uma vez que a comparação das figuras B, C e D podia ser realizada facilmente com base na contagem de quadradinhos (unidade de medição de área), diferentemente das figuras E e G que precisariam mobilizar processos de decomposição e recomposição e F sobreposição. Assim, havia também uma articulação entre o quadro das grandezas e o quadro numérico.

Essa tarefa era composta por três itens, o primeiro solicitava que os estudantes colocassem quais figuras teriam área maior que a do quadrado A, assim tínhamos C e G. As áreas menores eram B e F e as áreas iguais E e D. Os procedimentos previstos para comparação das figuras eram: contagem dos quadradinhos, decomposição e recomposição, inclusão e sobreposição.

As duplas mobilizaram diferentes estratégias de resolução desta tarefa de acordo com cada ambiente e nos permitiu identificar a partir das comparações das áreas as potencialidades dos materiais manipulativos e do software AG2, bem como as dificuldades que as duplas apresentam em compreender o que é possuir uma área maior, menor e igual a de uma figura dada. No quadro a seguir resumimos as respostas dadas pelas duplas a esta tarefa e apresentamos um código para realizarmos as análises dos procedimentos empregados por cada uma delas. Consideramos as respostas das duplas de acordo com os seguintes critérios: RC - resposta correta, RPC - resposta parcialmente correta, RE - resposta errada, NR - não respondeu.

QUADRO 1- Sínteses das respostas das duplas

Código da dupla	Resposta					
	Figuras de área maior que A	Critérios	Figuras de área menor que A	Critérios	Figuras de mesma área que A.	Critérios

Dupla 1 Materiais Manipulativos- Dpn°1AMM	G	RC	F e B	RC	D	RPC
Dupla 2 Materiais Manipulativos- Dpn°2AMM	C e E	RE	F e B	RC	D	RPC
Dupla 1 Apprenti Géomètre 2- Dp. n°1AAG2	C e G	RC	F	RPC	D	RPC
Dupla 2 Apprenti Géomètre 2- Dp. n°2AAG2	C e G	RC	F	RPC	B e D	RE

Fonte: Elaboração baseada em Silva (2016)

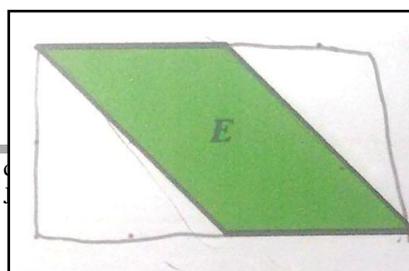
Os resultados mostram que a maioria das duplas consegue identificar uma figura com área maior, menor ou igual à área do quadrado A, sendo estas classificadas como respostas parcialmente corretas (RPC). No entanto, observamos uma quantidade significativa de respostas erradas, principalmente na identificação de figuras com a mesma área do quadrado A.

Análise da Tarefa das duplas que utilizaram os materiais manipulativos

Estas duplas, tiveram a possibilidade de utilizar papel de decalque, tesoura e fita adesiva como recursos para comparar as áreas das figuras. No item (a), tanto a dupla Dpn°1AMM quanto a dupla Dpn°2AMM decalcaram o quadrado A com o papel de decalque e, em seguida, iniciaram o processo de comparação das áreas das figuras, tendo A como referência.

A dupla Dpn°1AMM sobrepôs A em cada uma das figuras B, C, D, E, F e G. Como A cabe dentro de G, restando uma parte, concluíram que apenas essa figura teria uma área maior que a do quadrado A. A dupla Dpn°2AMM chegou à mesma conclusão, mas observou que, embora não pudessem incluir A em C para determinar se a área de C era maior ou menor, a contagem dos quadradinhos mostrou que a área de C é maior que a de A. Além disso, essa dupla concluiu que a área do paralelogramo E é maior que a do quadrado A. Para isso, tentaram construir um retângulo na malha pontilhada quadrada, completando a figura E, conforme mostra o protocolo a seguir:

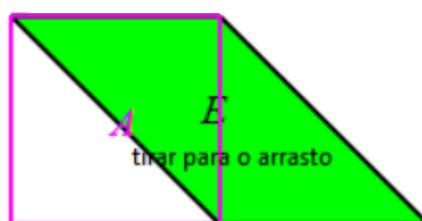
FIGURA 5- Completando o paralelogramo



Fonte: arquivo da pesquisa

Para essas duplas ao decompor o paralelogramo E obteriam um retângulo de área maior que a de A. Dessa maneira, após realizarem esse procedimento, sobrepueram o quadrado A para comparar com a figura E, colocando em seguida que a área de E é maior que a do quadrado A, porque ao sobrepuerem A em E sobraria uma parte conforme ilustra a Figura 6 a seguir:

FIGURA 6- Comparação de A com E



Fonte: arquivo da pesquisa

Essa dupla comete um erro, pois não conseguem visualizar que a decomposição da figura E por sua diagonal principal, resultaria em dois triângulos retângulos isósceles, que aplicando a esses, certa translação, comporiam um quadrado de mesma área que a da figura A.

Com relação ao item (b) tanto as duas duplas colocam que as áreas das figuras F e B, são menores que a do quadrado A. A Dpn^o1AMM chega a essa conclusão após decalcar F e B e sobrepor ao quadrado A. Identificamos procedimentos de inclusão, sobreposição, completar quadrados nas comparações dessas duplas para estabelecer a relação de ordem das áreas das figuras desse item.

Com relação ao último item (c) - quais figuras teriam mesma área que a do quadrado A - identificamos procedimentos semelhantes das duplas desse ambiente, elas colocaram que D tem mesma área que A, após realizarem os seguintes procedimentos: a Dpn^o1AMM decalca D e sobrepõe ao quadrado A, observando que essas figuras não se sobrepõem completamente, decompõem D em dois retângulos e, em seguida, sobrepõem a A confirmando que possuem as mesmas áreas. Podemos identificar nesses procedimentos que possivelmente para essa dupla “*duas figuras que coincidem por sobreposição têm mesma área*”.

A Dpn^o2AMM não concretiza o processo de decomposição com corte e colagem, apenas coloca que deslizando uma das partes da figura D, comporiam uma figura que coincidiria por sobreposição em A. Identificamos que para essa dupla possivelmente a “área é invariante por isometria”, e o “corte e colagem sem perda nem sobreposição conservam as áreas”.

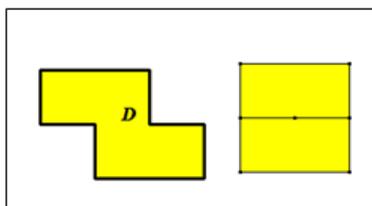
Análise da tarefa das duplas que utilizaram o Apprenti Géomètre 2

A dupla Dpn^o1AAG2 iniciou a tarefa utilizando o menu “Movimentos”, selecionando as opções de rotação e movimentação para sobrepor e comparar as figuras, a fim de determinar quais tinham áreas maiores e menores que A. Eles aplicaram o mesmo procedimento para cada uma das figuras B, C, D, E e F, buscando identificar quais tinham a mesma área que a figura A.

Apenas com os protocolos escritos, não conseguimos identificar os procedimentos exatos que esses estudantes usaram para responder à tarefa, sendo necessário recorrer às gravações de vídeo da tela do computador para analisar os processos realizados. No protocolo escrito, observamos que a dupla concluiu que as figuras C e G tinham áreas maiores que A. Eles chegaram a essa conclusão ao sobrepor a figura A ao pentaminó C e visualmente identificar que sobrava uma parte em C. O mesmo ocorreu na comparação de A com G; porém, agora, em vez de mover o quadrado A para sobrepor a G, fizeram o procedimento inverso. A dupla acertou completamente esse item.

Para as figuras com menor área, indicaram apenas a figura F. Eles moveram essa figura, sobrepondo-a ao quadrado A, e chegaram a essa conclusão. Não conseguiram identificar que a área de B também é menor que A. Passaram para o próximo item, onde deveriam identificar quais figuras tinham a mesma área que a de A. Visualmente, concluíram que D tinha a mesma área, após decompor e recompor um quadrado com as peças decompostas, conforme apresentamos no protocolo a seguir.

FIGURA 7- Decomposição e recomposição de D



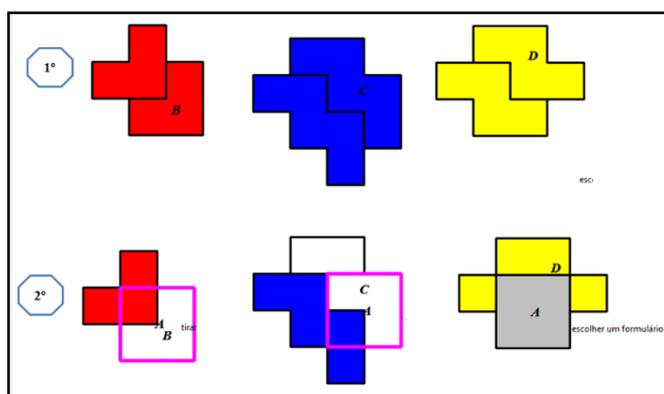
Fonte: arquivo da pesquisa

Essa dupla, após a decomposição, não sobrepôs as peças, mas concluíram que A e D têm a mesma área. Esse procedimento destaca que a área é invariante por isometria e

o corte e colagem, sem perda ou sobreposição, conservam as áreas. Ela tentou aplicar o mesmo processo ao paralelogramo E, mas não conseguiu decompor a figura de forma a produzir uma figura congruente a A, para então verificar se teriam ou não a mesma área. Realizou decomposições sucessivas em várias partes da figura, mas não obteve sucesso. Portanto, não deixou claro se as figuras A e E têm a mesma área.

A dupla Dpn°2AAG2 utilizou um procedimento diferente da anterior para comparar as áreas das figuras. Ela duplicou algumas das figuras e tentou completá-las para, então, identificar suas áreas por sobreposição. A imagem a seguir apresenta o processo de comparação.

FIGURA 8- procedimento utilizado pela dupla Dpn°2AAG2



Fonte: arquivo da pesquisa

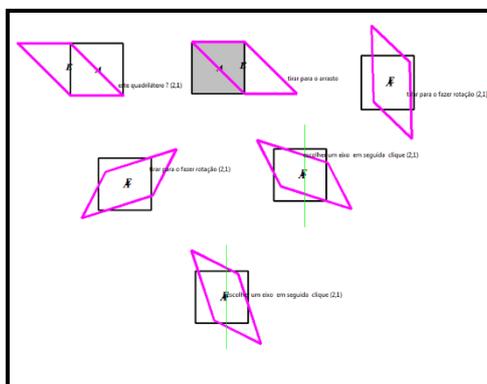
Entendemos que esse processo utilizado por essa dupla remete à ideia de compor uma superfície que, ao sobrepor ou incluir uma determinada figura, permitisse comparar suas áreas por justaposição. Assim, concluiu que C tem uma área maior que A, e que B e D têm a mesma área. A dupla acertou ao identificar que a figura D tem a mesma área que A, mas errou ao não perceber que, no caso da figura B, faltava uma parte para que ela tivesse a mesma área que o quadrado A.

Como duplicou B e completou, encaixando a parte duplicada na parte que faltava, e depois sobrepôs o quadrado A, a comparação foi feita incorretamente, levando ao erro. Em relação ao item (b), essa dupla explicitou que apenas F tem uma área menor, movendo essa figura e sobrepondo-a ao quadrado A.

Na fala de um dos estudantes da Dpn°2AAG2, observamos a expressão: “*duas de F dá uma de A*”, indicando que, para esses alunos, a área da figura F era menor por ser metade da área da figura A. A comparação da figura G com o quadrado A ocorreu por sobreposição de A em G, na qual identificaram que a figura G é composta por uma parte a mais que a figura A. Para a figura E, inicialmente a sobrepuseram ao quadrado A e, em

seguida, aplicaram várias rotações e reflexões, procurando uma maneira de verificar se o paralelogramo E coincidiria de alguma forma por sobreposição, a fim de determinar se tinham as mesmas áreas. Os procedimentos a seguir apresentam as tentativas de verificar uma possibilidade de sobreposição perfeita de E em A.

FIGURA 9- protocolo da dupla Dpn°2AAG2 aplicação de isometrias para comparação

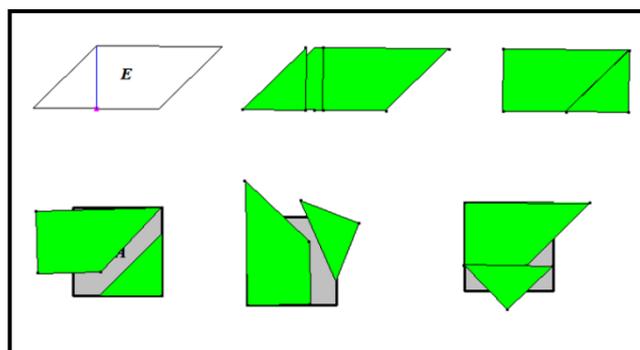


Fonte: arquivo da pesquisa

Identificamos após esses passos que eles desfazem a sobreposição, movendo o paralelogramo E para a área vazia (neste processo, a área é a região-concepção geométrica da área), verificando uma possibilidade de decompor essa figura. Eles desejavam formar um retângulo, conforme relatado por um dos estudantes da dupla Dpn°2AAG2, que não estava usando o software, mas estava interagindo com os comandos necessários para que o outro membro da dupla respondesse à tarefa mencionando: “*essa figura tem muitos ângulos, então precisamos decompor*”, a partir dessa conclusão exploram uma oportunidade de dividir essa figura.

Com base nessa explicação entendemos que para esses discentes a ideia de ter mesma área estaria relacionada a formar uma figura que coincidissem por sobreposição, verificando que figuras equidecompostas têm a mesma área. Então se perguntaram como fazer para remover uma das partes do paralelogramo E que lhes permitissem formar um retângulo, ao selecionarem a ferramenta decompor, tentam conectar um dos vértices a outro segmento, porém o software AG2 não responde a essa ação. Pedem ajuda ao um dos professores pesquisadores como eles poderiam dividir a figura, apontando as partes onde desejavam aplicar esse procedimento. Um dos professores pesquisadores orienta que é necessário criar um ponto para dividir, a partir dessa instrução, selecionam a ferramenta dividir em dois e dividiram um dos segmentos do paralelogramo. Apresentaremos a seguir os procedimentos utilizados por essa dupla para formar o retângulo:

FIGURA 10 - Decomposição e recomposição da figura E



Fonte: arquivo da pesquisa

Após optarem pela função de dividir e efetuarem a divisão de um dos lados do paralelogramo E, utilizaram em seguida a ferramenta de decompor, dividiram a figura e formaram um retângulo movendo e justapondo as partes decompostas. Em seguida, tentaram sobrepor cada uma dessas partes à figura A, com o objetivo de alinhar as partes decompostas sobre a figura A. Não obtendo sucesso, concluíram que a área da figura E é maior que a figura A. Para esses aprendizes, a concepção de mesma área estava ligada à coincidência das figuras por sobreposição, assim como à capacidade de decompor e recompor para alcançar uma figura idêntica.

Consideração geral sobre a tarefa

Como podemos observar várias são as combinações de procedimentos que foram utilizadas pelos estudantes com o objetivo de comparar as áreas das figuras desta tarefa, os procedimentos de decomposição, recomposição e sobreposição estiveram presentes nas comparações das figuras B, C, D, E, F e G ao quadrado da figura A como forma de identificarem quais das figuras possuíam área maior, menor ou mesma área que a do quadrado A. Ferreira (2018) coloca que esses procedimentos subsidiam o raciocínio dos discentes para identificação da existência de figuras de mesma forma, mas de áreas diferentes.

Com relação às ideias de área maior, menor e mesma área em relação ao quadrado da figura A, identificamos nas respostas dos alunos como eles interpretaram essa relação de ordem das áreas. Embora não tenhamos solicitado que organizassem as figuras em ordem crescente ou decrescente de área, pois esse não era o objetivo da tarefa, permitimos que os estudantes comparassem sem estabelecer critérios específicos. Observamos essas

ideias presentes nas ações de cada dupla, que por vezes variavam conforme o contexto de cada ambiente.

A ideia de área menor é exemplificada quando as duplas observam que o triângulo F é metade do quadrado A , como relatado por Dpn^o1AMM e Dpn^o2AAG2. Essa percepção está presente nas abordagens onde o triângulo F é comparado por meio de decalque e sobreposição em materiais manipulativos, ou ainda pelo deslocamento e sobreposição conforme demonstrado no caso do software AG2. Conforme Douady e Perrin-Gorian (1989) mencionam, ao deslizar $S1$ e sobrepor parte de $S2$, a área de $S1$ é então menor que a de $S2$. Esta explicação coincide com os métodos utilizados pelas duplas mencionadas na comparação entre o quadrado A e o triângulo F .

Já em relação às figuras, em que se percebe a área da figura B como menor, as duplas apontam que falta uma parte nesta figura para torná-la idêntica ao quadrado da figura A . Neste caso, a ideia de área menor se refere a uma figura que possui uma parte a menos que a figura A . Douady e Perrin-Glorian (1989) justificam este critério ao questionar: se $S1$ contém menos quadrados que $S2$, então a área de $S1$ é menor que a de $S2$, implicando implicitamente uma noção de medida de área.

A ideia de área maior é frequentemente associada a figuras que possuem lados maiores, conforme observado por Dpn^o1AMM. No entanto, este critério de comparação não é adequado para estabelecer uma relação de ordem das áreas. Uma abordagem correta é considerar que uma figura que é composta por mais quadradinhos tem maior área, como acertadamente estabelecido por Dpn^o2AMM ao comparar a figura C , um pentaminó composto por 5 quadrados congruentes justapostos por um de seus lados, com o quadrado A , composto por apenas 4 quadradinhos. Neste caso, a área da figura A é menor que a da figura C . Outro critério correto de área maior é a inclusão, em que se considera que se uma figura X cabe dentro de Y , então a área de Y é maior que a área de X . Este procedimento é utilizado intuitivamente pelas duplas ao sobrepor visualmente o triângulo F em A , ou vice-versa, como observado com A em G .

As ideias de mesma área frequentemente estão relacionadas a critérios como ter o mesmo tamanho, mesma altura e largura, mesma forma, coincidir por sobreposição, e a decomposição e recomposição sem perda ou sobreposição, mantendo as áreas intactas. Esses critérios foram observados com frequência nas respostas dos participantes desta pesquisa ao item (c), que dizia respeito às figuras com áreas idênticas à do quadrado A . Para consolidar os procedimentos e avaliar se as duplas utilizaram critérios adequados

para comparar as áreas das figuras, e se chegaram a respostas corretas ou incorretas com base nesses critérios, elaboramos uma tabela seguindo a ordem das comparações mencionadas nesta análise posterior da tarefa. Cada um dos critérios apresentados no quadro a seguir foi derivado dos métodos utilizados pelos alunos em diferentes ambientes para comparar as áreas das figuras. Algumas duplas não realizaram comparações figura a figura, o que impediu a análise explícita dos critérios estabelecidos.

QUADRO 2- Respostas consideradas corretas ou não na comparação das áreas pelas duplas

Critérios estabelecidos	Dupla (as)	C- Correto, I- Incorreto
G tem área maior que a de A porque tem uma parte a mais.	Dpn°2AAG2	Correto
G tem área maior que a de A, porque A cabe dentro de G e sobra uma parte.	Dpn°1AMM, Dpn°2AMM	Correto
A área de C é maior que a área de A pela contagem de quadradinhos.	Dpn°2AMM	Correto
E tem área maior que a de A porque decompondo e compondo um retângulo, ao sobrepor A esse apenas ocupa uma parte da figura formada.	Dpn°2AMM	Incorreto
As áreas de F e B são menores que a de A, porque ao sobrepor ficam faltando uma parte.	Dpn°1AMM, Dpn°2AMM	Correto
F tem área menor por ser metade da figura A. (Decalque e sobreposição).	Dpn°1AMM, Dpn°2AAG2	Correto
D e A possuem as mesmas áreas por recorte, colagem e sobreposição.	Dpn°1AMM	Correto
D e A possuem as mesmas áreas, uma vez que, deslizando uma das partes de D, consegue-se compor uma figura que coincide por sobreposição em A.	Dpn°2AMM	Correto
C e G têm área maior que a de A porque sobra uma parte ao comprar com A.	Dpn°1AAG2	Correto
F tem área menor que a da figura A porque ao mover e sobrepor F ocupa apenas uma parte de A.	Dpn°1AAG2	Correto
D tem mesma área que A porque ao decompor D e com as partes decompostas compor um quadrado e por sobreposição coincide em A.	Dpn°1AAG2	Correto
C tem mesma área que A pelo processo de completar quadrados, a partir da duplicação de C e encaixe da figura duplicada em uma de suas partes, sobrepondo A para conferir.	Dpn°2AAG2	Correto
D tem mesma área que A pelo processo de completar quadrados, a partir da duplicação de D e encaixe da figura duplicada em uma de suas partes, sobrepondo A para conferir.	Dpn°2AAG2	Correto
B tem mesma área que A ao duplicar B e encaixar em uma de suas partes para sobrepor A e conferir.	Dpn°2AAG2	Incorreto
E têm área maior que A por não conseguirem compor com as partes decompostas de E, uma figura que por sobreposição coincida em A.	Dpn°2AAG2	Incorreto

Fonte: Elaboração baseada em Silva (2016)

Com relação aos ambientes (materiais manipulativos e AG2) utilizados

Os materiais manipulativos e o software AG2 desempenharam papéis significativos na resolução da tarefa pelas duplas participantes desta pesquisa, facilitando diferentes abordagens e compreensões sobre as áreas das figuras geométricas.

Os materiais manipulativos permitiram uma exploração física e tátil das figuras, possibilitando que as duplas comparassem diretamente o tamanho, a forma e a disposição das áreas. Por exemplo, ao usar decalques e sobreposições, os aprendizes puderam visualizar como uma figura se ajusta ou não dentro de outra, ajudando na interpretação das relações de área. Essa abordagem prática foi particularmente eficaz em ambientes como papel e lápis, onde a manipulação direta das figuras reforçou conceitos intuitivos de área menor, maior ou igual.

Já o software AG2 ofereceu uma plataforma digital que ampliou as possibilidades de exploração. As duplas puderam usar ferramentas como mover, sobrepor e decompor para investigar as propriedades das figuras de forma interativa. Por exemplo, ao mover partes das figuras e sobrepor uma sobre a outra no ambiente digital, eles puderam verificar visualmente como as áreas se relacionavam, mesmo quando não podiam realizar manipulações físicas. Isso facilitou a compreensão, especialmente das mais abstrata e formal das relações de área, apoiando o uso de critérios como inclusão e decomposição para determinar se as figuras tinham a mesma área ou não.

Portanto, tanto os materiais manipulativos quanto o software AG2 proporcionaram aos estudantes ferramentas complementares que estimularam diferentes formas de pensar e de resolver problemas relacionados às áreas das figuras geométricas. Essa combinação de abordagens práticas e digitais não só enriqueceu a experiência de aprendizado, mas também promoveu uma compreensão mais profunda e variada dos conceitos matemáticos abordados na tarefa.

CONCLUSÕES

A pesquisa teve como objetivo geral investigar como estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas, utilizando materiais manipulativos (papel de decalque, malhas pontilhadas, fita adesiva, canetas hidrográficas e tesouras) e o software de geometria *Apprenti Géomètre 2* (AG2), diagnosticando, a partir disso, as dificuldades que eles apresentam com relação ao conceito de área e como esses recursos podem contribuir nessa resolução.

Os materiais manipulativos foram pertinentes porque ofereceram condições para uma abordagem prática, tátil e imagética das figuras, facilitando a comparação direta das

figuras. Os estudantes puderam utilizar decalques, sobreposições e movimentos físicos para explorar como diferentes figuras se relacionam em termos de área. Esta experiência prática ajudou a reforçar conceitos intuitivos de área menor, maior ou igual, permitindo uma compreensão inicial dos princípios geométricos envolvidos. Por outro lado, o uso do software AG2 proporcionou uma abordagem mais digital e interativa. Eles exploraram as figuras planas através de ferramentas virtuais que permitiam mover, sobrepor e decompor as figuras com precisão. Isso possibilitou uma análise mais detalhada das propriedades geométricas, incentivando uma compreensão mais formal das relações de área, como inclusão e decomposição.

A partir da análise dos procedimentos adotados pelas duplas que participaram deste estudo, foi possível identificar algumas dificuldades recorrentes. Muitos delas apresentaram dificuldades em aplicar corretamente os critérios de comparação de áreas, como determinar quando uma figura tem área maior, menor ou mesma área que outra. Além disso, houve desafios na transição do raciocínio prático com materiais manipulativos para uma abordagem mais abstrata e simbólica com o uso do software.

Os resultados da pesquisa destacam a importância de integrar materiais manipulativos e tecnologia educacional no ensino e aprendizagem da grandeza área. Essas ferramentas não apenas enriquecem o aprendizado ao oferecer diferentes modalidades de exploração, mas também permitem um diagnóstico mais preciso das dificuldades dos estudantes, orientando estratégias pedagógicas para fortalecer o entendimento dos conceitos matemáticos fundamentais, como o de área de figuras planas.

A partir dos resultados e das conclusões obtidas nesta pesquisa sobre o uso de materiais diversos, estudos complementares podem ser realizados para ampliar o conhecimento e explorar novas dimensões educacionais. Como exemplo, a realização de um estudo longitudinal para investigar como o uso contínuo de materiais manipulativos e software de geometria dinâmica podem influenciar a aprendizagem dos conceitos de área de figuras planas ao longo do tempo, incluindo o impacto nas habilidades de resolução de problemas e na construção do conhecimento.

Outra pesquisa poderia ser realizada para comparar o uso do software AG2 com outros softwares de geometria disponíveis no mercado, analisando suas vantagens e desafios específicos no ensino de áreas de figuras planas ou ainda analisar como o uso de materiais manipulativos e tecnológicos contribui com a compreensão de áreas de figuras planas em diferentes etapas da Educação Básica.

E por fim, investigar como materiais manipulativos e tecnológicos podem ser adaptados para atender às necessidades de alunos com diferentes habilidades e necessidades educacionais, promovendo a inclusão e a acessibilidade no ensino de matemática. Esses estudos poderiam contribuir significativamente para o avanço do conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de área de figuras planas, oferecendo resultados valiosos para educadores, pesquisadores e formuladores de políticas educacionais. Além disso, poderiam ajudar a desenvolver práticas pedagógicas mais eficazes e inclusivas, promovendo um melhor desempenho acadêmico e interesse dos alunos em matemática.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Jailson Cavalcante de; SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Situações que envolvem paralelogramos e suas áreas: um estudo com licenciandos em matemática. *Revista de Educação Matemática*, v. 9, n. 19, p. 796-820, 2020. DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.796-820>.

ÁVILA, A; GARCÍA, S. Relaciones entre área y perímetro: de la intuición inicial a la deducción operatoria. Estudio en niños de alto desempeño académico. *Perfiles Educativos*, Ciudad de México, v. XLII, n. 167, p. 31-52, jan.-mar. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.14482/INDES.30.1.303.661>. Acesso em: 13 jun. 2024.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. *Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental e médio*. Natal. SBHMat, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <https://www.bncc.mec.gov.br/>. Acesso em: 19 jun. 2024.

CUNHA, D. M. da; FERREIRA, J. L. Tarefas matemáticas para ensinar objetos de conhecimento da unidade temática grandezas e medidas. *VIDYA*, Santa Maria (RS, Brasil), v. 42, n. 1, p. 75–95, 2022. DOI: 10.37781/vidya.v42i1.3924. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3924>. Acesso em: 18 jun. 2024.

CUNHA, Daniel Maués da; FERREIRA, Joubert Lima; COSTA, André Pereira da. A abordagem das grandezas e medidas em uma coleção de livros didáticos de matemática no ensino fundamental. *ACTIO: Docência em Ciências*, vol. 8, no. 2, 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/16456> ([Portal de Periódicos da UTFPR](#)).

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, v. 20, n. 4, p. 387- 424, 1989.

FERREIRA, L. F. D. *A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais*. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2010.

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. *Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro*. 2018. 386 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2018.

FUNDAÇÃO JOÃO PESSOA (FUNDAJ). Relatório 4: APÊNDICES_DipesFundaj1. Recife: FUNDAJ, 2021. 140 p. Disponível em: https://www.gov.br/fundaj/pt-br/composicao/dipes-1/publicacoes/relatorios-de-pesquisas/Relatorio4_APNDICES_DipesFundaj1.pdf. Acesso em: 18 jun. 2024.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KIEFER, J. G.; MARIANI, R. DE C. P. Área como grandeza geométrica: direcionamentos dos PCN e da BNCC com ênfase nas representações semióticas. *Ciência & Educação* (Bauru), v. 28, p. 22, 2022.

LIMA, P.; BELLEMAIN, P. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J.B.P.F. *Coleção Explorando o Ensino: Matemática*, v. 17. Brasília, MEC, 2010, p.167- 200.

LIMA, Reginaldo Soares de Sousa; FARIAS, Maria Rosalba Nascimento. Ensino de áreas e perímetros de figuras planas com uso de tecnologias: uma revisão sistemática da literatura no período de 2000 a 2020. **Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro**, [S. l.], v. 1, n. 1, 2024. DOI: 10.61164/rmm.v1i1.2088. Disponível em: <https://revista.unipacto.com.br/index.php/multidisciplinar/article/view/2088>. Acesso em: 3 jul. 2024.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 22. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MORAIS, L. B.; BELLEMAIN, P. M. B; LIMA, P. F. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: <https://bit.ly/3tRCpp2>. Acesso em: 15 jun. 2024.

ONOFRE, Eduardo José de Oliveira. *Medidas de comprimento e de área: um estudo sobre unidades de medidas e sobre o cálculo de áreas de algumas figuras planas*. 2018. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/4193>. Acesso em: 18 jun. 2024.

SANTANA, W.M.G. de.; SILVA, A.D.P.R da.; BARROS, A. L. Área como grandeza geométrica: um estudo por meio do Apprenti Géomètre 2. In: ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. *Anais eletrônicos*. São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7637_3323_ID.pdf. Acesso em: 19 jun. 2024.

SANTOS, J. C. *A resolução de problemas sobre perímetro e área: um experimento de ensino, utilizando problemas propostos em avaliações de larga escala*. 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera, São Paulo, 2021.

SANTOS, M. R. *A transposição didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático*. Tese (doutorado), UFRPE. Recife, 2015.

SILVA, A. D. P. R. da. *Prototipação, desenvolvimento e validação de um micromundo com suportes para o ensino de área e perímetro*. 408 f. 2019. (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SILVA, A. D. P. R. da; BELLEMAIN, P. M. B. A comparação de áreas de figuras planas em diferentes ambientes: papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v.8, nº 3, 2017.

SILVA, A. D. P. R. da; SILVA, J. F.; GOMES, K. R. F. P. Área de figuras planas: um estudo por meio de diferentes atividades no Apprenti Géomètre 2. In: SILVA, A. D. P. R. da. (org.). *Produção Acadêmica de Estudantes dos Cursos de Licenciatura e Bacharelado da FADIMAB*. Formiga (MG): Editora Real Conhecer, 2023, p. 44-63.

SILVA, A. D. P. R. *Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental*. 2016. 315 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2016.

SILVA, J. V. da.; SILVA, A. D. P. R. da.; OLIVEIRA, D. M. de.; OLIVEIRA, I. R. de. O ensino de matemática: uma experiência com alunos do 5º ano do ensino fundamental de forma remota em tempos de pandemia. In: SILVA, A. D. P. R. da.; OLIVEIRA, I. R. de.; SILVA, J. V. da. *Produção acadêmica dos estudantes do curso de licenciatura em matemática da FADIMAB*. Formiga (MG): Editora Real Conhecer, 2022, p. 9-23. Disponível em: <https://editora.realconhecer.com.br/2022/02/producao-academica-dos-estudantes-do.html>. Acesso em 17 mai. 2024.

TEIXEIRA, Rackel de Carvalho. *Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas*. 2018. 120 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes, 2018.